زمان‌بندی اتوبوس‌های درون شهری با هدف حداقل کردن زمان انتظار مسافرین

فرزانه نصیریان[1]، محمد رنجبر[2]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

اهمیت سیستم حمل و نقل عمومی به دلیل اثری که در فعالیت‌های روزمره انسان‌ها دارد، بر هیچ کس پوشیده نیست. این مسئله به تدریج و با افزایش جمعیت از اهمیت بیشتری برخوردار خواهد شد لذا کیفیت آن می‌تواند در ترغیب مسافرین به استفاده از وسایل حمل و نقل عمومی اثرگذار باشد. از آنجا که عمده‌ترین قسمت سیستم حمل و نقل عمومی در کشورهای در حال توسعه را شبکه اتوبوسرانی شهری تشکیل می‌دهد، زمان بندی اتوبوس‌ها با هدف بهبود وضعیت اجتماعی، اقتصادی و زیست محیطی از اهمیت فراوانی برخوردار است. در این مقاله تلاش شده تا مدلی طراحی شود که به وسیله آن بتوان زمانبندی اتوبوس‌های هر خط را طوری تعیین کرد که هماهنگی آن با خطوط مختلف افزایش یابد. با این کار نه تنها زمان انتظار مسافرین در ایستگاه‌های انتقالی کاهش می‌یابد بلکه به دلیل مشخص بودن زمان رسیدن خطوط مختلف به ایستگاه‌ها، می‌توان زمان انتظار مسافرین در سایر ایستگاه‌ها را نیز کاهش داد. در مدلسازی این مسئله برخی از شرایط دنیای واقعی مانند ظرفیت ایستگاه‌ها و زمان استراحت رانندگان درنظر گرفته شده است. دو مدل برنامه‌ریزی مختلط بر اساس سیاست‌های اجرایی مختلف به منظور زمانبندی حرکت اتوبوس‌ها لحاظ شده که کارائی هر کدام در انتها مورد ارزیابی قرار گرفته است.

کلید واژه: زمان‌بندی اتوبوس‌های دورن شهری ، زمان انتظار، برنامه‌ریزی مختلط

[1] farzaneh.nasirian@stu-mail.um.ac.ir
[2] m_ranjbar@um.ac.ir

۱- مقدمه

در تمامی سازمان‌های اتوبوس‌رانی، مدیران به دنبال ایجاد شرایطی هستند که با حداقل هزینه بتوانند بیشترین رضایت را برای مسافرین فراهم کنند. رضایت مشتری وقتی فراهم می‌شود که بتواند سریع و ارزان به محل مورد نظر خود برود و این در حالی است که هزینه ایجاد این چنین خدمتی برای سازمان بسیار سنگین خواهد بود. لذا با مسائل بهینه‌سازی روبه‌رو هستیم که برای ایجاد شرایط مطلوب و متعادل از دیدگاه مسافرین و سازمان، می‌بایست از مدل‌های ریاضی استفاده کرد. فاکتورهای زیادی در رضایت مسافرین درون شهری اثرگذار است که به عنوان مثال می‌توان به نوع اتوبوس، مکان ایستگاه، تواتر اتوبوس‌ها، مدت زمان سفر اشاره کرد و همین امر موجب شده تا با حجم زیادی از مسائل در سیستم حمل و نقل درون شهری روبه‌رو شویم. دسته‌بندی زیادی در حوزه سازمان‌دهی حمل و نقل درون شهری صورت گرفته است که به طور کلی می‌توان آن‌ها را در شش حوزه ذیل تقسیم‌بندی کرد:

أ. تعیین عوامل و فاکتورهای اثرگذار در مکان احداث ایستگاه‌ها: قبل از تعیین مکان نهایی ایستگاه‌ها لازم است تا عوامل و فاکتورهایی که در مکان احداث اثرگذار هستند، مشخص شوند تا به وسیله آن‌ها بتوان مکان‌های بالقوه را شناسایی کرد. تعیین مکان‌های بالقوه به دلیل اینکه می‌توانند در مسافت طی شده توسط مسافر و راحتی وی اثرگذار باشند، جز تصمیمات اساسی و مهم است.

ب. تعیین مکان بالفعل ایستگاه‌ها: به دنبال تعیین ایستگاه‌های بالقوه، شرایط برای تعیین مکان بالفعل ایستگاه‌ها فراهم می‌شود. این حوزه ارتباط بسیار نزدیکی با حوزه کاری (ج) دارد به طوریکه نمی‌توان مرز مشخصی بین این دو حوزه قائل شد. چراکه با طراحی ساختار شبکه اتوبوس‌رانی، عملاً مکان ایستگاه‌های بالقوه بدست آمده است [1]. ولیکن جداسازی این دو حوزه از یکدیگر، فضای جستجو و به طبع آن پیچیدگی محاسباتی را به طور قابل توجهی پایین می‌آورد. در بررسی جداگانه مکان‌های بالفعل معمولاً سه نوع تابع هدف درنظر گرفته می‌شود که موجب تبدیل آن به مسائل شناخته شده set-covering، Max-covering و P-median شده است [2] و [3].

ج. تعیین مسیر خطوط و ساختار شبکه: پس از طراحی و اجرای اولیه شبکه، به دلیل انعطاف ناپذیر بودن دستگاه‌های بهره‌برداری، به ندرت می‌توان اقدامات اصلاحی انجام داد. بنابراین طراحی شبکه خطوط اتوبوسرانی مهمترین و زیربنایی‌ترین مرحله در روند برنامه‌ریزی حمل و نقل درون شهری است. به دلیل پیچیدگی محاسباتی که در مسئله طراحی مسیر خطوط

اتوبوسرانی وجود دارد، ارائه روش‌های ابتکاری و فراابتکاری مورد توجه قرار گرفته است. از جمله این کارها می‌توان به مرجع [4] اشاره کرد که دو هدف حداقل کردن مدت زمان سفر و حداقل کردن تعداد دفعات تغییر مسیر را به منظور بیشینه کردن سطح رضایت مشتری در چهار شرایط مختلف درنظر گرفته است. این کار در تحقیقات زیادی از جمله [5]، [6]، [7]، [8] و [9] مورد بررسی مجدد قرار گرفته و روش‌های حل ابتکاری متعددی به منظور بهبود جواب بدست آمده، مطرح شده است. جدول نتایج بدست آمده در تمامی این روشها در مرجع [6] آورده شده است.

