مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 3، ص‌ص 291-302

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی عددی تأثیر پارامترهای هندسی یک میکروپمپ لزجتی بر دبی خروجی و تولید آنتروپی

حجت خزیمه نژاد[1]، حمید نیازمند[2*]

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، niazmand@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 11 شهریور 1393
پذیرش: 03 دی 1393
ارائه در سایت: 21 بهمن 1393

کلید واژگان:
میکروپمپ لزجتی
پارامترهای هندسی
روتور دایروی
روش حجم محدود
تحلیل آنتروپی

چکیده

میکروپمپ‌های لزجتی به دلیل طراحی و ساخت ساده و نیز کاربردهای فراوان‌شان در زمینه‌های مختلف صنعتی و پزشکی مورد توجه محققان قرار گرفته‌اند. به همین دلیل پژوهش‌های عددی و تجربی بسیاری به این سمت معطوف شده است. در همین راستا، در این مقاله یک مطالعه عددی برای بررسی تأثیر پارامترهای هندسی یک میکروپمپ لزجتی بر دبی خروجی و تولید آنتروپی صورت گرفته است. معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود حل گردیده است. پژوهش حاضر برای سه پارامتر بی‌بعد هندسی میکروپمپ یعنی خارج از مرکزی (ε) و اندازه روتورها (S) و نیز فاصله آن‌ها از یکدیگر (L) به‌ترتیب در محدوده 0/1 تا 0/9، 1/5 تا 3/5 و 0/85 تا 4/5 صورت گرفته است. نتایج حاصل از این حل نشان می‌دهد با افزایش ε، دبی خروجی از میکروپمپ نیز افزایش پیدا می‌کند. در بررسی تأثیر تغییرات S بر دبی خروجی مشاهده گردید در حالی که قطر روتور بالادست ثابت در نظر گرفته شده است با کاهش قطر روتور پایین‌دست، دبی خروجی نیز به‌صورت نمایی کاهش می‌یابد. با افزایش L، در ابتدا یک افزایش شدیدی در دبی سپس با فاصله گرفتن روتورها از یکدیگر، مقدار آن تقریبا ثابت مشاهده گردید. در خصوص تحلیل آنتروپی، با افزایش ε، نسبت RS نیز افزایش پیدا می‌کند. همچنین تغییرات پیچیده‌تری برای RS با تغییر دیگر پارامترهای هندسی مشاهده شد که علت آن ایجاد الگوهای جریانی نسبتا پیچیده در میکروپمپ می‌باشد. علاوه براین در این مقاله برای دست‌یابی به بیشینه دبی خروجی در کمترین افت اصطکاکی ممکن، پارامترهای هندسی بهینه استخراج شدند. در همین راستا مقادیر L= 2، ε= 0/5، S_1 = 1/5 و S_2 = 2/5 به عنوان پارامترهای هندسی بهینه میکروپمپ لزجتی معرفی و انتخاب گردیدند. در انتها قابل ذکر است که از جمله نوآوری‌های این مقاله می‌توان به بررسی تأثیر همزمان تغییر قطر روتورها بر دبی و تولید آنتروپی و همچنین استخراج پارامترهای هندسی بهینه بر اساس تحلیل آنتروپی اشاره نمود.

Numerical Investigation of the Effects of Geometrical Parameters of a Viscous Micro-pump on the Flow Rate and Entropy Generation

Hojjat Khozeymeh Nezhad, Hamid Niazmand*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
* P.O.B. 91775-1111 Mashhad, Iran. niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 02 September 2014
Accepted 24 December 2014
Available Online 10 February 2015

Keywords:
Viscous Micropump
Geometrical Parameters
Circular Rotor
Finite Volume Method
Entropy Analysis

ABSTRACT

Viscous micro-pumps have attracted researchers' attention due to their simple design and fabrication and many applications in various industrial and medical fields. Therefore, a wide range of numerical and experimental studies has focused on this topic. In the present paper, a numerical study has been performed to investigate the effect of geometrical parameters of a viscous micro-pump on the flow rate and entropy generation. The governing equations have been solved using the finite volume method. The present research has been carried out for three geometrical parameters of micro-pump including eccentricity (ε), sizes (S) of rotors and also their distance from each other (L) in the range of 0.1 to 0.9, 1.5 to 3.5 and 0.85 to 4.5, respectively. The results show that by increasing ε, the micro-pump flow rate also increases. On size variation effects, it is observed that decreasing the downstream rotor diameter while keeping constant the upstream rotor diameter, decreases the flow rate exponentially. By increasing L, a steep increase in flow rate is initially observed, which becomes almost constant when rotors are sufficiently far apart. With regard to entropy analysis, with increasing ε, the ratio of Rs also increases. However, more complex variations of RS are observed for other examined geometrical parameters due to the relatively complex micro-pump flow patterns. Also in this paper, for obtaining the maximum flow rate at the minimum frictional dissipation, optimal geometrical parameters are extracted. In this regard, the values of $L = 2$, $\varepsilon = 0.5$, $S_1 = 1.5$ and $S_2 = 2.5$ are selected as the optimum geometrical parameters of viscous micro-pump. Finally, it should be noted that the effect of simultaneous variations of the rotors diameters on the flow rate and entropy generation and, moreover, obtaining the optimal geometrical parameters based on the entropy analysis, are among the novelties of the present paper.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

H. Khozeymeh Nezhad, H. Niazmand, Numerical Investigation of the Effects of Geometrical Parameters of a Viscous Micro-pump on the Flow Rate and Entropy Generation, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 3, pp. 291-302, 2015 (In Persian)

1- مقدمه

پیشرفت‌های اخیر در فناوری ساخت وسایل میکروسیالی باعث توسعه کاربردهای متنوع این گونه وسایل در زمینه‌های مختلفی از قبیل زیست-شناسی، شیمی و داروسازی شده است. میکروپمپ‌ها کاربردهای فراوانی دارند که از آن جمله می‌توان به مواردی همچون دستگاه‌های میکروکولینگ در تجهیزات الکترونیک و میکروتراشه‌ها، دستگاه‌های طیف‌سنجی جرمی و میکروپیشرانه‌ها در کاوش‌های فضایی و ... اشاره کرد. به همین دلیل، مطالعات تجربی و عددی بسیاری برای تحلیل این گونه وسایل صورت گرفته است.

اکثر وسایل میکروسیالی با یک ریزمجرا که داخل آن سیال منتقل، جدا و یا مخلوط می‌شود همراه هستند. سیال از میان این ریزمجرا تحت تأثیر یک نیروی رانش که می‌تواند به وسیله یک میکروپمپ ایجاد شود شروع به حرکت می‌نماید. در همین راستا دو دسته کلی از میکروپمپ‌ها مطرح می‌شوند. دسته اول، میکروپمپ‌های غیرمکانیکی شامل الکترواسمتیک[1]، الکترو هیدرودینامیک[2]، هیدرومغناطیس[3] و ... بوده و دسته دوم، میکروپمپ‌های مکانیکی شامل جابه‌جایی مثبت، لزجتی[4] و .. می‌باشند.

چنانچه ذکر شد یکی از انواع میکروپمپ‌های مکانیکی، لزجتی می‌باشد. در این نوع از میکروپمپ‌ها، از یک استوانه چرخان به عنوان روتور استفاده می‌شود که مرکز آن می‌تواند در بالا یا پایین خط افقی مار بر مرکز ریزمجرا قرار گیرد. زمانی که این روتور شروع به چرخش می‌کند یک نیروی خالص به سیال داخل ریزمجرا وارد شده و آن را وادار به حرکت می‌نماید. ایجاد این نیروی خالص وابسته به قرارگیری خارج از مرکز روتور می‌باشد. وقتی روتور در وضعیت خارج از مرکز قرار می‌گیرد مقدار تنش برشی در سطح بالا و پایین آن متفاوت بوده و همین اختلاف تنش باعث حرکت سیال درون ریزمجرا می‌گردد.

پژوهش‌ها و مطالعاتی به‌صورت عددی و تجربی برای تحلیل جریان درون ریزمجرای این نوع از میکروپمپ‌ها صورت گرفته است. به‌عنوان نمونه، شاراچندرا و همکاران [1]، یک شبیه‌سازی عددی با استفاده از روش حجم محدود برای میکروپمپ لزجتی با یک روتور دایروی منفرد انجام دادند. در این کار به بررسی تأثیر پارامترهای هندسی مختلف در رینولدزهای پایین بر عملکرد میکروپمپ پرداخته شد. نتایج نشان دادند که بالاترین مقدار سرعت در ریزمجرا، به ازای یک مقدار خارج از مرکزی ثابت، در کانالی با ارتفاع حدود 1/5 برابر قطر استوانه و برای یک ارتفاع ثابت، به ازای حداکثر میزان خارج از مرکزی به دست آمده است.

فاتهاوانگ و حسن [2]، با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت تأثیر شکل‌های مختلف سطح مقطع روتور منفرد را بر عملکرد میکروپمپ لزجتی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها همچنین تأثیر ارتفاع ریزمجرا، خارج از مرکزی روتور، عدد رینولدز و فشار بار روتور را بر عملکرد میکروپمپ مطالعه کردند. نتایج نشان دادند که با افزایش ارتفاع ریزمجرا زمان لازم برای رسیدن جریان به یک حالت پایا طولانی‌تر گردید. عبدالقواد و همکاران [3]، یک بررسی عددی بر عملکرد یک میکروپمپ لزجتی در حضور چند روتور دایروی با قطر یکسان انجام دادند. در این کار روتورها در موقعیت‌های مکانی مختلفی قرار گرفتند. نتایج نشان دادند در حالتی که روتورها به صورت عمودی در یک راستا قرار دارند بالاترین دبی خروجی از میکروپمپ حاصل می‌شود.

