

برآورد تابع‌های تقاضای محصولات کشاورزی ایران با استفاده از روش برنامه‌ریزی ریاضی (کاربرد روشنی بیشترین بی‌نظمی)

محمود صبوحی صابونی و محمود احمدپور برازجانی^۱

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۱۱/۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۵/۱۶

چکیده

توابع تقاضای ۳۵ محصول عمده‌ی کشاورزی، در قالب ۱۴ گروه کالایی در سطح کشور برآورد، و کنش قیمتی خودی و متقاطع تقاضا برای این گروه از کالاهای محاسبه شد. داده‌های مورد نیاز از میانگین قیمت و تجمیع داده‌های مربوط به اندازه‌ی مصرف محصولات کشاورزی ایران در سال ۱۳۸۷ به دست آمد. نتایج نشان داد که مقدار تقاضای بیشتر گروه‌ها نسبت به تعییرات قیمت کم‌کشن است. از سوی دیگر، چون این مدل بزرگ‌ترین بخش از محصولات کشاورزی است، با یک مدل تعادل در بخش کشاورزی همسان است. بر این اساس، تعییر در اندازه‌ی مصرف هر گروه کالا باید بر اندازه‌ی مصرف دیگر گروه‌ها اثر داشته باشد. بنابراین، علامت بیشتر کشن‌های متقاطع مثبت شده است، و این گویای رابطه‌ی جانشینی میان بیشتر گروه‌های کالایی است. به دیگر سخن، مصرف‌کنندگان با کاهش اندازه‌ی یک گروه کالایی کشاورزی در سبد مصرفی خود، محصولات گروه‌های دیگر را جای‌گزین آن می‌نمایند. مقایسه‌ی نتایج به دست آمده در این تحقیق با نتایج بررسی‌های پیشین در ایران، استفاده از روش بیشترین بی‌نظمی برای برآورد توابع را به عنوان گزینه‌ی مناسب در کنار روش‌های اقتصاد سنجی جای می‌دهد. به ویژه در هنگامی که داده‌های کافی در دست نیست، و یا جمع‌آوری داده‌های آماری کافی به صرف وقت و هزینه‌ی فراوان نیاز دارد.

طبقه‌بندی JEL: C02, C61, Q11

واژه‌های کلیدی: محصولات کشاورزی، تابع تقاضا، برنامه‌ریزی ریاضی، بیشترین بی‌نظمی

^۱. به ترتیب دانشیار و دانشجوی دکتری گروه اقتصاد کشاورزی، دانشگاه زابل.

مقدمه

مواد غذایی، ضروری‌ترین نیاز یک جامعه و بخش کشاورزی تنها تولیدکننده‌ی این کالاها است. کمبود یا نوسان قیمت این کالاها یکی از دشواری‌های تاریخی اقتصاد ایران بوده که نارضایتی در تمام گروه‌های جامعه و به چالش کشیدن مسؤولان و دولتمردان را در پی داشته است. از این رو، ثبات و تنظیم بازار این محصولات و ایجاد قیمت‌های معادل برای آن‌ها یکی از نگرانی‌های همیشگی سیاست‌گذاران است. بنابراین تعیین اندازه‌ی تاثیرپذیری اندازه‌ی تقاضای یک محصول کشاورزی از تغییرات قیمت آن محصول و محصولات دیگر، همواره از موضوع‌های باله‌میت برای تنظیم بازار محصولات کشاورزی بوده است. برگریدن تصمیم‌های مستدل و اثربخش در این زمینه، نیازمند آگاهی از ضریب کشش قیمتی خودی و متقاطع تابع تقاضا به‌ویژه در سطح کل کشور است.

حقوقان در بررسی‌های متعددی تابع تقاضای محصولات کشاورزی را در ایران برآورد زده‌اند. عزیزی و ترکمانی (۱۳۸۰)، زراغنژاد و سعادت‌مهر (۱۳۸۵)، گودرزی و همکاران (۱۳۸۶)، مجاورحسینی (۱۳۸۶)، صمدی (۱۳۸۶) و کریمی و همکاران (۱۳۸۸) با استفاده از سیستم تقاضای تقریباً-دلخواه ($AIDS$)^۱، بریمنژاد و شوشتريان (۱۳۸۷) با استفاده از مجموعه‌ی معادله‌های همزمان و حسینی‌پور و همکاران (۱۳۸۸) با مدل رتردام تابع تقاضای گوشت را در ایران برآورد نمودند.

صفوی (۱۳۸۰) تابع تقاضای محصولات پروتئینی را با جدا کردن مناطق شهری و روستایی با استفاده از درهم‌آمیزی داده‌های سری زمانی و مقطعی برآورد کرد، و کشش‌های درآمدی، قیمتی، و متقاطع را داد. نتایج نشان داد که کشش درآمدی مواد گوشتی بیش‌تر از مواد غیر‌گوشتی (تخم مرغ و لبیات) است. دانشور کاخکی و همکاران (۱۳۸۶)، تاثیرات تغییر قیمت شیر بر رفاه تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان را تعیین نمودند. در این مطالعه، برای تعیین

^۱- Almost Ideal Demand System (AIDS)

اندازه‌ی تغییر رفاه تولیدکنندگان و مصرفکنندگان، توابع تقاضا و عرضه‌ی شیر برآورد شد. نتایج تحقیق گویای این بود که با افزایش قیمت شیر رفاه تولیدکنندگان افزایش، رفاه مصرف-کنندگان کاهش و در مجموع رفاه اجتماعی افزایش می‌یابد. حسینی‌پور و همکاران (۱۳۸۸)، توابع تقاضای گوشت در مناطق شهری و روستایی را با استفاده از مدل رتردام برآورد کردند. آن‌ها در برآورد سیستم تقاضای رتردام از روش رگرسیون به ظاهر نامرتب^۱ استفاده نمودند. نتایج مطالعه نشان داد که قیمت ابزار موثری برای تغییر اندازه‌ی تقاضای گوشت نیست، زیرا کشش قیمتی انواع گوشت در مناطق شهری و روستایی بسیار پایین بود. بریمنژاد و شوستریان (۱۳۸۷)، عرضه و تقاضای گوشت قرمز در ایران را با نگرش سیستمی بررسی کردند. نتایج به دست آمده گویای ناهمزنمانی در مجموعه‌ی معادلات گوشت در ایران بود. بنابراین، هرگونه سیاست‌گذاری بر اساس نتایج به دست آمده از مجموعه‌ی معادلات هم‌زمان می‌تواند در عمل به نتایج نادرست منجر شود.