د. زمان‌بندی ناوگان حمل و نقل عمومی: در این مرحله با تعیین فاصله زمانی دو اتوبوس متوالی می‌توان زمان‌بندی حرکت اتوبوس‌ها را مشخص کرد. به منظور تعیین فاصله زمانی، دو نگرش بررسی جداگانه و ادغامی در حرکت خطوط وجود دارد. یکی از کارهایی که در زمینه بررسی جداگانه خطوط صورت گرفته در شهر Dalian چین بوده است [10] که هدف در این مقاله تعیین فاصله زمانی دو اتوبوس متوالی به نحوی است که هزینه مسافرین و هزینه عملیاتی اتوبوس‌ها حداقل شود. بدین ترتیب زمان‌بندی هر خط صرف نظر از خطوط دیگر تعیین می‌شود. اما در نگرش دوم، هماهنگی بین خطوط به منظور کاهش زمان انتظار مسافرین در ایستگاه‌های انتقالی مدنظر قرار گرفته است. مسافرین در ایستگاه‌های انتقالی پیاده می‌شوند تا از سایر خطوط عبوری از آن ایستگاه استفاده کرده و به مقصد مورد نظرشان برسند. از جمله کارهای صورت گرفته در این حوزه مراجع [11] و [12] می‌باشند که توسط افراد زیادی توسعه داده شده است. هدف در [11] حداکثر کردن تعداد اتوبوس‌هایی است که به طور همزمان به ایستگاه‌های انتقالی می‌رسند تا بدین طریق بتوان مسافرین بیشتری را بدون داشتن زمان انتظار سرویس‌دهی کرد. اما این هدف با توجه به ظرفیت محدود ایستگاه‌ها در دنیای واقعی قابل اجرا نیست علی‌الخصوص اگر ایستگاه در نزدیکی تقاطع باشد. این تابع هدف تا حدودی در مرجع [12] بهبود پیدا کرد چراکه هدف به صورت حداقل کردن زمان انتظار مسافرین در ایستگاه‌های انتقالی لحاظ شد.

ه. زمان‌بندی شیفت کاری رانندگان: این فرآیند شامل لیستی از شیفت‌های کاری است که به هر کدام از رانندگان تخصیص داده می‌شود به نحویکه تعداد شیفت‌های کاری و هزینه مرتبط با آن حداقل گردد. این شیفت‌های کاری بر اساس سیاست کاری شرکت‌های حمل و نقل تعیین می‌شود به همین دلیل است که اکثر شرکت‌های حمل و نقل نرم افزار مستقل برای تعیین زمان‌بندی خدمه خود دارند. از جمله این نرم افزارها می‌توان به IMPACS، HASTUS،

HOT، CREW-OPT و GIST اشاره کرد. در مرجع [13] علاوه بر اینکه مروری بر مقالات زمان‌بندی خدمه و روش‌های حل آن‌ها صورت گرفته، به طور کامل در مورد نحوه کار و قابلیت‌های نرم افزار HASTUS، IMPACS و CREW-OPT بحث شده است.

و. تعیین برنامه بازدید و سرویس‌دهی هر اتوبوس: ضرورت بازدید و سرویس‌دهی به دلیل تاثیر مثبتی که در کاهش هزینه‌های تعمیر دارد بر هیچ کس پوشیده نیست، به همین دلیل یکی دیگر از مسائل چالش برانگیز در شرکت‌های حمل و نقل محسوب می‌شود. هدف در این حوزه تعیین برنامه بازدید اتوبوس‌هاست به گونه‌ای که کمترین تغییر در برنامه کاری آن‌ها ایجاد شود. محدودیت‌هایی که موجب شده تا بحث بازدید و سرویس‌دهی مورد توجه قرار گیرد، تعداد تکنسین و فضای موجود برای ارائه سرویس است که در تعداد اتوبوس‌هایی که مورد بازدید قرار می‌گیرند، محدودیت ایجاد می‌کند. از جمله کارهایی که در بحث زمان‌بندی بازدید اتوبوس‌ها صورت گرفته مرجع [14] می‌باشد که مدل خطی بسیار خوبی را با هدف حداکثر کردن تعداد بازدیدهای به موقع و حداقل کردن تعداد بازدیدهای خارج از نوبت طراحی کرده‌اند.

موضوع مورد بررسی در این مقاله توسعه‌ای از کارهای انجام شده در حوزه (د) است که در بخش ۲ به بررسی بیشتر در مورد تابع هدف و محدودیت‌های موجود در شبکه حمل و نقل درون شهری پرداخته می‌شود. در این بخش دو نوع مدل برای محقق شدن هدف مورد نظر، آورده شده که در بخش ۳ نیز کارائی این دو مدل از طریق یک مطالعه موردی مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- اهداف تحقیق و تعریف مسئله

بی‌نظمی در حرکت اتوبوس‌های درون شهری باعث کاهش رغبت مسافرین به استفاده از این وسیله همگانی و افزایش تمایل آن‌ها به استفاده از وسایل شخصی شده است. این امر نیز آلودگی زیست محیطی زیادی را در کلان شهرهای در حال توسعه ایجاد کرده است. در این تحقیق سعی شده است تا مدلی طراحی شود که به وسیله آن بتوان زمانبندی اتوبوس‌های هر خط را طوری تعیین کرد که هماهنگی آن با خطوط مختلف افزایش یابد. با این کار نه تنها زمان انتظار مسافرین در ایستگاه‌های انتقالی کاهش می‌یابد بلکه به دلیل مشخص بودن زمان رسیدن خطوط مختلف به ایستگاه‌ها، می‌توان زمان انتظار مسافرین در سایر ایستگاه‌ها را نیز کاهش داد. افزایش هماهنگی در حرکت اتوبوس‌ها مبحث جدیدی است که به تازگی مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله فرضیاتی مانند ظرفیت ایستگاه، مدت زمان استراحت رانندگان، تخصیص ناوگان موجود در هر خط به دو مسیر رفت و

برگشت و فاصله زمانی متغیر بین دو اتوبوس متوالی، به منظور مدلسازی شرایط واقعی در مسئله اضافه شده که جنبه‌های نوآورانه این مقاله نیز محسوب می‌شود.

