محاسبه‌ی ثابت پیوندی با استفاده از توزیع واریانس

صالح مقدم، ریحانه[۱]؛ زمردیان، محمد ابراهیم[۱]

[۱] گروه فیزیک دانشکده علوم پایه دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی، مشهد

چکیده

در این مقاله با استفاده از میانگین متغیرهای شکل رویداد، به بررسی مدل NLO و مدل تابع شکل در دو ناحیه‌ی اختلالی و ناحیه‌ی غیراختلالی می‌پردازیم. سپس با برازش توزیع واریانس حاصل از این متغیرها بر روی داده‌های مونت کارلو، مقادیر ثابت پیوندی در ناحیه‌ی اختلالی و همچنین پارامتر غیراختلالی را برای تمامی متغیرها به‌دست می‌آوریم. مقدار میانگین ثابت پیوندی حاصل از این متغیرها و میانگین پارامتر غیراختلالی عبارتند از:

$\alpha_S(M_{Z^0}) = ۰/۱۳۴۹۵ \pm ۰/۰۰۷۵۱$, $\lambda_1(GeV) = ۱/۳۷۱۰ \pm ۰/۰۸۵۳۳$

این نتایج با پیش بینی‌های QCD مطابقت دارند.

The calculation of coupling constant by using the variance distribution

Saleh Moghaddam, Reihaneh[1]; Zomorrodian, Mohammad Ebrahim[1]

[1] *Department of Physics, faculty of sciences, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad*

Abstract

We study the NLO model as well as the shape function model in the two regions of perturbative and non-perturbative theory. By fitting the variance distribution with the Monte Carlo data using the event shape variables, we can calculate both the strong coupling constant and the non- perturbative parameter. The mean value for the strong coupling constant: $\alpha_S(M_{Z^0}) = 0.13495 \pm 0.00751$ *and the mean value for the non-perturbative:* $\lambda_1(GeV) = 1.371 \pm 0.08533$. *our results are consistent with the QCD predictions.*

PACS No. 12.38.Bx; 12.38.Lg

مقدمه

در بررسی نابودی الکترون-پوزیترون روش‌های گوناگونی وجود دارند،از آن جمله می‌توان به مدل پراکندگی[۱] [۱]، مدل تابع شکل[۲] و همچنین به تقریب SDG[۳] اشاره کرد [۲]. در این مقاله ثابت پیوندی را با استفاده از توزیع واریانس بر روی مقادیر به دست آمده از مدل تابع شکل محاسبه می‌کنیم. این مدل بر پایه‌ی میانگین‌گیری از متغیرهای شکل رویداد بنا شده است. در این مدل، محاسبات ما به دو بخش اختلالی و غیر اختلالی تقسیم می‌شوند.

ابتدا تعریفی مختصر از متغیرهای شکل رویداد ارائه می‌کنیم. سپس مدل تابع شکل را توضیح می‌دهیم. در نهایت نیز به بررسی واریانس بر روی این مدل می‌پردازیم.

متغیرهای شکل رویداد

متغیرهای شکل رویداد حالت‌های فیزیکی ذرات تولید شده در نابودی الکترون-پوزیترون راتوصیف می‌کنند.

از میان متغیرهای شکل رویداد می‌توان به چهار متغیر تراست، جرم جت سنگین، پهنای جت بیشینه و پهنای جت کل اشاره نمود. اکنون این متغیرها را به اختصار توضیح می‌دهیم.

الف) تراست: محور تراست، محوری در امتداد برآیند بیشینه‌ی مؤلفه‌ی طولی ذرات نسبت به برآیند تکانه‌ی تمامی ذرات تعریف می‌شود.

---

[۱] Dispersive model

[۲] Shape Function model

[۳] Single Dressed Gluon approximation

متغیر تراست عبارتست از [۳]:

$$T = max\left(\frac{\sum_i|\vec{p_i}.\vec{n}|}{\sum_i|\vec{p_i}|}\right) \quad (۱)$$

هرگاه ذرّات در یک راستا قرار داشته باشند، مقدار تراست برابر با یک است و رویداد دوجتی ایجاد می‌شود. هر چه تعداد جت‌ها در یک رویداد افزایش یابد، مقدار این کمیّت کمتر می‌شود و به سمت ۰/۵ میل خواهد کرد.