موهنتی و پیترسون (۱۹۹۹)، توابع تقاضای گندم را برای دو گروه ایالات متحده و اتحادیه‌ی اروپا با استفاده از مدل AIDS پویا برآورد نمودند. نتایج نشان داد که کشش قیمتی تقاضای گندم وارداتی از کانادا به ایالات متحده بیش‌تر از کشش قیمتی تقاضا برای گندم تولید شده در ایالات متحده است. اما در بازار اتحادیه‌ی اروپا وضعیت چونین نبود.

ذلفقار و کشتی (۲۰۱۰)، یک مدل معادلات هم‌زمان، برای پوشش توابع عرضه و تقاضای گندم پاکستان در سطح کلان به کار بردن. پژوهش آن‌ها نشان داد که عرضه‌ی داخلی گندم پاکستان نسبت به قیمت باکشش و رابطه مثبت با اندازه‌ی به‌کارگیری مواد مغذی دارد. با این که از لحاظ آماری قیمت اثر معنی‌داری بر طرف عرضه دارد، اثر معنی‌داری بر طرف تقاضا نشان نداد. آن‌ها ضریب قیمت برای تابع تقاضا را در سطح کلان معادل $469/0 - 0/04$ به دست آورده‌اند، و نتیجه گرفتند که اندازه‌ی جمعیت اثر آماری معنی‌داری بر تقاضای گندم دارد.

^۱- Smilingly Unrelated Regression (SUR)

بخشی و پیکانی (۱۳۸۸) برای برآورد تابع تولید از روش بیشترین بی‌نظمی تعیین یافته (*GME*)^۱، و اسد فلسفی‌زاده و همکاران (۱۳۸۸) برای تعیین کارآیی برنج‌کاران ایران از روش *GME* استفاده نمودند. به‌گفته‌ی آن‌ها این روش بی‌نیاز به نتیجه‌گیری آماری، عوامل مورد نیاز را برآورد می‌کند.

گولان و همکاران (۱۹۹۶) برای برآورد عوامل توابع در هنگام روبه‌رو شدن با محدودیت داده، یک مفهوم فیزیکی را که از آن در فن‌آوری اطلاعات استفاده شده بود به کار گرفتند. پاریس و هویت (۱۹۹۸) با به کار گیری رهیافت بیشترین بی‌نظمی (ME) برای تصریح تابع هزینه، روش برنامه‌ریزی ریاضی اثباتی را تعیین دادند. مارش و همکاران (۱۹۹۸) از روش *GME* برای برآورد یک سیستم معادلات هم‌زمان خطی استفاده نمودند. نتایج مطالعه‌ی تجربی آن‌ها نشان‌گر برتری‌های روش *GME* بر روش‌های سنتی مانند 2SLS و 3SLS بود. نتایج روش *GME* در مورد نمونه‌های کوچک در مقایسه با دو روش دیگر به واقعیت نزدیک‌تر بود. آرفینی و همکاران (۲۰۰۸) توابع تقاضای سطح کشتزار و تابع هزینه را با استفاده از روش ME برآورد نمودند. پایریز و همکاران (۲۰۱۰) برای یافتن روش بهتر برای برآورد توابع مطلوبیت، دو روش *GME* و کمترین مربعات معمولی (OLS) را با یکدیگر مقایسه نمودند. نتایج نشان داد که تفاوت میان دو برآورد اندک است، و این تفاوت هنگامی که تعداد نقاط پشتیبان زیادتر می‌شود کاهش می‌یابد. به علاوه برآوردگر *GME*، دقیق‌تر از OLS است. به طور کلی، نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که هنگامی که داده‌ها با روش‌های استنباطی به دست می‌آید، *GME* یک جای‌گزین مناسب برای OLS در زمینه‌ی برآورد تابع مطلوبیت است.

اگرچه توابع تقاضای برخی از محصولات کشاورزی (بیشتر انواع گوشت، آرد و نان، شکر و روغن) در ایران بارها برآورد شده است، ولی تابع تقاضای دیگر محصولات در

^۱ - Generalized Maximum Entropy (GME)

مطالعه‌های پیشین کمتر دیده می‌شود. این تحقیق از نظر فراوانی محصولات مورد مطالعه و تاثیرات متقابل میان آنها با مطالعات پیشین تفاوت دارد.

در این تحقیق کشش قیمتی خودی و متقطع تقاضای گروه‌های مختلف محصولات کشاورزی در قالب یک سیستم منسجم با استفاده از داده‌های قیمت و مقدار مصرف محصولات کشاورزی در سال ۱۳۸۷ و به کمک روش بیشترین بی‌نظمی برآورد شده است. روش بیشترین بی‌نظمی برخلاف بیشتر روش‌های اقتصاد سنجی، این توانایی را دارد که با کمترین آمار و اطلاعات موجود، شمار بالایی از کالاهای و یا گروه‌های کالایی را همزمان و در ارتباط با هم مطالعه و بررسی نماید. این ویژگی امکان بازبینی آثار تصمیم‌های سیاست‌گذاران را در بازار محصولات کشاورزی فراهم می‌کند.

روش تحقیق

هدف از انجام این پژوهش بررسی تاثیرپذیری اندازه‌ی تقاضای هر گروه از محصولات کشاورزی از قیمت همان گروه کالایی، و قیمت دیگر گروه‌های محصولات کشاورزی در سال ۱۳۸۷ است. به این منظور، محصولات کشاورزی در ایران به ۱۴ گروه، مطابق جدول ۱، طبقه بندی شد.

با توجه به این که اندازه‌ی بودجه‌یی که مصرف‌کنندگان کشور معمولاً در یک سال معین صرف خرید محصولات کشاورزی می‌کنند در محدوده‌ی معینی است، تغییر اندازه‌ی مصرف یک گروه از محصولات به هر دلیلی می‌تواند بر قیمت آن گروه و دیگر گروه‌های محصولات کشاورزی مؤثر باشد. بر این اساس، انتظار می‌رود علامت بیشتر کشش‌های متقطع ثابت باشد، یعنی گروه‌های کالایی بیشتر جانشین یکدیگر باشند. در این پژوهش، کشش‌های خودی و متقطع تابع تقاضای گروه‌های محصولات کشاورزی یکباره در یک مجموعه، با استفاده از روش *GME* محاسبه گردید. روش استخراج تابع تقاضا و شیوه‌ی برآورد عوامل

آن با استفاده از روش *GME* به شرح زیر آورده شده است. شیوه‌ی جمع‌آوری آمار و اطلاعات مورد نیاز در ادامه آورده شده است.