۲-۱ تابع هدف

تابع هدفی که برای زمان‌بندی اتوبوس‌های درون شهری درنظر گرفته شده، حداقل کردن متوسط زمان انتظار مسافرین در ایستگاه‌های انتقالی است تا بدین ترتیب افراد بتوانند در کمترین زمان اتلاف شده به مقصد برسند. برای هماهنگی بین خطوط مختلف باید دو حالت زیر را درنظر بگیریم:

أ. حالتی که اتوبوس‌های دو خط متفاوت در یک ایستگاه تقاطع داشته باشند.

ب. حالتی که اتوبوس‌های دو خط متفاوت در یک ایستگاه تقاطع ندارند و مسافرین با طی کردن مسیری از ایستگاه دیگر خدمت می‌گیرند. در این حالت باید طوری اتوبوس‌ها هماهنگ شوند که وقتی مسافر به ایستگاه می‌رسد در زودترین زمان ممکن اتوبوس خط بعدی برسد.

۲-۲ فرضیات مسئله

فرضیات مورد استفاده در این مقاله به شرح زیر می‌باشند.

أ. برای مسافرینی که به ایستگاه‌های انتقالی وارد می‌شوند، یکی از دو حالت زیر رخ می‌دهد (فرض کنید هماهنگی دو خط i و j مدنظر است):

I. مسافرین از اتوبوس خط i پیاده شده‌اند و این درحالیست که هنوز اتوبوسی از خط j به ایستگاه نرسیده است. در این حالت مدت زمانی که مسافر برای رسیدن اتوبوس خط j در ایستگاه منتظر می‌ماند، زمان انتظار محسوب می‌شود.

II. مسافرین از اتوبوس خط i پیاده شده‌اند و اتوبوس خط j نیز در ایستگاه قرار دارد. در این حالت مسافرین بدون هیچ انتظاری سوار اتوبوس خط j می‌شوند.

ب. به دلیل یکنواختی کار لازم است تا رانندگان در هر پایانه، مدت زمانی را استراحت کنند تا کیفیت سرویس‌دهی تحت تاثیر خستگی قرار نگیرد. حداقل و حداکثر این مدت زمان با توجه به سیاست سازمان مربوطه تعیین خواهد شد.

ج. مقدار فاصله زمانی دو اتوبوس متوالی متغیر فرض شده به طوریکه این مقدار می‌تواند در هر ایستگاه نیز تغییر کند. این فرض باعث می‌شود زمان‌بندی بهتری بدست آید چراکه امکان هماهنگی بیشتر اتوبوس‌ها را فراهم می‌کند. اما برای حفظ سطح رضایت مشتری، مقدار

فاصله زمانی دو اتوبوس متوالی باید در بازه تعیین شده که توسط سازمان ذیربط مشخص می‌شود، باشد.

د. وجود دو اتوبوس از یک خط در ایستگاه‌های انتقالی مجاز نیست.

ه. به دلیل ظرفیت محدود ایستگاه‌های انتقالی، نباید تعداد اتوبوس‌های موجود در هر ایستگاه از ظرفیت آن ایستگاه بیشتر باشد.

و. با توجه به حداقل و حداکثر سرعت مجاز اتوبوس‌ها، زمان رسیدن اتوبوس‌ها به ایستگاه‌های انتقالی در بازه‌های مشخصی محدود می‌شود.

ز. برای داشتن سطح خدمت یکسان باید زمان حرکت اولین اتوبوس هر خط، قبل از حداکثر فاصله زمانی دو اتوبوس متوالی که توسط سازمان تعیین می‌شود، باشد.

اتوبوس‌های تخصیصی به هر خط را به دو شیوه زیر می‌توان زمان‌بندی کرد:

I. تمامی اتوبوس‌های تخصیصی به یک خط، از پایانه اول آن خط شروع به حرکت کنند که مدل اول ارائه شده بر پایه این فرض طراحی شده است.

II. تعداد یکسانی از اتوبوس‌های تخصیصی به یک خط از هر دو پایانه ابتدا و انتهای آن خط، شروع به سرویس‌دهی می‌کنند. این فرض در مدل دوم ارائه شده برقرار می‌باشد.

۳-۲ مدل مسئله

اندیس‌های مورد استفاده در مدلسازی مساله به قرار زیر هستند:

i,j: شماره خطوط اتوبوس‌رانی

s,s': شماره ایستگاه انتقالی

a,b: شماره اتوبوس

پارامترهای مورد استفاده به شرح ذیل می‌باشد:

L: مجموعه خطوطی که برای زمان‌بندی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

$$L = \{1, 2, ..., |L|\}$$

TS: مجموعه ایستگاه‌های انتقالی موجود در شبکه

$$TS = \{1, 2, ..., |TS|\}$$

C: مجموعه حالاتی که در آن مسافر خط i در ایستگاه s پیاده شده تا از طریق ایستگاه s'، از خط j خدمت گیرد. عناصر این مجموعه به قرار زیر است:

$C = \{(i, j, s, s') \mid i, j \in L \ \ and \ \ s, s' \in TS\}$

C^1: مجموعه حالاتی که در آن مسافر خط i از خط j در ایستگاه s خدمت می‌گیرد. این ایستگاه لزوماً در مسیر حرکت هر دو خط i و j نیست.