یانگ و همکاران [4]، با استفاده از روش لتیس بولتزمن عملکرد یک میکروپمپ لزجتی را به‌صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در کار خود دو شکل متفاوت دایره و چهار پر را برای روتور میکروپمپ در نظر گرفتند. همچنین در این مطالعه یک ضریب مقیاس[5] تعریف شد که مشخص گردید یک مقدار بحرانی برای آن وجود دارد که تا آن مقدار، تقارن جریان حفظ می‌شود و بعد از آن، تقارن مذکور از بین می‌رود. علاوه بر این نتایج نشان دادند که برای دست‌یابی به عملکرد بهتر، بایستی روتور دایروی و رینولدزهای پایین‌تر انتخاب شوند. داسیلوا و همکاران [5]، در پژوهش خود سه پیکربندی متفاوت I، U و L شکل را برای ریزمجرای یک میکروپمپ لزجتی با روتور منفرد دایروی در نظر گرفتند. آن‌ها تأثیر پارامترهای مختلف هندسی را بر نرخ جریان عبوری و توان مصرفی روتور مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان دادند برای میکروپمپ‌هایی با شکل U و L نرخ جریان عبوری نسبت به میکروپمپ I شکل بیشتر و توان مصرفی آنها نیز کمتر بود. ال-سعدی و همکاران [6]، یک شبیه‌سازی عددی برای تحلیل جریان یک سیال غیرنیوتنی حول روتور دایروی یک میکروپمپ لزجتی انجام دادند. در این کار تأثیر پارامترهای هندسی مختلفی از جمله میزان خارج از مرکزی روتور، ارتفاع ریزمجرا و همچنین عدد رینولدز بر عملکرد میکروپمپ بررسی گردید. نتایج نشان دادند که عدد رینولدز یک پارامتر غالب روی تغییرات دبی خروجی می‌باشد. همچنین تنش سطح روتور و دبی خروجی از ریزمجرا با افزایش خارج از مرکزی روتور کاهش پیدا می‌کنند. باتینیه و ال-نیمر [7]، مطالعه‌ای عددی برای بررسی تأثیر شرط لغزشی بر عملکرد یک میکروپمپ لزجتی با تک روتور دایروی انجام دادند. همچنین تأثیر تغییر پارامترهای مختلفی مانند عدد رینولدز، خارج از مرکزی روتور و ضریب لغزش بر عملکرد میکروپمپ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که با افزایش ضریب لغزش، هد میکروپمپ کاهش می‌یابد. جیانفنگ و جینگ [8]، به بررسی عددی ویژگی‌های جریان درون ریزمجرای یک میکروپمپ لزجتی با دو روتور دایروی یکسان پرداختند. در این کار تأثیر پارامترهای هندسی مختلف از قبیل خارج از مرکزی روتورها، فاصله بین روتورها و همچنین عدد رینولدز بر میزان توان مصرفی و دبی خروجی از میکروپمپ بررسی گردید. نتایج نشان دادند که با افزایش رینولدز دبی خروجی از میکروپمپ کاهش و توان مصرفی آن افزایش می‌یابد در حالی که با افزایش خارج از مرکزی روتورها دبی خروجی و توان مصرفی هر دو افزایش پیدا کردند. کانگ [9]، یک شبیه‌سازی عددی برای بررسی تأثیر میزان انحنای ریزمجزا بر عملکرد یک میکروپمپ لزجتی با یک روتور دایروی منفرد انجام داد. نتایج نشان دادند در تمامی اعداد رینولدز بررسی شده، میکروپمپ‌هایی با ریزمجرای خمیده به مراتب دبی بیشتری نسبت به میکروپمپ‌هایی با ریزمجراهای مستقیم تولید می‌کنند. جیانفنگ و همکاران [10]، برای اولین بار تأثیر فرورفتگی زیر روتور را به صورت عددی بر عملکرد یک میکروپمپ لزجتی با یک روتور دایروی منفرد مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند هنگامی که ارتفاع فرورفتگی افزایش می‌یابد ابتدا دبی نیز افزایش و سپس کاهش می‌یابد به‌طوری که دبی در یک ارتفاع بهینه فرورفتگی مقدار بیشینه‌ای خواهد داشت.

مرور مختصر کارهای فوق نشان می‌دهد که اغلب کارهای انجام شده به بررسی تأثیر حضور یک روتور بر عملکرد میکروپمپ‌های لزجتی پرداخته‌اند و در کارهای محدودی حضور دو روتور یا بیشتر مشاهده می‌شود. علاوه بر این در پژوهش‌هایی که دو روتور یا بیشتر حضور داشته‌اند نیز قطر روتورها یکسان بوده است و تأثیر همزمان قطر متفاوت روتورها بر عملکرد میکروپمپ لزجتی که در این مقاله منظور دبی بی‌بعد خروجی از آن می‌باشد در هیچ یک

1- Electroosmotic (EO)
2- Electrohydrodynamics (EHD)
3- Magnetohydrodynamics (MHD)
4- viscous micropump

5- Scale coefficient

از کارهای گذشته مورد مطالعه قرار نگرفته است. چنان‌چه واضح است حضور دو روتور تأثیر قابل توجهی بر پارامترهای عملکردی میکروپمپ دارد. از جمله در این مقاله که هدف بررسی دبی خروجی است می‌توان این انتظار را داشت که با بکارگیری دو روتور، دبی نسبت به حالت تک روتوری افزایش بیشتری پیدا کند. همچنین در هیچ از یک پژوهش‌های قبل، میکروپمپ‌های لزجتی از دیدگاه تولید آنتروپی تحلیل نشده‌اند. تحلیل آنتروپی در بسیاری از فرآیندهای مهندسی به دلیل دست‌یابی به حالت بهینه صورت می‌گیرد. در این مقاله نیز با استفاده از دیدگاه کمینه‌سازی تولید آنتروپی، حالت بهینه سیستم استخراج و پارامترهای هندسی بهینه آن معرفی شده‌اند.

چنانچه ذکر شد تأثیر همزمان تغییر قطر روتورها بر دبی خروجی و نیز بهینه‌سازی ساختار هندسی میکروپمپ لزجتی از دیدگاه تولید آنتروپی در هیچ یک از کارهای پیشین مشاهده نشده است. در همین راستا برای مطالعه بیشتر اثرات تغییر قطر روتورها در میکروپمپ‌های لزجتی، یک شبیه‌سازی عددی دو بعدی با استفاده از روش حجم محدود انجام شده است تا تأثیر پارامترهای هندسی مختلف را روی دبی خروجی از میکروپمپ و نیز تولید آنتروپی درون ریزمجرای آن مطالعه کند. در انتها نیز با استفاده از تحلیل کمینه‌سازی تولید آنتروپی پارامترهای هندسی بهینه استخراج و معرفی شدند.

2- فیزیک مساله و فرضیات

شماتیکی از فیزیک مساله حاضر و شرایط مرزی آن در شکل 1 نشان داده شده است. مساله مورد نظر شامل یک ریزمجرای تخت با ارتفاع (h) 3 میلی‌متر و طول (L_m) 50 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. برای دست‌یابی به شرایط جریان کاملا توسعه یافته درون ریزمجرا بایستی طول l_1 و l_2 که در شکل 1 نیز نشان داده شده است، حداقل هشت برابر قطر روتور بزرگتر باشند. بدین منظور طول l_1 برابر 20 میلی‌متر و طول l_2 نیز در تمامی محاسبات طوری انتخاب شده است که شرط توسعه یافتگی برقرار باشد.

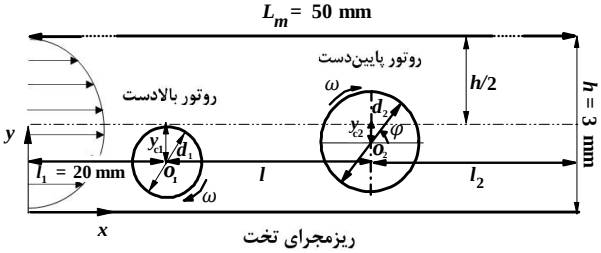
با توجه به شکل 1، درون ریزمجرای تخت نشان داده شده دو روتور دایروی با سرعت زاویه‌ای ωیکی با قطر d_1 و دیگری با قطر d_2 به‌صورت خارج از مرکز در نظر گرفته شده است. این دو روتور می‌توانند در فاصله‌های عمودی مختلفی از مرکز ریزمجرا قرار گیرند. در همین راستا عدد بی‌بعد ε که نشان دهنده میزان خارج از مرکزی روتورها می‌باشد به‌صورت رابطه (1) تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_1 = \frac{y_{c1}}{\frac{h}{2}-\frac{d_1}{2}}\ ,\ \varepsilon_2 = \frac{y_{c2}}{\frac{h}{2}-\frac{d_2}{2}} \qquad (1)$$

قابل ذکر است که برای تغییر قطر روتورها و نیز فاصله مرکز دو روتور از یکدیگر دو پارامتر بی‌بعد دیگر به ترتیب مطابق روابط (2) و (3) تعریف می‌شوند:

$$S_1 = \frac{h}{d_1}\ ,\ S_2 = \frac{h}{d_2} \qquad (2)$$

$$L = \frac{l}{h} \qquad (3)$$



شکل 1 شماتیکی از فیزیک مساله حاضر

در این مقاله تأثیر تغییر پارامترهای هندسی بی‌بعد (1) تا (3) بر عملکرد میکروپمپ لزجتی بررسی می‌شود. بدین منظور ε_1 و ε_2 در محدوده 0/1 تا 0/9، S_1 و S_2 در محدوده 1/5 تا 3/5 و نهایتا L در محدوده 0/85 تا 4/5 تغییر می‌کنند.

بایستی ذکر گردد که در این شبیه‌سازی فرضیات ذیل در نظر گرفته شده است: 1- مساله آرام و پایا است. 2- سیال نیوتنی با خواص ثابت می‌باشد. 3- مساله به صورت دو بعدی در مختصات کارتزین x-y مدل شده است.

در انتها قابل ذکر است که محدوده فیزیکی دبی خروجی در میکروپمپ‌های لزجتی در حدود 10 تا 200 میلی‌متر مکعب بر ثانیه متغیر می‌باشد.

3- معادلات حاکم

قوانین حاکم بر این مساله به ترتیب بقای جرم، بقای اندازه حرکت در راستای x و بقای اندازه حرکت در راستای y بوده که به‌صورت معادلات دو بعدی (4)-(6) نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (4)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (5)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \qquad (6)$$

که در آن x و y به ترتیب مختصات کارتزین در جهت افقی و عمودی، u و v به‌ترتیب مولفه‌های سرعت در راستای x و y ، p چگالی سیال، p فشار و μ ضریب لزجت دینامیکی می‌باشند.

با توجه به اینکه در این مقاله تمامی محاسبات به صورت بی‌بعد گزارش می‌شود لذا برای این منظور ارتفاع ریزمجرا (h)، به عنوان مقیاس طولی و سرعت سطح روتور بزرگتر (U_s)، به عنوان مقیاس سرعتی در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن این دو مقیاس، متغیرهای بی‌بعد حاکم بر این مساله مطابق رابطه (7) تعریف می‌شوند:

$$X=\frac{x}{h}\ ,\ Y=\frac{y}{h}\ ,\ U=\frac{u}{U_s}\ ,\ V=\frac{v}{U_s}\ ,\ P=\frac{p}{\rho U_s^2} \qquad (7)$$

که در آن X و Y به ترتیب مختصات بی‌بعد در راستای افقی و عمودی، U و V به ترتیب سرعت‌های بی‌بعد در راستای X و Y و P فشار بی‌بعد هستند. اکنون با توجه به متغیرهای بی‌بعد تعریف شده در رابطه 7 معادلات (4-6) به صورت بی‌بعد (8-10) بازنویسی می‌شوند:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \qquad (8)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \qquad (9)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) \qquad (10)$$

که در آن عدد رینولدز (Re) براساس قطر روتور بزرگتر محاسبه می‌شود و در تمامی محاسبات برابر 1 در نظر گرفته شده است.