الف) استخراج تابع تقاضا

بر اساس فرضیه‌ی نئودورهیک رفتار مصرف‌کننده، با بیشترین کردن تابع مطلوبیت (۱)، به شرط محدودیت بودجه (۲)، تابع تقاضا به دست می‌آید. اگر تابع مطلوبیت یک مصرف‌کننده‌ی نماینده به صورت (۱) باشد:

$$U(Q_i) = a_i Q_i - \frac{1}{2} b_i Q_i^2 \quad (1)$$

که در آن Q_i اندازه‌ی تقاضای کالای i ، a_i و b_i عوامل و مثبت است، تابع (۱) اکیدا مقعر است. مصرف هر کالای خوراکی (Q_i) دارای یک حد بالا و پایین است، در:

$$\sum_{i=1}^I P_i Q_i \leq E \quad (2)$$

در اینجا، E کل پول در دسترس برای خرید کل کالاهای خوراکی است که بروزرا در نظر گرفته می‌شود.

با مشتق‌گیری از تابع (۱) نسبت به Q_i ، تابع تقاضای معکوس (۳) به دست می‌آید (لتون، ۲۰۰۱).

$$P_i = a_i - b_i Q_i \quad (3)$$

اگر تاثیرات متقاطع میان محصولات در نظر گرفته شود، تابع تقاضای معکوس یک محصول (۳)، یک تابع چند متغیره خواهد بود. به عبارت دیگر، اگر در رابطه‌ی ۳، قیمت محصول i ، علاوه بر این که زیر تاثیر اندازه‌ی تقاضا برای محصول i است، از مقدار تقاضا برای دیگر محصولات ($i' = 1, \dots, I$) نیز تاثیر بگیرد، رابطه‌ی (۳) به صورت زیر اصلاح خواهد شد (آرفینی و همکاران، ۲۰۰۸):

$$p_i = \alpha_i - B Q_i \quad (4)$$

در این جا، p ، α و Q بردارهایی با ابعاد $(I \times 1)$ و B ماتریس اندازه‌های شب تابع تقاضای معکوس و متقارن و نیمه معین مثبت با ابعاد $(I \times I)$ است.

با توجه به این که قیمت یک محصول خاص در استان‌های مختلف با قیمت میانگین کشور متفاوت است، یک سری تابع تقاضا وجود خواهد داشت. تابع تقاضای هر یک از استان‌ها به صورت زیر است (آرفینی و همکاران، ۲۰۰۸):

$$p_{gi} = \alpha_i - \sum_{i'=1}^{I'} B_{ii'} Q_{gi} + u_{gi} \quad \forall i, g \quad (5)$$

در این پژوهش به دلیل نبود آمار مربوط به قیمت و یا اندازه‌ی محصولات برای برخی از استان‌ها، امکان برآورد تابع تقاضا برای تک‌تک استان‌ها ممکن نبود. بنابراین، تابع تقاضا برای هر محصول در سطح کل کشور برآورده شده است. تابع تقاضای معکوس هر محصول در سطح کشور به صورت زیر است.

$$p_i = \alpha_i - \sum_{i'=1}^{I'} B_{ii'} Q_i + u_i \quad \forall i \quad (6)$$

با بازنویسی رابطه‌ی ۶، بر اساس Q ، تابع تقاضای مستقیم محصولات به شکل زیر به دست می‌آید:

$$Q_i = a_i - \sum_{i'=1}^{I'} B_{ii'} p_i + u_i \quad \forall i \quad (7)$$

برای دست‌یابی به کشش‌های خودی و متقطع تابع تقاضا، بهتر است به جای Q_i و P_i در رابطه‌ی ۷، اندازه‌های لگاریتم طبیعی آنها در نظر گرفته شود. در این صورت ضرایب به دست آمده برابر با کشش خواهد بود. بنابراین، تابع برآورده شده در این تحقیق به صورت زیر در می‌آید:

$$\ln Q_i = a_i - \sum_{i'=1}^{I'} B_{ii'} \ln p_i + u_i \quad \forall i \quad (8)$$

ب) برآورد تابع تقاضا با روش *GME*

از زمان انتشار کتاب اقتصاد سنجی بیشترین بی نظمی، توسط گولان و همکاران (۱۹۹۶)،^۱ اقتصاددانان کشاورزی بارها روش بیشترین بی نظمی را به کار گرفته اند. بر اساس نظریه‌ی گولان و همکاران (۱۹۹۶) در مورد *GME*، هر عامل به وسیله‌ی حاصل ضرب برداری از نقاط پشتیبان^۲ (اندازه‌های گستته‌ی روی دامنه‌ی ممکن یک عامل) در بردار احتمالات مربوط به آن نقاط به دست می‌آید. با حل مدل *GME*، توزیع احتمال نقاط پشتیبان به دست می‌آید. فرآیند برآورد تابع تقاضا با استفاده از این روش در ادامه آورده شده است.

داده‌های مورد نیاز برای برآورد تابع (۸) قیمت محصول i و اندازه‌ی تقاضای آن در سطح کشور است. این تابع را از روش‌های کمترین مربعات تعیین یافته (*GLS*)^۳، بیشترین درستنمایی (*ML*)^۴ و بیشترین بی نظمی تعیین یافته (*GME*)^۵ می‌توان برآورد کرد. در این تحقیق، با وجود خوش‌فرم^۶ بودن مساله (مثبت بودن درجه‌ی آزادی)، روش *GME* انتخاب شده است. آرفینی و همکاران (۲۰۰۸) بر این باور اند که تجربه‌های گذشته نشان داده است که زمانی که با محدودیت مشاهده مواجه ایم، روش *GME* در مقایسه با روش‌های دیگر نتایج واقع گرایانه‌تری برای عوامل در مرحله‌ی شبیه‌سازی به دست می‌دهد.