$C^1 = \{(i, j, s) \mid i, j \in L \ \ and \ \ s \in TS\}$

$L(s)$: مجموعه خطوطی است که در ایستگاه انتقالی s توقف دارند.

ST_i: مجموعه تمام ایستگاه‌های انتقالی و پایانه که اتوبوس‌های خط i در آن توقف دارد.

$ST_i = \{s \mid s \in TS \ where \ buses \ of \ line \ i \ are \ stopped \ there\}$

- $ST_i(v)$ به عنصر vام مجموعه ST_i اشاره دارد.
- اولین عنصر معادل اولین ایستگاه بعد از پایانه شروع خط و آخرین عنصر آن نیز، پایانه شروع خط مربوطه است که سرویس‌دهی خود را از آن آغاز می‌کند.

ns_i: تعداد ایستگاه‌های انتقالی موجود در مسیر رفت خط i

nb_i: تعداد کل اتوبوس‌های تخصیصی به خط i که این مقدار زوج می‌باشد.

n_i: تعداد اتوبوس‌های خط i که قرار است زمان‌بندی شوند که این مقدار از حاصلضرب تعداد سیکل‌های کاری در nb_i بدست می‌آید. تعداد سیکل کاری نیز بر اساس سیاست سازمان ذیربط تعیین می‌شود.

$P_{ijss'}$: تعداد مسافرین خط i که قصد استفاده از خط j را از طریق ایستگاه s' دارند و در ایستگاه s پیاده می‌شوند. این مقدار مستقل از زمان فرض شده است.

st_{is}: متوسط زمان توقف خط i در ایستگاه s. این زمان در پایانه انتهای هر خط برابر حداقل زمان استراحت مجاز برای رانندگان در نظر گرفته شده است.

got_{ijs}: متوسط زمان پیاده شدن مسافرین خط i که قصد استفاده از خط j را از طریق ایستگاه s دارند. بدلیل حجم متفاوت مسافرین خروجی در ایستگاه‌های مختلف، متوسط زمان پیاده شدن در هر ایستگاه متغیر خواهد بود.

$wt_{ss'}$: متوسط مدت زمانی که طول می‌کشد تا مسافرین از ایستگاه s به ایستگاه s' بروند.

$r^{\min}$: حداقل زمان استراحت مورد نیاز یک راننده

$r^{\max}$: حداکثر زمان استراحت مورد نیاز یک راننده

st_{is}: متوسط زمان توقف خط i در ایستگاه s. این زمان در پایانه شروع و پایان هر خط برابر حداقل زمان استراحت مجاز برای رانندگان در نظر گرفته شده است.

$h^{\min}$: حداقل فاصله زمانی مجاز بین حرکت دو اتوبوس متوالی در هر ایستگاه

b_{is}: این پارامتر به صورت $\max(h^{\min}, st_{is})$ محاسبه می‌شود که به واسطه آن شاهد وجود دو اتوبوس از یک خط در ایستگاه‌های انتقالی نخواهیم بود.

$h^{\max}$: حداکثر فاصله زمانی مجاز بین حرکت دو اتوبوس متوالی در هر ایستگاه

$d_{is}^{\min}$: حداقل مدت زمان سفر اتوبوس خط i به ایستگاه S از ایستگاه قبلی

$d_{is}^{\max}$: حداکثر مدت زمان سفر اتوبوس خط i به ایستگاه S از ایستگاه قبلی. مقدار $d_{i(ns_i+2)}^{\max}$ در مدل اول و مسیر رفت مدل دوم، برابر $d_{i(ns_i+2)}^{\min}+h^{\max}-r^{\min}$ و مقدار $d_{i(1)}^{\max}$ در مسیر برگشت مدل دوم، برابر $d_{i(1)}^{\min}+h^{\max}-r^{\min}$ لحاظ شده تا زمان حرکت اتوبوس اول از پایانه انتهایی خط نیز مطابق سیاست تعیین شده باشد. با این کار تعداد محدودیت‌های مربوط به زمان سفر کاهش می‌یابد.

C_s: ظرفیت ایستگاه s

M: یک عدد بزرگ و ε یک عدد بسیار کوچک می‌باشد.

شرح متغیرهای مورد استفاده در مدل به صورت ذیل است:

$W_{iajss'}$: مدت زمان انتظار مسافرین اتوبوس aام خط i که قصد استفاده از خط j را از طریق ایستگاه s' دارند و در ایستگاه s پیاده می‌شوند.

AT_{ias}: زمان رسیدن اتوبوس aام خط i به ایستگاه s

m_{iajbs}: متغیر صفر و یک است که در صورت یک شدن، نشان می‌دهد اتوبوس bام خط j، مسافرین اتوبوس aام خط i را در ایستگاه s سرویس‌دهی می‌کند.

y_{iajbs}: متغیری نامنفی است که دو مقدار صفر و AT_{jbs} را به خود می‌گیرد. در صورتیکه اتوبوس bام خط j اتوبوس aام خط i را سرویس‌دهی کند، y_{iajbs} مقدار AT_{jbs} و در غیر این صورت، مقدار صفر را می‌گیرد.

x^1_{iajbs}: متغیر صفر و یک است که در صورت یک شدن نشان می‌دهد اتوبوس aام خط i و اتوبوس bام خط j در ایستگاه s حضور دارند.

x^2_{iajbs}: متغیر صفر و یک است که در صورت یک شدن نشان می‌دهد اتوبوس bام خط j قبل از رسیدن اتوبوس aام خط i به ایستگاه s، این ایستگاه را ترک کرده است.

