



## تحلیل شاخص خشکسالی SPI برای بارش دراز مدت مشهد با زنجیره مارکف

محبوبه فرزندی<sup>1</sup> حجت رضائی پزند<sup>2</sup> سید حسین ثنائی نژاد<sup>3</sup>

1- کارشناس ارشد هوشناسی کشاورزی، فارغ التحصیل دانشگاه فردوسی مشهد.

2- کارشناس ارشد هیدرولوژی، مربی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد.

3- دکتری هواشناسی فیزیکی، دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد.

[Mhb\\_Farzandi@yahoo.com](mailto:Mhb_Farzandi@yahoo.com)

### چکیده

تعداد 119 سال بارش سالانه ایستگاه مشهد جمع آوری، غربال و ترمیم شد. تحلیل فراوانی داده های بارش، حکایت از برتری قانون احتمالی لگ نرمال دو پارامتری دارد. شاخص SPI برای تعیین سالهای خشک و تر استفاده، احتمال وقوع و دوره بازگشت خشکسالیها در مشهد به روش مارکف همگن مرتبه یک محاسبه شد. ماتریس انتقال با ابعاد 8×8 مشخص و بردار ثابت ماتریس تعیین شد. بردار ثابت محاسبه شده با شاخص SPI هشت طبقه ای حکایت از این دارد که در دراز مدت احتمال وقوع خشکسالیها (54٪) بیشتر از ترسالیها (46٪) است. احتمال وقوع سالهای ملایم تر و خشک 69٪ است.

کلمات کلیدی: بارش مشهد، خشکسالی، زنجیره مارکف، شاخص استاندارد شده بارش، قانون لگ نرمال.

### 1- مقدمه

پیش بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی و مقدار آن در مقیاس روزانه و سالانه در برنامه ریزی و مدیریت منابع آب اهمیت زیادی دارد (Hamlin & Rees, 1987). زنجیره مارکوف برای پیش بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی یکی از مهمترین روشهای موجود است. هر حالت زنجیره مارکف به یک یا چند حالت قبل بستگی دارد و مستقل از سایر حالات است. ولهایزر و رولدان (1985) تقریب اول زنجیر مارکوف را برای پیش بینی وقوع یا عدم وقوع بارندگی، همچنین توزیع نمایی مختلط را برای پیش بینی مقدار باران در 16 ایستگاه داکوتای جنوبی آمریکا استفاده کردند (نقل از فولادمنند، 1385). تعیین مجموعه ای از شاخصهای مناسب و دقیق در ارزیابی خشکسالی اهمیت ویژه ای دارد. می توان شدت، مدت و وسعت خشکسالی را با شاخصهای مناسب کمی و ارزیابی کرد. شاخص استاندارد شده بارش<sup>1</sup> (SPI) یکی از شاخصهای مهم در تحلیل خشکسالی بوده و قابلیت بالای آن در بسیاری از مطالعات نشان داده شده است (بدائق جمالی و همکاران، 1384). این شاخص توسط مک کی و همکاران برای مقیاسهای زمانی مختلف (3، 6، 12، 24 و 48 ماهه) براساس احتمال بارش ارائه شد. انعطاف پذیری اندازه گیری خشکسالی مشخصه اصلی SPI، در مقیاسهای زمانی گوناگون است. زیرا خشکسالیها از لحاظ مدت بسیار گسترده اند. بنابراین تشخیص و پایش آنها با انواع مقیاسهای زمانی مهم است. کمبود بارش در مقیاس زمانی بلندمدت بر آبهای زیرزمینی، جریان رودخانه و منابع آب (خشکسالی هیدرولوژیکی) تأثیرگذار است (McKee et al., 1993). لذا تحلیل خشکسالی برای این موارد ضروری است. محاسبه SPI نیاز به آمار بلندمدت بارندگی دارد، زیرا باید یک قانون احتمالی را بر دادهها برازش داد. طول دوره آماری بلند مدت سبب تقریب بهتر توزیع آماری می شود. پاوولو و پریرا (2007) امکان پیش بینی انتقال را با 67 سال آمار بارش و با زنجیره مارکف همگن و ناهمگن از یک رده خشک به رده های بعدی تا 3 ماه بعد ارائه کردند (Paulo & Pereira, 2007). دستیار و