برای برآورد تابع تقاضای ۸ با روش *GME*، نخست باید برای عوامل فضای پشتیبان^۷ ساخته شود. نقاط پشتیبان برای عامل i به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود (هکلی و براپتز، ۲۰۰۰).

^۱. Support Points

^۲. Generalized Least Squares (GLS)

^۳ - Maximum Likelihood (ML)

^۴ - Well-Posed

^۵ - Support space

$$za_i = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2.0 \end{bmatrix} \times \ln Q_i \quad \forall i \quad (9)$$

در این جا $\ln Q_i$ ، لگاریتم طبیعی اندازه‌ی مصرف محصول i در سال مورد مطالعه در کشور است. بر اساس رابطه‌ی ۹ انتظار می‌رود مقدار عرض از مبدأ تابع لگاریتم خطی تقاضا مثبت، و پیرامون لگاریتم طبیعی مقدار تقاضا باشد.

پیش از تعیین نقاط پشتیبان برای عناصر ماتریس شیب B ، یادآوری این نکته لازم است که تابع تقاضای برآورد شده باید شرایط خمیدگی^۱ مورد نیاز (شرط لازم مرتبه‌ی دوم) را تامین کند. این امر نیازمند نیمه‌ی معین و مثبت بودن ماتریس B است (هویت، ۲۰۰۵). ساده‌ترین و کارآترین راه رعایت این شرط، تجزیه‌ی ماتریس B به سه جزء بر اساس روش فاکتورگیری چلوسکی^۲ است (پاریس و هویت، ۱۹۹۸).

$$B = YHY' \quad (10)$$

در این جا ماتریس B به ماتریس‌های Y ، H و Y' تجزیه شده است. Y ، یک ماتریس مثلثی زیرین با اندازه‌های یک روی قطر اصلی و اندازه‌های صفر بالای این قطر، H ، یک ماتریس قطری غیر منفی با اندازه‌های صفر برای عناصر غیر قطری و Y' ، ترانهاده‌ی ماتریس Y است. این تجزیه، نیمه‌ی معین، مثبت و متقارن بودن ماتریس B را تضمین می‌کند. تجزیه را در فرم فشرده نیز می‌توان انجام داد.

$$B = YHY' = RR' \quad (11)$$

در این جا $R = YH^{1/2}$ است.

¹ - Curvature

² - Cholesky Factoring

نقاط پشتیبان برای عناصر ماتریس‌های H و Y ، به ترتیب به صورت زیر در نظر گرفته شد.

فضای پشتیبان عناصر قطری ماتریس H :

$$zh_{ii'} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.5 \\ 1.0 \\ 1.5 \\ 2.0 \end{bmatrix} \times \ln Q_i^0 / \ln \bar{P}_i \quad \forall i = i' \quad (12)$$

در اینجا، \bar{P}_i میانگین قیمت کالای i در سال پایه در کشور است.

فضای پشتیبان عناصر غیر قطری ماتریس Y :

$$zy_{ii'} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.25 \\ 1.0 \\ 1.75 \\ 2.5 \end{bmatrix} \times \ln Q_i^0 / \ln \bar{P}'_i \quad \forall i \neq i' \quad (13)$$

در اینجا، \bar{P}'_i میانگین قیمت کالای i' که جانشین یا مکمل کالای i در سال پایه است، است. چونان که پیشتر فرض شد، سهم بودجه‌یی که در یک سال خاص، در سطح کل کشور یا خانوار به خرید مواد غذایی اختصاص داده می‌شود، تقریباً معین است، بنابراین انتظار می‌رود گروه‌های کالایی کشاورزی بیشتر جانشین یکدیگر باشد تا مکمل. بر این اساس، وزن نقاط پشتیبان بیشتر مثبت در نظر گرفته شده است تا منفی.

برای تعیین فضای پشتیبان جزء خطأ از قاعده‌ی 3σ استفاده و نقاط این فضا به صورت زیر محاسبه شد (گولان و همکاران، ۱۹۹۶):

$$zu_i = \begin{bmatrix} -3 \\ -1.5 \\ 0 \\ 1.5 \\ 3 \end{bmatrix} \times \ln \sigma_{Qi} \quad \forall i \quad (14)$$

در اینجا σ_{Qi} ، انحراف معیار اندازه‌های مصرف کالای i است.
با وارد کردن احتمالات نقاط پشتیبان و شرایط خمیدگی (شرط مرتبه‌ی دوم)، اندازه‌های عوامل به صورت زیر برآورده شود.

$$\alpha_i = \sum_{t=1}^T zu_{it} p \alpha_{it} \quad \forall i \quad (15)$$

$$Y_{ii'} = \sum_{t=1}^T z y_{ii't} p y_{ii't} \quad \forall i \neq i' \quad (16)$$

$$H_{ii'} = \sum_{t=1}^T z h_{ii't} p h_{ii't} \quad \forall i = i' \quad (17)$$

$$u_i = \sum_{t=1}^T zu_{it} p u_{it} \quad \forall i \quad (18)$$

T ، نشان‌گر تعداد نقاط پشتیبان است. $Y_{ii'}$ و $H_{ii'}$ به ترتیب عناصر ماتریس مثلثی زیرین و ماتریس غیرمنفی قطری را نشان می‌دهد.
سمت راست معادلات ۱۵ تا ۱۸، حاصل ضرب بردار نقاط پشتیبان در بردار احتمالات مجهول مربوط را نشان می‌دهد.

در نهایت، مدل GME برای برآوردهای تقاضا در روابط ۱۹ تا ۲۴ نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \max H(p) = & -\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T p\alpha_{it} \ln p\alpha_{it} - \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^{I'} \sum_{t=1}^T py_{ii't} \ln py_{ii't} \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{i'=1}^{I'} \sum_{t=1}^T ph_{ii't} \ln ph_{ii't} - \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T pu_{it} \ln pu_{it} \end{aligned} \quad (۱۹)$$

Subject to :

$$Q_i = \sum_{t=1}^T zu_{it} pu_{it} + \sum_{t=1}^T p\alpha_{it} z\alpha_{it} - \sum_{i'=1}^{I'} R_{ii'} R_{i'i} \bar{P}_{i'} \quad \forall i \quad (۲۰)$$

$$R_{ii'} = \left(\sum_{t=1}^T zy_{ii't} py_{ii't} \right) \times \left(\sum_{t=1}^T zh_{ii't} ph_{ii't} \right)^{1/2} \quad \forall i, i' \quad (۲۱)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T pu_{it} zu_{it} = 0 \quad \forall i \quad (۲۲)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^T p\alpha_{it} = 1 \quad \forall i \\ \sum_{t=1}^T py_{ii't} = 1 \quad \forall i \neq i' \\ \sum_{t=1}^T ph_{ii't} = 1 \quad \forall i = i' \\ \sum_{t=1}^T pu_{it} = 1 \quad \forall i \end{array} \right. \quad (۲۳)$$

$$p\alpha_{it} \geq 0 \quad py_{ii't} \geq 0 \quad ph_{ii't} \geq 0 \quad (۲۴)$$

معادله ۱۹ نشان‌گر تابع هدف است که به وسیله‌ی آن، تابع بی‌نظمی برای عوامل بیشترین می‌شود.