ب) جرم جت سنگین: اگر عمود بر این محور را در نظر گرفته و آن را به دو نیمکره تقسیم کنیم، با استفاده از چار تکانه‌ی مربوط به ذرّات می‌توان جرم هر نیمکره را بدست آورد. جرم نیمکره سنگین‌تر تقسیم بر مجذور انرژی مرکز جرم، جرم جت سنگین بهنجارشده را می‌دهد.

$$\rho = \frac{M_H^2}{Q^2} \quad (۲)$$

ج) پهنای جت: به منظور تعریف دو متغیر دیگر شکل رویداد، یعنی پهن شدگی کل رویداد (B_T) و پهن شدگی بیشینه(B_W)، پارامتر B_k را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$B_k = \left(\frac{\sum_{i\in H_k}|\vec{p_i}\times\vec{n_T}|}{2\sum_i|\vec{p_i}|}\right) \quad (۳)$$

بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$B_T = B_1 + B_2 \quad (۴)$$

$$B_W = max(B_1, B_2) \quad (۵)$$

با استفاده از این تعاریف، نمودارهای میانگین واریانس بر روی این متغیرها را بر حسب انرژی مرکز جرم بدست می‌آوریم. در قسمت بعد به توضیح مدل تابع شکل می‌پردازیم.

مدل تابع شکل

همانطور که در مقدمه ذکر گردید، این مدل بر پایه‌ی میانگین-گیری بر روی متغیرهای شکل رویداد استوار است.این مدل به دو بخش تقسیم می‌شود: ناحیه‌ی‌اختلالی و ناحیه‌ی غیراختلالی. مقدار میانگین متغیرهای شکل‌رویداد از مجموع میانگین متغیرها در این دو ناحیه تشکیل‌شده است.در نتیجه برای میانگین متغیرهای شکل رویداد $\langle y\rangle$ خواهیم داشت:

$$\langle y\rangle = \frac{1}{\sigma_{tot}}\int y\frac{dy}{d\sigma}d\sigma = < y >_{PT} + \lambda_p/Q^P \quad (۶)$$

در این فرمول ناحیه‌ی اختلالی بدین صورت

$$< y >_{PT} = \int dy\, y\, \frac{d\sigma_{PT}}{dy} \quad (۷)$$

$$= \bar{A}_F\left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right) + \left(\bar{B}_F + \bar{A}_F\beta_0\log\left(\frac{\mu^2}{E_{cm}^2}\right)\right)\left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right)^2$$

تعریف می‌شود، که در آن داریم:

$$\bar{A}_F = A_F, \qquad \bar{B}_F = B_F - \left(\frac{3}{2}\right)C_F\,A_F \quad (۸)$$

$$\beta_0 = (33 - 2N_F)/12\pi, \quad Q/2 \leq \mu \leq 2Q \quad (۹)$$

$$C_A = 3\,, \quad C_F = {}^{(N^2-1)}/_{2N} = {}^{4}/_{3} \quad (۱۰)$$

ضرایب A_F و B_F در مرجع [٤] آمده‌اند.

همچنین برای ناحیه‌ی غیراختلالی تصحیحات توانی در مقیاس λ_p (P مرتبه تصحیح است) نسبت به توانی از p انرژی مرکز جرم در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن تصحیحات توانی و استفاده از بسط جملات غیراختلالی می‌توان جملات متوالی بعدی را به دست آورد.

$$\langle y^n\rangle = \int_0^\infty d\varepsilon\, y^n\, f(y;\mu), \quad (۱۱)$$

$$< y >= \lambda_1\,, \; < y >^2 - \langle y^2\rangle = \lambda_2\,, \; \ldots \quad (۱۲)$$

بدین ترتیب برای مرتبه‌ی اوّل و دوم تراست خواهیم داشت:

$$\langle(1-T)^1\rangle = < (1-T)^1 >_{PT} + {}^{\lambda_1}/_{Q} \quad (۱۳)$$

$$\langle(1-T)^2\rangle = < (1-T)^2 >_{PT} + 2\frac{\lambda_1}{Q} < (1-T)^1 >_{PT} + {}^{\lambda_2}/_{Q^2} \quad (۱٤)$$

بسط بقیه‌ی متغیرهای شکل رویداد نیز با روشی مشابه به دست می‌آیند. در بخش بعد با توضیحی درباره‌ی واریانس، مقدار میانگین واریانس متغیرها را بدست می‌آوریم. سپس با برازش توزیع واریانس بر روی داده‌ها، مقدار ثابت پیوندی در ناحیه‌ی اختلالی $\alpha_s(M_{Z^0})$ و پارامتر غیراختلالی λ_1 را بدست می‌آوریم.

واریانس

واریانس در واقع مقدار عددی است که نشان‌دهنده‌ی نحوه‌ی پراکندگی داده‌ها اطراف مقدار میانگین آن داده‌ها می‌باشد. برای به‌دست آوردن واریانس باید ابتدا اختلاف مجذور مقدار اندازه-گیری شده را از مقدار مجذور اندازه‌گیری محاسبه نمود. فرمول واریانس بدین صورت است [۲]:

$$Var(y) = \langle y^2\rangle - \langle y\rangle^2 \quad (۱۵)$$

می‌توان با استفاده از این رابطه، واریانس متغیرهای شکل رویداد را در سطح هادرونی به‌دست آورد.