همکاران (2010) برای یک دوره 31 ساله بارندگی در 4 ایستگاه هندوستان نشان دادند که زنجیره مارکوف مرتبه 3 یا 4 در دوره‌های بازگشت مختلف انطباق خوبی دارد. آن‌ها نتیجه گرفتند که زنجیره مارکف داده‌ها را با دقت زیادی شبیه‌سازی می‌کند (Dastidar et al., 2010). شاهنوشی و همکاران (1388) آمار ایستگاه بارانسنجی گنبد کاووس (دوره آماری 87-1346) را با شاخص استاندارد شده بارش (SPI) و زنجیره مارکوف ارزیابی و احتمال وقوع خشکسالی‌ها را پیش‌بینی کردند. نتایج پیش‌بینی روش زنجیره مارکوف نشان داد که احتمال وقوع خشکسالی‌ها در بلندمدت، بیش از احتمال وقوع ترسالی‌هاست. هدف این تحقیق تحلیل خشکسالی‌های سالانه برای بارش 118 سال مشاهد با شاخص SPI و زنجیره مارکف است.

## 2- مواد و روش‌ها

### 2-1- فرایند مارکوف

اگر هر جمله یک فرایند تصادفی فقط به جمله قبل وابسته و مستقل از جملات دیگر باشد، آنگاه آنرا فرایند مارکوف مرتبه یک می‌گویند. مراتب بالاتر به‌طور مشابه تعریف می‌شود. فرایند مرتبه یک مطابق رابطه (1) تعریف می‌شود (شاهنوشی و همکاران، 1388).

$$P\{X(t_{n+1}) \leq x_{n+1} | X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2, \dots, X(t_n) = x_n\} = P\{X(t_{n+1}) \leq x_{n+1} | X(t_n) = x_n\} \quad (1)$$

ماتریس احتمال انتقال: احتمال شرطی  $P_{ij}$  برای  $P[X_{t+1} = j | X_t = i]$ ، احتمال انتقال سیستم از حالت  $i$  به  $j$  نامیده و مطابق رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$P_{ij} = P[X_{t+1} = j | X_t = i] = \frac{N[X_t = i, X_{t+1} = j]}{N[X_t = i]} \quad (2)$$

که در رابطه فوق،  $N[X_t = i, X_{t+1} = j]$ ، تعداد انتقالات از حالت  $i$  به حالت  $j$  و  $N[X_t = i]$  تعداد کل دوره‌های قرار گرفته در حالت  $i$  است. معمولاً  $P_{ij}$  را با توجه به حالت‌های یک سیستم با یک آرایش مربعی مرتب می‌کنند و نتیجه آن ماتریس مربع  $P$  است که ماتریس انتقال زنجیره مارکوف  $X$  نامیده می‌شود (رابطه 3).

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & \dots & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ \dots \\ n \end{matrix} & \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \dots & P_{0n} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n0} & P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3)$$

فرض کنید  $P$  ماتریس انتقال زنجیره مارکوف باشد. اگر بردار  $Q$  مطابق  $Q = (\hat{P}_i)$  توزیع سیستم در حالت  $A_i$  باشد، در این صورت  $QP$  توزیع احتمال سیستم در یک مرحله بعد،  $QP^2$  توزیع احتمال در دو مرحله بعد و ... و  $QP^n$  توزیع احتمال سیستم در  $n$  مرحله بعد خواهد بود (شاهنوشی و همکاران، 1388).

### 2-2- شاخص استاندارد شده بارش (SPI)

مک‌کی و همکاران (1993) شدت خشکسالی و ترسالی را بر اساس مقادیر SPI به‌صورت جدول (1) طبقه‌بندی کردند (McKee et al., 1993).



