

حل عددی پدیده‌ی کاویتاسیون روی هندسه‌های متقارن محوری با استفاده از روش نسبت حجمی سیال (VOF)

احسان روحی* (استادیار)

محمد پسندیده‌فرد (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

مهندسی مکانیک شریف، بهار ۱۳۹۳ (۹۰-۷۹)
دوره‌ی ۳-۲، شماره‌ی ۱، ص. ۹۰-۷۹

در این تحقیق، پدیده‌ی کاویتاسیون روی هندسه‌های متقارن محوری کاویتاورها و بدنه‌ی پرتابه‌ها با استفاده از روش نسبت حجمی سیال (VOF) با الگوریتم یانگز و روش جریان تعادلی همگن به‌صورت عددی مدل‌سازی شده است. کاربرد اصلی روش نسبت حجمی سیال در تحلیل جریان‌های مایع با سطح آزاد است. در این تحقیق قابلیت حل جریان‌های گاز به الگوریتم VOF افزوده شد و سپس با اعمال مدل‌های تحلیلی- عددی انتقال جرم کاویتاسیون در معادله‌ی انتقال سطح آزاد، پدیده‌ی کاویتاسیون شبیه‌سازی شد. نتایج حاصله نشان می‌دهد که الگوریتم عددی مورد استفاده، پارامترهای هندسی کاویتاسیون توسعه یافته — مانند ابعاد، نحوه‌ی بسته شدن — و پارامترهای جریانی آن — مانند ضریب پسا، ضریب فشار، سرعت روی مرز کاویتا و رفتار جت بازگشتی — را با دقت بالایی مدل‌سازی می‌کند. همچنین ماهیت غیردائمی الگوریتم عددی حاضر امکان مدل‌سازی مشخصه‌های رژیم کاویتاسیون ابری، مانند جدایش ساختارهای بخار از ناحیه‌ی کاویتا، را نیز فراهم می‌کند.

واژگان کلیدی: کاویتاسیون توسعه یافته، کاویتاسیون جزئی، سیالات با سطح آزاد، روش نسبت حجمی سیال (VOF)، روش جریان تعادلی همگن، مدل انتقال جرم، ضریب پسا.

e.roohi@um.ac.ir
mpfard@um.ac.ir

۱. مقدمه

بررسی مدل محاسباتی پدیده‌ی کاویتاسیون سابقه‌ی دیرینه‌ی دارد. در مطالعات اولیه در خصوص کاویتاسیون بیشتر از نظریه‌های مربوط به جریان پتانسیل استفاده می‌شد و مدل‌های عددی هیدرودینامیک کاویتاسیون چندان کاربردی نداشت. از جمله دلایل این مسئله می‌توان به پیچیدگی‌های جریان دوفازی کاویتاسیون مانند تغییرات موضعی بسیار شدید در چگالی مایع تراکم‌ناپذیر بر اثر وقوع کاویتاسیون، وجود مرزهای متحرک بین دو فاز، و لزوم مدل‌سازی تغییر فاز اشاره کرد. با توجه به پیشرفت‌های قابل ملاحظه‌ی دینامیک سیالات محاسباتی در حل مسائل مختلف و افزایش توانایی محاسباتی رایانه‌ها، از دهه‌ی ۹۰ میلادی محققین زیادی به مدل‌سازی عددی پدیده‌ی کاویتاسیون روی آوردند. روش‌های حل عددی معادلات ناویر-استوکس برای جریان‌های کاویتاتور به دو دسته‌ی کلی تقسیم می‌شود: ^[۱] روش‌های ردیابی مرز مشترک^۱ و روش‌های جریان تعادلی همگن^۲.

در روش‌های ردیابی مرز مشترک، فشار ناحیه‌ی کاویتا را ثابت و برابر فشار بخار جریان مایع فرض می‌کنند و محاسبات فقط برای فاز مایع انجام می‌شود. مرز دو فاز با استفاده از این فرض قابل ردیابی است ولی تعیین شکل کاویتا (ناحیه‌ی کاویتاسیون) نیازمند بهره‌گیری از یک مدل برای هندسه‌ی کاویتا دارد. این روش‌ها دارای محدودیت‌هایی است. به‌طور کلی، آزمون‌های تجربی زیادی برای به دست آوردن رابطه‌ی مناسب فشار-چگالی لازم است تا بتوان به جواب‌های عددی همگرا و فیزیکی دست یافت.

در تکامل مدل‌های عددی دینامیکی کاویتاسیون در روش‌های جریان تعادلی همگن، «مدل‌های مبتنی بر معادله‌ی انتقال (TEM)^۲» ارائه شده است.^[۱] در این روش‌ها از رابطه‌ی ترمودینامیکی مشخصی برای تعریف چگالی متغیر مخلوط

بررسی مدل محاسباتی پدیده‌ی کاویتاسیون سابقه‌ی دیرینه‌ی دارد. در مطالعات اولیه در خصوص کاویتاسیون بیشتر از نظریه‌های مربوط به جریان پتانسیل استفاده می‌شد و مدل‌های عددی هیدرودینامیک کاویتاسیون چندان کاربردی نداشت. از جمله دلایل این مسئله می‌توان به پیچیدگی‌های جریان دوفازی کاویتاسیون مانند تغییرات موضعی بسیار شدید در چگالی مایع تراکم‌ناپذیر بر اثر وقوع کاویتاسیون، وجود مرزهای متحرک بین دو فاز، و لزوم مدل‌سازی تغییر فاز اشاره کرد. با توجه به پیشرفت‌های قابل ملاحظه‌ی دینامیک سیالات محاسباتی در حل مسائل مختلف و افزایش توانایی محاسباتی رایانه‌ها، از دهه‌ی ۹۰ میلادی محققین زیادی به مدل‌سازی عددی پدیده‌ی کاویتاسیون روی آوردند. روش‌های حل عددی معادلات ناویر-استوکس برای جریان‌های کاویتاتور به دو دسته‌ی کلی تقسیم می‌شود: ^[۱] روش‌های ردیابی مرز مشترک^۱ و روش‌های جریان تعادلی همگن^۲.

در روش‌های ردیابی مرز مشترک، فشار ناحیه‌ی کاویتا را ثابت و برابر فشار بخار جریان مایع فرض می‌کنند و محاسبات فقط برای فاز مایع انجام می‌شود. مرز دو فاز با استفاده از این فرض قابل ردیابی است ولی تعیین شکل کاویتا (ناحیه‌ی کاویتاسیون) نیازمند بهره‌گیری از یک مدل برای هندسه‌ی کاویتا دارد. این روش‌ها

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۲/۲۶، اصلاحیه ۱۳۹۱/۱/۰۹، پذیرش ۱۳۹۱/۱۰/۲۵.

استفاده نمی‌شود، بلکه معادله انتقال برای نسبت حجمی یا جرمی مایع (یا بخار) به همراه جمله چشمه برای مدل‌سازی انتقال جرم حل می‌شود و چگالی مخلوط براساس نسبت حجمی یا جرمی هر فاز محاسبه می‌شود. یک مزیت آشکار این مدل ماهیت انتقال‌پذیری آن است که امکان مدل‌سازی اثر اینرسی بر کایوتاسیون را فراهم می‌کند. در مورد مدل‌های مبتنی بر معادله انتقال دو مسئله مهم قابل ملاحظه است: ۱. انتخاب مدل مناسب انتقال جرم بین دو فاز که به صورت جمله چشمه در معادله انتقال ظاهر می‌شود؛ ۲. انتخاب روش عددی حل معادله انتقال.

به طور کلی، مدل‌های TEM در فرض جمله چشمه تبادل جرم در معادله انتقال نسبت حجمی (یا جرمی) سیال با هم تفاوت دارند و بر این اساس به دو دسته تقسیم می‌شوند. در دسته اول جمله چشمه بر مبنای نظریه ریلی^۴ محاسبه می‌شود و در دسته دوم جمله چشمه بر اساس روابط تحلیلی - عددی استخراج می‌شود. رابطه ریلی اساسی‌ترین معادله تحلیلی توصیف‌کننده دینامیک غیرخطی و گذرای حباب است. شکل ساده شده این معادله برای یک حباب کروی عبارت است از:^[۱]

$$\frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{P_v - P_l}{\rho_l} \quad (1)$$

در این رابطه P_v فشار داخل حباب، P_l فشار مایع، و R شعاع حباب است. رابطه ریلی در برآورد جمله چشمه معادله انتقال کاربرد توسعه یافته‌بی دارد.^[۱] نکته قابل ملاحظه در مورد رابطه ریلی این است که این رابطه بر مبنای تراز دینامیکی سازوکارهای فیزیکی مؤثر بر محیط حباب‌های کروی استخراج شده، و پدیده‌هایی مانند تبادل جرم و اندازه حرکت موضعی در اطراف مرز مشترک مایع - بخار، و نیز اثرات کروی نبودن هندسه حباب در آن لحاظ نشده است. به همین دلیل در شرایط ایجاد توده‌های توسعه یافته بخار یا کایوتی‌های توسعه یافته دقت معادله ریلی مورد سؤال است. بنابراین برای این که مدل ریاضی کایوتاسیون قابلیت پیش‌گویی دقیق‌تری از این پدیده را داشته باشد، مدل‌های جایگزینی که فاقد این معایب باشند ارائه شده است. این مدل‌ها بر اساس روابط تحلیلی - عددی، یا با در نظر گرفتن رابطه تعادل در مرز مشترک دو فاز استخراج شده‌اند.^[۲-۴] ویژگی اصلی این مدل‌ها، استفاده از ثابت‌های عددی است. اخیراً یک مدل کایوتاسیون مستقل از مقادیر ثابت‌های تجربی و بر اساس تعادل جرم و اندازه حرکت در مرز مشترک دو فاز (کایوتی) ارائه شده است.^[۵] با توجه به اهمیت تعیین دقیق مرز ناحیه کایوتی برای محاسبه چگالی میدان جریان، استفاده از روش‌های خاص تعیین موقعیت مرز کایوتی مانند روش نسبت حجمی سیال (VOF) در حل معادله انتقال مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. ارائه روش نسبت حجمی سیال به دهه ۷۰ میلادی بازمی‌گردد که طی آن سه روش اولیه ردیابی سطح^[۶]، روش دهنده گیرنده^[۷،۵] و روش تقریب خط راست سطح تماس (SLIC)^[۸] ارائه شد. در روش‌های اولیه نسبت حجمی سیال مانند (SLIC) و دهنده گیرنده، سطح تماس با شبکه مطابقت داده می‌شد و به عبارتی سطح تماس با خطوط افقی یا عمودی تقریب زده می‌شد. مهم‌ترین تغییر در مدل‌کردن سطح تماس T در سال ۱۹۸۲ و با ارائه روش موسوم به تقریب قطعه به قطعه خطی سطح تماس^[۹] (PLIC)^۷ عملی شد.