شرایط مرزی مربوط به این مساله به صورت شرط عدم لغزش برای سرعت روی دیواره‌های ریزمجرا و فشار صفر در ورودی و خروجی آن، برای روتورها نیز سرعت معلوم به عنوان شرط مرزی سرعت و برای فشار سطح آن شرط مرزی نیومن لحاظ گردیده است. شرایط مرزی مذکور به‌صورت بی‌بعد، مطابق روابط (11)-(14) نوشته می‌شوند. بایستی ذکر گردد که شرایط مرزی بی‌بعد مربوط به سرعت روتورها یعنی روابط (13) و (14) برای هندسه نشان داده شده در شکل 1 ارائه شده است.

دیواره‌های ریزمجرا: $U=V=0, \frac{\partial P}{\partial Y}=0$ (11)

(12) ورودی و خروجی ریزمجرا: $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0, P_{in} = P_{out} = 0$

(13) روتور بالادست: $U = \frac{d_1}{d_2}\sin\varphi, V = \frac{d_1}{d_2}\cos\varphi, \frac{\partial P}{\partial n} = 0$

(14) روتور پایین‌دست: $U = \sin\varphi, V = \cos\varphi, \frac{\partial P}{\partial n} = 0$

لازم به ذکر است که در گزارش نتایج، دبی بدون بعد خروجی از ریزمجرا به صورت رابطه (15) محاسبه و استفاده شده است.

$$Q = \frac{q}{hU_s} \quad (q = \int_0^h u dy) \tag{15}$$

در مساله حاضر تولید آنتروپی فقط ناشی از اثرات اصطکاک جریان سیال می‌باشد که توسط رابطه (16) ارائه می‌شود[11].

$$s_f = \frac{\mu}{T_0}\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right] \tag{16}$$

که در آن T_0 دمای سیال درون ریزمجرا می‌باشد که برابر 300 کلوین در نظر گرفته شده است.

با توجه به متغیرهای بی‌بعد رابطه (7)، شکل بی‌بعد رابطه (16) به صورت ذیل بازنویسی می‌شود:

$$S_F = \varphi_F\left[2\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X}\right)^2\right] \tag{17}$$

که در آن φ_F به‌صورت رابطه بی‌بعد (18) تعریف و در این مقاله برابر 10^{-2} لحاظ شده است.

$$\varphi_F = \frac{\mu U_s^2}{T_0 k} \tag{18}$$

که در آن kضریب رسانندگی گرمایی سیال عامل می‌باشد.

4- روش حل عددی

دستگاه معادلات دوبعدی (4)-(6) با استفاده از روش حجم محدود[1] گسسته‌سازی شده‌اند. در این روش معادلات روی یک حجم‌کنترل اختیاری انتگرال‌گیری شده تا یک دستگاه معادلات جبری خطی به صورت رابطه (19) به دست آید.

$$a_P\emptyset_P = \sum a_{Nb}\emptyset_{Nb} + S_u \tag{19}$$

که در آن a_P و a_{Nb} ضرایب معادله انفصال، $\emptyset$ متغیر وابسته و S_u جمله چشمه می‌باشند.

در این حل برای برقراری ارتباط بین میدان سرعت و فشار از الگوریتم سمیپل[2] استفاده شده است. با این وجود برای جلوگیری از اثر احتمالی شطرنجی شدن میدان فشار به دلیل استفاده از شبکه هم‌مکان، از میان‌یابی رای-چو [12] برای محاسبه مقادیر سرعت روی وجوه بهره گرفته شده است. جملات پخش با طرح تفاضل مرکزی[3] گسسته‌سازی شده‌اند. همچنین برای ارزیابی جملات جابجایی در محل وجوه طرح هیبرید[4] لحاظ گردیده است. دستگاه معادلات جبری به دست آمده با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری[5] به صورت ADI حل شده است. در این الگوریتم ابتدا محاسبات میدان جریان با یک فشار حدسی شروع می‌شود. سپس معادلات ممنتم برای به دست آوردن میدان سرعت حل می‌شوند. با استفاده از این میدان سرعت، معادله پیوستگی برای تصحیح میدان‌های فشار و سرعت مشابه آنچه که در کار دورمال و ریتبی [13] آمده است حل می‌گردد. این حل تا رسیدن به معیار همگرایی ادامه پیدا می‌کند. معیار همگرایی حل عددی برای هر معادله به‌صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$Res = \sum|R_P| / Res_{ref} < \varepsilon_r \tag{20}$$

که در آن P نقطه مرکزی در هر حجم کنترل، Res_{ref} یک باقیمانده‌ی مرجع برای بی‌بعدسازی رابطه (20) و ε_r یک مقدار کوچک دلخواه می‌باشد. R_P نیز به صورت رابطه (21) تعریف می‌شود:

$$R_P = a_P\emptyset_P - \left(\sum a_{Nb}\emptyset_{Nb} + S_u\right) \tag{21}$$

چنانچه ذکر شد ε_r یک مقدار کوچک دلخواه بوده و معمولا برابر دقت ماشین انتخاب می‌شود. در اینجا نیز آن برابر 10^{-8} لحاظ گردیده است. حل عددی هنگامی متوقف می‌شود که رابطه‌ی (20) برقرار گردد.

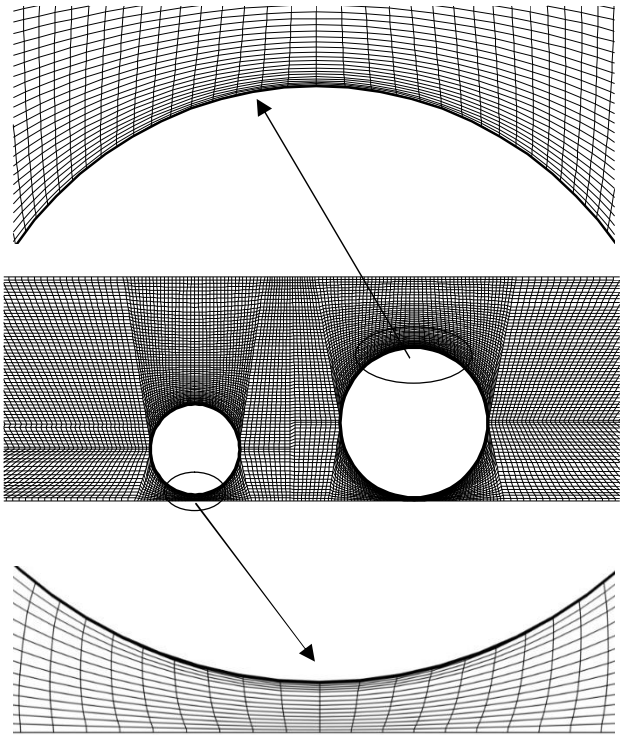
شایان ذکر است که در الگوریتم سیمپل این حل، ضریب زیرتخفیف 0/4 برای متغیرهای تصحیح شده سرعت و 0/3 برای متغیر تصحیح شده فشار در نظر گرفته شده است.

نمونه‌ای از شبکه ایجاد شده به روش جبری برای حالتی که S_1= 2/5، S_2= 1/5، $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$= 0/9 و L = 1 می‌باشد در شکل 2 ارائه گردیده است. همان‌طور که در این شکل نیز مشاهده می‌شود به دلیل وضوح بیشتر، شبکه‌ی ایجاد شده اطراف استوانه‌ها به‌صورت مجزا و با بزرگ‌نمایی بیشتری نشان داده شده است.

برای اعتبارسنجی برنامه عددی نوشته شده، نتایج دبی خروجی از میکروپمپ در εهای مختلف به دست آمده در کار حاضر با نتایج شاراچندرا [1] و عبدالقواد [3] مقایسه گردیده است. در این مقایسه یک میکروپمپ لزجتی با یک روتور دایروی منفرد با وجود یک اختلاف فشار بین ورودی و خروجی ریزمجرای آن، در نظر گرفته شده است. این اختلاف فشار به صورت بی‌بعد ذیل تعریف و برابر 1 لحاظ گردیده است.

$$\Delta P^* = \frac{P_{out} - P_{in}}{\rho\vartheta^2/d^2} \tag{22}$$

همچنین پارامترهای دیگر این مقایسه یعنی Re = 1 و $S_1 = S_2$ =2/5 در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از مقایسه در جدول 1 و شکل 3 نشان داده شده است. چنان‌چه در این جدول و شکل مشاهده می‌شود تطابق قابل قبولی بین نتایج وجود دارد.



شکل 2 نمونه‌ای از شبکه جبری تولید شده با بزرگنمایی اطراف استوانه‌ها

1- Finite Volume Method (FVM)
2- SIMPLE algorithm
3- Central Differencing Scheme
4- Hybrid Scheme
5- Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA)

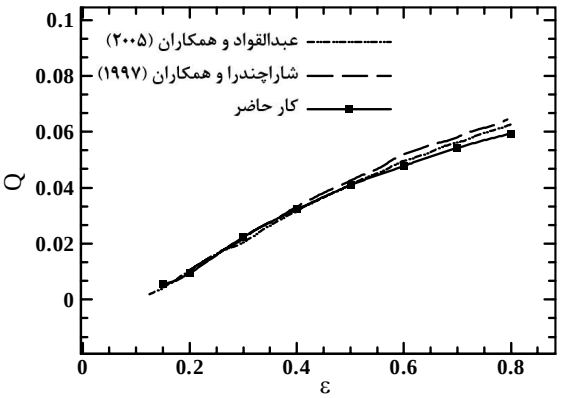
برای مطالعه استقلال حل از تعداد گره‌های شبکه، مساله مورد نظر در حالتی که Re = 1، $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ =0/8 و $S_1 = S_2$ =2 می‌باشد در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در جدول 2 نیز نشان داده شده است پنج شبکه با تعداد گره 30×90، 40×150، 50×200، 60×280 و 70×340 لحاظ گردیده است. چنانچه نتایج دبی خروجی از میکروپمپ نشان می‌دهد شبکه‌ای با تعداد گره 60×280 برای انجام محاسبات موردنظر کافی است.