مدل مسئله با فرض حرکت تمامی اتوبوس‌های یک خط از پایانه ابتدایی آن، به قرار زیر است:

$$\min \quad \sum_{\forall(i,j,s,s')\in C} \sum_{a=1}^{n_i} p_{ijss'} \times w_{iajss'}$$

st :

$$w_{iajss'} \geq \sum_{b=1}^{n_j+1} y_{iajbs'} - AT_{ias} - got_{ijs'} - wt_{ss'} \qquad \forall(i,j,s,s') \in C \quad 1 \leq a \leq n_i \qquad (1)$$

$$\sum_{b=1}^{n_j+1} y_{iajbs'} + st_{js'} - AT_{ias} - got_{ijs'} - wt_{ss'} \geq 0 \qquad \forall(i,j,s,s') \in C \quad 1 \leq a \leq n_i \qquad (2)$$

$$\sum_{b=1}^{n_j+1} m_{iajbs} = 1 \qquad \forall(i,j,s) \in C^1 \quad 1 \leq a \leq n_i \qquad (3)$$

$$y_{iajbs} \leq AT_{jbs} \qquad \forall(i,j,s) \in C^1 \quad 1 \leq a \leq n_i \quad 1 \leq b \leq n_j + 1 \qquad (4)$$

$$y_{iajbs} \geq AT_{jbs} - M(1 - m_{iajbs}) \qquad \forall(i,j,s) \in C^1 \quad 1 \leq a \leq n_i \quad 1 \leq b \leq n_j + 1 \qquad (5)$$

$$y_{iajbs} \leq M m_{iajbs} \qquad \forall(i,j,s) \in C^1 \quad 1 \leq a \leq n_i \quad 1 \leq b \leq n_j + 1 \qquad (6)$$

$$d_{is}^{\min} \leq AT_{i1s} \leq d_{is}^{\min} + h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad s = ST_i(1) \qquad (7)$$

$$d_{is}^{\min} + r^{\min} \leq AT_{i(a+nb_i)s} - AT_{ias'} \qquad \forall i \in L \quad 1 \leq a \leq n_i - nb_i \quad s = ST_i(1) \quad s' = ST_i(|ST_i|) \qquad (8)$$

$$b_{is} \leq AT_{i(a+1)s} - AT_{ias} \leq h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad 1 \leq a \leq n_i - 1 \quad s = ST_i(v) \quad v = 1,\ldots,|ST_i| \qquad (9)$$

$$d_{is}^{\min} + st_{is'} \leq AT_{ias} - AT_{ias'} \leq d_{is}^{\max} + st_{is'} \qquad \forall i \in L \quad 1 \leq a \leq n_i \quad s = ST_i(v+1) \quad s' = ST_i(v) \quad v = 1,\ldots,|ST_i| \qquad (10)$$

$$AT_{i(n_i+1)s} = M \qquad s \in ST(i)$$

$$AT_{jbs} - AT_{ias} \leq st_{is} + M(1 - x^1_{iajbs}) \qquad \forall i \in L \quad \forall s \in ST_i \quad \forall j \neq i \in L(s) \quad 1 \leq a \leq n_i \quad 1 \leq b \leq n_j \qquad (11)$$

$$AT_{jbs} - AT_{ias} \geq -st_{js} - M(1 - x^1_{iajbs}) \qquad \forall i \in L \quad \forall s \in ST_i \quad \forall j \neq i \in L(s) \quad 1 \leq a \leq n_i \quad 1 \leq b \leq n_j \qquad (12)$$

$$AT_{jbs} - AT_{ias} \leq -st_{js} - \varepsilon + M(1 - x^2_{iajbs}) \qquad \forall i \in L \quad \forall s \in ST_i \quad \forall j \neq i \in L(s) \quad 1 \leq a \leq n_i \quad 1 \leq b \leq n_j \qquad (13)$$

$$AT_{jbs} - AT_{ias} \geq st_{is} + \varepsilon - M(x^1_{iajbs} + x^2_{iajbs}) \qquad \forall i \in L \quad \forall s \in ST_i \quad \forall j \neq i \in L(s) \quad 1 \leq a \leq n_i \quad 1 \leq b \leq n_j \qquad (14)$$

$$\sum_{\forall j \in L(s), j \neq i} \sum_{b=1}^{n_j} x^1_{iajbs} \leq C_s - 1 \qquad \forall i \in L \quad \forall s \in ST_i \quad 1 \leq a \leq n_i \qquad (15)$$

(16)

$$x^1_{iajbs}, x^2_{iajbs}, m_{iajbs} = \{0,1\}$$

$$w_{iajss'}, y_{iajbs} \geq 0 \;\; \& \;\; AT_{ias} \; integer$$

محدودیت (۱) کل زمان انتظار را محاسبه می‌کند. محدودیت‌های (۲) تا (۶) مشخص می‌کنند که چه اتوبوس‌هایی برای داشتن حداقل زمان انتظار باید با هم هماهنگ شوند. محدویت (۷) زمان رسیدن اولین اتوبوس خط i به ایستگاه انتقالی بعد از پایانه ابتدایی خط i را نشان می‌دهد که باید در بازه مشخص شده قرار گیرد. در محدودیت (۸) حداقل زمان استراحت رانندگان بعد از رسیدن به پایانه انتهایی مسیرشان لحاظ شده است. بدلیل لحاظ شدن حداکثر فاصله زمانی دو اتوبوس متوالی در

محدودیت (۹)، نیازی به محدود کردن حداکثر زمان استراحت نداریم. برای ایجاد هماهنگی بیشتر، مدت زمان سفر اتوبوس‌های هر خط بین دو ایستگاه انتقالی متوالی، متغیر فرض شده که در محدویت (۱۰) براساس حداقل و حداکثر سرعت مجاز اتوبوس‌ها تحت کنترل قرار می‌گیرد. در سیکل‌های آخر امکان عدم هماهنگی بین اتوبوس‌های خطوط مختلف وجود دارد. محدودیت (۱۱) لحاظ شده تا از نشدنی شدن مسئله جلوگیری کند. محدودیت‌های (۱۲) تا (۱۵) نیز به واسطه محدودیت ظرفیت ایستگاه‌های انتقالی وارد شده‌اند.