معادله ۲۰ تابع تقاضا را برای هر یک از محصولات نشان می‌دهد.

معادله ۲۱ فاکتورگیری چلوسکی را نشان می‌دهد.

معادله ۲۲ نشان‌گر این است که امید ریاضی جزء پس‌ماند ۰ است.

بر اساس معادله‌های ۲۳ مجموع احتمالات نقاط پشتیبان باید برابر ۱ باشد.

نامعادلهای ۲۴ غیرمنفی بودن اندازه‌های احتمالات را نشان می‌دهد.

با حل مدل ریاضی بالا، توزیع‌های احتمال نقاط پشتیبان عرض از مبدأ، عناصر ماتریس شیب و جزء پس‌ماند به دست می‌آید، و می‌توان این عوامل را بر اساس روابط ۱۵ تا ۱۸ محاسبه نمود.

در توابع تقاضای برآورد شده، لگاریتم طبیعی مصرف کل محصولات هر گروه در ایران در سال ۱۳۸۷ متغیر وابسته، و لگاریتم طبیعی میانگین وزنی قیمت‌های محصولات متغیرهای توضیحی در نظر گرفته شد. برای نمونه، در رابطه‌ی ۲۵ لگاریتم طبیعی مقدار تقاضای گروه غلات تابعی از لگاریتم طبیعی قیمت غلات و قیمت‌های گروه‌های دیگر محصولات در نظر گرفته شده است.

$$\ln Q_{cereals} = f(\ln P_{cereals}, \ln P_{grains}, \ln P_{summery\ and\ veg}, \ln P_{melons}, \ln P_{fresh\ fruit}, \ln P_{dried\ fruit}, \ln P_{animal\ products}, \ln P_{honey}, \ln P_{sugar}, \ln P_{oil}, \ln P_{catton}) \quad (25)$$

برای حل مدل GME از بسته‌ی نرم‌افزاری GAMS و روش حل conopt3 موجود در این بسته استفاده شد (دراد، ۱۹۹۵).

ج) شیوه‌ی جمع‌آوری داده‌ها

اطلاعات استفاده شده در این پژوهش قیمت و اندازه‌ی مصرف محصولات نهایی کشاورزی استان‌های مختلف در سال ۱۳۸۷ است. این داده‌ها از سازمان‌های مربوط، مانند اداره‌ی تنظیم بازار سازمان جهاد کشاورزی استان‌ها (۱۳۸۷)، آمارنامه‌ها و گزارش‌های آماری وزارت جهاد کشاورزی (۱۳۸۷ الف، ب و ج)، عبادی و سعدی‌نیا (۱۳۸۸)، مرکز آمار ایران (۱۳۸۷)، و بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران (۱۳۸۸) جمع‌آوری شد.

اندازه‌های مصرف هر محصول در کل کشور با اندازه‌های مربوط به مصرف سرانه (معاونت امور تولیدات دامی، ۱۳۸۷، فائق ۲۰۰۸) و جمعیت کشور (مرکز آمار ایران، ۱۳۸۵) محاسبه گردید.

نتایج و بحث

با توجه به این که برآورد تابع تقاضا برای تکتک محصولات کشاورزی، که در آنها همه‌ی محصولات منظور می‌شود، در عمل با افزایش بیش از حد متغیرهای توضیحی و دشواری‌هایی مانند هم‌خطی مواجه بودیم. افزون بر آن، بسیاری از کشش‌های متقاطع در بازه‌ی نامعقولی به دست می‌آمد. سعی شد محصولات مورد بررسی گروه‌بندی شود، و تحلیل‌های تقاضا بر کالاهای جمع‌شده صورت گیرد. با این کار امکان کنترل سیستم معادلات و تحلیل نتایج بیش‌تر شد. این گروه‌بندی بر اساس ویژگی‌های فیزیولوژیایی گیاهان، تقسیم‌بندی وزارت جهاد کشاورزی در آمارنامه‌های کشاورزی، نتایج مطالعات سلامی و کیانی‌راد (۱۳۸۰) بر جمعی‌سازی ۲۱ کالای مهم کشاورزی ایران، و کیانی و سلامی (۱۳۸۶) با آزمون سازگاری جمع‌سازی جغرافیایی بنگاه‌ها در بخش کشاورزی ایران صورت گرفته است.

در این پژوهش برآورد تابع تقاضا برای ۱۴ گروه مختلف از محصولات کشاورزی صورت پذیرفت (جدول ۱).

جدول (۱). گروه‌بندی محصولات کشاورزی عمده‌ی تولید شده در ایران

ردیف	گروه	محصولات
۱	غلات	گندم، جو، ذرت، و برنج
۲	حبوبات	نخود، عدس، و لوبیا
۳	سبزیجات	سیب‌زمینی، پیاز، گوجه‌فرنگی
۴	محصولات جالیزی	هندوانه، خیار سبز، خربزه
۵	میوه‌های تازه	سیب، گلابی، مرکبات، موز، انار، گیلاس و آبلالو، زردآلو، انجیر، انگور و خرما
۶	میوه‌های خشک	پسته، بادام و گردو
۷	گوشت قرمز	گوشت گاو، گوسفند و بز
۸	گوشت مرغ	گوشت مرغ
۹	تخم مرغ	تخم مرغ

ادامه جدول (۱)

ردیف	گروه	محصولات
۱۰	لبنیات	شیر، ماست، کره، پنیر، و ...
۱۱	عسل	عسل
۱۲	قند و شکر	قند و شکر
۱۳	روغن نباتی	روغن نباتی
۱۴	پنبه	پنبه

