

بررسی تاثیر روش کاسپ جهت بهبود حل عددی دوبعدی جریان تراکم پذیر در بین پره های توربین با سطوح شیب زیاد

ادریس یوسفی^۱، محمدرضا مه پیکر^۲، علیرضا تیمورتاش^۳

۳ و ۲، ۱- دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، بخش مهندسی مکانیک، مشهد

چکیده

نوآوری این مقاله استفاده از روش حجم محدود جیمسون با استفاده از روش کاسپ در مدلسازی دوبعدی جریان مافوق صوت آدیاباتیک غیرلزج بین پره های توربین (Tip Section) با سطوح شیب تند می باشد. این مقاله در ادامه کار نویسندگان همین مقاله که بهبود روش عددی جیمسون با استفاده از کاسپ در هندسه های معمولی بوده است، می باشد. علی رغم تغییرات سریع در هندسه های با شیب تند، نتایج عددی مدل با کاسپ در مقایسه با نتایج عددی جیمسون بدون کاسپ و همچنین مقایسه با نتایج آزمایشگاهی، نشان از بهبود مدل با روش کاسپ در مجموع تا ۲۵ درصد می باشد.

واژه های کلیدی: روش های بالادست، کاسپ، جیمسون، Tip Section

مقدمه

به منظور شناسایی دقیق عملکرد توربین ها روش های تحلیلی و حل های عددی مختلفی ارایه شده است، با داشتن اهمیتی که در این تجهیزها به چشم می خورد هدف در جهت افزایش راندمان قرار داده می شود. آنچه که از مجموع بررسی های به عمل آمده قابل طرح می باشد آنست که بدلیل پیچیدگی های زیاد در پدیده های حاکم در این مسئله، هنوز امکان شبیه سازی کاملاً دقیق وجود نداشته اما می توان نتایج مطلوبی را با انجام برخی اصلاحات و بهینه سازی ها بدست آورد [1]. با وجود روش های عددی پیشرفته و پیچیده برای پیش بینی رفتار توربین ها برای مدلسازی این جریان ها معمولاً از روش عددی حجم محدود استفاده می شود [2]. همچنین در نیروگاه های بخار، توربین ها از جمله بخش هایی است که همیشه توجه طراحان را به خود جلب کرده است.

نویسندگان این مقاله، ابتدا دو روش حجم محدود و تفاضل محدود ذکر شده در مراجع [2,3,4] را بطور همزمان تلفیق نموده حال در این تحقیق این ابتکار در هندسه های متفاوت با شیب هندسی بالا در پره ی Tip Section که به دنبال آن نوسانات بسیاری را در محدوده حل به وجود می آورد تلفیق شده است. نتایج جالب این تحقیق باعث خلق ایده جدید تحقیق های مقاله فعلی گردیده، تا در آینده قسمتهای مختلف توربین همچنین در جریانهای دوفازی نیز در شرایط هندسی با تغییرات شیب تند استفاده گردد تا روش عددی حجم محدود جیمسون دوبعدی بهبود یابد که در ادامه توضیح داده می شود.

در سال ۱۹۸۰ بعد تلاشهای گسترده ای بر روی طرح های بالادست جریان صورت گرفت که به دو دسته روشهای تجزیه بردار شار و روش های اختلاف بردار شار طبقه بندی گردید که جهت حل معادلات اویلر بر اساس خاصیت انتشاری موج بنا شده است. نقطه مشترک در اینگونه روش ها، در رابطه بین جهت انتشار اطلاعات و جهت گسسته نمودن معادله دیفرانسیل

نهفته بوده و یا به عبارت دیگر جهت گسسته نمودن معادلات دیفرانسیل و گرفتن اطلاعات هماهنگ با رفتار جریان غیر لزج می باشد [5].

در کار حاضر به بررسی طرح کاسپ دو بعدی که در بر گرفته از دو روش بالادست و تفاضل محدود می باشد پرداخته شده، که با بکارگیری آن در روش جیمسون در پره ثابت توربین بخار خشک یا تک فاز، علی رغم تغییرات سریع در هندسه های با شیب تند بهبود قابل ملاحظه ای داشته است. لازم به ذکر است که این منطقه (بخش میانی سطح مکش پره به سمت انتهای پره) به علت وجود شوک آیرودینامیکی و در جریان دو فازی بخار، وجود شوک میعان، مدلسازی جریان آن از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشد که البته در تحقیق حاضر، جریان بصورت تک فاز بررسی شده است.

نوآوری این تحقیق در ادامه کار بهبود روش حجم محدود از طریق تلفیق روش کاسپ [2] در روش حجم محدود جیمسون می باشد این بار در هندسه ای با تغییرات شیب تند در نظر گرفته شده است، که می تواند با بهره گیری از مزایای این روش، نتایج را بهبود خوبی بخشد. لازم به ذکر است که البته می تواند از هر روش عددی حجم محدود دیگری هم استفاده گردد.