مدل دوم با فرض حرکت اتوبوس‌های یک خط از هر دو پایانه، به قرار زیر است که به دلیل یکسان بودن تابع هدف و برخی از محدودیت‌ها، از تکرار مجدد آن‌ها خودداری شده است (علامت [ ] جز صحیح می‌باشد):

st :

(1)−(7)

$$d_{is}^{\min} \le AT_{i(1+\frac{nb_i}{2})s} \le d_{is}^{\min} + h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad s = ST_i(ns_i + 2) \qquad (۸')$$

$$d_{is}^{\min} + r^{\min} \le AT_{ias} - AT_{i(a-nb_i)s'} \qquad \forall i \in L \quad 1+k \le a \le \min(k + \frac{nb_i}{2}, n_i) \qquad (۹')$$

$$k = \{nb_i, 2nb_i, \ldots, \left[\frac{n_i}{nb_i}\right] \times nb_i\} \quad s = ST_i(1) \quad s' = ST_i(|ST_i|)$$

$$d_{is}^{\min} + r^{\min} \le AT_{ias} - AT_{i(a-nb_i)s'} \qquad \forall i \in L \quad 1+\frac{nb_i}{2} + k \le a \le \min(k + nb_i, n_i) \qquad (۱۰')$$

$$k = \{nb_i, 2nb_i, \ldots, \left[\frac{n_i}{nb_i}\right] \times nb_i\}$$

$$s = ST_i(ns_i + 2) \quad s' = ST_i(ns_i + 1)$$

$$d_{is}^{\min} + st_{is'} \le AT_{ias} - AT_{ias'} \le d_{is}^{\max} + st_{is'} \qquad \forall i \in L \quad 1+k \le a \le \min(k + \frac{nb_i}{2}, n_i) \qquad (۱۱')$$

$$k = \{0, nb_i, \ldots, \left[\frac{n_i}{nb_i}\right] \times nb_i\}$$

$$s = ST_i(v+1) \quad s' = ST_i(v) \quad v = 1, \ldots, |ST_i| - 1$$

$$d_{is}^{\min} + st_{is'} \le AT_{ias} - AT_{ias'} \le d_{is}^{\max} + st_{is'} \qquad \forall i \in L \quad 1+\frac{nb_i}{2} + k \le a \le \min(k + nb_i, n_i) \qquad (۱۲')$$

$$k = \{0, nb_i, \ldots, \left[\frac{n_i}{nb_i}\right] \times nb_i\}$$

$$(s, s') \in \{(v+1, v) \cup (1, |ST_i|) \mid \quad v = 1, \ldots, |ST_i| - 1 \quad \& v \ne (ns_i + 1)\}$$

$$b_{is} \le AT_{i(a+1)s} - AT_{ias} \le h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad 1+k \le a \le \min(k + \frac{nb_i}{2}, n_i) - 1 \qquad (۱۳')$$

$$k = \{0, \frac{nb_i}{2}, \ldots, \left[\frac{2n_i}{nb_i}\right] \times \frac{nb_i}{2}\} \quad s = ST_i(v) \quad v = 1, \ldots, |ST_i|$$

$$b_{is} \le AT_{i(a-nb_i+1)s} - AT_{ias} \le h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad a = \{nb_i, 2nb_i, \ldots, \left[\frac{n_i}{nb_i}\right] \times nb_i\} \qquad (۱۴')$$

$$s \in \{ST_i(v) \mid v = ns_i + 2, \ldots, |ST_i|\}$$

$$b_{is} \le AT_{i(a+1)s} - AT_{ias} \le h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad a = \{nb_i, 2nb_i, \ldots, \left[\frac{n_i - \varepsilon}{nb_i}\right] \times nb_i\} \qquad (۱۵')$$
$$s \in \{ST_i(v) \mid v = 1, \ldots, ns_i + 1\}$$

$$b_{is} \le AT_{i(a+1)s} - AT_{ias} \le h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad a = \{\frac{nb_i}{2}, \frac{3nb_i}{2}, \ldots \mid a \le n_i - 1\} \qquad (۱۶')$$
$$s \in \{ST_i(v) \mid v = 1, \ldots, ns_i + 1\}$$

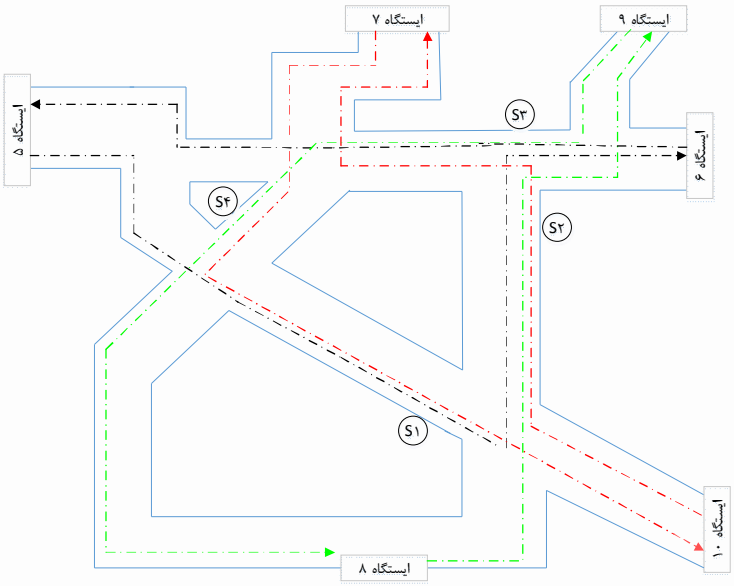
$$b_{is} \le AT_{i(a+1+nb_i)s} - AT_{ias} \le h^{\max} \qquad \forall i \in L \quad a = \{\frac{nb_i}{2}, \frac{3nb_i}{2}, \ldots \mid a \le n_i - nb_i - 1\} \qquad (۱۷')$$
$$s \in \{ST_i(v) \mid v = ns_i + 2, \ldots, \mid ST_i \mid\}$$

(11) – (16)

در مدل شماره دو، محدویت (۸') زمان رسیدن اولین اتوبوس خط i به ایستگاه انتقالی بعد از پایانه انتهایی خط i را نشان می‌دهد که باید در بازه مشخص شده قرار گیرد. در محدودیت‌های (۹') و (۱۰') حداقل زمان استراحت رانندگان بعد از رسیدن به پایانه ابتدایی و انتهایی لحاظ شده است. در محدویت‌های (۱۱') و (۱۲') حداقل و حداکثر مدت زمان سفر اتوبوس‌های هر خط بین دو ایستگاه انتقالی متوالی موجود در مسیرشان، لحاظ شده است. محدودیت حداکثر فاصله زمانی دو اتوبوس متوالی در مسیر رفت و برگشت، در محدودیت‌های (۱۳') تا (۱۷') آورده شده است.