مأخذ: سلامی و کیانی راد (۱۳۸۰)، کیانی و سلامی (۱۳۸۶) و یافته‌های تحقیق

نتایج حاصل از حل مساله‌ی *GME* برای گروه‌های محصولات کشاورزی و محاسبه‌ی کشش‌های قیمتی خودی و متقاطع تابع تقاضا در جدول ۲ داده شده است

جدول (۲). کشش قیمتی و متقاطع تقاضای گروه‌های مختلف محصولات

نام محصول	غلات	حبوبات سبزیجات	محصولات جالیزی	محصولات تازه	تخم مرغ	خشکبار	گوشت قرمز	گوشت قرمز	لبیات	عسل	قند و شکر	روغن نباتی	پنبه
-۰/۹۲۷													
غلات													
حبوبات	-۰/۵۲۸	-۰/۰۲۵											
سبزیجات	-۰/۸۷۶	۰/۰۸۰	۰/۱۱۲										
محصولات جالیزی	-۰/۸۰۳	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵									
میوه‌های تازه	۰/۹۰۵	۰/۲۰۷	۰/۱۴۴	۰/۱۳۷	۰/۱۹۰								
خشکبار	-۰/۴۴۲	۰/۰۲۶	۰/۰۲۴	۰/۰۲۵	۰/۰۱۴	۰/۰۲۹							
گوشت قرمز	-۰/۱۰۷۲	۰/۱۰۱	-۰/۰۳۹	۰/۲۱۸	۰/۱۲۹	۰/۱۳۲	۰/۹۱۰						
گوشت قرمز	-۰/۷۶۰	۰/۷۱۰	۰/۰۰۵	۰/۰۰۹	۰/۱۱۹	۰/۱۳۰	۰/۰۹۰	۰/۴۱۰					
تخم مرغ	۰/۰۱۰	۰/۰۱۶	۰/۰۱۰	۰/۰۰۴	۰/۰۰۸	۰/۰۱۴	۰/۰۱۲	۰/۰۰۸	۰/۱۴۰				
لبیات	-۰/۸۲۱	۰/۱۲۰	۰/۰۸۲	۰/۰۶۹	۰/۰۱۲	۰/۰۳۱	۰/۰۶۰	۰/۰۴۰	۰/۰۱۸	۰/۰۳۰			
عسل	-۰/۲۳۴	۰/۰۱۲	۰/۰۰۷	۰/۰۰۴	۰/۰۶۰	-۰/۰۰۸	۰/۰۲۷	-۰/۰۵۲	-۰/۰۲۹	-۰/۰۳۶	-۰/۰۴۲		
قند و شکر	-۰/۸۳۹	۰/۱۴۶	۰/۰۱۰	۰/۰۰۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۵۵	۰/۰۲۹	۰/۰۶۱	۰/۰۱۵	۰/۰۳۸	۰/۰۶۴	
روغن نباتی	-۰/۱۸۴	۰/۰۰۲	۰/۰۰۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۰۳	۰/۰۰۵	۰/۰۰۸	۰/۰۰۷	۰/۰۰۴	۰/۰۰۷
پنبه	-۰/۰۳۶	۰/۰۰۲	۰/۰۱۹	۰/۰۳۷	۰/۰۱۷	۰/۰۰۴	۰/۰۹۲	۰/۰۱۳	۰/۰۶۰	-۰/۰۳۵	-۰/۰۰۲	-۰/۰۲۶	-۰/۰۱۰

مأخذ: یافته‌های تحقیق

عناصر قطری جدول ۲ نشان‌گر کشش‌های قیمتی خودی است، و شماره‌های دیگر جدول کشش‌های متقاطع میان گروه‌هی مختلف محصولات را نشان می‌دهد. بر اساس نتایج این جدول، عموم محصولات کشاورزی، قدر مطلق کشش قیمتی پایین‌تر از ۱ دارند. این گویای ضروری بودن کالاهای خوراکی است، و تا حدود زیادی با نتایج به دست آمده در مطالعات پیشین مانند باریکانی و همکاران (۱۳۸۶) و فرج‌زاده و نجفی (۱۳۸۳) هم خوانی دارد.

افزون بر آن، مثبت بودن بیشتر کشش‌های متقاطع گویای جانشین بودن گروه‌های کالایی برای یکدیگر است. پایین بودن قدر مطلق کشش‌های متقاطع (با میانگین حدود ۰/۱) نشان‌گر این است که این گروه‌های کالایی جانشین‌های بسیار ضعیفی در سطح کشور برای یکدیگر است، و ۱٪ افزایش در قیمت کالاهای یک گروه، تنها سبب تغییر به میانگین ۰/۱٪ در مصرف کالاهای گروه دیگر می‌گردد. دلیل این وضعیت این است که بودجه‌یی که بر اثر کاهش خرید یک گروه کالایی آزاد می‌شود، در خرید دیگر گروه‌ها پخش می‌شود.

در مواردی که علامت کشش متقاطع منفی است، رابطه‌ی مکملی میان گروه‌های کالاهای نشان می‌دهد. برای نمونه، کشش متقاطع میان گروه غلات و حبوبات ۰/۰۲۵٪ است. بنابراین، ۱٪ افزایش در قیمت حبوبات، علاوه بر ۰/۰۵۲٪ کاهش در مصرف حبوبات، سبب ۰/۰۲۵٪ کاهش در مصرف غلات نیز می‌شود. البته قدر مطلق این کشش متقاطع بسیار کم است، و چندان استناد کردنی نیست.