ساده‌ترین پیش‌بینی برای واریانس متغیرها در سطح هادرونی عبارت است از:

$$Var(y) = \langle y^2 \rangle_{NLO} - \langle y \rangle^2_{NLO} \qquad (۱۶)$$

این رابطه نشان می‌دهد که در ساده‌ترین حالت، واریانس تنها ناحیه‌ی اختلالی را شامل می‌شود. اگر این رابطه ناحیه‌ی غیراختلالی را نیز در برگیرد، می‌توان گفت که واریانس را برای مدل تابع شکل تعمیم داده‌ایم.

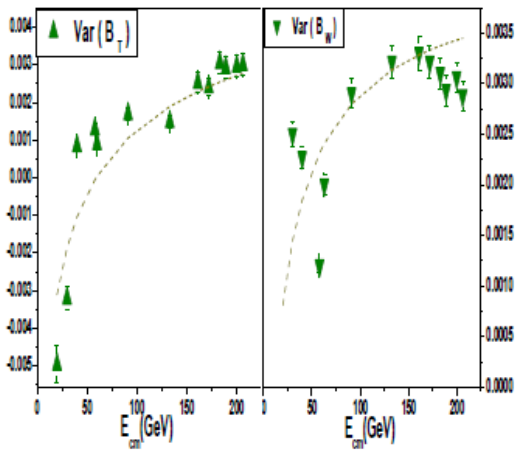
$$Var(y) = \langle (y)^2 \rangle_{total} - \langle y \rangle^2_{total} \qquad (۱۷)$$

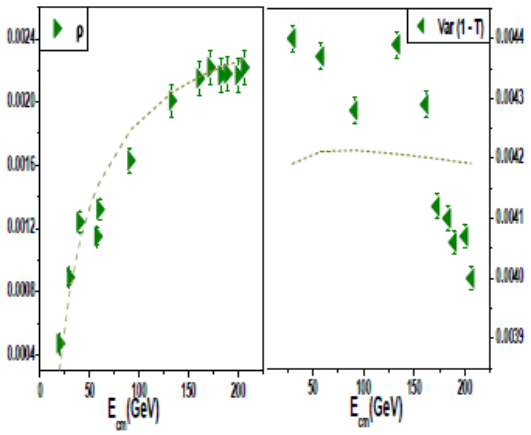
رابطه‌ی (۱۷) علاوه بر ناحیه‌ی اختلالی، شامل‌ناحیه‌ی غیراختلالی نیز می‌باشد.

نتایج فیزیکی

در این بخش، نمودارهای مربوط به واریانس میانگین متغیرهای شکل رویداد را رسم می‌کنیم. سپس با استفاده از برازش بر روی این منحنی‌ها و رابطه‌های (۶و۷)، مقدار ثابت پیوندی و پارامتر غیراختلالی را برای متغیرها به دست می‌آوریم.

شکل۱، نمودار واریانس چهار متغیر را برحسب انرژی مرکز جرم نشان می‌دهد، که تنها ناحیه‌ی اختلالی (NLO) را شامل می‌شود.





شکل۱ : نمودار توزیع واریانس متغیرهای شکل رویداد در مدلNLO

در شکل ۱، مقادیر میانگین برای متغیرهای B_T ،B_W ،ρ یک روند صعودی را با افزایش انرژی از خود نشان می‌دهند. از طرف دیگر برخلاف متغیرهای فوق ، متغیر $1\text{-}T$ یک روند نزولی را نشان می‌دهد، به گونه‌ای که منحنی T با بقیه‌ی نمودارها سازگار خواهد بود. لازم به ذکر است که در محاسبات QCD از متغیر $1\text{-}T$ استفاده شده است.

با برازش بر روی این نمودارها، می‌توان مقادیر ثابت پیوندی را برای چهار متغیر شکل رویداد به‌دست‌آورد.