جدول 1 مقایسه دبی خروجی در کار حاضر با نتایج شاراچندرا [1] و عبدالقواد [3]

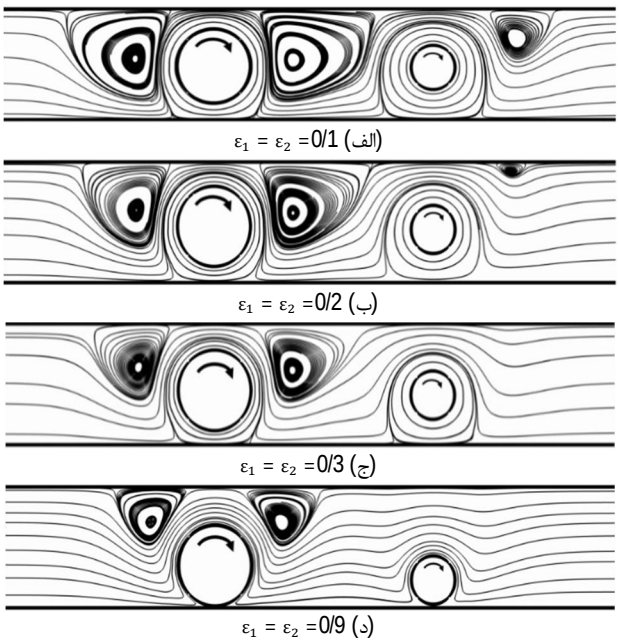
ε	$\left(\frac{Ql_{\text{عبدالقواد}} - Ql_{\text{کار حاضر}}}{Ql_{\text{کار حاضر}}}\right) \times 100$	$\left(\frac{Ql_{\text{شاراچندرا}} - Ql_{\text{کار حاضر}}}{Ql_{\text{کار حاضر}}}\right) \times 100$
0/3	3/89	0/76
0/4	1/99	-3/29
0/7	-2/68	-6/19
0/8	-5/66	-8/18

جدول2 دبی خروجی به دست آمده در تعداد گره‌های مختلف

تعداد گره	30×90	40×150	50×200	60×280	70×340
Q	0/146	0/136	0/132	0/128	0/126



شکل 3 مقایسه نتایج دبی خروجی از میکروپمپی با تک روتور دایروی در کار حاضر با نتایج دیگران



شکل 4 خطوط جریان اطراف روتورهای دایروی با S_1 =1/5 و S_2 =2/5 برای ε های مختلف و حالت L = 2

5- نتایج و بحث

5-1- بررسی تأثیر خروج از مرکزی روتورها (ε) بر دبی خروجی از میکروپمپ

یکی از پارامترهای هندسی تأثیرگذار بر عملکرد میکروپمپ‌های لزجتی فاصله مرکز روتور تا خط میانی ریزمجرا می‌باشد. همان‌طور که در قسمت‌های قبل نیز ذکر شد شکل بی‌بعد این پارامتر با عدد خارج مرکزی ε نشان داده شده است. در این کار هر چه ε بزرگتر باشد روتور به دیواره پایینی ریزمجرا نزدیکتر است. برای بررسی تأثیر ε بر دبی خروجی سه وضعیت متفاوت برای قطر روتورها در نظر گرفته شده است. در ادامه برای درک بهتر روند تغییرات دبی با ε، ابتدا الگوهای جریان حاصل درون ریزمجرای میکروپمپ تشریح و تفسیر می‌گردد سپس نمودار روند تغییرات دبی آورده می‌شود. بایستی ذکر گردد که به دلیل حجم بالای اشکال و نیز جذابیت بیشتر الگوهای جریان به دست آمده در میکروپمپی که روتور بالادست بزرگتر از روتور پایین‌دست می‌باشد فقط الگوهای این حالت مورد بحث قرار گرفته است.

شکل 4 خطوط جریان را اطراف روتورهای دایروی با S_1 =1/5 و S_2 =2/5 در εهای مختلف و وضعیت L = 2 نشان می‌دهد. چنان‌چه در شکل 4 (الف) نیز مشاهده می‌شود دو گردابه بزرگ اطراف روتور بالادست و یک گردابه کوچکتر بعد از روتور پایین‌دست نزدیک به دیواره بالایی ریزمجرا تشکیل شده است. وقتی عدد خارج از مرکزی روتورها کوچک است مقدار اندکی از سیال می‌تواند توسط روتورها به سمت خروجی ریزمجرا هدایت شود و بیشتر سیال پیرامون خود روتورها شروع به چرخش می‌کند. با چرخش روتور بالادست بایستی مقداری از سیال از فضای بین روتور و دیواره بالایی ریزمجرا عبور نماید. با توجه به اینکه سیال ممنتم کافی برای عبور از این فضا را ندارد مقداری از آن به دلیل غلبه فشار دچار برگشت می‌شود و یک گردابه بزرگ را قبل از روتور، نزدیک به دیواره بالایی ریزمجرا به وجود می‌آورد. سیال با عبور از فضای بین روتور بالادست و دیواره بالایی ریزمجرا، با یک انبساط ناگهانی مواجه می‌شود. طی این انبساط، سیال توانایی غلبه بر فشار مقابل را نداشته و با توجه به این عدم بازیابی فشار دچار یک جدایش بزرگ در عبور از روتور بالادست می‌شود. شبیه این مورد، هنگام عبور سیال از روتور پایین‌دست اتفاق می‌افتد. سیال با عبور از فضای بین روتور پایین‌دست و دیواره بالایی ریزمجرا، با یک انبساط ناگهانی روبرو می‌شود. به دلیل عدم توانایی سیال در غلبه بر فشار پیش رو، دچار جدایش می‌شود. همان‌طور که در شکل 4 (الف) نیز مشهود است، گردابه حاصل از این جدایش کوچکتر از گردابه‌های قبل است. این اختلاف در اندازه گردابه‌ها بدین دلیل است که سیال بعد از عبور از روتور پایین‌دست انبساط ناگهانی کوچکتری را تجربه می‌کند. همچنین سیال با عبور از روتور بالادست دارای ممنتم بیشتری می‌گردد. در نتیجه مقاومت بیشتری در مقابل جدایش نشان می‌دهد. لذا گردابه حاصل نیز کوچکتر ظاهر می‌شود.

شکل 4 (ب) خطوط جریان را اطراف روتورها در حالت $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ =0/2 نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود گردابه بالادست نسبت به نظیرش در حالت قبل کوچکتر شده است. با افزایش عدد خارج از مرکزی، فضای بین روتور و دیواره بالایی ریزمجرا افزایش می‌یابد. در نتیجه از فشار این ناحیه کم شده و مقدار کمتری از سیال دچار برگشت می‌شود. گردابه بین دو روتور نیز نسبت به حالت قبل کوچکتر ظاهر شده است. با افزایش فضای عبور جریان، شیب انبساط کاهش می‌یابد. در نتیجه فشار روبروی سیال نیز کاهش یافته و بازیابی فشار در این ناحیه بهتر صورت می‌گیرد. لذا سیال، کمتر از روی دیواره جدا خواهد شد. گردابه پایین‌دست نیز

مشابه دو گردابه دیگر از نظیرش در حالت قبل کوچکتر و ضعیف‌تر شده است. در این مورد نیز با افزایش فضای عبور جریان بین روتور پایین‌دست و دیواره بالایی ریزمجرا، شیب انبساط کاهش می‌یابد. از طرف دیگر سیال دارای ممنتم بیشتری در عبور از روتور بالادست می‌شود. در نتیجه جدایش سیال کمتر شده و گردابه مربوطه نیز کوچکتر خواهد شد.

شکل 4 (ج) الگوهای جریان را در حالتی که $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0/3$ است نشان می‌دهد. چنان‌چه در این شکل مشاهده می‌شود دو گردابه اطراف روتور بالادست نسبت به نظیرشان در حالت‌های قبل کوچک‌تر و ضعیف‌تر شده‌اند. در این حالت نیز با افزایش عدد خارج از مرکزی، فضای عبور جریان افزایش یافته و از فشار آن کاسته می‌شود. در نتیجه جدایش سیال کمتر شده و گردابه حاصل کوچکتر خواهد بود. همان‌طور که شکل 4 (ج) نیز نشان می‌دهدگردابه پایین‌دست به طور کامل از بین رفته است. با افزایش فضای عبور جریان سیال انبساط کمتری را تجربه کرده لذا ممنتم کافی برای غلبه بر فشار ایجاد شده از انبساط فضای عبور جریان را دارد. به‌طوری که سیال از روی دیواره جدا نشده و گردابه‌ای در آن ناحیه ایجاد نشود. از این حالت به بعد با افزایش عدد خارج از مرکزی، الگوهای جریان حاصل تغییر قابل توجهی ندارند. چنان‌چه در شکل 4 (د) نیز مشاهده می‌شود برای حالت $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0/9$، الگوهای جریان به وجود آمده شبیه به شکل (ج) بوده و تفاوت محسوسی بین آن‌ها وجود ندارد.

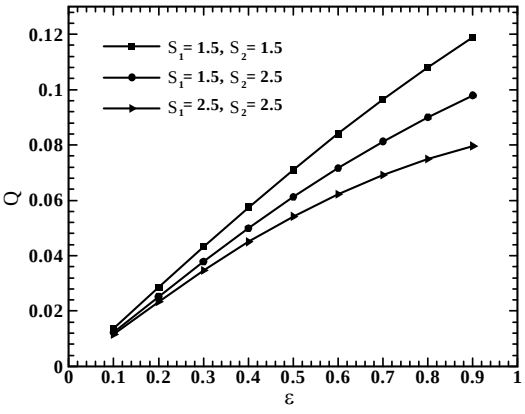
شکل 5 تغییرات دبی بی‌بعد خروجی از میکروپمپ را در εهای مختلف و سه قطر متفاوت روتورها در حالت $L = 2$ نشان می‌دهد. چنان‌چه در این شکل مشاهده می‌شود در εهای کم تغییر قطر روتورها تأثیر چندانی بر دبی خروجی ندارد. هنگامی که عدد خارج از مرکزی خیلی کم است بیشتر سیال پیرامون خود روتورها شروع به چرخش می‌کند. در نتیجه اختلاف محسوسی در دبی به وجود آمده از روتورهایی با قطر متفاوت وجود ندارد. با افزایش ε، دبی نیز افزایش می‌یابد. وقتی روتورها به دیواره پایینی ریزمجرا نزدیک می‌شوند چنان‌چه در قبل نیز ذکر شد فضای بین روتورها و دیواره بالایی ریزمجرا افزایش پیدا می‌کند. لذا فشار و شیب انبساطی آن کاهش می‌یابد. در نتیجه سیال بیشتری می‌تواند به سمت خروجی ریزمجرا حرکت نماید و دبی حاصل افزایش خواهد یافت. چنان‌چه در این شکل نیز مشهود است روند افزایش دبی در سه حالت بررسی شده با یکدیگر تفاوت دارد. برای حالتی که $S_1 = S_2 = 1/5$ می‌باشد افزایش دبی به صورت تقریبا خطی و مقدار این افزایش نیز از دو حالت دیگر بیشتر است. در این حالت قطر روتورهای میکروپمپ از دو حالت دیگر بزرگتر می‌باشد و این امری کاملا منطقی است که مقدار دبی خروجی نیز بیشتر باشد. در دو حالت دیگر روند افزایش دبی با عدد خارج از مرکزی به صورت نمایی صورت می‌گیرد. با توجه به این موضوع بیشترین اختلاف دبی‌ها در حالتی است که ε در بزرگترین مقدار خود یعنی 0/9 باشد. بنابراین بیشترین دبی در میکروپمپ زمانی حاصل می‌شود که دارای روتورهایی با قطر و عدد خارج از مرکزی بیشینه باشد.