با توجه به دقت و قابلیت بالای روش نسبت حجمی سیال، اخیراً استفاده از این روش برای حل عددی کایوتاسیون مورد توجه محققین قرار گرفته است. برای مثال، استفاده از روش VOF به همراه مدل فیزیکی مبتنی بر معادله ریلی برای

مدل‌سازی کایوتی‌های غیردائمی در نازل‌های سوخت^[۱۰] نشان داد که این روش در تحلیل پدیده کایوتاتور قابلیت خوبی دارد. محققین از یک مدل مبتنی بر روش VOF و معادله ریلی برای محاسبه کایوتاسیون در القاگرهای صنعتی استفاده کردند^[۱۱] و بدین ترتیب نشان دادند که با استفاده از VOF می‌توان رشد کایوتی‌های سه بعدی را به دقت ردیابی کرد.

نتایج حاصل از کاربرد یک مدل کایوتاسیون بر مبنای روش نسبت حجمی سیال (هرت - نیکولز) برای شبیه‌سازی کایوتاسیون در پشت موانع و پمپ‌های سوخت^[۱۲] نشان‌گر دقت بالای روش VOF در شبیه‌سازی کایوتاسیون است. از سوی دیگر، تحلیل جریان کایوتاسیون روی هیدروفویل‌ها و در نازل‌ها با استفاده از روش‌های بازسازی سطح آزاد و روش‌های TEM نیز در چند سال اخیر مورد توجه محققین زیادی بوده است. برای مثال می‌توان به بررسی جریان کایوتاسیون صفحه‌بی روی هیدروفویل‌های دوبعدی و سه بعدی،^[۱۳،۱۴] بررسی جریان در رژیم کایوتاسیون ابری روی هیدروفویل‌های بیضوی به صورت عددی و تجربی،^[۱۵] و نیز بهره‌گیری از معادلات متوسط‌گیری شده ناویر-استوکس برای تحلیل دقیق جریان‌های کایوتاسیون گذرا^[۱۶] اشاره کرد. محققین با اصلاح مدل کایوتاسیون توانستند جریان کایوتاسیون در وتوری‌های را با دقت مناسبی تحلیل کنند.^[۱۷]

در این نوشتار از ترکیب مدل «جریان تعادلی همگن»، الگوریتم بانگز و مدل انتقال جرم کایوتاسیون کانز^[۳] برای شبیه‌سازی کایوتاسیون روی هندسه‌های مختلف استفاده شده است. ویژگی‌های اصلی الگوریتم عددی استفاده شده در این مطالعه در مقایسه با کارهای گذشته (مراجع دیگر) به این شرح است:

۱. مطالعه مراجع معرفی شده در این مقدمه نشان می‌دهد که تاکنون کایوتاسیون با استفاده از فنون ساده‌تر روش نسبت حجمی سیال، مانند روش هرتز-نیکولز، مدل‌سازی شده است.^[۱۸،۱۹] بنابراین یک ویژگی قابل توجه این تحقیق، استفاده از روش دقیق‌تر ردیابی سطح مشترک (روش بانگز) برای تعیین مرز ناحیه کایوتی است.
۲. با توجه به پیچیدگی‌های حل جریان کایوتاسیون، در بسیاری از مراجع حل عددی کایوتاسیون به صورت جریان دائمی گزارش شده است. ویژگی قابل ملاحظه‌ی این تحقیق، استفاده از الگوریتم غیردائمی (گذرا) برای حل جریان است که امکان بررسی رفتار نوسانی کایوتاسیون (جدایش کایوتی و رشد مجدد آن) در رژیم کایوتاسیون جزئی را فراهم می‌کند.
۳. تلفیق حل معادله انتقال نسبت حجمی با معادلات جریان در این تحقیق، الگوریتم عددی مناسبی برای تحلیل گذرای کایوتاسیون ایجاد می‌کند که علاوه بر پایداری، سرعت همگرایی قابل قبولی نیز دارد. به طور نمونه، الگوریتم عددی این تحقیق در مقایسه با مدل کایوتاسیون نرم افزار تجاری فلوئنت، بسیار سریع‌تر همگرا شده و پایدارتر است.

۲. معادلات حاکم بر جریان

معادلات اصلی حاکم بر جریان سیال تراکم‌ناپذیر عبارت‌اند از:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \vec{V}) = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{F}_b \quad (3)$$

مرحله دوم: در گام دوم، سرعت گام زمانی جدید با اعمال جمله فشار به صورت ضمنی محاسبه می‌شود:

$$\frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}}{\delta t} = -\frac{1}{\rho^n} \vec{\nabla} p^{n+1} \quad (11)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}^{n+1} = 0 \quad (12)$$

با حذف واگرایی از معادله‌ی ۱۱ و استفاده از معادله‌ی ۱۲، معادله‌ی پواسون فشار به دست می‌آید:

$$\vec{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{\rho^n} \vec{\nabla} p^{n+1} \right] = \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{V}}{\delta t} \quad (13)$$

به‌طور کلی با توجه به این که در زمان $n\delta t$ سرعت، فشار، و تابع f معلوم هستند، الگوریتم زیر در هر گام زمانی تکرار می‌شود:

۱. محاسبه‌ی \vec{V} از معادله‌ی ۱۰؛

۲. حل معادله‌ی پواسون (معادله‌ی ۱۳) برای به دست آوردن فشار در گام زمانی جدید و اعمال شرایط مرزی بر فشار؛

۳. محاسبه‌ی سرعت در گام زمانی جدید از معادله‌ی ۱۱ و اعمال شرایط مرزی؛

۴. حل معادله‌ی f و اعمال جمله‌ی چشمه‌ی انتقال جرم (S) برای محاسبه‌ی میدان f در گام زمانی جدید.

۱.۳. الگوریتم یانگز

گام اول در روش‌های نسبت حجمی سیال، مدل‌کردن سطح تماس با استفاده از شرایط اولیه‌ی مسئله و تعیین نسبت‌های حجمی در هریک از سلول‌های محاسباتی است؛ بدین ترتیب یک دسته اطلاعات گسسته جایگزین هندسه‌ی اولیه‌ی سطح آزاد می‌شود. سپس با حل میدان جریان، توزیع سرعت به دست می‌آید و پس از آن انتقال سطح آزاد با حل معادله‌ی نسبت حجمی سیال (f) انجام می‌شود. در هر گام زمانی موقعیت سطح آزاد با استفاده از یک الگوریتم هندسی بازسازی می‌شود. اطلاعات این سطح تماس برای محاسبه‌ی شارهای حجمی مورد نیاز در معادله‌ی انتقال سطح مورد استفاده قرار می‌گیرد. در روش یانگز^[۹] که در این تحقیق از آن استفاده شده است، ابتدا تخمینی از زاویه‌ی سطح با محور افقی (β) برآورد شده و سپس سطح مشترک دو فاز در سلول به‌وسیله‌ی خطوط مایل با زاویه‌ی β بازسازی می‌شود. برای برآورد این زاویه، از بردار عمود بر سطح (\vec{n}) استفاده می‌شود. این بردار تابعی از نسبت حجمی هر سلول است:

$$\vec{n}_{i,j} = \vec{\nabla} f_{i,j} \quad (14)$$

بردار عمود بر سطح و نسبت حجمی هر سلول منحصراً یک خط راست را مشخص می‌کنند. در شکل ۱ سطح آزاد بازسازی شده با روش یانگز به‌صورت شماتیک نشان داده شده است. هندسه‌ی چندضلعی بازسازی شده، برای تعیین شار خروجی از سلول استفاده می‌شود. با مشخص شدن وضعیت سطح آزاد، نسبت حجمی سیال در جوه سلول براساس روابط هندسی محاسبه می‌شود. شرح کامل محاسبات هندسی روش یانگز قابل دسترس است.^[۹]

که در آن V بردار سرعت سیال، p فشار، g شتاب جاذبه، F_b نیروی حجمی، و τ تانسور تنش است. تانسور تنش براساس تانسور نرخ کرنش z با سرعت ارتباط پیدا می‌کند.

$$\vec{\tau} = 2\mu \vec{z} \quad (4)$$

$$\vec{z} = \frac{1}{\gamma} \left[(\vec{\nabla} \vec{V}) + (\vec{\nabla} \vec{V})^T \right] \quad (5)$$

افزون بر معادلات فوق، یک معادله‌ی دیگر برای ردیابی سطح مشترک مایع-گاز و مدل‌سازی تبادل جرم بین آنها لازم است. در روش نسبت حجمی سیال، حرکت مرز مشترک بین دو سیال به‌وسیله‌ی تابع نشان‌گر $f(x, t)$ مدل می‌شود:^[۹]

$$f(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{in liquid} \\ > 0, < 1 & \text{at the liquid - gas interface} \\ 0 & \text{in gas} \end{cases} \quad (6)$$

با توجه به این که متغیر لاگرانژی f توسط جریان منتشر می‌شود، در معادله‌ی انتقال صدق می‌کند:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} f = S \quad (7)$$

پارامتر S نشان‌دهنده‌ی جمله‌ی چشمه تبادل جرم دو فاز است. از آنجا که معادله‌ی جریان برای مخلوط دوفازی نوشته شده، چگالی (ρ) و لزجت دینامیکی (μ) آن مطابق رابطه‌ی ۸ محاسبه می‌شود:^[۹]

$$\begin{aligned} \rho &= f\rho_l + (1-f)\rho_v \\ \mu &= f\mu_l + (1-f)\mu_v \end{aligned} \quad (8)$$

در این رابطه زیرنویس v نشان‌گر فاز بخار و زیرنویس l نشان‌گر فاز مایع است.