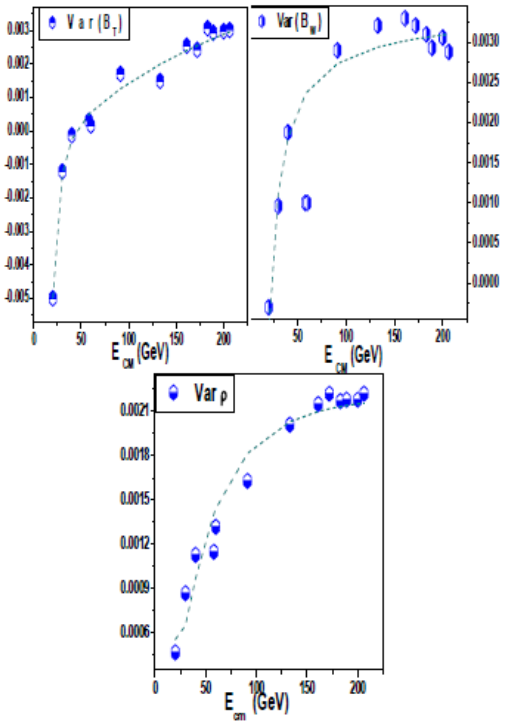
جدول۱ : مقادیر ثابت پیوندی حاصل از NLO

متغیرهای شکل رویداد	$\alpha_S(M_{Z^0})$
B_W	۰/۱۲۶۲۹±۰/۰۰۶۳۸
B_T	۰/۱۳۳۵۵± ۰/۰۰۲۸
ρ	۰/۱۶۹۸۷±۰/۰۰۱۳۱
1-T	۰/۱۰۱۳۴±۰/۰۰۱۰۵

مقدار میانگین $\alpha_S(M_{Z^0})$در ناحیه‌ی اختلالی NLO برابر است با:

$\alpha_S(M_{Z^0}) = ۰/۱۳۲۷۶ \pm ۰/۰۰۲۸۸$

اکنون با استفاده از مدل تابع شکل، نیز ثابت پیوندی را به‌دست می آوریم. همچنین می‌توان پارامتر غیراختلالی را با برازش توزیع واریانس بر روی نمودارهای مربوطه (شکل۲) به‌دست آورد.



شکل۲ : نمودار توزیع واریانس متغیرها در مدل تابع شکل

با برازش مدل تابع شکل بر روی داده‌ها مقادیر زیر می‌آیند.

جدول۲ : مقادیر ثابت پیوندی حاصل از مدل تابع شکل

متغیرهای شکل رویداد	$\alpha_S(M_{Z^0})$
1-T	۰/۱۲۴۱±۰/۰۰۰۸
ρ	۰/۱۱۷۵±۰/۰۰۱۳۹
B_W	۰/۱۳۹۲±۰/۰۲۱۶
B_T	۰/۱۵۹۰±۰/۰۰۶۲۴

جدول۳ : مقادیر پارامتر غیراختلالی با استفاده از مدل تابع شکل

متغیرهای شکل رویداد	$\lambda_1(GeV)$
1-T	۱/۲۸۸۰۵±۰/۱۳۳۴۶
ρ	۱/۷۹۲±۰/۱۵۵۵۴
B_W	۱/۱۸۲۰۹±۰/۰۲۷۵۲
B_T	۱/۲۲۲۱۹±۰/۰۲۴۸۲

با میانگین‌گیری بر روی تمامی متغیرها، به دست می‌آوریم:

$$\alpha_S(M_{Z^0}) = ۰/۱۳۴۹۵ \pm ۰/۰۰۷۵۱$$
$$\lambda_1(GeV) = ۱/۳۷۱۰ \pm ۰/۰۸۵۳۳$$

ملاحظه می‌شود که نتایج فوق با مقادیر به دست آمده از نظریه‌ی NLO (جدول۱) مطابقت دارند. همچنین چون نتیجه‌ی اخیر ناحیه‌ی غیراختلالی را نیز شامل می‌شود، بنابراین هماهنگی آن با پیش بینی QCD بیشتر است [۵].

نتیجه گیری

در این مقاله، توزیع واریانس را بر روی متغیرهای شکل رویداد حاصل از داده‌های *Monte Carlo* بررسی می‌کنیم. در طی این مطالعات از مدل NLO و مدل تابع شکل استفاده شده است. با برازش واریانس بر روی نمودارهای حاصل از این مدل‌ها، می‌توان ثابت پیوندی را در دو مدل به دست آورد. همچنین با استفاده از مدل تابع شکل پارامتر λ_1 را نیز در ناحیه‌ی غیراختلالی محاسبه می‌کنیم. از مقادیر به دست آمده نتیجه می‌گیریم که این مقادیر با نتایج حاصل از پیش بینی QCD و نتایج دیگر [۳] مطابقت دارند.

مرجع‌ها

[۱] R. Saleh Moghaddam, M. E. Zomorrodian, *Pramana journal of physics*. **81,** 5 775-790 (2013)
[۲] C. Pahl, S. Bethke, O. Biebel, S. Kluth, J. Schieck, *Eur. Phys. J.C* **64**: 533-547 (2009), *Arxiv: hep-ex/0904 0786* (2009)
[۳] R. saleh Moghaddam and M. E. Zomorrodian, *Indian journal of physics*. **87**, 7 687-690 (2013)
[۴] O. Biebel, *phys. Rep*. **340**, 165 (2001)
[۵] N. Brambilla, Y. Sumino and A. Vairo, *Phys. Lett.* B 513 381-390 (2001)