۳- مطالعه موردی

به منظور نشان دادن مفاهیم فرضیات ارائه شده و مقایسه کارائی دو مدل، شبکه شکل ۱ مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعه قصد زمان‌بندی و هماهنگی خطوط موجود را در یک سیکل کاری داریم.



شکل ۱: شبکه مورد بررسی

در این شبکه فرض شده ۳ خط و ۴ ایستگاه انتقالی و ۶ پایانه وجود دارد. هر خط دو پایانه جداگانه دارد که جهت پیکان مسیر رفت و برگشت آن خط را نشان می‌دهد. متوسط زمان توقف هر اتوبوس در ایستگاه‌ها معادل ۱ دقیقه، زمان مورد نیاز مسافر جهت پیاده شدن برابر ۰/۵ دقیقه، حداقل و حداکثر فاصله زمانی بین دو اتوبوس در هر ایستگاه ۵ و ۱۰ دقیقه، حداقل زمان استراحت رانندگان ۵ دقیقه، ساعت شروع کار ۶ صبح، تعداد اتوبوس تخصیصی به هر خط برابر ۶ عدد، متوسط زمان زمان سفر مسافرین بین ایستگاه ۲ و ۳، ۲ دقیقه، ظرفیت ایستگاه‌های ۱،۲،۴ برابر ۲ و ظرفیت ایستگاه ۳ برابر ۳ فرض شده است. نحوه انتقال مسافرین که مجموعه (i, j, s, s') را شامل می‌شود، به قرار زیر است:

جدول ۱- *نحوه انتقال مسافرین در شبکه شکل ۱*

حجم مسافرین	انتقالات مسافرین خط ۳ (خط سبز)	حجم مسافرین	انتقالات مسافرین خط ۲ (خط قرمز)	حجم مسافرین	انتقالات مسافرین خط ۱ (خط سیاه)
۳	(3,1,3,3)	۴	(2,1,1,1)	۴	(1,2,1,1)
۵	(3,1,3,2)	۲	(2,1,2,2)	۴	(1,2,2,2)
۳	(3,1,2,2)	۳	(2,1,3,3)	۲	(1,2,3,3)
۳	(3,2,4,4)	۴	(2,3,4,4)	۴	(1,3,2,2)
۲	(3,2,3,3)	۳	(2,3,2,2)	۳	(1,3,3,3)
۴	(3,2,2,2)	۴	(2,3,3,3)	۲	(1,3,3,2)

حداقل و حداکثر زمان سفر به هر ایستگاه نسبت به ایستگاه قبل برای خطوط مختلف به قرار زیر است:

جدول ۱- *حداقل و حداکثر زمان سفر به هر ایستگاه نسبت به ایستگاه قبل*

شماره ایستگاه	خط ۱		خط ۲		خط ۳	
	حداقل مسافت	حداکثر مسافت	حداقل مسافت	حداکثر مسافت	حداقل مسافت	حداکثر مسافت
۱	۱۰	۱۲	۵	۷	...	...
۲	۶	۸	۱۱	۱۶	۱۰	۱۵
۳	۸	۱۳	۳	۵	۱۱	۱۳
۴	...	...	۱۰	۱۲	۵	۷
۵	۱۶	۱۸	...	...	...	...
۶	۶	۸	...	...	...	...
۷	...	...	۶	۸	...	...
۸	...	...	...	...	۱۱	۱۳
۹	...	...	...	...	۱۰	۱۲
۱۰	...	...	۱۰	۱۳	...	...

زمان‌بندی حاصل از اجرای دو مدل بر روی شبکه شکل *۱* به قرار زیر است:

جدول ۳- *نتایج اجرای مدل اول بر روی شکل ۱*

ایستگاه ۱		ایستگاه ۲			ایستگاه ۳			ایستگاه ۴	
خط ۱	خط ۲	خط ۱	خط ۲	خط ۳	خط ۱	خط ۲	خط ۳	خط ۲	خط ۳
6:20	6:20	6:29	6:49	6:55	6:53	6:53	6:18	6:14	6:24
6:30	6:30	6:39	6:59	7:05	7:03	7:03	6:28	6:23	6:34
6:40	6:40	6:49	7:09	7:14	7:13	7:13	6:38	6:33	6:44
6:50	6:50	6:59	7:17	7:19	7:23	7:23	6:46	6:43	6:52
7:00	7:00	7:09	7:27	7:27	7:33	7:33	6:53	6:53	7:00
7:10	7:10	7:19	7:37	7:37	7:43	7:43	7:03	7:03	7:09

ایستگاه ۵	ایستگاه ۶	ایستگاه ۷	ایستگاه ۸	ایستگاه ۹	ایستگاه ۱۰
خط ۱		خط ۲		خط ۳	
7:12	6:38	7:02	6:33	6:36	7:06
7:22	6:48	7:11	6:41	6:46	7:16
7:31	6:58	7:20	6:51	6:56	7:25
7:41	7:08	7:30	7:01	7:04	7:30
7:50	7:18	7:40	7:11	7:12	7:38
8:00	7:26	7:50	7:21	7:22	7:48