جدول 1- طبقه بندی خشکسالی مک کی و همکاران

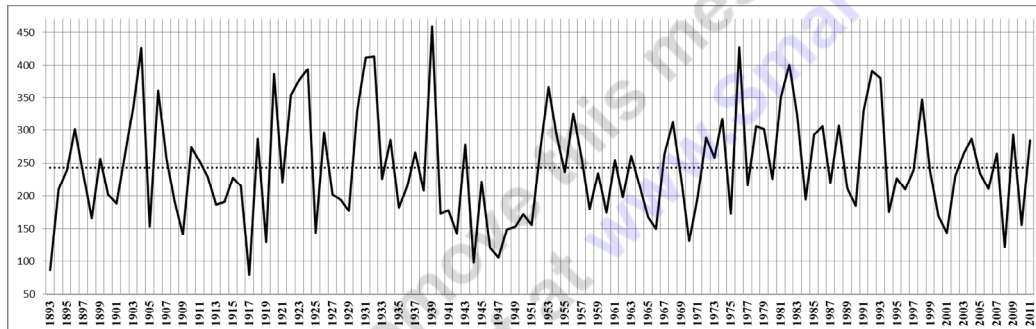
طبقه بندی شدت خشکسالی و ترسالی بر اساس شاخص SPI		
مقادیر SPI	طبقه خشکسالی	شماره طبقه
2 و بیشتر	ترسالی بسیار شدید	1
1/5 تا 1/99	خیلی مرطوب	2
1 تا 1/49	ترسالی متوسط	3
0 تا 0/99	ترسالی ملایم	4
0 تا -0/99	خشکسالی ملایم	5
-1 تا -1/49	خشکسالی متوسط	6
-1/5 تا -1/99	خشکسالی شدید	7
-2 و کمتر	خشکسالی بسیار شدید	8

3-2- داده ها و منطقه مورد مطالعه

داده های مورد استفاده بارش سالانه مشهد به مدت 119 سال است (1893-2011). قسمتی از این آمار از سازمان هواشناسی اخذ شده است (1951-2011). سفارت امریکا آمار دما و بارش ماهانه مشهد را از سال 1890 میلادی (1268 هجری شمسی، دوره سلطنت ناصرالدین شاه) اندازه گیری و گزارش کرده است. این آمار به صورت ماهانه در اختیار است که جمع آوری، ترمیم و بازسازی شده است (Smithsonian Institution, 1927, Department of Commerce. U.S. (1952, 1968, 1977, 1981) و (1947, 1934) شرق ایران با 999 متر ارتفاع، طول جغرافیایی 59/38 درجه شرقی و 36/16 درجه شمالی قرار دارد.

3- نتایج و بحث

زنجیره مارکوف همگن مرتبه یک در بررسی خشکسالی و ترسالی آمار بلند مدت ایستگاه مشهد به کار برده شد. تعداد 119 سال بارش سالانه مشهد در اختیار است. این آمار ماهانه پس از غربال اولیه و ترمیم مورد بررسی قرار گرفت. سری زمانی 119 ساله مجموع بارش سالانه مشهد در نمودار (1) آمده است.



شکل 1- سری زمانی 119 ساله مجموع بارش سالانه مشهد. خط میانگین با نقطه چین مشخص شده است.

تحلیل فراوانی بارش سالانه مشهد با هفت قانون لگ نرمال و گامای دو پارامتری، لگ نرمال سه پارامتری، گامبل نوع 1، پیرسن نوع 3، پارتو و حدی تعمیم یافته انجام گرفت. روش های برآورد شامل گشتاورهای معمولی، گشتاورهای خطی، حداکثر درستنمایی، حداکثر آنتروپی و گشتاورهای اصلاحی است. آزمون کولموگروف اسمیرنوف برای نیکویی برازش به کار گرفته شد. تحلیل ها نشان داد که بهترین قانون احتمالی حاکم بر داده ها لگ نرمال دو پارامتری به روش حداکثر درستنمایی است. جدول (2) خلاصه نتایج برازش توزیع لگ نرمال را نشان می دهد.