در نمونه‌یی دیگر، بر اساس جدول ۲، قدر مطلق کشش قیمتی عسل ۰/۲۳۴٪ است. شاید این عدد مطابق انتظار نباشد، ولی باید به خاطر داشت که در سال ۱۳۸۷ هزینه‌ی عسل تنها ۰/۰۵۶٪ از هزینه‌ی صرف شده برای مواد غذایی خانوارهای ایرانی بود. در واقع ۱٪ افزایش قیمت آن در سطح کل کشور، تنها سبب ۰/۰۲۳٪ کاهش در اندازه‌ی مصرف آن خواهد شد. بنابراین، علاوه بر نوع کالا (پست، ضروری و یا لوکس) سهم آن در بودجه‌ی خانوار یا بودجه‌ی تخصیص داده شده به کالاهای خوراکی در سطح کلان، در پیدایش نتایج بالا نقش دارد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

دلیل اصلی به کارگیری روش GME ، مقابله با مشکل کمبود مشاهده برای متغیرهای مورد استفاده در برآورد توابع است که منجر به کاهش درجه‌ی آزادی می‌گردد. این وضعیت سبب معنی‌دار نشدن عوامل و یا نبود امکان برآورد آن‌ها با روش‌های اقتصاد سنجی، در صورت صفر یا منفی بودن درجه‌ی آزادی می‌شود. در روش GME ، با تعریف یک فضای پشتیبان برای هر عامل و حل برای توزیع بیشترین بین‌نظمی، می‌توان یک جواب منحصر به فرد برای مساله‌ی بد فرم^۱ به دست آورد، و عواملی که تعداد آن‌ها حتی از تعداد مشاهده‌ها بیش‌تر است را برآورد کرد. از آن‌جا که داده‌های مقطع عرضی مناسبی برای قیمت و مقدار این محصولات در سطح کشور در سال مورد نظر در دسترس نبود، روش GME رهیافتی مناسب برای برآورد توابع دانسته شد. کشنش‌های خودی و متقاطع حاصل از برآورد توابع تقاضای گروه‌های محصولات کشاورزی، بیش‌تر گویای کشنش پذیری پایین محصولات نسبت به تغییرات قیمت است، و این که محصولات گروه‌های مختلف در بیش‌تر موارد، جانشین‌های ناقص یک‌دیگر اند. بر این اساس، مصرف‌کنندگان با کاهش محصولات یکی از گروه‌ها در سبد مصرفی خود به هر دلیلی، محصولات دیگر گروه‌ها را جای‌گزین آن می‌نمایند. این نتایج با نظریه‌های اقتصادی مبنی بر کشنش ناپذیری کالاهای خوراکی به لحاظ قیمتی از سویی، و رفتار واقعی مصرف‌کنندگان ما از سویی دیگر هم‌خوانی دارد.

مقایسه‌ی نتایج به دست آمده در این مطالعه با مطالعات پیشین در خصوص ضرایب کشنش تابع تقاضای محصولات کشاورزی در ایران، گویای این است که کشنش‌های قیمتی به دست آمده در این تحقیق در طیف ضرایب به دست آمده در دیگر مطالعات قرار دارد.

¹- Ill-Posed

بنا بر نتایج این تحقیق، به ویژه در مواقعي که داده‌های کافی در اختیار نیست و یا جمع‌آوری داده‌های آماری کافی به صرف وقت و هزینه‌ی فراوان نیاز دارد، روش *GME* گزینه‌ی مناسب در کنار روش‌های اقتصادسنجی برای برآورد توابع است.

سرانجام، در مواردی که باید تاثیرات خودی و متقابل شمار زیادی از متغیرها تعیین شود، روش بیشترین بی‌نظمی توصیه می‌گردد. نتایج این تحقیق، می‌تواند راهنمایی برای پیش‌بینی آثار تصمیمات سیاست‌گذاران بر بازار محصولات کشاورزی در سطح کشور باشد.

منابع

اسد فلسفی‌زاده، ن.، کیخا، ا. و صبوری صابونی، م. (۱۳۸۸). کاربرد روش بیشترین آنتروپی تعیین یافته برای تعیین کارآبی برنج کاران ایران. هفتمین کنفرانس اقتصاد کشاورزی. تهران.

باریکانی، ا.، شجری، ش. و امجدی، ا. (۱۳۸۶). محاسبه‌ی کشش‌های قیمتی و درآمدی تقاضای مواد غذایی در ایران با استفاده از سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل پویا. فصلنامه‌ی اقتصاد کشاورزی و توسعه، ۶۰: ۱۴۵-۱۲۵.

بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران. (۱۳۸۸). گزارش هفتگی میانگین قیمت خرده فروشی برخی از مواد خوراکی در تهران. مدیریت کل آمارهای اقتصادی، تهران.

بخشی، م. و پیکانی، غ. (۱۳۸۸). سیاست‌گذاری نهادهای شیمیایی و تاثیرات آن بر محیط زیست (با تأکید بر یارانه‌ی کودهای شیمیایی). هفتمین کنفرانس اقتصاد کشاورزی. تهران. بریمنژاد، و. و شوشتیان، آ. (۱۳۸۷). بررسی عرضه و تقاضای گوشت قرمز در ایران با نگرش سیستمی. مجله‌ی اقتصاد و کشاورزی، ۲(۱): ۳۵-۲۵.

حسینی‌پور، م.، یزدانی، س. و زراعت‌کیش، ی. (۱۳۸۸). کاربرد مدل رتردام در برآورد توابع تقاضای گوشت در مناطق شهری و روستایی ایران. هفتمین کنفرانس اقتصاد کشاورزی. تهران.

دانشور کاخکی، م.، سروری، ع.، صدرالاشرافی، م. و هائف، ح. (۱۳۸۶). تعیین تاثیرات تغییر قیمت شیر بر رفاه تولیدکنندگان و مصرفکنندگان و پیش‌بینی آن. ششمین کنفرانس اقتصاد کشاورزی. مشهد.

زراءنژاد، م. و سعادت‌مهر، م. (۱۳۸۶). برآورد تابع تقاضا برای گوشت قرمز در ایران. پژوهشنامه‌ی علوم انسانی و اجتماعی، ۲۶: ۸۲-۶۳.

سلامی، ح. و کیانی‌راد، ع. (۱۳۸۰). استفاده از تئوری تعمیم‌یافته کالای مرکب برای گروه-بندی برخی از محصولات عمده‌ی کشاورزی در ایران. مجله‌ی علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی، ۴: ۳۸-۲۵.

صفوی، ر. (۱۳۸۰) برآورد تابع تقاضای محصولات پروتئینی در ایران. فصلنامه‌ی پژوهش‌های اقتصادی، ۲: ۱۶۷-۱۵۲.

صدمی، ع. (۱۳۸۶). تجزیه و تحلیل تقاضای انواع گوشت در مناطق شهری ایران. فصلنامه‌ی اقتصاد کشاورزی و توسعه، ۵۷: ۶۰-۳۱.