5-2- بررسی تأثیر نسبت معکوس قطر روتورها (S) بر دبی خروجی از میکروپمپ

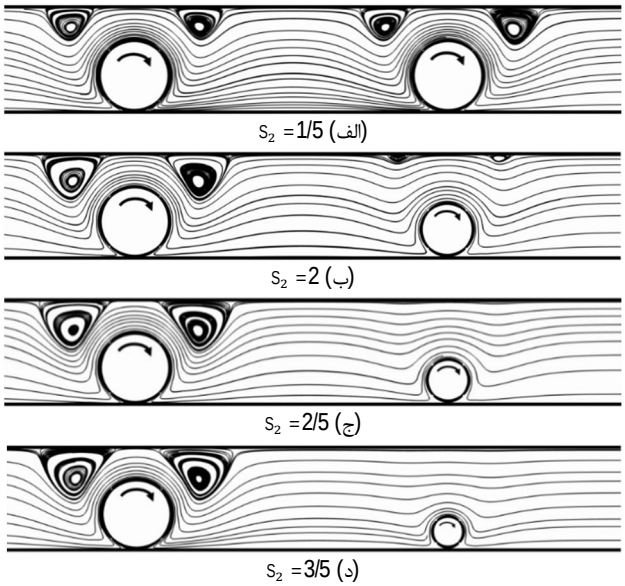
یکی از عوامل موثر بر عملکرد میکروپمپ‌های لزجتی اندازه روتورها می‌باشد. در این‌جا نیز تأثیر پارامتر هندسی مربوط به آن بر دبی خروجی مورد بررسی قرار گرفته است. چنان‌چه قبلا نیز ذکر گردید پارامتر بی‌بعد مربوط به تغییر قطر روتورها با عدد بی‌بعد S نشان داده شده است. به دلیل این‌که S متناسب با معکوس قطر روتورها است بنابراین هرچه S بزرگ‌تر باشد قطر روتور مربوطه کوچک‌تر خواهد بود. برای بررسی تأثیر S بر دبی، قطر روتور بالادست و پایین‌دست به ترتیب ثابت و متغیر لحاظ گردیده است. در ادامه الگوهای جریان و سپس نمودار روند تغییرات دبی ارائه شده است.

شکل 6 خطوط جریان را اطراف روتورهای دایروی با $S_1 = 1/5$ و S_2های مختلف در حالت $L = 3$ و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0/9$ نشان می‌دهد. چنان‌چه در شکل 6 (الف) مشاهده می‌شود دو گردابه قبل و بعد از روتور بالادست و شبیه آن‌ها نیز اطراف روتور پایین‌دست ایجاد شده است. برای تفسیر پیدایش این گردابه‌ها می‌توان همان مطالب بیان شده در قسمت قبل را ارائه نمود.

همان‌طور که در الگوی جریان شکل 6 (ب) نیز نمایش داده شده است دو گردابه مربوط به روتور بالادست تقریبا شبیه به حالت قبل می‌باشند. اما دو گردابه دیگر نسبت به نظیرشان در حالت قبل کوچک‌تر و ضعیف‌تر ظاهر شده‌اند. وقتی قطر روتور پایین‌دست کاهش می‌یابد در واقع فضای بیشتری برای عبور سیال از ناحیه فوقانی آن ایجاد می‌گردد. بنابراین از فشار و نیز شیب انبساطی فضای عبوری کاسته می‌شود. در نتیجه جدایش جریان از روی سطح دیواره کمتر شده و گردابه‌های حاصل نیز کوچکتر خواهند بود. با توجه به شکل 6 (ج)، دو گردابه اطراف روتور پایین‌دست به‌طور کامل ناپدید شده است.



شکل 5 تغییرات دبی بی‌بعد خروجی از میکروپمپ در εهای مختلف و $L = 2$ در Sهای مختلف ($= h/d$ متناسب با معکوس نسبت قطر روتورها است)



شکل 6 خطوط جریان درون ریزمجرا برای S_2های مختلف و $S_1 = 1/5$ در حالت $L = 3$ و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0/9$

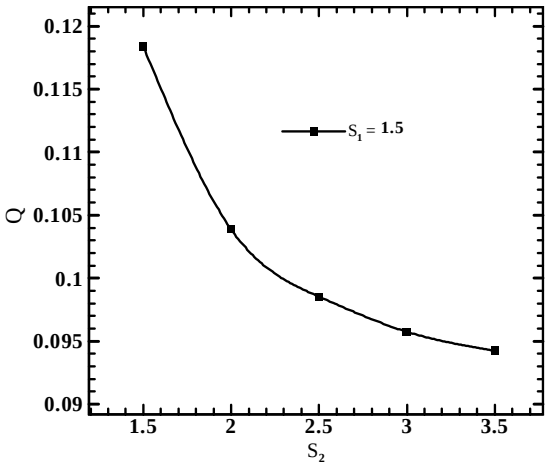
با کاهش بیشتر قطر روتور در این حالت، ممنتم سیال برای غلبه فشار پیش رو کافی می‌باشد. بنابراین سیال در این مورد دچار جدایش نشده است و در نتیجه گردابه‌ای تشکیل نخواهد شد. با افزایش بیشتر قطر روتور پایین دست، تفاوت چندانی در الگوهای جریان به وجود آمده ایجاد نمی‌شود. موید این مطلب الگوهای جریان شکل 6 (د) می‌باشد. همان‌طور که در این شکل مشهود است تفاوت محسوسی بین این حالت و حالت قبل مشاهده نمی‌شود.

شکل 7 تغییرات دبی خروجی را برای S_2های مختلف در حالت S_1 =1/5، L =3 و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ =0/9 نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود هنگامی که قطر روتور پایین‌دست کاهش پیدا می‌کند دبی خروجی نیز به صورت نمایی کاهش می‌یابد. در میکروپمپ‌های لزجتی، روتورهای مربوطه علاوه بر اینکه عامل حرکت سیال هستند به صورت یک مقاومت هم در برابر جریان عمل می‌کنند. بنابراین با کاهش قطر روتور پایین-دست نقش مقاومتی این روتور نسبت به عامل حرکت بودن آن افزایش بیشتری پیدا می‌کند. لذا با کاهش قطر این روتور از میزان دبی خروجی از میکروپمپ کاسته می‌شود. با توجه به شکل 7 می‌توان ادعا نمود که شیب تغییرات دبی در بازه‌های ابتدایی بسیار سریع‌تر از انتهای آن است. هنگامی که قطر یک روتور کاهش چشم‌گیری پیدا می‌کند نقش حرکتی آن در برابر روتور دیگر بسیار کمتر می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که میزان دبی خروجی به شدت متاثر از روتور بالادست خواهد بود و روتور پایین‌دست تأثیر چندانی در تغییرات دبی نخواهد داشت.

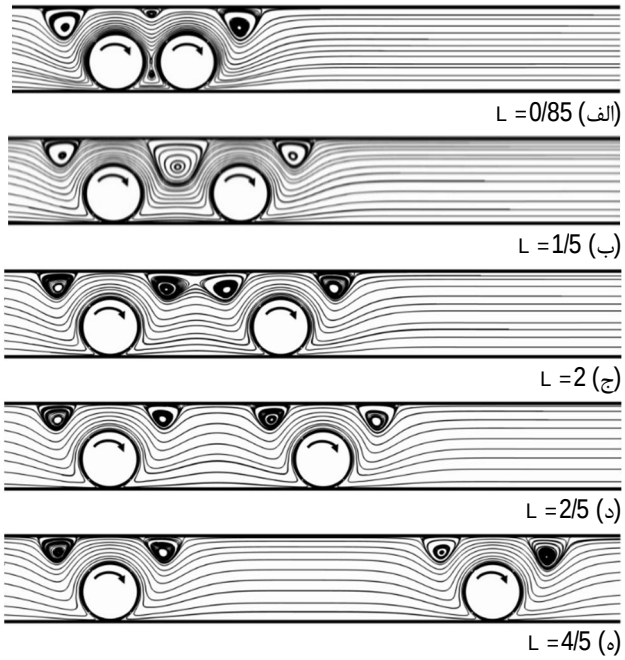
3-5- بررسی تأثیر فاصله روتورها از یکدیگر (L) بر دبی خروجی از میکروپمپ

از جمله عوامل هندسی تأثیرگذار بر عملکرد میکروپمپ‌های لزجتی فاصله بین روتورها می‌باشد. چنان‌چه بدیهی است بررسی این مورد فقط در مطالعاتی امکان‌پذیر است که دارای دو یا بیش از دو روتور باشند. در همین راستا، در این مطالعه نیز تأثیر پارامتر هندسی مربوط به فاصله بین دو روتور بر دبی خروجی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به قسمت‌های قبل، پارامتر مربوطه با عدد بی‌بعد L نشان داده می‌شود. هر چه L بزرگتر باشد فاصله دو روتور از یکدیگر نیز بیشتر خواهد بود. همانند روند قبل ابتدا الگوهای جریان و سپس نمودار روند تغییرات دبی برحسب L آورده می‌شود.

شکل 8 خطوط جریان را اطراف روتورهای دایروی با $S_1 = S_2$ = 1/5 در حالت $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ =0/9 برای Lهای مختلف نشان می‌دهد. شکل 8 (الف) خطوط جریان مربوط به L =0/85 را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود چهار گردابه در این الگوی جریان ایجاد شده است. گردابه قبل از روتور بالادست به دلیل کافی نبودن انرژی در دسترس سیال در عبور از ناحیه فوقانی روتور و گردابه بعد از روتور پایین‌دست به دلیل انبساط ناگهانی سیال در عبور از این روتور تشکیل شده‌اند. هنگامی که سیال از روتور بالادست عبور می‌کند با یک انبساط ناگهانی مواجه می‌شود. در نتیجه سیال ممنتم کافی برای غلبه بر فشار مذکور را نداشته و از روی سطح بالایی ریزمجرا جدا می‌شود. بدین ترتیب یک گردابه بین دو روتور نزدیک به سطح بالایی ریزمجرا ایجاد می‌شود. با توجه به اینکه در این حالت L کوچک می‌باشد لذا فاصله دو روتور از یکدیگر بسیار کم است. بنابراین می‌توان فضای بین دو روتور را شبیه به یک کانال برای عبور سیال تصور نمود. اما چون سیال ممنتم کافی برای غلبه بر فشار را ندارد لذا مقداری از سیال قادر به عبور از آن نبوده و دچار برگشت می‌شود. سیال برگشتی تشکیل یک گردابه بین دو روتور نزدیک به دیواره پایینی ریزمجرا را خواهد داد.