جدول 2- نتیجه نهایی برازش توزیع لگ نرمال دو پارامتری بر 119 سال بارش مشهد

Frequency Analysis by Lognormal 2- parameters distribution					
-----<<<< Parameters estimation >>>>-----					
Mu(MM)	Sigma(MM)	Mu(ML)	Sigma(ML)	Mu(PWM)	Sigma(PWM)
5.4397	0.3229	5.4342	0.3501	5.4349	0.3376
>>> K-S goodness of fit test results <<<					
D <sub>0</sub> =0.127	MOM-KS=0.050	MML-KS=0.043***	PWM-KS=0.045		

تبدیل داده های لگ نرمال به نرمال استاندارد مطابق رابطه (4) انجام می شود. محاسبه  $SPI$  این داده ها مطابق جدول (1) صورت گرفت و سال های خشک، متوسط و تر مشخص شد.

$$z_i = \frac{\log x_i - \overline{(\log x)}}{\sigma(\log x_i)} \quad (4)$$

ماتریس احتمال زنجیره مارکوف برای تعیین جدول  $SPI$  مطابق زیر است. فرض اولیه ما قرار داشتن در سال ترسالی ملایم است. ماتریس احتمال انتقال مطابق رابطه (3) و هر درایه آن از رابطه (2) محاسبه شده که نتیجه نهایی به صورت ماتریس مرتبه هشت زیر است.  $i$  (شماره سطر) و  $j$  (شماره ستون) طبقات خشک و تر (جدول 1) را نشان می دهد.

۸، ۱، ۲، ۳،  $i$  به ترتیب ترسالی بسیار شدید تا خشکسالی بسیار شدید (مطابق ستون سوم جدول 1) است.  
۸، ۱، ۲، ۳،  $j$  به ترتیب ترسالی بسیار شدید تا خشکسالی بسیار شدید (مطابق ستون سوم جدول 1) است.  
مثلاً  $p_{14}$  احتمال رفتن از ترسالی شدید ( $i=1$ ) به ترسالی ملایم ( $j=4$ ) است.

$$P = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 1 & \cdot & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 4 & 4 & \cdot & 4 & 4 \\ \cdot & \cdot & 1 & 1 & 6 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 9 & 9 & 9 & 9 & \cdot & \cdot \\ 1 & 2 & 5 & 12 & 14 & 4 & \cdot & 2 \\ 40 & 40 & 40 & 40 & 40 & 40 & \cdot & 40 \\ \cdot & 2 & \cdot & 20 & 13 & 4 & \cdot & 2 \\ \cdot & 41 & \cdot & 41 & 41 & 41 & \cdot & 41 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 4 & 1 & 5 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 11 & 11 & 11 & 11 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 2 & 2 & 2 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 7 & 7 & 7 & 7 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & 2 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 4 & 4 & 4 & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

بردار ثابت پس از ضرب ماتریسی بردار اولیه  $Q$  در توان  $m$  ماتریس احتمال انتقال  $P$  مطابق روابط (5) محاسبه شد. نتیجه نهایی با  $n=10$  به دست آمد که در انتهای رابطه (5) ارائه شده است. دوره بازگشت این خشکسالی ها محاسبه و در جدول (3) آمده است.

نتیجه نهایی این محاسبات نشان می دهد که قانون مناسب برای بارش سالانه مشهد لگ نرمال دو پارامتری است. این نتیجه با برخی از تحقیقات انجام شده در ایران که از آمار کوتاه مدت استفاده کرده اند مغایرت دارد. جدول (2) نشان داد که احتمال وقوع خشکسالی های مشهد در آینده بیشتر است. تحلیل مارکف نشان می دهد که اگر فرایند



را همگن مرتبه یک بگیریم. احتمال وقوع خشکسالی های شدید و بسیار شدید 0/094 است. ترسالی های شدید و بسیار شدید نیز حدود 0/043 است که نشان می دهد احتمال وقوع خشکسالی های شدید و بسیار شدید بیش از دو برابر احتمال وقوع ترسالی های شدید و بسیار شدید است. احتمال وقوع سال های ملایم تر و خشک تقریباً مساویست و هر دو باهم حدود 69٪ احتمال وقوع دارند. بردار ثابت نشان می دهد که احتمال وقوع خشکسالی ها (54٪) در دراز مدت بیش از ترسالی ها (46٪) است.