۳. مدل عددی

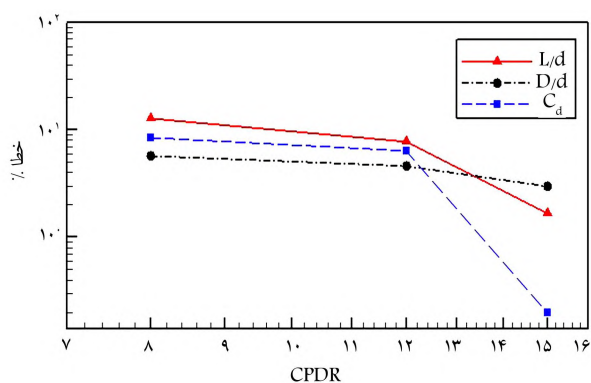
گسسته‌سازی معادله‌ی اندازه حرکت روی شبکه جابه‌جا شده و با روش اویلر پیشرو در زمان طبق رابطه‌ی ۹ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}^n}{\delta t} &= -\vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \vec{V})^n - \frac{1}{\rho^n} \vec{\nabla} p^{n+1} + \frac{1}{\rho^n} \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}^n \\ &+ \vec{g}^n + \frac{1}{\rho^n} \vec{F}_b^n \end{aligned} \quad (9)$$

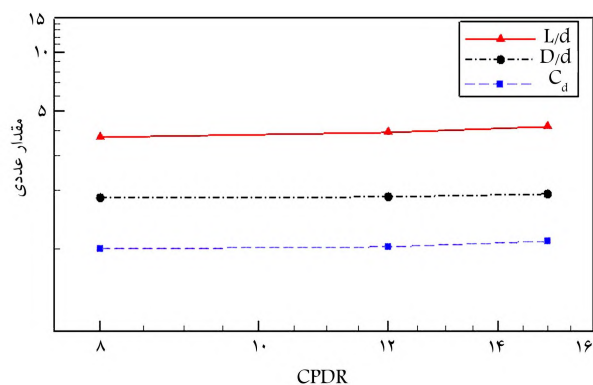
دقت گسسته‌سازی فوق از مرتبه اول است. تنها جمله‌ی که در رابطه‌ی ۹ به‌صورت ضمنی محاسبه می‌شود عبارت فشار است و بقیه‌ی عبارات به‌صورت صریح از زمان گذشته حساب می‌شوند. تجزیه‌ی دومرحله‌ی برای حل معادله‌ی ۹ عبارت است از:

مرحله‌ی اول: یک سرعت واسطه (\vec{V}^*) براساس جملات جابه‌جایی، لزجی، گرانشی و نیروی حجمی و با استفاده از میدان سرعت (معلوم از زمان قبل) محاسبه می‌شود:

$$\frac{\vec{V}^* - \vec{V}^n}{\delta t} = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \vec{V})^n + \frac{1}{\rho^n} \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}^n + \vec{g}^n + \frac{1}{\rho^n} \vec{F}_b^n \quad (10)$$



شکل ۲. درصد خطای نسبی محاسبه‌ی عددی طول، قطر و ضریب پسای کاویتا توسعه یافته دیسک در مقایسه با روابط تحلیلی ریچاردت (روابط ۱۹-۲۱) برحسب پارامتر CPDR.



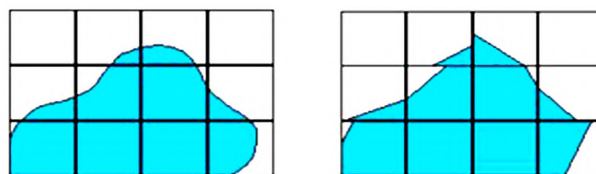
شکل ۳. تغییر طول، قطر و ضریب پسای کاویتا توسعه یافته پشت یک دیسک با قطر ۳۸mm برحسب پارامتر CPDR.

۲.۴. کاویتاسیون توسعه یافته پشت کاویتاتور دیسکی

در این بخش کاویتاسیون توسعه یافته پشت کاویتاتور دیسکی مورد بررسی قرار می‌گیرد. خواص آب به این شرح در نظر گرفته شده است: چگالی $(\rho): 1000 \text{ kg/m}^3$ ، لزجت سینماتیکی $(\nu): 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ، و کشش سطحی $(\gamma): 0.072 \text{ N/m}$. خواص بخار نیز به این شرح فرض شده است: چگالی $(\rho): 0.8542 \text{ kg/m}^3$ ، لزجت سینماتیکی $(\nu): 24.18 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. ملاحظه می‌شود الگوریتم عددی، قابلیت حل میدان جریان با نسبت چگالی حدود 1800 را دارد. توسعه‌ی زمانی ناحیه‌ی کاویتاسیون توسعه یافته پشت یک دیسک با قطر 54 mm در رژیم عدد کاویتاسیون 20° و عدد رینولدز 1.7×10^6 در شکل ۴ نشان داده شده است. در جریان‌های همراه با کاویتاسیون، مهم‌ترین عدد بدون بعد، عدد کاویتاسیون (σ) است که عبارت است از:

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_v}{\rho_l \nu V_\infty^2} \quad (17)$$

در پشت دیسک، جدایش جریان روی می‌دهد و گردابه شکل می‌گیرد ($t = 13 \text{ ms}$) در این گردابه‌ی متقارن محوری، فشار کمیته می‌شود و لذا کاویتاسیون اولیه در داخل آن شکل می‌گیرد. با گسترش تدریجی ناحیه‌ی کم‌فشار گردابه در طی زمان، ناحیه‌ی کاویتاسیون توسعه می‌یابد. با شکل‌گیری ناحیه‌ی کاویتا، مقدار فشار در این ناحیه برابر با مقدار ثابت فشار بخار باقی می‌ماند و از کاهش بیشتر فشار جلوگیری می‌شود. کاویتا توسعه یافته‌ی دائمی در زمان $t = 49 \text{ ms}$ شکل می‌گیرد و با گذشت زمان



شکل ۱. مقایسه سطح آزاد واقعی و بازسازی شده با روش یانگز.

۲.۳. مدل عددی انتقال جرم کاویتاسیون

مدل‌های دقیق انتقال جرم کاویتاسیون براساس روابط تحلیلی-عددی، یا با در نظر گرفتن رابطه‌ی تعادل در مرز مشترک دو فاز استخراج شده است. محققین با بررسی مدل‌های مختلف انتقال جرم کاویتاسیون (مدل ریلی و مدل‌های مختلف تحلیلی، عددی) نشان دادند^[۲۰] که مدل ارائه شده توسط کانز^[۲۱] در مدل‌سازی کاویتا -- به ویژه در ناحیه‌ی جت بازگشتی و جدایش ساختارهای بخار -- بیشترین دقت را دارد. در این مدل، معادله‌ی انتقال چنین نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} f = \frac{C_{dest} \rho_v \text{Min}(P_l - P_v, 0) f}{\rho_l (\nu_l \nu_l V_\infty^2) t_\infty} + \frac{C_{prod} (1 - f) f^t}{\rho_l t_\infty} \quad (15)$$

$$C_{dest} = 9 \times 10^5, \quad C_{prod} = 370 \times 10^4$$

t_∞ معرف زمان مشخصه‌ی جریان آزاد است که به صورت نسبت طول مشخصه به سرعت جریان آزاد (D/V_∞) تعریف می‌شود.

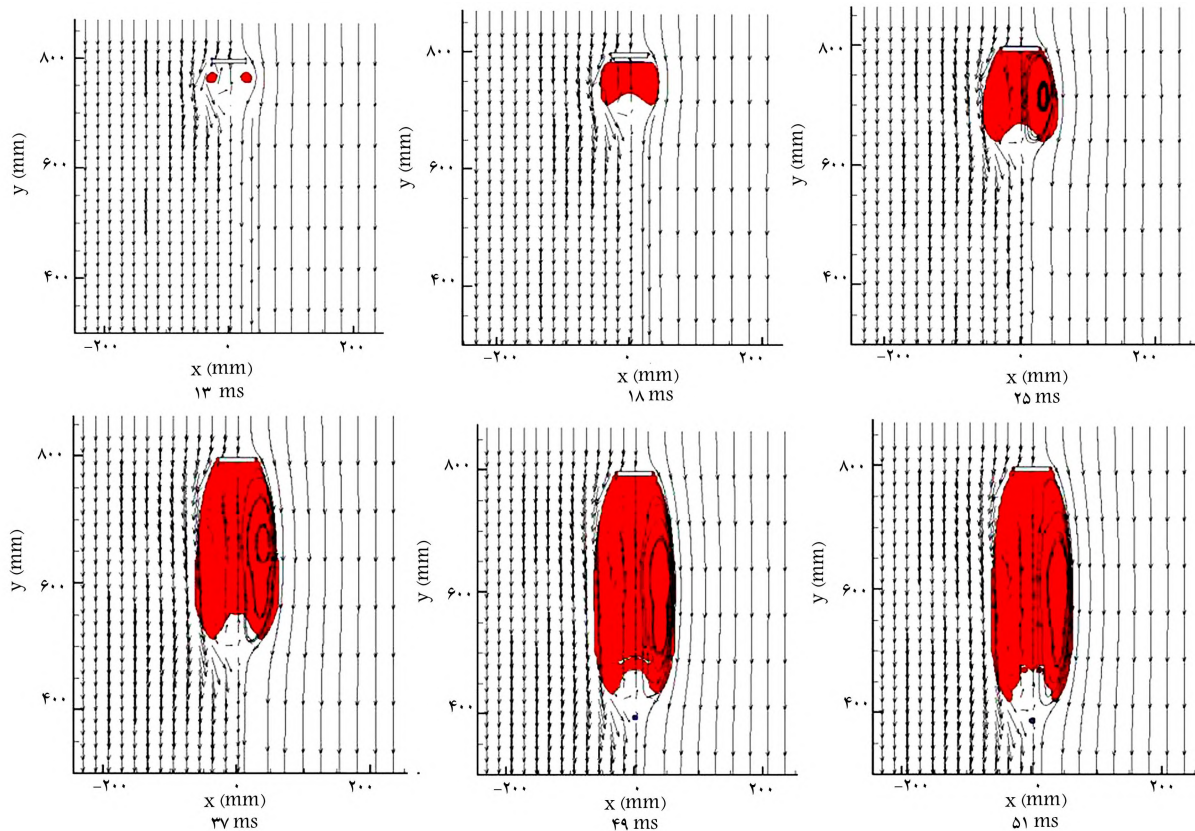
۴. ارائه‌ی نتایج

۴.۱. بررسی وابستگی دقت حل به تعداد گره‌ها

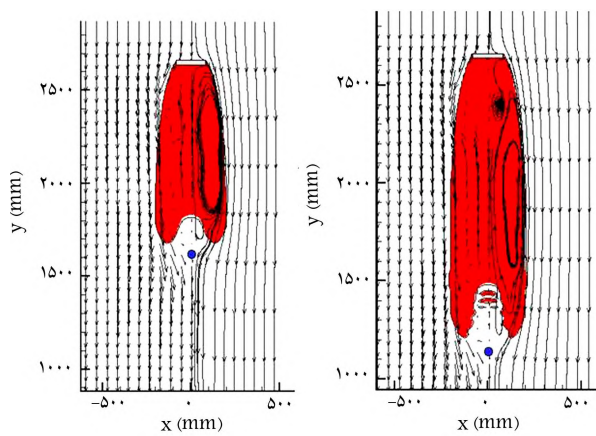
برای انتخاب شبکه‌ی عددی مناسب، الگوریتم عددی برای حل کاویتاسیون توسعه یافته پشت دیسکی به قطر 38 mm در عدد کاویتاسیون 30° با استفاده از چند شبکه‌ی متفاوت اجرا، و نتایج با مقادیر دقیق مقایسه شد. برای میدان حل با ابعاد $115 \times 282 \text{ mm}$ از سه شبکه با ابعاد گره 273 mm ، 175 mm ، و 127 mm استفاده شد که نتایج حل عددی محاسبه‌ی طول، قطر و ضریب پسای کاویتا توسعه یافته در شکل ۲ و درصد خطای نسبی مربوطه در مقایسه با روابط تحلیلی^[۲۱] در شکل ۳ و برحسب پارامتر هندسی «سلول در واحد شعاع دیسک (CPDR)^۸» نشان داده شده است. این پارامتر برحسب تعریف عبارت است از:

$$\text{CPDR} = \frac{\text{Number of cells}}{\text{Disk Radius}} \quad (16)$$

CPDR نشان می‌دهد که برای طول مشخص در شبکه‌ی عددی (در اینجا شعاع دیسک)، از چند سلول استفاده شده است. سه شبکه‌ی استفاده شده مربوطاند به: $\text{CPDR} = 8$ ، $\text{CPDR} = 12$ ، $\text{CPDR} = 15$. مشاهده می‌شود که وابستگی جواب‌ها به گره‌های شبکه حتی برای درشت‌ترین شبکه ($\text{CPDR} = 8$) نسبتاً کم است (حداکثر 12.88% درصد خطا در تخمین طول کاویتا توسعه یافته). با توجه به شکل ۲، مهم‌ترین تأثیر افزایش دقت شبکه بندی، کاهش خطای ضریب پسا است (در $\text{CPDR} = 15$ این خطا برابر با 2° درصد است). مزیت دیگر استفاده از شبکه‌ی ظریف، بازسازی دقیق‌تر ناحیه‌ی انتهایی کاویتا و جت بازگشتی است. نتایج ارائه شده در این مقاله با استفاده از شبکه‌های مناسب با مقادیر CPDR در بازه 12 تا 15 به دست آمده است.



شکل ۴. توسعه‌ی ناحیه‌ی حفره‌سازی گسترده پشت دیسک ($\sigma = 0.20$, $V_\infty = -31.2 \text{ m/s}$, $\text{Re} = 1.7 \times 10^6$, $d_{\text{disk}} = 54 \text{ mm}$).

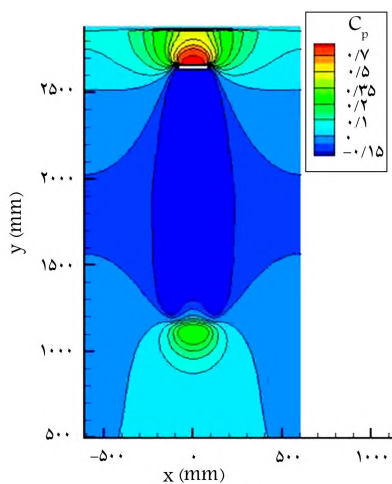


شکل ۵. توسعه‌ی ناحیه‌ی حفره‌سازی گسترده پشت دیسک ($\sigma = 0.15$, $V_\infty = -36 \text{ m/s}$, $\text{Re} = 1.6 \times 10^6$, $d_{\text{disk}} = 240 \text{ mm}$).

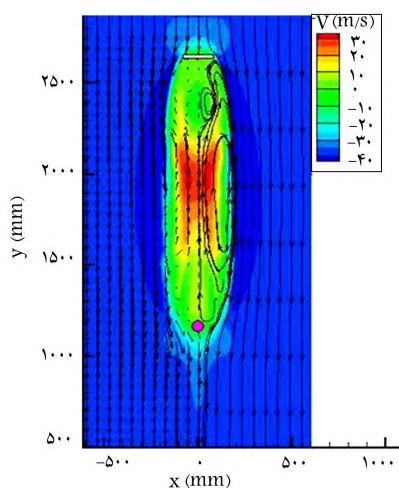
در شکل ۶ سرعت عمودی و ضریب فشار (C_p) در این رژیم کاپیتاسیون نشان داده شده است. چنان که اشاره شد در داخل کاپیتی گردابه شکل می‌گیرد و بیشینه سرعت عمودی در این ناحیه روی می‌دهد ($V_{\text{max}} = 3 \text{ m/s}$). از آنجا که فشار نسبی جریان آزاد برابر صفر است، فشار نسبی در ناحیه‌ی کاپیتی مقداری منفی می‌شود ($P_v - P_\infty = 2763 - 100000 = -97237 \text{ Pa}$). جریان بعد از برخورد به دیسک به بالاترین مقدار فشار می‌رسد و نقطه‌ی سکون شکل می‌گیرد. خارج از ناحیه‌ی کاپیتی، فشار به تدریج به فشار جریان آزاد برمی‌گردد. این

ناحیه‌ی جت بازگشتی توسعه می‌یابد. در اثر بازگشت جت مایع به ناحیه‌ی کاپیتی، ساختارهای کوچک بخار از کاپیتی جدا می‌شود ($t = 51 \text{ ms}$) و بنابراین دو ویژگی رفتاری در انتهای کاپیتی توسعه یافته دائمی قابل ملاحظه است: ۱. توسعه‌ی جت بازگشتی؛ ۲. جدایش حباب‌های بخار به جریان اصلی بر اثر حرکت جت بازگشتی به داخل کاپیتی.^[۲۱] در ناحیه‌ی کاپیتاسیون مقدار فشار ثابت، و برابر با فشار بخار است. نتایج تجربی نشان می‌دهد که در موقعیت آغاز جت بازگشتی یک نقطه‌ی سکون (S) شکل می‌گیرد (شکل ۴ در ۴۹ ms و ۵۱ ms). موقعیت این نقطه‌ی سکون با زمان تغییر می‌کند و ناپایدار است. این امر باعث می‌شود مقدار ضریب فشار آن به مراتب کم‌تر از ۱ باشد (در این رژیم کاپیتاسیون: $C_p = 0.42$).

با کاهش عدد کاپیتاسیون (یا افزایش سرعت جریان آزاد)، ناحیه‌ی کاپیتی توسعه یافته بزرگ‌تر می‌شود. در شکل ۵، کاپیتی توسعه یافته در رژیم $\sigma = 0.15$ و $\text{Re} = 5.83 \times 10^6$ (برای دیسکی به قطر 240 mm)، در دو موقعیت زمانی نشان داده شده است. در زمان 30 میلی‌ثانیه کاپیتی توسعه یافته به حالت دائمی می‌رسد. در طی فاز توسعه‌ی کاپیتاسیون، طول کاپیتی توسعه یافته به شدت افزایش می‌یابد ولی تغییرات قطر کاپیتی بسیار کم است.^[۱] مثلاً مقایسه‌ی شکل کاپیتی توسعه یافته در دو زمان 21 و 30 میلی‌ثانیه در این رژیم نشان می‌دهد که در حالی که طول ناحیه‌ی کاپیتی از مقدار 965 mm به 1450 mm افزایش می‌یابد، قطر آن از 204 mm به 208 mm می‌رسد. همین ویژگی باعث می‌شود تفاوت کلی شکل کاپیتی توسعه یافته در حالت نهایی و شکل آن در فاز توسعه یافتن، کشیده‌تر بودن شکل کاپیتی توسعه یافته نهایی باشد. بر اثر رشد جت بازگشتی، جدایش ساختارهای کوچک بخار در انتهای کاپیتی قابل ملاحظه است (شکل ۵ در 30 ms). موقعیت نقطه‌ی سکون ناپایدار نیز در این شکل نشان داده شده است.



ب) کایتی ضریب فشار.



الف) کایتی سرعت عمودی برای کایتاتور دیسکی
شکل در $t=30$ ms

$$(\sigma = 0.15, V = -36 \text{ m/s}, Re = 8/6 \times 10^6, d_{\text{disk}} = 240 \text{ mm})$$

شکل ۶. کانتورهای سرعت عمودی و ضریب فشار.

رابطه‌ی 20° (رابطه‌ی ریچاردت) و نتایج تجربی [۲۱] هماهنگی دارد. نتایج تجربی تونل آب مربوط به دیسک با قطر 0.5° اینچ است و تأثیر محدودیت دیواره‌ی تونل بر نتایج تجربی اصلاح نشده است. بنابراین نتایج تجربی و رابطه‌ی نظری اندکی با یکدیگر تفاوت دارند. در شکل ۸ رابطه‌ی بیشترین قطر کایتی برحسب عدد کایتاسیون، و در شکل ۹ ضریب پسای کایتی رسم شده است. ضریب پسای نظری براساس رابطه‌ی ۲۱ محاسبه شده است. در شکل ۱۰، پارامتر مشخصه‌ی کایتاتور $(\frac{L_{\text{max}}}{(D_{\text{max}} \times C_D^{0.5})})$ که هر سه مشخصه‌ی کایتی (طول بیشینه، قطر بیشینه، ضریب پسا) را شامل می‌شود برحسب عدد کایتاسیون در صفحه‌ی لگاریتمی رسم شده است. با ترسیم پارامتر مشخصه، تمام اطلاعات کایتاتور در یک شکل واحد ارائه می‌شود. در محدوده‌ی نشان داده شده، تغییرات پارامتر مشخصه برحسب σ تقریباً خطی است.

۳.۴. کایتاسیون توسعه یافته پشت مخروط

یکی از هندسه‌های متداول کایتاتورها، مخروط است. در شکل ۱۱ کانتور فشار و در شکل ۱۲ توسعه‌ی کایتی توسعه یافته در رژیم عدد کایتاسیون 0.2° برای یک مخروط با قطر 7.34 mm و زاویه‌ی رأس 90° نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که آغاز کایتاسیون از موقعیت گردابه‌های پشت مخروط است و با رشد گردابه‌ها، ناحیه‌ی کایتی توسعه می‌یابد. طول و قطر کایتی پشت مخروط از کایتی پشت دیسک کم‌تر است. دلیل این مسئله، کاهش ناحیه‌ی جدایش جریان و کم‌تر شدن محدوده گردابه‌های کم‌فشار در پشت مخروط در مقایسه با دیسک است. در شکل ۱۳ کایتی‌های سرعت عمودی و افقی پشت مخروط نشان داده شده است. رفتار مشاهده شده در این دو شکل مشابه رفتار جریان پشت کایتاتورها دیسکی است.