شکل 7 تغییرات دبی بی‌بعد خروجی در S_2های مختلف برای حالت S_1 =1/5، L =3 و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ =0/9



شکل 8 خطوط جریان اطراف روتورهایی با $S_1 = S_2$ = 1/5 در Lهای مختلف و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ =0/9

شکل 8 (ب) الگوهای جریان را برای حالتی که L =1/5 می‌باشد نشان می-دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود گردابه‌های قبل از روتور بالادست و بعد از روتور پایین‌دست مشابه نظیرشان در حالت قبل می‌باشند. اما گردابه بین دو روتور در این حالت از بین رفته است و گردابه دیگر روی دیواره بالایی ریزمجرا به طور قابل توجهی بزرگ‌تر شده است. هنگامی که فاصله بین دو روتور افزایش می‌یابد کانال عبور سیال دیگر مفهومی نخواهد داشت. لذا جدایش سیال و تشکیل گردابه نیز در این مورد بی‌معنا می‌باشد. ولی گردابه روی دیواره بالایی ریزمجرا از نظیرش در حالت قبل بسیار بزرگتر ظاهر شده است. با افزایش L ، سیال با عبور از روتور بالادست انبساط بیشتری را تجربه می‌کند لذا مقدار بیشتری از سیال دچار جدایش می‌شود. در نتیجه گردابه حاصل بزرگتر می‌گردد. با افزایش بیشتر L همانند شکل (ج) گردابه بین دو روتور تبدیل به دو گردابه کوچک‌تر می‌شود. ولی چنان‌چه در این شکل نیز مشاهده می‌شود این دو گردابه به هم پیوسته می‌باشند. هنگامی که سیال به دلیل انبساط در عبور از روتور بالادست دچار جدایش می‌شود

بایستی بر فشار ناحیه فوقانی روتور پایین‌دست نیز غلبه کند. از طرفی چون هنوز فاصله بین دو روتور به اندازه‌ای بزرگ نیست که سیال پس از جدایش اول بتواند به مسیر خود ادامه دهد. لذا بلافاصله با جدایش دوم مواجه می‌شود. بنابراین دو گردابه به هم پیوسته در این ناحیه به وجود می‌آید. ولی با ادامه روند افزایشی L همانند شکل (د)، بدلیل فاصله در دسترس بیشتر، سیال فرصت دارد تا بعد از جدایش اول به مسیر خود ادامه دهد. سپس در مواجه با روتور پایین‌دست پایین‌دست دچار جدایش دوم گردد. لذا در این حالت دو گردابه حاصل از هم جدا می‌باشند. با افزایش بیشتر L تغییر محسوسی در الگوهای جریان مشاهده نمی‌شود. همان‌طور که در شکل (ه) نیز نشان داده می‌شود الگوی جریان و تشکیل گردابه‌ها همانند شکل (د) می‌باشد.

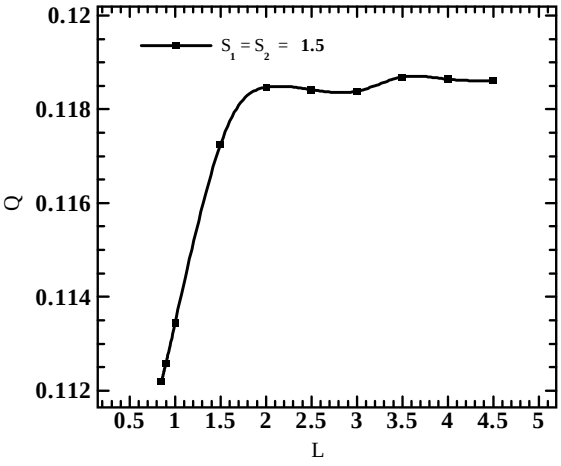
شکل 9 روند تغییرات دبی را درLهای مختلف در حالت $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 =$ 0/9 و $S_1 = S_2 =$ 1/5 نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در ابتدا با افزایش L دبی خروجی نیز با شیب تندی افزایش پیدا می‌کند. سپس روند تغییرات دبی کند و می‌توان گفت تقریبا ثابت شده است. با توجه به الگوهای جریان ارائه شده در قبل می‌توان مشاهده نمود بعد از L= 2 طرح گردابه‌های به وجود آمده یکسان می‌باشد. وقتی گردابه‌های اطراف روتور بالادست مستقل از گردابه‌های حاصل پیرامون روتور پایین‌دست می‌شوند می‌توان گفت که هر یک از روتورها به طور مستقل عمل می‌کنند. بنابراین منطقی به نظر می‌رسد که دبی خروجی بعد از یک L خاص که در این‌جا مقدار 2 می‌باشد مستقل از افزایش آن گردد.

5-4- تحلیل آنتروپی

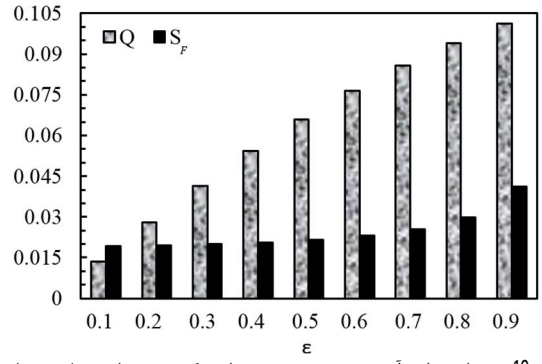
اکثر فرآیندهای مهندسی در معرض افت‌های اجتناب‌ناپذیری نظیر اصطکاکی و حرارتی می‌باشند. با استفاده از قانون دوم ترمودینامیک می‌توان میزان تولید آنتروپی و این افت‌های اجتناب ناپذیر را کمینه کرد. کمینه‌سازی تولید آنتروپی[1] یک نگرش ترمودینامیکی جدید برای بهینه‌سازی سیستم‌های مهندسی به منظور دست‌یابی به بالاترین بازده ممکن می‌باشد. در موضوع میکروپمپ‌های لزجتی، همان‌طور که در مقدمه نیز اشاره گردید تاکنون تحقیقی با استفاده از مفهوم کمینه‌سازی تولید آنتروپی مشاهده نشده است. لذا در این کار با توجه به این مفهوم ترمودینامیکی، تولید آنتروپی به‌ازای تغییر پارامترهای هندسی مختلف در میکروپمپ لزجتی محاسبه گردید. در ادامه با تغییر هر کدام از پارامترهای هندسی قبل یعنی ε، S و L تولید آنتروپی محاسبه و با دبی خروجی مربوطه در یک نمودار میله‌ای مقایسه شده است.

5-4-1- بررسی تأثیر خروج از مرکزی روتورها (ε) بر تولید آنتروپی درون میکروپمپ

شکل 10 روند تغییر تولید آنتروپی و نیز دبی خروجی از میکروپمپ را در ε های مختلف در حالت L= 2 و $S_1 = S_2 =$ 2 نشان می‌دهد. همان‌طور که در قبل نیز نشان داده شد با افزایش ε، دبی خروجی از میکروپمپ نیز افزایش پیدا می‌کند. شکل 10 نیز تایید کننده دوباره همین موضوع است. اما روند تغییر تولید آنتروپی با افزایش ε، متفاوت با روند تغییر دبی مربوطه می‌باشد. چنان‌چه در شکل 10 مشاهده می‌شود در ابتدا با افزایش ε تا حدود 0/5، روند افزایش تولید آنتروپی بسیار کند است. با افزایش ε بعد از این مقدار، افزایش تولید آنتروپی قابل توجه شده به‌طوری که با تغییر ε از 0/8 به 0/9 حدود 38 درصد افزایش در تولید آنتروپی مشاهده می‌شود.



شکل 9 تغییرات دبی خروجی در L های مختلف در حالت $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 =$ 0/9



شکل 10 تغییرات تولید آنتروپی و دبی خروجی از میکروپمپ برای εهای مختلف در حالت L= 2 و $S_1 = S_2 =$ 2

وقتی ε افزایش پیدا می‌کند تغییرات سرعت شدیدی در اطراف روتورها و به ویژه در ناحیه پایینی محصور بین آنها و دیواره پایینی ریزمجرا ایجاد می‌شود. همین موضوع سبب می‌گردد تا تولید آنتروپی با نزدیکی روتورها به سطح دیواره پایینی ریزمجرا افزایش یابد.

برای تحلیل بهتر نتایج حاصل از تولید آنتروپی، رابطه (23) که نشان دهنده نسبت شیب تغییرات تولید آنتروپی به دبی مربوطه در هر بازه تغییر پارامتر هندسی میکروپمپ می‌باشد به صورت ذیل تعریف می‌شود.

$$RS = \frac{S_F|_2 - S_F|_1}{Q|_2 - Q|_1} \qquad (23)$$

در رابطه (23) در هر بازه تغییرات پارامترهای هندسی به کار رفته، اعداد 1 و 2 به ترتیب به ابتدا و انتهای بازه اشاره دارند. به عنوان مثال در بازه تغییرات عدد خارج از مرکزی از 0/3 به 0/4، زیرنویس 1 مربوط به 0/3 و زیرنویس 2 مربوط به 0/4 می‌باشد. به عبارت دیگر $S_F|_1$ و $Q|_1$ به ترتیب تولید آنتروپی و دبی بی‌بعد مربوط به خروج از مرکزی 0/3 و $S_F|_2$ و $Q|_2$ مربوط به خروج از مرکزی 0/4 می‌باشند.

جدول 3 تغییرات RS را در بازه‌های مختلف تغییر پارامتر هندسی ε نشان می‌دهد. چنانچه در این جدول مشاهده می‌شود مقدار RS در بازه‌های ابتدایی بسیار کوچک است که این نشان می‌دهد شیب تغییرات تولید آنتروپی نسبت به دبی خروجی بسیار کم است. ولی با افزایش ε مقدار RS نیز افزایش می‌یابد به طوری که در بازه آخر جدول نیز مشاهده می‌شود این مقدار از یک هم فراتر رفته است. بنابراین می‌توان گفت تولید آنتروپی نسبت به افزایش دبی خروجی در تغییر مقادیر بزرگ ε حساسیت بیشتری نشان می‌دهد ولی در مقادیر کوچک آن نتیجه عکس می‌باشد.

1- Entropy Generation Minimization

جدول 3 RS $(kgm^{-4}s^{-2}K)$ در بازه‌های مختلف تغییر ε

ε	0/1-0/2	0/3-0/4	0/5-0/6	0/7-0/8	0/8-0/9
RS	0/016	0/053	0/14	0/53	1/58

جدول 4 RS $(kgm^{-4}s^{-2}K)$ در بازه‌های مختلف تغییر S_2

S_2	1/5-2	2-2/5	2/5-3	3-3/5
RS	1/31	1/16	0/68	0/8

جدول 5 RS $(kgm^{-4}s^{-2}K)$ در بازه‌های مختلف تغییر L

L	0/85-1	1-1/5	1/5-2/5	2/5-3/5
RS	-2/25	-0/003	0/63	0/32

5-4-2- بررسی تأثیر نسبت معکوس قطر روتورها (S) بر تولید آنتروپی درون میکروپمپ

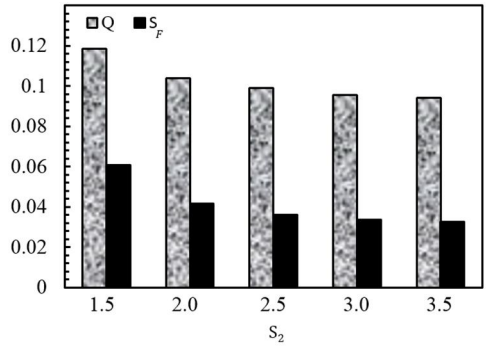
شکل 11 روند تغییر تولید آنتروپی و دبی خروجی از میکروپمپ را در S_2های مختلف و حالت S_1= 1/5، L= 3 و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$= 0/9 نشان می‌دهد. چنان‌چه در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش S_2 دبی خروجی کاهش می‌یابد که دلیل آن در قبل ذکر گردید. روند تغییر تولید آنتروپی نیز همانند دبی حالت نزولی دارد، هر چه قطر روتور پایین‌دست کوچکتر می‌شود از گرادیان‌های سرعت نیز کاسته می‌گردد. این نیز باعث کاهش تولید آنتروپی درون میکروپمپ می‌شود.