عبدی، ف. و سعدی‌نیا، ا. (۱۳۸۸). ترازنامه‌ی غذایی جمهوری اسلامی ایران ۱۳۸۱-۱۳۸۵: بررسی روند تولید و عرضه درشت‌مغذی‌ها و ریزمغذی‌های موجود در مواد غذایی. موسسه‌ی پژوهش‌های برنامه‌ریزی و اقتصاد کشاورزی، تهران.

عزیزی، ج. و ترکمانی، ج. (۱۳۸۰) برآورد توابع تقاضای انواع گوشت در ایران. فصلنامه‌ی اقتصاد کشاورزی و توسعه، ۳۴: ۲۳۷-۲۱۷.

فخرایی، ع. و نوروزی، ف. (۱۳۸۶) مدل تصحیح خطای تقاضا برای انواع متفاوت برنج وارداتی و برنج داخلی در ایران. فصلنامه‌ی پژوهش‌های اقتصادی ایران، ۳: ۱۳۵-۱۱۹.

فرج‌زاده، ذ. و نجفی، ب. (۱۳۸۳) رفتار مصرفکنندگان شهری و روستایی ایران: مطالعه‌ی موردي کالاهای اساسی مشمول یارانه. مجله‌ی اقتصاد کشاورزی و توسعه، ۴۷: ۱۲۳-۱۰۳.

- کریمی، س.، راسخی، س. و احسانی، م. (۱۳۸۸). بررسی تقاضای مواد غذایی مشمول یارانه در مناطق شهری ایران با استفاده از مدل (AIDS) برای اولویت‌بندی تخصیص یارانه. فصلنامه‌ی پژوهش‌های اقتصادی ایران، ۳۹: ۱۶۶-۱۴۷.
- کیانی، غ. و سلامی، ح. (۱۳۸۶) آزمون سازگاری جمع‌سازی جغرافیایی بنگاه‌ها در بخش کشاورزی ایران. مجله‌ی اقتصاد و کشاورزی، ۳: ۲۱۸-۲۰۸.
- گودرزی، م.، مرتضوی، ا. و پیکانی، غ. (۱۳۸۶). بررسی تقاضای گروه‌های اصلی کالاهای مصرفی و خوراکی در مناطق شهری ایران با استفاده از الگوی بودجه‌بندی دو مرحله‌یی. فصلنامه‌ی اقتصاد کشاورزی و توسعه، ۵۷: ۱۵۹-۱۳۱.
- مجاور‌حسینی، ف. (۱۳۸۶). برآورد کشش‌های قیمتی و درآمدی برای گروه کالاهای خوراکی و غیرخوراکی. فصلنامه‌ی اقتصاد کشاورزی و توسعه، ۵۷: ۲۲۴-۱۹۹.
- مرکز آمار ایران. (۱۳۸۵). سرشماری‌ها. سرشماری عمومی نفوس و مسکن سال ۱۳۸۵، تهران. قابل دسترس در وب سایت: <http://www.amar.org.ir>
- مرکز آمار ایران. (۱۳۸۷). سالنامه‌ی آماری کشور. مرکز آمار ایران، تهران. قابل دسترس در وب سایت: <http://www.amar.org.ir>
- وزارت جهاد کشاورزی. (۱۳۸۷ الف). آمارنامه‌ی کشاورزی. جلد دوم، وزارت جهاد کشاورزی، تهران.
- وزارت جهاد کشاورزی. (۱۳۸۷ ب). میانگین قیمت محصولات کشاورزی و دامی استان اصفهان، اداره‌ی تنظیم بازار سازمان جهاد کشاورزی استان اصفهان، اصفهان.
- وزارت جهاد کشاورزی. (۱۳۸۷ ج). آمار و اطلاعات، معاونت امور تولیدات دامی، تهران. قابل دسترس در وب سایت: www.dla.agri-jihad.ir
- Arfini, F., Donati, M., Grossi, L. and Paris, Q. (2008). Revenue and Cost Functions in PMP: a Methodological Integration for a Territorial Analysis of CAP.

107th EAAE Seminar "Modelling of Agricultural and Rural Development Policies", January 29 th -February 1st, Sevilla, Spain, pp: 1-18.

Drud, A. S. (1995). CONOPT: A System for Large Scale Nonlinear Optimization, Tutorial for CONOPT Subroutine Library, 16p, ARKI Consulting and Development A/S, Bagsvaerd, Denmark.

FAO. (2008). Most important agricultural commodities in Iran. Available in website: www.FAO.org.

Golan, A., Judge, G. and Miller. D. (1996). Maximum entropy econometrics: Robust estimation with limited data. New York: John Wiley and Sons.

Heckelei, T. and Britz, W. (1999). Maximum Entropy Specification of PMP in CAPRI. Capri working paper 99-08. Institute for Agricultural Policy, University of Bonn. 22 p. Available in website: <http://a16.agp.uni-bonn.de:80/agpo>.

Heckelei, T. and Britz, W. (2000). Positive Mathematical Programming with Multiple Data Points: A Cross-Sectional Estimation Procedure. Available in website: <http://www.agp.uni-bonn.de/agpo/rsrch/capri/Capri>.

Howitt, R.E. (2005). Agricultural and Environmental Policy Models: Calibration, Estimation and Optimization. Available in website: www.agecon.ucdavis.edu/people/faculty.

Lehtonen, H. (2001). Principles, structure and application of dynamic regional sector model of Finnish agriculture. Academic Dissertation. Helsinki University of Technology. 266p.

Marsh, T. L., Mittelhammer, R. C. and Cardell, N. S. (1998). A structural-equation GME estimator. AAEA annual meeting

Mohanty, S. and Peterson, W. W. (1999). Estimation of Demand for Wheat by Classes for the United States and the European Union. Agricultural and Resource Economics Review, 28(2): 158-168.

Paris, Q. and Howitt, R.E. (1998). An Analysis of Ill-Posed Production Problems Using Maximum Entropy, American Journal of Agricultural Economics, 80(1), p. 124-138.

Pires,C., Dionísio, A. and Coelho, L. (2010). GME versus OLS - which is the best to estimate utility functions?. available in website: <http://www.cefage.uevora.pt>

Zulfiqar, M. and Chishti, A. F. (2010). Development of Supply and Demand Functions of Pakistan s Wheat Crop. The Lahore Journal of Economics, 15(1): 91-102.