روابط ارائه‌شده برای پارامترهای هندسی کایتاتور دیسکی، در مورد کایتاتور مخروطی نیز صادق است. عامل تأثیرگذار بر تغییر ابعاد کایتی پشت مخروط در مقایسه با کایتاتور دیسکی، ضریب C_D است که مقدار آن تابعی از زاویه‌ی رأس مخروط است. در شکل ۱۴ نتایج به دست آمده برای طول کایتی توسعه یافته در

افزایش فشار برای ایجاد تعادل بین ناحیه‌ی کم‌فشار داخل کایتی و ناحیه‌ی جریان آزاد است. در انتهای ناحیه‌ی کایتاسیون، افزایش فشار شدیدی روی می‌دهد. در داخل ناحیه‌ی کایتی، فشار برابر فشار بخار آب است؛ در این ناحیه داریم:

$$\begin{cases} 1) & C_p = \frac{P - P_\infty}{\rho V_\infty^2} \\ 2) & \sigma = \frac{P_\infty - P_v}{\rho V_\infty^2} \end{cases}$$

$$P = P_v \text{ (داخل کایتی)}, \Rightarrow C_p = \frac{P_v - P_\infty}{\rho V_\infty^2}, \Rightarrow C_p = -\sigma \quad (18)$$

بنابراین به لحاظ نظری انتظار می‌رود که در داخل کایتی ضریب فشار برابر با منفی عدد کایتاسیون باشد. در شکل ۶، این مسئله تأیید شده است. ضریب فشار در داخل کایتی برابر -0.15 است. در نقطه‌ی برخورد جریان آزاد به دیسک، این ضریب بیشینه است ($C_p = 1$). مقدار این ضریب در نقطه‌ی سکون ناپایای S برابر 0.17 است.

۱.۲.۴. ارزیابی نتایج عددی کایتی توسعه یافته پشت دیسک

محققین با تحلیل نظری روابطی برای قطر، طول و ضریب پسای کایتی‌های توسعه یافته مقارن محوری را چنین بیان کردند: [۲۱]

$$\frac{d_{\text{cavity}_{\text{max}}}}{D_{\text{cavitator}}} = \left[\frac{C_D}{\sigma(1 - 0.132\sigma^{0.5})} \right]^{0.5} \quad (19)$$

$$\frac{l_{\text{cavity}_{\text{max}}}}{D_{\text{cavitator}_{\text{max}}}} = \frac{\frac{\sigma + 0.08}{\sigma(1.7\sigma + 0.66)}}{\left[\frac{C_D}{\sigma(1 - 0.132\sigma^{0.5})} \right]^{0.5}} \quad (20)$$

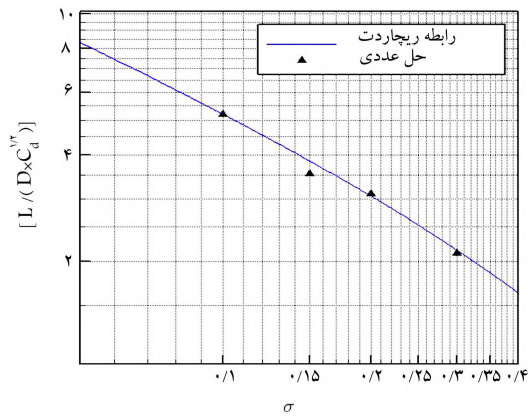
$$C_D = C_{D_0} (1 + \sigma), \quad C_{D_0} = 0.79 \quad (21)$$

روابط فیشر و پلست - شافر برای ضریب پسا عبارت‌اند از:

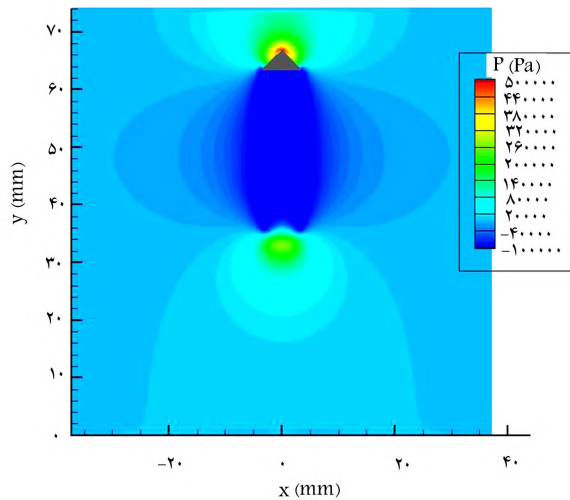
$$C_D = C_{D_0} (1 + \sigma), \quad C_{D_0} = 0.84 \quad (22)$$

$$C_D = C_{D_0} (1 + \sigma + 0.28 \sigma^2), \quad C_{D_0} = 0.853 \quad (23)$$

در شکل ۷، نتایج عددی، تجربی و رابطه‌ی نظری برای بیشترین طول کایتی برحسب عدد کایتاسیون ترسیم شده است. نتایج عددی حاصله با دقت بسیار خوبی با



شکل ۱۰. تغییر پارامتر $\frac{L}{(D \times C_D^{0.5})}$ برای کابیتی توسعه یافته پشت دیسک برحسب عدد کاونتاسیون، مقایسه‌ی نتایج عددی با روابط نظری ریچاردت.



شکل ۱۱. حفره‌ی فشار در اطراف حفره‌ساز مخروطی، $(\sigma = 0.25, V_\infty = -31.20 \text{ m/s}, Re = 1.87 \times 10^5, d_{\text{cone}} = 7.34 \text{ mm}, \text{Cone angle} = 90^\circ)$

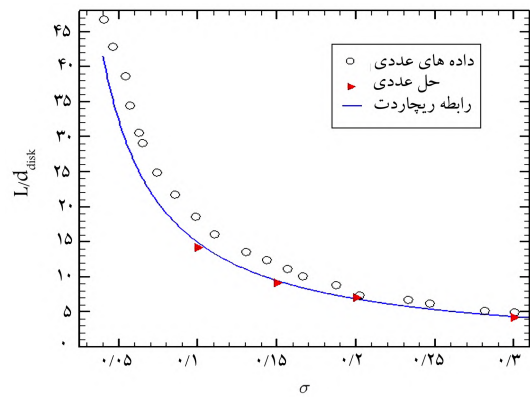
جدول ۱. مقایسه‌ی نتایج حل عددی کابیتی توسعه یافته روی مخروط و دیسک $(\sigma = 0.25)$.

شکل کابیناتور	$\frac{l_{\text{cavitymax}}}{D_{\text{cavitator}}}$	$\frac{d_{\text{cavitymax}}}{D_{\text{cavitator}}}$	$\frac{l_{\text{cavitymax}}}{d_{\text{cavitymax}}}$
Cone (90°)	۲٫۵۷	۱٫۶۹	۴٫۳۴
Disk (180°)	۲٫۵۵	۲٫۰۷	۵٫۲۸

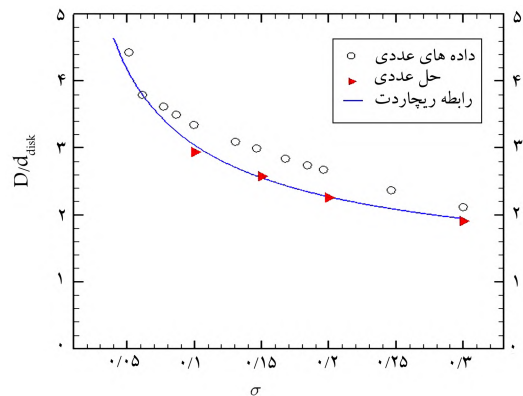
نسبت طول به قطر کابیتی از هندسه براساس روابط ۱۹ و ۲۰ قابل استخراج است. با تقسیم معادله‌ی ۲۰ بر ۱۹ نسبت طول به قطر کابیتی به دست می‌آید:

$$\frac{l_{\text{cavitymax}}}{d_{\text{cavitymax}}} = \frac{\sigma + 0.008}{\sigma(1.7\sigma + 0.66)} \quad (24)$$

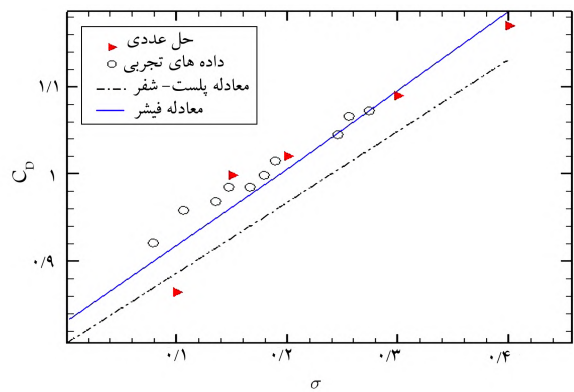
این عبارت از ثابت C_D ، که برای هر هندسه و هر مدل تحلیلی مقدار مشخصی است، مستقل است. بنابراین در عدد کاونتاسیون ثابت مقدار طول به قطر کابیتی مستقل از هندسه است.



شکل ۷. طول کابیتی توسعه یافته برحسب عدد کاونتاسیون، مقایسه بین نتایج تجربی [۲۱] روابط نظری (رابطه‌ی ۲۰) و نتایج عددی تحقیق حاضر برای کابیناتور دیسکی.

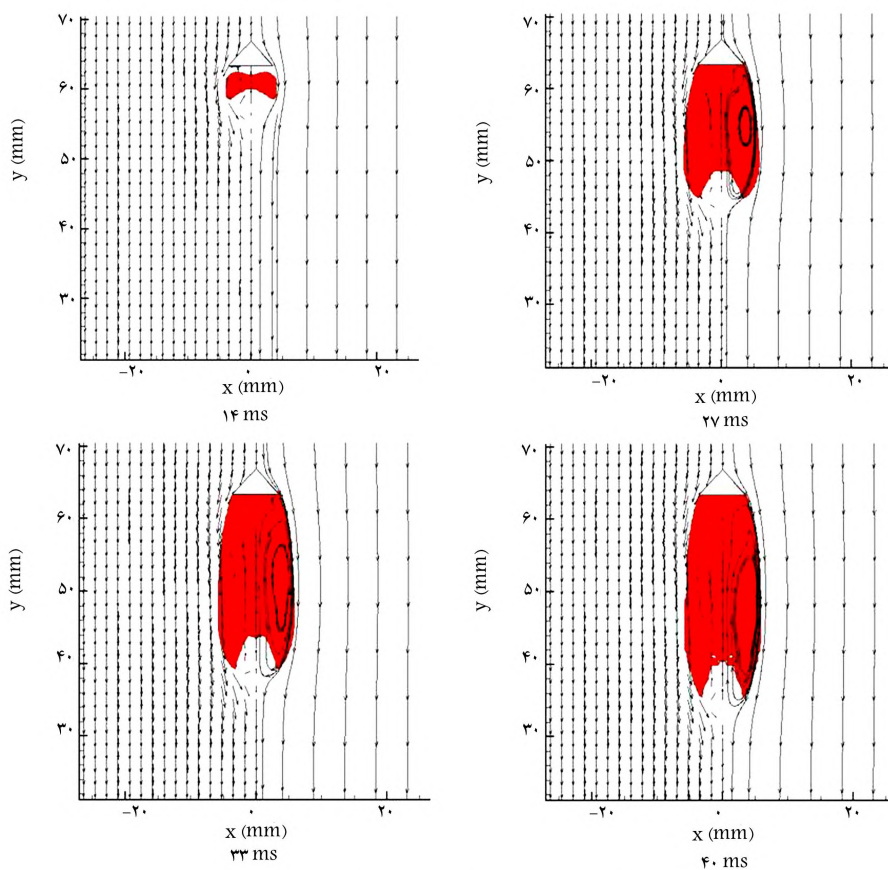


شکل ۸. قطر کابیتی توسعه یافته برحسب عدد کاونتاسیون، مقایسه نتایج عددی تحقیق حاضر با رابطه‌ی نظری ریچاردت (رابطه‌ی ۱۹) و داده‌های تجربی [۲۱] برای کابیناتور دیسکی.