جدول 4 تغییرات RS را در بازه‌های مختلف تغییر پارامتر هندسی S_2 نشان می‌دهد. چنان‌چه در این جدول مشاهده می‌شود مقدار RS در بازه‌های اولیه بیشتر از یک است. این موضوع نشان می‌دهد که تغییرات تولید آنتروپی نسبت به تغییرات دبی خروجی از حساسیت بیشتری برخوردار است. ولی با افزایش S_2 مقدار RS از یک کمتر می‌شود. یعنی شیب تغییرات دبی خروجی از تولید آنتروپی بیشتر می‌گردد.

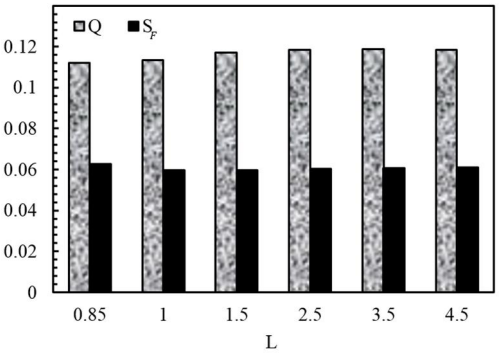
5-4-3- بررسی تأثیر فاصله روتورها از یکدیگر (L) بر تولید آنتروپی درون میکروپمپ

شکل 12 تغییرات تولید آنتروپی و دبی را برای مقادیر مختلف L در حالت $S_1 = S_2$ = 1/5 و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ = 0/9 نشان می‌دهد. چنان‌چه در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش L دبی خروجی نیز افزایش پیدا می‌کند. اما این افزایش محدود بوده به‌طوری که بعد از L= 1/5 تقریبا دبی ثابت می‌شود و به افزایش آن حساسیت نشان نمی‌دهد. با توجه به شکل 12 ممکن است به نظر آید که تولید آنتروپی نیز نسبت به تغییر L حساس نمی‌باشد. اما با کمی دقت می‌توان متوجه تغییر تولید آنتروپی در هنگام افزایش L شد. هنگامی که فاصله بین دو روتور کم است گرادیان‌های سرعت اطراف روتورها و به ویژه بین دو روتور به شدت افزایش پیدا می‌کند که این موضوع باعث افزایش تولید آنتروپی می‌گردد. اما هنگامی که L افزایش می‌یابد از شدت گرادیان‌های به وجود آمده به ویژه در ناحیه بین دو روتور کاسته می‌شود و این موضوع به طور طبیعی باعث کاهش تولید آنتروپی خواهد شد.

جدول 5 تغییرات RS را در Lهای مختلف نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر این جدول، می‌توان به جذابیت بیشتر تغییرات آن نسبت به دو جدول



شکل 11 تغییرات تولید آنتروپی و دبی خروجی از میکروپمپ در S_2های مختلف و حالت S_1= 1/5، L= 3 و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$= 0/9



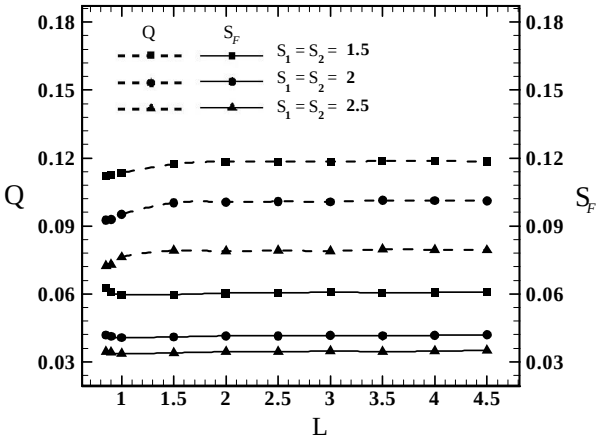
شکل 12 تغییرات تولید آنتروپی و دبی خروجی از میکروپمپ درLهای مختلف و حالت $S_1 = S_2$ = 1/5 و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$= 0/9

قبل پی برد. همان‌طور که در جدول 5 مشاهده می‌شود روند تغییر تولید آنتروپی با دبی مربوطه در بعضی موارد متفاوت است. در همان بازه ابتدایی جدول 5 که مقدار RS منفی است نشان می‌دهد که روند تغییر تولید آنتروپی و دبی معکوس می‌باشد. یعنی با افزایش L در بازه مذکور میزان تولید آنتروپی کاهش ولی میزان دبی خروجی افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه در همین بازه این است که کاهش تولید آنتروپی تقریبا 4 برابر افزایش دبی می‌باشد که این موضوع نشان از حساسیت شدید تولید آنتروپی به تغییر L در مقادیر پایین آن دارد. اما در بازه‌های بعدی جدول 5 تقریبا تولید آنتروپی وجود نداشته و ثابت می‌شود.

5-5- انتخاب پارامترهای هندسی بهینه

بعد از ارائه نتایج مربوط به دبی و نیز تحلیل آنتروپی بایستی پارامترهای هندسی بهینه برای میکروپمپ موردنظر معرفی گردد. در این قسمت هدف یافتن یک میکروپمپ لزجتی با کمترین افت اصطکاکی ممکن در عین دارا بودن یک دبی خروجی بیشینه می‌باشد.

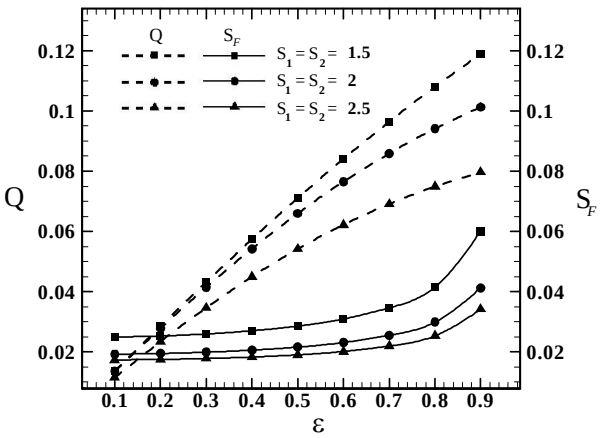
با توجه به شکل 13 مشاهده می‌شود بعد از L= 1 تقریبا روند تغییر تولید آنتروپی برای هر سه مقدار مختلف S_1 و S_2 ثابت شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای هر میکروپمپی با روتورهای مختلف بعد از L= 1 تولید آنتروپی به حداقل رسیده است. اکنون بایستی تغییرات دبی نسبت به L



شکل 13 روند تغییر دبی و تولید آنتروپی در L و Sهای مختلف و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0/9$

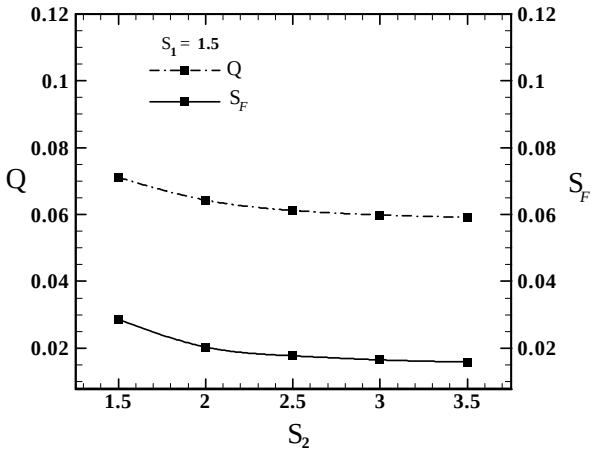
نیز بررسی گردد تا بتوان دبی بیشینه را پیدا نمود. با توجه به شکل 13، دبی بعد از L = 1/5 تغییر چندانی در مقدار خود نشان نمی‌دهد. بنابراین می‌توان L = 2را به عنوان پارامتر هندسی بهینه برای فاصله بین دو روتور در میکروپمپ‌های لزجتی معرفی نمود.

اکنون بایستی مقدار بهینه ε نیز معرفی شود. برای دستیابی به این هدف، همانند شکل 14، تغییرات دبی خروجی و تولید آنتروپی در εهای مختلف و مقدار بهینه L بررسی شده است. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود تولید آنتروپی قبل از خروج از مرکزی 0/5 تقریبا ثابت بوده و به میزان کمی افزایش یافته است. بعد از میزان مذکور با افزایش قابل توجهی در میزان تولید آنتروپی مواجه خواهیم شد. اکنون برای معرفی پارامتر بهینه ε بایستی روند تغییرات دبی نیز در ε های مختلف در نظر گرفته شود. با توجه به شکل 14، روند تغییر دبی بر حسب ε به صورت تقریبا یکنواخت می‌باشد. بنابراین عامل تعیین کننده در انتخاب ε بهینه تغییرات تولید آنتروپی خواهد بود. در همین راستا ε = 0/5 به عنوان پارامتر بهینه خارج از مرکزی میکروپمپ لحاظ گردیده است.



شکل 14 روند تغییر دبی خروجی و تولید آنتروپی در ε و Sهای مختلف و L = 2

برای انتخاب آخرین پارامتر هندسی بهینه یعنی S، حالتی را که S_1 = 1/5 و دو پارامتر هندسی دیگر در مقادیر بهینه خود قرار داشتند در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل 15 نیز نشان داده شده است تغییرات تولید آنتروپی قبل از S_2 = 2/5 نسبت به بعد از آن از شدت بیشتری برخوردار است. پس برای داشتن کمترین افت اصطکاکی بهتر است مقدار S_2



شکل 15 روند دبی و تولید آنتروپی در S_2های مختلف و L = 2 و $\varepsilon_1 = 0/5$ $\varepsilon_2 =$

از 2/5 به بعد انتخاب گردد. البته عدد مشخص آن با توجه به نمودار دبی معین خواهد شد. همان‌طور که در شکل 15 نیز مشاهده می‌شود روند تغییرات دبی با S_2 به صورت نزولی است. بنابراین عدد 2/5 می‌تواند به عنوان مقدار بهینه برای S_2 لحاظ گردد. البته بایستی ذکر گردد اگر میزان دبی کمتری موردنظر باشد می‌توان مقادیر کمتری را هم به عنوان مقدار بهینه انتخاب نمود. از طرف دیگر اگر دبی مطلوب، بیشتر از دبی به دست آمده در مقدار بهینه این مقاله باشد بایستی مقادیر بزرگتری از S_2 در نظر گرفته شود.