جدول2 - *نتایج اجرای مدل دوم بر روی شکل ۱*

ایستگاه ۱		ایستگاه ۲			ایستگاه ۳			ایستگاه ۴	
خط ۱	خط ۲	خط ۱	خط ۲	خط ۳	خط ۱	خط ۲	خط ۳	خط ۲	خط ۳
6:20	6:20	6:27	6:17	6:20	6:17	6:21	6:17	6:14	6:23
6:29	6:29	6:37	6:27	6:30	6:27	6:31	6:27	6:23	6:33
6:39	6:39	6:47	6:37	6:40	6:37	6:41	6:37	6:33	6:43
6:49	6:49	6:56	6:47	6:50	6:47	6:51	6:47	6:43	6:53
6:59	6:59	7:06	6:56	7:00	6:57	7:01	6:57	6:53	7:03
7:09	7:09	7:16	6:06	7:10	7:07	7:11	7:07	7:03	7:13

ایستگاه ۵	ایستگاه ۶	ایستگاه ۷	ایستگاه ۸	ایستگاه ۹	ایستگاه ۱۰
خط ۱		خط ۲		خط ۳	
6:34	6:34	6:28	6:31	6:35	6:31
6:44	6:44	6:38	6:40	6:45	6:41
6:54	6:54	6:48	6:50	6:55	6:51
7:04	7:0۴	6:58	7:00	7:05	7:01
7:14	7:13	7:08	7:10	7:15	7:11
7:24	7:23	7:18	7:20	7:25	7:21

کل زمان انتظار مسافرین در مدل اول ۲۰۵۶ دقیقه و در مدل دوم ۱۹۷۹/۵ دقیقه شده است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مطالعه سعی شد تا مدلی به منظور هماهنگی بیشتر خطوط مختلف در راستای کاهش زمان انتظار مسافرین ارائه شود تا به واسطه آن بتوان سطح رضایت مسافرین را افزایش داده و آن‌ها به استفاده از این وسیله همگانی ترغیب کرد. در این راستا دو مدل براساس سیاست‌های اجرایی متفاوت ارائه شد و از طریق مطالعه موردی، مورد قیاس قرار گرفتند. در این نتایج نشان داده شد که به دلیل سرویس‌دهی همزمان دو مسیر رفت و برگشت در هر خط، زمان انتظار کمتری را در اجرای مدل دوم خواهیم داشت. این مدل قابلیت حل مسائل با سایز متوسط را دارد لذا ارائه روش حل ابتکاری به منظور حل مسائل دنیای واقعی، به عنوان پیشنهادی در راستای ادامه این مطالعه مدنظر خواهد بود.

مراجع

[1] B. Yu, Z. Z. Yang and P. H. Jin, "Transit route network design-maximizing direct and transfer demand density," *Transportation Research Part C,* pp. 22: 58-75, 2012.

[2] D. R. Poetrantoa and H. W. Hamacher, "Stop Location Design in Public Transportation Networks: Covering and Accessibility objectives," *springer,* pp. 17: 335-346, 2009.

[3] A. Ceder, J. N. Prashker and J. I. Stern, "An algorithm to evaluate public transportation stops for minimizing passenger walking distance," *Applied Mathematical Modelling,* pp. 17:19-24, 1983.

[4] C. E. Mandel, "Evaluation and optimization of urban public transportation network," *European Journal of Operational Research ,* pp. 5: 396-404, 1979.

[5] L. Fan and C. Mumford, "A Metaheuristic Approach to the Urban Transit routing problem," *springer,* pp. 16: 353-372, 2010.

[6] M. Nikolic and D. Teodorovic, "Transit network design by Bee Colony optimization," *Expert systems with Applications,* pp. 40: 5945-5955, 2013.

[7] P. Chakroborty and T. Wivedi, "Optimal route network design for transit systems using genetic algorithms," *Engineering Optimization 34,* pp. 83-100, 2002.

[8] F. A. Kidwai, "Optimal design of bus transit network: A genetic algorithm based approach," Indian Institute of Technology, Kanpur, 1998.

[9] M. H. Baaj and H. S. Mahmassani, "An AI-based approach for transit route system planning and design," *joumal of Advanced Transportation,* pp. 25: 187-210, 1991.

[10] B. Yu, Z. Yang, X. Sun, B. Yao, Q. Zeng and E. Jeppesen, "Parallel genetic algorithm in bus route headway optimization," *Applied Soft Computing,* pp. 11: 5081-5091, 2011.

[11] A. Ceder, B. Golany and O. Tal, "Creating bus timetables with maximal synchronization," *Transportaion part A,* pp. 913-928, 2001.

[12] Y. Shafahi and A. Khani, "A practical model for transfer optimization

in a transit network: Model formulations and solutions," *Transportation Research Part A ,* pp. 44: 377-389, 2010.

[13] A. Wren and J. M. Rousseau, "Bus Driver Scheduling - An Overview," *Computer-Aided Transit Scheduling Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems,* pp. 430: 173-187, 1995.

[14] A. Haghani and Y. Shafahi, "Bus maintenance systems and maintenance scheduling: model formulations and solutions," *Transportation Research Part A,* p. 36: 453–482, 2002.

Urban bus scheduling for minimizing passenger's transfer waiting time

Farzaneh Nasirian, Mohammad Ranjbar
1- M.Sc. student, Industrial Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
2- Associate Professor, Industrial Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract
The importance of public transportations due to their effects on human's life is not covered to anyone. By population growth, the significance of issue will be raised so service quality for inducing people to use public transportations is necessary. Whereas the majority of public transportation system in developing country is related to urban bus fleets, effective scheduling of urban buses could modify part of social, economic and environmental problems. The purpose of this paper is to scheduling of urban bus fleets such that total transfer waiting time is minimized and this is not going to happen until the synchronization of different lines increased. For modeling the problem some real condition such as driver resting time and stations capacity is taken into account. We presented two models that each model is formulated as a mixed integer programing model. The efficiency of each models is evaluated through an example.