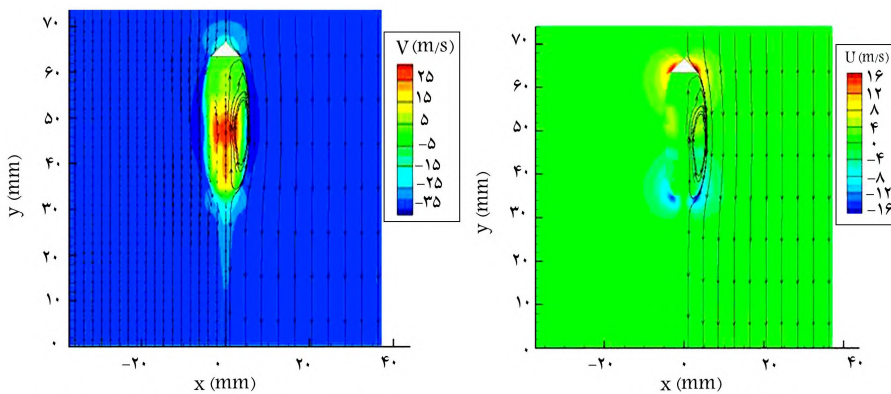
شکل ۹. ضریب پسای کابیتی توسعه یافته، مقایسه‌ی نتایج عددی حاضر با نتایج تجربی [۲۱] و نظری (رابطه‌ی ۲۱) برای کابیناتور دیسکی.

پشت مخروط با روابط نظری و داده‌های تجربی [۲۱] مقایسه شده است. نتایج عددی با دقت خوبی با داده‌های تجربی و روابط نظری هماهنگی دارند. رفتار کاونتاسیون توسعه یافته پشت مخروط مشابه رفتار کاونتاسیون توسعه یافته پشت دیسک است ولی کابیتی توسعه یافته مخروط در مقایسه با دیسک کوتاه‌تر و نازک‌تر است؛ با این وجود، پارامتر $\frac{l_{\text{cavitymax}}}{d_{\text{cavitymax}}}$ مستقل از هندسه‌ی کابیناتور است (جدول ۱). استقلال



($\sigma = 0.20$, $Re = 1/87 \times 10^5$, $d_{cone} = 7/34 V, mm = -31/20 m/s$, زاویه مخروط, 90°)

شکل ۱۲. توسعه‌ی ناحیه‌ی کاویتی توسعه یافته پشت کایتاتور مخروطی



(ب) کاویتی سرعت عمودی پشت کایتاتور مخروطی.

(الف) کاویتی سرعت افقی؛

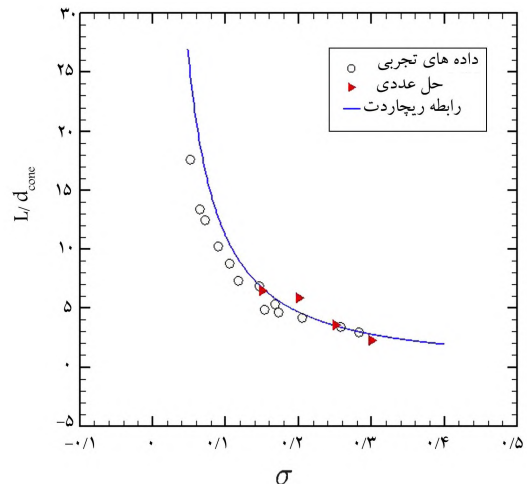
($\sigma = 0.20$, $Re = 1/87 \times 10^5$, $d_{cone} = 7/34 V, mm = -31/20 m/s$, زاویه مخروط, 90°)

شکل ۱۳. کانتورهای سرعت افقی و عمودی.

یافته بسیار کم‌تر از شرایط معمولی می‌شود. قابل ذکر است که میزان پسای فشاری در شرایط کاویتی توسعه یافته بسیار کم است؛ زیرا در هنگام کایتاسیون توسعه یافته کاهش فشار در پشت جسم نسبتاً محدود است. وقوع کایتاسیون دائمی، فشار پشت جسم را در مقدار فشار بخار ثابت نگاه می‌دارد. با توجه به این که پسای فشاری معادل با تفاضل فشار در اطراف جسم است، در شرایط کاویتی توسعه یافته این افت فشار محدودتر شده و لذا پسای فشاری کاهش می‌یابد. برای مثال، در

۱.۳.۴. اهمیت کایتاسیون توسعه یافته در کاهش نیروی پسا

تنش برشی روی سطح کاویتی توسعه یافته ناشی از اصطکاک بین لایه‌های بخار داخل کاویتی و جریان بیرونی است. با توجه به این که چگالی گازهای داخل کاویتی توسعه یافته بسیار کم است نیروی ناشی از تنش برشی یا پسای پوسته‌یی معمولاً کوچک، و قابل چشم‌پوشی است.^[۲۱] بنابراین در شرایط تشکیل کاویتی توسعه یافته، بخش اصلی نیروی پسا، پسای فشاری است و در نتیجه نیروی پسای کاویتی توسعه



شکل ۱۴. تغییر طول کاویتی توسعه یافته‌ی پشت مخروط برحسب عدد کاویتاسیون، مقایسه نتایج عددی با رابطه‌ی نظریه‌ی ریچاردت (رابطه‌ی ۲۰) و داده‌های تجربی [۲۱].

شرایطی که پشت مخروط کاویتاسیون روی ندهد، امکان افت فشار تا 80 kPa وجود دارد در صورتی که این افت فشار در شرایط کاویتاسیون حدود 97 kPa است.

۲.۳.۴. سرعت روی مرکز کاویتی توسعه یافته

در محاسبات نظری، فشار روی سطح کاویتی ثابت و برابر P_v فرض می‌شود و بردار سرعت فقط مؤلفه‌ی مماسی دارد. با استفاده از معادله‌ی برنولی بین یک نقطه در بالادست جریان و یک نقطه روی سطح کاویتی (نقطه c)، داریم:

$$P_{\infty} + \rho V_{\infty}^2 / 2 = P_c + \rho V_c^2 / 2 \quad (25)$$

با استفاده از رابطه‌ی ۲۵ و تعریف عدد کاویتاسیون، مؤلفه‌ی مماسی سرعت روی کاویتی از معادله‌ی ۲۶ به دست می‌آید: [۲۱]

$$\frac{V_c}{V_{\infty}} = \sqrt{1 + \sigma} \quad (26)$$

بنابراین شرط فشار ثابت روی سطح کاویتی به شرط سرعت مماسی ثابت روی آن می‌انجامد. نتایج به دست آمده در این تحقیق با این نظریه هماهنگی دارند. در شکل ۱۳ مرز ناحیه‌ی کاویتی، با کانتور سرعت $V_c = 34 \text{ m/s}$ ($V_c = 34/17 \sqrt{1 + 0.2} = 31.2$) مشخص است.

۴. کاویتاسیون روی بدنه‌ی استوانه‌یی

۱.۴.۴. رفتار نوسانی کاویتی در رژیم $\sigma = 0.30$

بدنه‌ی پرتابه‌های زیر دریایی معمولاً استوانه‌یی است. تعبیه‌ی کاویتاتور در جلو بدنه باعث شکل‌گیری یک ناحیه‌ی کاویتاسیون دائمی روی جسم می‌شود. در صورت عدم استفاده از کاویتاتور، احتمال وقوع رفتار گذرای ناحیه‌ی کاویتی در برخی از رژیم‌های عدد کاویتاسیون وجود دارد. [۲۱] در شکل ۱۵، رفتار گذرای کاویتاسیون روی بدنه‌ی استوانه‌یی با قطر 240 mm در شرایط $\sigma = 0.30$ نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، ناحیه‌ی کاویتی کاملاً ناپایدار است. پس از شکل‌گیری و توسعه‌ی کاویتی ($t = 55 \text{ ms}$)، بر اثر حرکت جت بازگشتی به ابتدای کاویتی، بخشی از کاویتی از آن جدا می‌شود. بخش جدا شده تبدیل به حباب‌های ریز

شده و توسط جریان اصلی به پایین دست منتقل می‌شود. از بالای کاویتی مجدداً ناحیه‌ی بخار رشد می‌کند ولی ناحیه‌ی کاویتی جدید نیز بر اثر حرکت گردابه‌های بازگشتی به ساختارهای بخار کوچک تبدیل می‌شود. این فرایند به صورت تناوبی ادامه می‌یابد و مراحل مختلف کاویتاسیون شامل توسعه‌ی جت بازگشتی، جدایش ساختارهای بخار و رشد کاویتی تکرار می‌شود. در شکل ۱۶ نتایج شبیه‌سازی عددی کاویتاسیون روی بدنه‌ی استوانه‌یی [۲۱] نشان داده شده است. جدایش ناحیه‌ی کاویتی و آغاز مجدد آن از ابتدای بدنه مشابه نتایج به دست آمده در این تحقیق است. علت عدم تقارن ناحیه‌ی کاویتی در شکل ۱۶، مدل‌سازی سه‌بعدی جریان است. بنابراین برای شبیه‌سازی دقیق کاویتاسیون جزئی و جدایش بخار، مدل‌سازی سه‌بعدی کاویتی ضروری است.