نتیجه گیری

در این مقاله یک شبیه‌سازی عددی برای بررسی تأثیر پارامترهای هندسی یک میکروپمپ لزجتی بر دبی خروجی و تولید آنتروپی صورت گرفته است. معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود حل گردیده است. در این حل جملات پخش با طرح تفاضل مرکزی گسسته‌سازی شده‌اند. همچنین برای ارزیابی جملات جابه‌جایی در محل وجوه از طرح هیبرید و برای برقراری ارتباط بین میدان سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. محاسبات برای سه پارامتر بی‌بعد هندسی میکروپمپ یعنی خارج از مرکزی (ε) و اندازه روتورها (S) و نیز فاصله آنها از یکدیگر (L) به ترتیب در محدوده 0/1 تا 0/9، 1/5 تا 3/5 و 0/85 تا 4/5 انجام شده است. نتایج حاصل از این حل نشان می‌دهد الگوهای خطوط جریان به شدت به سه پارامتر هندسی مذکور وابسته هستند به‌طوری که اندازه و تعداد گردابه‌های به وجود آمده درون ریزمجرا در غالب موارد با یکدیگر متفاوت ظاهر شده‌اند. با افزایش ε ، دبی خروجی از میکروپمپ نیز افزایش پیدا می‌کند. البته روند این افزایش در میکروپمپ‌های بررسی شده با یکدیگر تفاوت دارد. برای میکروپمپی با روتورهای بزرگتر دبی به‌صورت تقریبا خطی ولی در دو حالت دیگر به صورت نمایی افزایش پیدا می‌نماید. همچنین قابل ذکر است در εهای کم تغییر قطر روتورها تأثیر چندانی بر دبی خروجی ندارد ولی با افزایش ε اختلاف بین دبی‌ها قابل توجه می‌گردد. بنابراین بیشترین دبی در میکروپمپ زمانی حاصل می‌شود که دارای روتورهایی با قطر و عدد خارج از مرکزی بیشینه باشد. در بررسی تأثیر تغییرات S بر دبی خروجی مشاهده گردید در حالی که قطر روتور بالادست ثابت در نظر گرفته شده است با کاهش قطر روتور پایین‌دست، دبی خروجی نیز به صورت نمایی کاهش می‌یابد. اما میزان تغییرات دبی در بازه‌های ابتدایی تغییر S بسیار سریع‌تر از انتهای آن می‌باشد. آخرین پارامتر هندسی مورد بررسی فاصله بین دو روتور می‌باشد. هنگامی که L افزایش می-

یابد در ابتدا دبی خروجی نیز با شیب تندی افزایش پیدا می‌کند سپس روند تغییرات دبی کند و می‌توان گفت تقریبا ثابت شده است. در تحلیل آنتروپی نیز تأثیر پارامترهای هندسی فوق بر تولید آنتروپی بررسی گردید، برای تحلیل بهتر نتایج این قسمت، نسبتی با نماد RS که نشان دهنده شیب تغییرات تولید آنتروپی به دبی مربوطه در هر بازه تغییر پارامتر هندسی میکروپمپ می‌باشد تعریف گردید. نتایج به دست آمده نشان داد با افزایش ε تا حدود 0/5، روند افزایش تولید آنتروپی بسیار کند است. با افزایش ε بعد از این مقدار، افزایش تولید آنتروپی قابل توجه شده به طوری که با تغییر ε از 0/8 به 0/9 حدود 38 درصد افزایش در تولید آنتروپی مشاهده شد. محاسبات RS برای این پارامتر نشان می‌دهد که تولید آنتروپی نسبت به افزایش دبی در تغییرات مقادیر بزرگ ε حساس‌تر ولی در مقادیر کوچک آن برعکس می‌باشد. در بررسی تأثیر پارامتر S بر تولید آنتروپی، مشاهده شد با کاهش قطر روتور پایین‌دست در حین ثابت نگهداشتن قطر روتور بالادست تولید آنتروپی نیز کاهش پیدا می‌کند. جدول RS نشان می‌دهد در بازه‌های اولیه آن، تغییرات تولید آنتروپی نسبت به تغییرات دبی خروجی از حساسیت بیشتری برخوردار است ولی در بازه‌های انتهایی نتیجه عکس گردید. نتایج تولید آنتروپی آخرین پارامتر مورد بررسی یعنی L نشان داد که در مقادیر کوچک آن تولید آنتروپی نیز دارای مقدار بیشتری است ولی با افزایش L تولید آنتروپی کاهش می‌یابد و از مقدار 2 به بعد تقریبا ثابت می‌گردد. جدول RS نشان می‌دهد در بازه‌ی اولیه با توجه به مقدار منفی RS روند تغییر تولید آنتروپی و دبی معکوس می‌باشد. نکته قابل توجه در همین بازه این است که کاهش تولید آنتروپی حدود 4 برابر بیشتر از افزایش دبی می‌باشد که این موضوع نشان از حساسیت شدید تولید آنتروپی به تغییر L در مقادیر پایین آن دارد. اما در بازه‌های بعدی جدول تقریبا تولید آنتروپی وجود نداشته و ثابت می‌شود. در بخشی از این مقاله با توجه به نتایج حاصل، پارامترهای هندسی بهینه نیز برای میکروپمپ مورد مطالعه استخراج گردید. در این مقاله مقادیر L= 2، ε= 0/5، S_1 = 1/5 و S_2 = 2/5 به عنوان پارامترهای هندسی بهینه میکروپمپ لزجتی معرفی و انتخاب شده‌اند.

فهرست علائم

a	ضریب معادله انفصال
d	قطر روتور دایروی (m)
h	ارتفاع ریز مجرای میکروپمپ (m)
k	ضریب رسانندگی سیال عامل (W/m °C)
l	فاصله بین دو روتور (m)
L	پارامتر بی‌بعد مربوط به فاصله دو روتور
L_m	طول ریزمجرای میکروپمپ (m)
n	جهت بردار عمود بر دیواره
p	فشار (Nm^{-2})
P	فشار بی بعد
q	دبی خروجی از میکروپمپ (m^3s^{-1})
Q	دبی بی‌بعد خروجی از میکروپمپ
Re	عدد بی‌بعد رینولدز
Res	باقیمانده حل عددی
RS	نسبت شیب تغییرات تولید آنتروپی به دبی ($kgm^{-4}s^{-2}K$)
S	پارامتر بی‌بعد مربوط به تغییر قطر روتورها
s_f	نرخ تولید آنتروپی اصطکاکی ($kgm^{-1}s^{-3}K$)
S_F	نرخ بی‌بعد تولید آنتروپی اصطکاکی
S_u	جمله چشمه در معادله انفصال
T	دما (K)
u	سرعت در راستای x (ms^{-1})
U	سرعت بی‌بعد در راستای X
U_s	سرعت سطح روتور بزرگتر (ms^{-1})
v	سرعت در راستای y (ms^{-1})
V	سرعت بی‌بعد در راستای Y
x	مختصه طولی کارتزین در راستای افق (m)
X	مختصه بی بعد در راستای افق
y	مختصه طولی کارتزین در راستای عمود (m)
Y	مختصه بی بعد در راستای عمود
y_c	فاصله مرکز روتور تا خط افقی مار بر مرکز میکروپمپ(m)

علایم یونانی

ρ	چگالی (kgm^{-3})
μ	لزجت دینامیکی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
ϑ	ضریب لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})
ω	سرعت زاویه‌ای روتورها ($rads^{-1}$)
ε	پارامتر بی‌بعد خارج از مرکزی روتورها
ε_r	کمترین خطای حل عددی
φ	زاویه روتور دایروی (rad)
φ_F	پارامتر بی‌بعد در معادله تولید آنتروپی
$\emptyset$	متغیر وابسته در معادله انفصال

بالانویس‌ها

*	مقدار بی‌بعد

زیرنویس‌ها

1	روتور بالادست
2	روتور پایین‌دست
F	اصطکاکی
in	ورودی
out	خروجی
ref	مرجع

مراجع

[1] M.C. Sharatchandra, M. Sen, and M. Gad-el-Hak, Navier-Stokes Simulations of a Novel Micropump, *ASME Journal of Fluids Engineering,* Vol. 119, pp 372-382, 1997.

[2] P. Phutthavong and I. Hassan, Transient performance of flow over a rotating object placed eccentrically inside a microchannel-numerical study, *journal of Microfluid Nanofluid,* pp. 71-85, 2004.

[3] M. Abdelgawad, I. Hassan, N. Esmail and P. Phutthavong, Numerical Investigation of Multistage Viscous Micropump Configurations, *Journal of Fluids Engineering,* Vol. 127, pp. 734-742, 2005.

[4] F. Yang, S.-H. Liu, X.-L. Tang, Y.-L. Wu, Numerical Study on Transverse Axis Rotary Viscous Pump and Hydropulser Mechanism, *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation,* Vol. 7, pp. 263-268, 2006.

[5] A.K. da Silva, M.H. Kobayashi, C.F.M. Coimbra, Optimal theoretical design of 2-D microscale viscous pumps for maximum mass flow rate and minimum power consumption,

International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 28, PP. 526–536, 2007.

[6] H. El.Sadi, N. Esmail and I. Hassan, Numerical Modeling of Non-Newtonian Flow in Viscous Micropump, *Journal of the Society of Rheology,* Vol. 36, pp. 51-58, 2008.

[7] K. M. Bataineh, M. A. Al-Nimr, 2D Navier–Stokes Simulations of Microscale Viscous Pump With Slip Flow, *Journal of Fluids Engineering,* Vol. 131,pp. 51105-51106, 2009.

[8] L. Jianfeng, D. Jing, Flow dynamical behaviors and characteristics of aligned and staggered viscous pumps, *International Journal of Heat and Mass Transfer,* Vol. 53, pp. 2092–2099, 2010.

[9] D. J. Kang, Effects of channel curvature on the performance of viscous micro-pumps, *Journal of Mechanical Science and Technology,* Vol. 28, pp. 3733-3740, 2014.

[10] L. Jianfeng, D. Jing, Y. Jianping, Y. Xiaoxi, Steady dynamical behaviors of novel viscous pump with groove underthe rotor, International Journal of heat and Mass Transfer, Vol. 73, pp. 170-176, 2014.

[11] A. Bejan, *Entropy generation through heat and fluid flow,* John Wiley & Sons,1994.

[12] C. M. Rhie and W. L. Chow, Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil With Trailing Edge Separation, *AIAA J.*, Vol.21, pp. 1525–1532, 1983.

[13] J. P. Van Doormaal and G. D. Raithby, Enhancement of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, *Numer. Heat Transfer*, Vol.7, pp. 147–163,1984.