$$\begin{aligned}
 QP &= [0 \quad 0/0488 \quad 0/4878 \quad 0/3171 \quad 0/976 \quad 0 \quad 0/0488] \\
 QP^2 &= [0/0122 \quad 0/0399 \quad 0/0732 \quad 0/3465 \quad 0/3311 \quad 0/0886 \quad 0/0687 \quad 0/0399] \\
 QP^3 &= [0/0087 \quad 0/335 \quad 0/0810 \quad 0/3434 \quad 0/3468 \quad 0/0930 \quad 0/0589 \quad 0/0348] \\
 QP^n &= [0/0085 \quad 0/0342 \quad 0/0769 \quad 0/3419 \quad 0/3504 \quad 0/0940 \quad 0/0595 \quad 0/0342] \quad (5)
 \end{aligned}$$

جدول 3- احتمال وقوع و دوره بازگشت خشکسالی و ترسالی ها در مشهد

	ترسالی شدید	خیلی مرطوب	ترسالی متوسط	ترسالی ملایم	خشکسالی ملایم	خشکسالی متوسط	خیلی خشک	خشکسالی شدید
احتمال وقوع	0/0085	0/0342	0/0769	0/3419	0/3504	0/0940	0/0595	0/0342
دوره بازگشت	117/64	29/24	13	2/92	2/85	10/6	16/72	29/23

#### 4- منابع

1. بذاق جمالی، ج.، آسیایی، م.، صمدی نقاب، س.، جوانمرد، س. و بهنیافر، ا. 1384. مدیریت ریسک خشکسالی (شناخت و راهکارها). چاپ اول. انتشارات سخن گستر، مشهد.
2. حمید فولادمند، 1385. پیش بینی بارندگی روزانه و سالانه و تعداد روزهای بارانی در سال با استفاده از زنجیر مارکوف در یک منطقه نیمه خشک.
3. ناصر شاهنوشی، سمانه شاه حسین دستجردی، علی دریجانی و کامران داوری 1388، مدیریت ریسک خشکسالی در جهت استفاده پایدار از منابع آب کشاورزی استان گلستان.
4. Dastidar, A.G., hosh, D.G., Dasgupta, S., (2010), Higher order Markov chain models for monsoon rainfall over West, Bengal, India, Indian Journal of Radio & Space Physics.
5. Department of Commerce. U.S. (1952, 1968, 1977, 1981). World weather records, 1941-1980. Washington, DC, V.S. Department of Commerce. Weather Bureau.
6. Hamlin, M. J., and Rees. D. H., (1987). Use of rainfall forecasts in the optimal management of smallholder rice irrigation, a case study. Hydro. Sci. J. 32(1): 15-29.
7. McKee T.B., Doesken N.J., Kleist J., (1993) Drought monitoring with multiple time scales. In: 9th Conference on Applied Climatology, American Meteorological Society, Boston, MA, pp 233-236
8. Paulo, A. A., & Pereira, L. S., (2007), Prediction of SPI Drought Class Transitions Using Markov Chains, Water Resource Manage, 21:1813-1827
9. Smithsonian Institution. (1927, 1947, 1934). World weather records, 1910-1940. Smiths on. Misc. Col Lect. 105. (Publication 3803).



## Analysis of SPI drought index with a Markov process for long-term precipitation of Mashhad

Mahbobeh Farzandi<sup>1</sup> Hojat Rezayie-pazhand<sup>2</sup> HoseinSanaeiNejad<sup>3</sup>

1- M.SC. in Agro climatology, Ferdowsi University of Mashhad

2- M.SC. in Hydrology, Azad Islamic University Unit of Mashhad

3- Ph.D. in physical meteorology. Associate Professor, Ferdowsi University of Mashhad.

### Abstract

119 annual rainfall stations in Mashhad was collected, screen and repair of data have been done. Frequency analysis of data rainfall suggested that superiority of the possible log-normal two-parameter distribution. SPI index used to determine wet and dry years. Probability of occurrence return period of drought in Mashhad has been calculated by homogeneous Markov chain. The Table size of Transition matrix for SPI is  $8 \times 8$ . The fixed vector with eight classes of SPI index was calculated. It suggested that in long-term occurrence of droughts (54%) is more than wet (46%). Occurrence of mild wet and dry years is 69%.

**Key words:** Mashhad rainfall, drought, Markov chain, the standardized precipitation index, log-normal distribution.

This document was created by Smart PDF Creator  
To remove this message purchase the product at [www.SmartPDFCreator.com](http://www.SmartPDFCreator.com)