۲.۴.۴. رفتار غیرنوسانی در رژیم $\sigma = 0.15$

در شکل ۱۷ توسعه‌ی زمانی کاویتی روی بدنه‌ی استوانه‌یی با قطر 18 mm در رژیم کاویتاسیون $\sigma = 0.15$ نشان داده شده است. آغاز ناحیه‌ی کاویتی، از محل تشکیل گردابه‌های اولیه و کم‌فشار در ناحیه‌ی جریان جدا شده روی دیواره‌ی استوانه است. با شکل‌گیری حباب‌های کاویتاسیون، از کاهش بیشتر فشار درون گردابه‌ها جلوگیری می‌شود و این ناحیه‌ی فشار ثابت به تدریج توسعه پیدا می‌کند. در شکل ۱۸ توزیع ضریب فشار و چگالی بر روی استوانه نشان داده شده است. در داخل کاویتی ضریب فشار $C_p = -\sigma = -0.15$ و چگالی برابر 0.554 kg/m^3 (چگالی بخار) است. پس از اتمام ناحیه‌ی کاویتی، ضریب فشار و چگالی به مقدار جریان آزاد برمی‌گردد.

۳.۴.۴. بررسی شرایط پایداری و ناپایداری کاویتی

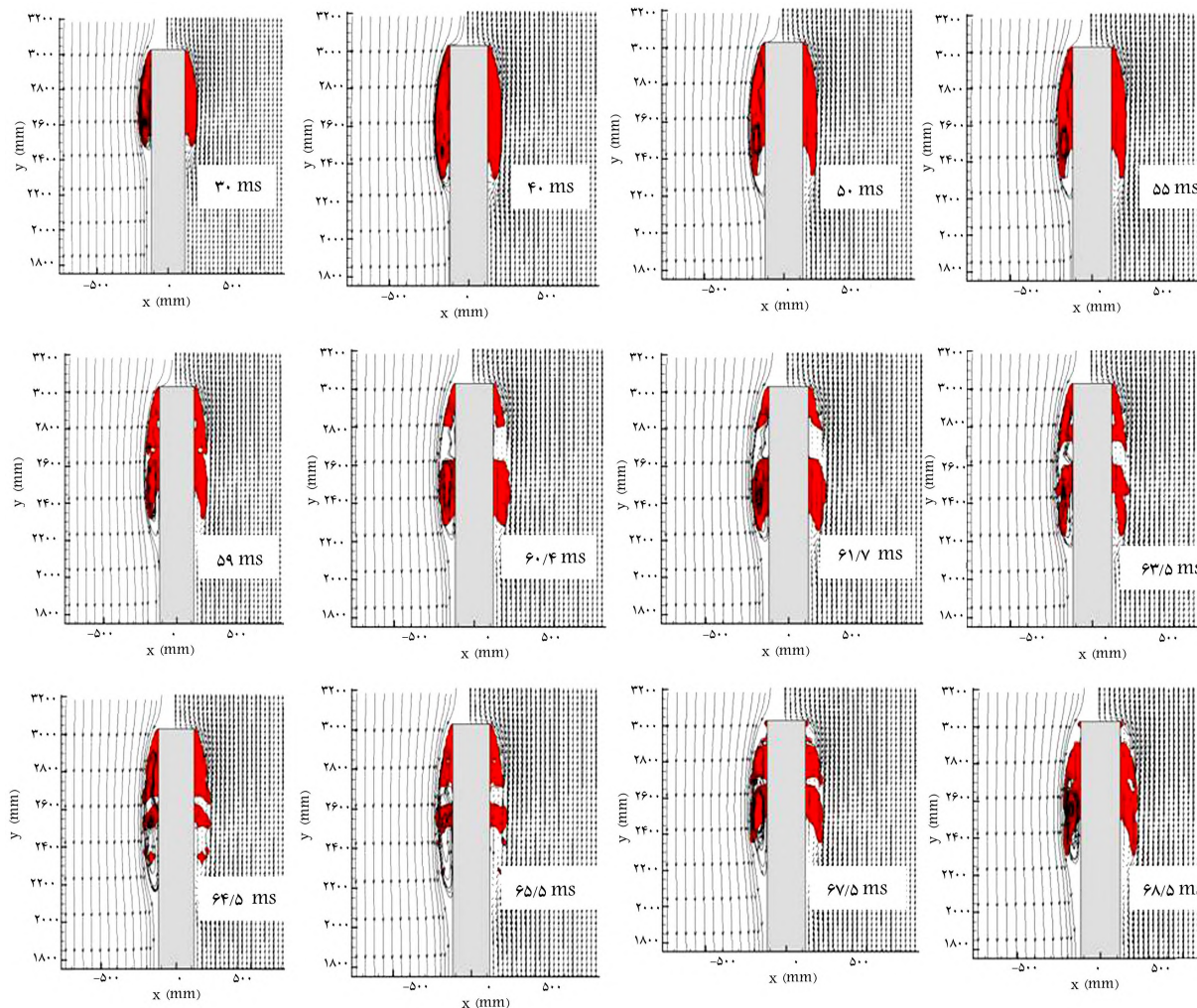
برای بررسی دلایل تفاوت رفتار کاویتاسیون در رژیم‌های مختلف (رفتار نوسانی در رژیم عدد کاویتاسیون 0.30 و رفتار دائمی در رژیم عدد کاویتاسیون 0.15)، لازم است رفتار کاویتاسیون جزئی مورد مطالعه قرار گیرد. رژیم‌های کاویتاسیون روی هیدروفویل «مسطح - دایروی» بررسی شده است. [۲۱] بر این اساس، تفاوت کاویتاسیون جزئی با کاویتاسیون ابری عبارت است از:

-- در شرایطی که زاویه‌ی حمله و σ (عدد کاویتاسیون) هر دو کوچک باشند کاویتی نازک و پایدار است و طول آن نسبتاً ثابت است (کاویتاسیون جزئی).

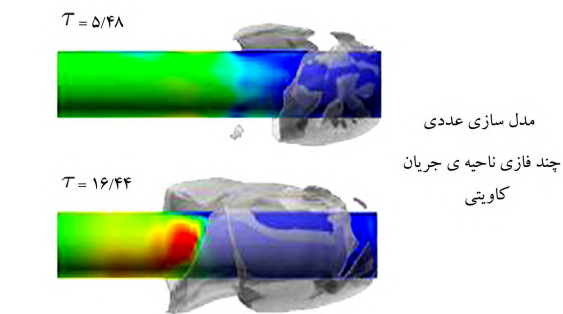
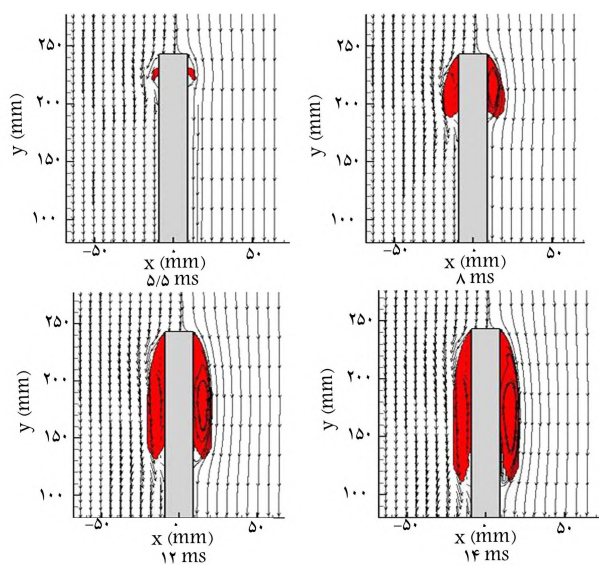
-- زمانی که زاویه‌ی حمله و σ هر دو بزرگ هستند کاویتی ضخیم‌تر و ناپایدار است. به دلیل جدا شدن بخشی از کاویتی توسط جت بازگشتی، طول کاویتی متغیر است. به محدوده‌یی که نوسانات کاویتی جزئی متناوب است، کاویتاسیون ابری گفته می‌شود.

مهم‌ترین عامل ناپایداری کاویتی «جت بازگشتی» است؛ به عبارتی ناپایداری‌ها در حالت کاویتی‌های جزئی با طول متوسط رشد می‌کنند. [۲۱] این مسئله نشان می‌دهد که کم‌ترین مقدار ضخامت کاویتی برای آغاز ناحیه‌ی تناوبی ضروری است. این کم‌ترین مقدار ضخامت کاویتی باید چندین برابر ضخامت جت برگشتی باشد تا نوسانات تناوبی ایجاد شود. ناحیه‌ی نوسانات از سمت راست به بیشترین مقدار طول کاویتی محدود می‌شود و به عبارتی نوسانات در شرایط کاویتی‌های بسیار طولی رخ نمی‌دهند. این شرط معادل کم‌ترین مقدار گرادیان فشار منفی لازم برای دریافت انرژی نوسان توسط جت‌های بازگشتی است. یادآور می‌شود با افزایش طول کاویتی، فرکانس نوسان جت‌ها کاهش می‌یابد و امکان وقوع ناپایداری کاهش می‌یابد.

با توجه به مقدمه‌ی فوق، این‌گونه استدلال می‌شود که رژیم کاویتاسیون 0.30 روی استوانه، مربوط به رژیم کاویتاسیون ابری است در حالی که در $\sigma = 0.15$



شکل ۱۵. توسعه و جدایش ناحیه‌ی کایتاسیون جزئی روی بدنه‌ی استوانه‌یی ($\sigma = 0.3^\circ$, $V_\infty = -25/5 \text{ m/s}$, $d = 24^\circ \text{ mm}$, $Re = 6.12 \times 10^6$).



شکل ۱۶. جدایش ناحیه‌ی کایتاسیون جزئی روی بدنه‌ی استوانه‌یی، $\sigma = 0.3^\circ$ [۳].

کایتاسیون جزئی با رفتار دائمی روی استوانه رخ می‌دهد. در رژیم $\sigma = 0.3^\circ$ ، کایتی ضخیم، کوتاه و با فرکانس نوسانات نسبتاً زیاد گردابه‌هاست. با افزایش سرعت و کاهش عدد کایتاسیون، ناحیه‌ی کایتی نازک‌تر و طولانی‌تر می‌شود. افزایش طول کایتی منجر به کاهش فرکانس جدایش گردابه‌ها و کاهش ضخامت جت بازگشتی می‌شود و در نتیجه جریان بازگشتی فاقد انرژی و سرعت لازم برای جدایش کایتی می‌شود و کایتی پایدار شکل می‌گیرد.

شکل ۱۷. توسعه‌ی کایتاسیون جزئی روی بدنه‌ی استوانه‌یی، $(\sigma = 0.15^\circ, V_\infty = -36 \text{ m/s}, d = 18 \text{ mm}, Re = 6.75 \times 10^5)$.

۴. بررسی رفتار گذرای کاویتی توسعه یافته نشان می‌دهد که پیش از شکل‌گیری حالت دائمی، طول ناحیه‌ی کاویتی افزایش زیادی می‌یابد ولی تغییرات قطر کاویتی با زمان نسبتاً کم است.

۵. پس از شکل‌گیری کاویتی توسعه یافته‌ی دائمی دو ویژگی رفتاری در انتهای این کاویتی قابل ملاحظه است: ۱. توسعه‌ی جت بازگشتی؛ ۲. جدایش حباب‌های بخار به جریان اصلی در اثر حرکت جت بازگشتی به داخل کاویتی.

۶. به‌طور کلی، الگوریتم عددی استفاده شده پارامترهای هندسی کاویتاسیون توسعه یافته کاویتاورها مانند ابعاد، نحوه‌ی بسته شدن و شکل کاویتی را در بازه توسعه یافته‌ی از رژیم عدد کاویتاسیون با دقت بالایی مدل‌سازی می‌کند.

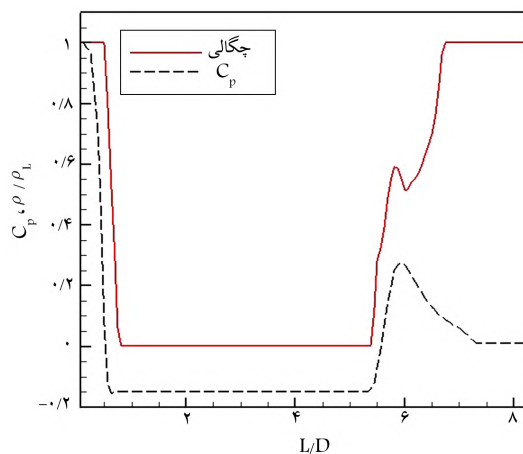
۷. پارامترهای جریانی کاویتاسیون توسعه یافته مانند ضریب پسا، رفتار جت بازگشتی، سرعت روی مرز کاویتی، و ضریب فشار در داخل کاویتی و در روی نقطه‌ی سکون ناپایای خارج کاویتی با دقت بالایی توسط الگوریتم عددی برآورد می‌شود.

۸. الگوریتم عددی، رفتار گذرای کاویتاسیون ابری مانند جدایش ساختارهای بخار از ناحیه‌ی کاویتی را با دقت بالایی مدل می‌کند.

مجموعه نتایج حاصله نشان‌دهنده‌ی دقت و قابلیت مناسب الگوریتم عددی حاضر در حل جریان با کاویتاسیون است. در انتها لازم است به کاربرد تحقیق حاضر و نتایج آن در فرآیند اجسام متحرک در آب اشاره کرد. کاویتاورها دیسکی و مخروطی و بدنه‌ی استوانه‌یی از نمونه‌های با کاربرد صنعتی توسعه یافته در سابلیم هستند که براساس نظریه‌ی کاویتاسیون توسعه یافته کار می‌کنند. با توجه به نتایج کسب شده می‌توان بررسی شرایط کارکرد مناسب برای این اجسام از دیدگاه عدد کاویتاسیون و عدد رینولدز مناسب را پیشنهاد کرد.

فهرست علائم

- C_D : ضریب نیروی پسا در عدد کاویتاسیون صفر
 C_D : ضریب نیروی پسا
 C_{dset} : ضریب ثابت در جمله چگالی
 C_{prod} : ضریب ثابت در جمله تخیر
 D : نیروی پسا
 $D_{cavitator}$: قطر کاویتاتور
 P_∞ : فشار جریان آزاد
 P_v : فشار بخار
 \vec{z} : تانسور کرنش
 n : مؤلفه‌ی عمودی



شکل ۱۸. نتایج حل عددی برای تغییرات ضریب فشار ۵ و چگالی روی بدنه‌ی استوانه‌یی شکل (شکل ۱۸، $V_\infty = -36 \text{ m/s}$ ، $d = 18 \text{ mm}$ ، $\text{Re} = 10^5 \times 6.75$ ، $\sigma = 0.15$)

۵. نتیجه‌گیری

در این نوشتار رژیم‌های مختلف کاویتاسیون بر روی هندسه‌های متقارن محوری کاویتاورها و بدنه‌ی پرتابه‌ها مدل‌سازی شد. الگوریتم عددی استفاده شده در این مقاله بر مبنای ترکیب روش «جریان تعادلی همگن» برای مدل‌سازی سیال دوفازی، الگوریتم یانگ‌زوروش نسبت حجمی سیال برای بازسازی ناحیه‌ی کاویتی، و مدل‌های انتقال جرم تحلیلی - عددی برای تبادل جرم کاویتاسیون، تنظیم شده است. نتایج کلی تحلیل عددی کاویتاسیون عبارت است از:

۱. در بین کاویتاورها، کاویتی توسعه یافته پشت دیسک بزرگ‌تر است. دلیل این مسئله را می‌توان چنین شرح داد: ناحیه‌ی کاویتاسیون از منطقه‌ی جدایش جریان و گردابه‌های پشت کاویتاتور آغاز می‌شود. ناحیه‌ی جدایش جریان و تشکیل گردابه پشت دیسک در مقایسه با دیگر انواع کاویتاتور بیشتر است و در نتیجه ناحیه‌ی کاویتاسیون توسعه یافته‌ی دیسک بیشینه است.
۲. نسبت طول به قطر کاویتی توسعه یافته در تمام رژیم‌های کاویتاسیون، مستقل از هندسه‌ی کاویتاتور است.
۳. با توجه به کم‌بودن چگالی بخار داخل کاویتی توسعه یافته، نیروی ناشی از اصطکاک بین لایه‌های بخار داخل کاویتی و جریان بیرونی ناچیز است؛ بنابراین بخش اصلی نیروی پسای کاویتی توسعه یافته، پسای فشاری است. در صورت ایجاد و نگهداری کاویتی توسعه یافته روی پرتابه زیردریایی، توان کم‌تری برای حرکت و مانور پرتابه مورد نیاز خواهد بود.

پانویس‌ها

1. surface tracking methods
2. hoemgenous equilibrium flow models

3. transport based equation model
4. Rayleigh
5. donor-acceptor
6. simple line interface construction (SLIC)
7. piecewise linear interface construction (PLIC)

8. cell per disk radius (CPDR)
9. plano-circular

منابع (References)

1. Wang, G., Senocak, I., Shyy, W., Ikohagi, T. and Cao, S. "Dynamics of attached turbulent cavitating flows", *Progress in Aerospace Sciences*, **37**, pp. 551-581 (2001).
2. Merkle, C.L., Feng, J. and Buelow, P.E.O. "Computational modeling of the dynamics of sheet cavitation", third International Symposium on Cavitation, (CAV1998), Grenoble, France (1998).
3. Kunz, R.F., Boger, D.A., Stinebring, D.R., Chyczewski, T.S., Lindau, J.W. and Gibeling, H.J. "A preconditioned navier-stokes method for two-phase flows with application to cavitation", *Computer & Fluids*, **29**, pp. 849-875 (2000).
4. Singhal, A.K., Vaidya, N. and Leonard, A.D. "Multidimensional simulation of cavitating flows using a PDF model for phase change", ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, ASME Paper FEDSM97-3272 (1997).
5. Senocak, I. and Shyy, W. "Evaluation of cavitation models for navier-stokes computations", *Proceeding of FEDSM 02, ASME Fluid Engineering Division Summer Meeting*, Montreal, Canada (2002).
6. DeBar, B. "Fundamental of the KRAKEN code", Technical Report UCIR-760 (1974).
7. Hirt, F.H. and Nichols, B.D. "A computational method for free surface hydrodynamics", *J. Pressure Vessel Technology*, **103**, p. 136 (1981).
8. Noh, W.F. and Woodward, P.R. "SLIC (Simple Line Interface Construction)", *Lecture Notes in Physics*, **59**, p. 330 (1976).
9. Youngs, D.L. "Time dependent multi material flow with large fluid distortion", *Num. Methods for Fluid Dynamics*, N.Y, pp. 273-285 (1982).
10. Yuan, W., Sauer, J. and Schnerr, G.H. "Modeling and computation of unsteady cavitation flows in injection nozzles", *Journal of Mechanical Ind.*, **2**, pp. 383-394 (2001).
11. Bouziad, A.Y., Farhat, M., Guennoun, F. and Miyagawa, K. "Physical modeling and simulation of leading edge cavitation, application to an industrial inducer", Cav03-OS-6-014., *Proceedings of the 5th International Symposium on Cavitation*, Osaka (2003).
12. Wiesche, S. "Numerical simulation of cavitation effects behind obstacles and in an automotive fuel jet pump", *Heat Mass Transfer*, **41**, pp. 615-624 (2005).
13. Frobenius, M. and Schilling, R. "Three-dimensional unsteady cavitating effects on a single hydrofoil and in a radial pump- measurement and numerical simulation", Cav03-GS-9-005, *Proceedings of the 5th International Symposium on Cavitation*, Osaka (2003).
14. Li, D., Grekula, M. and Lindell, P. "A modified SST k- ω turbulence model to predict the steady and unsteady sheet cavitation on 2D and 3D hydrofoils", *Proceedings of the 7th International Symposium on Cavitation CAV2009* (2009).
15. Liu, D., Hong, F. and Lu, F. "The numerical and experimental research on unsteady cloud cavitating flow of 3D elliptical hydrofoil", *J. of Hydrodynamics*, **22**(5), pp. 759-763 (2010).
16. Huang, B. and Wang, G. "Partially averaged navier-stokes method for time-dependent turbulent cavitating flows", *J. of Hydrodynamics*, **23**(1), pp. 26-33 (2011).
17. Phoemsaphawee, S., Leroux, J., Kerampran, S. and Laurens, J. "Implementation of a transpiration velocity based cavitation model within a RANS solver", *European Journal of Mechanics B/Fluids*, **32**, pp. 45-51 (2012).
18. Bakir, F., Rey, R., Gerber, A., Belmari, T. and Hutchinson, B. "Numerical and experimental investigations of the cavitating behaviour of an inducer", *Int. Jour. Of Rotating Machinery*, **10**, pp. 15-25 (2004).
19. Tang, H., Wrobel, L.C. and Fan, Z. "Tracking of immiscible interfaces in multiple-material mixing process", *Comput. Materials Science*, **29**, pp. 103-118 (2004).
20. Passandideh-Fard, M. and Roohi, E. "A computational model for cavitation using volume-of-fluid method", Accepted to be Presented in the 13th Conference of CFD Society of Canada, CFD (2006).
21. Franc, J.P. and Michel, J.M., *Fundamentals of Cavitation*, Section: 6 & 9, Kluwer Academic Publisher, Netherlands (2004).