روش تلفیقی پیشنهادی ابتکاری فوق با استفاده از شبکه محاسباتی ساده (شکل ۱)، می تواند علاوه بر مدلسازی جریان های تک فاز، برای جریان های پیچیده دوفازی نیز می تواند بکار گرفته شود [6]. با توجه به پیچیدگی جریان های دو فازی و نتیجتاً حجم بالای محاسبات، هنوز استفاده از شبکه استاندارد یا ساده توصیه می گردد [7]. که برای تحقیق حاضر جریان بخار بصورت تک فاز بررسی شده است ولی هدف نهایی توسعه مدل پیشنهادی در جریان دوفازی بخار آب در تحقیقات بوده که در ادامه کار نویسندگان مقاله بر روی این شرایط هندسه در آینده می باشد.

طرح جیمسون

جیمسون و همکاران [8] سال ۱۹۸۱ یک طرح چهار مرحله ای را برای افزایش راندمان روش های تایم مارچینگ و وابسته به حجم محدود ارائه نمودند. طرح مذکور معادل با انفصال مرکزی در فضا بوده و برای انتگرال گیری نسبت به زمان از روش چند مرحله ای رانج کوتاه به صورت صریح و مستقل استفاده می کند. نظر به گسسته سازی مکان و زمان به طور جداگانه، طرح مذکور بسیار انعطاف پذیر بوده و پاسخ های ماندگار از آن طریق، مستقل از اندازه گام های زمانی است، در این طرح برای آشکارسازی شوک ها به نحو مطلوب ترکیبی از ترم های اتلافی رسته دو و چهار به جملات شار افزوده شده اند. ضمناً لازم به یادآوری است که در طرح های اولیه جیمسون سه تکنیک برای تسریع همگرایی معرفی شده که عبارت از، گام زمانی محلی (Local time stepping)، دمپ کننده انتالی (Enthalpy damping) و متوسط گیری ضمنی از باقیمانده ها (Implicit Residual averaging) و

است. معادلات بقای جرم، ممنتوم و انرژی برای بخار غیرلزج و قابل تراکم در مختصات کاتزین دوبعدی به صورت زیر می‌باشد [9]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u \\ \rho v^2 + P \\ \rho v h_0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho u v \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$e_0 = e + \frac{V^2}{2} \quad (3)$$

در معادله فوق، بردار W شامل متغیرهای بقایی، بردارهای F, G بیانگر شارهای غیرلزج و e_0 انرژی کل می‌باشد.

طرح کاسپ

اساس این طرح، بر پایه جدا کردن جملات فشار در روابط شار جریان می‌باشد [2]. در این طرح سعی شده است ضمن رسیدن به یک جواب قابل قبول از پیچیدگی محاسبات و زمان لازم کاسته شود، بردار شار به دو جمله جابجایی شار و جمله فشار تجزیه شده و در حالت دو بعدی بردار شار از دو مؤلفه در جهات X و Y به صورت زیر تشکیل شده است:

$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x \quad (4)$$

$$F_x = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ \rho u H \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v^2 + p \\ \rho v H \end{bmatrix} \quad (6)$$

در روابط فوق S_x و S_y بردارهای سطح در جهات X و Y می‌باشند. W متغیر اولیه جریان در حالت دو بعدی به صورت زیر است:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (7)$$

در اولین گام می‌بایست بردار متغیر اولیه جریان در دو سمت چپ و راست نقطه (i, j) به کمک تابع سوئیچ $L(u, v)$ محاسبه شود.

$$L(u, v) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|u-v|^q}{|u|+|v|} \right) (u+v) \quad (8)$$

مقدار توان q انتخابی است و بین ۲ تا ۳ می‌باشد [2,3].

$$w_R = w_{i+1,j} - \frac{1}{2} L(\Delta w_{i+3/2,j}, \Delta w_{i-1/2,j}) \quad (9)$$

که در آن Δw به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta w_{i+1/2,j} = w_{i+1,j} - w_{i,j} \quad (10)$$

اگر مؤلفه‌های شار جریان به دو جمله جابجایی و فشار تفکیک شود نتیجه می‌گردد که:

$$\begin{aligned} F_x &= u w + F_{px} \\ F_y &= v w + F_{py} \end{aligned} \quad (11)$$

با در نظر گرفتن شار جابجایی q به صورت زیر، جملات فشار شار جریان برابرند با:

$$q = u S_y + v S_x \quad (12)$$

$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x = q \cdot w + F_{px} \cdot S_y + F_{py} \cdot S_x \quad (13)$$

$$F_{px} = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ u \cdot p \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$F_{py} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ v \cdot p \end{pmatrix} \quad (15)$$

حال مؤلفه اتلاف مصنوعی در جهت X مانند به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$d_{i+1/2} = \frac{1}{2} \alpha_{i+1/2}^* c (w_R - w_L) S + \frac{1}{2} \beta_x (F_R - F_L) \quad (16)$$

در رابطه فوق S و $F_R - F_L$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_R - F_L &= (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_R - (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_L = \\ &= (F_{x,R} - F_{x,L}) S_y + (F_{y,R} - F_{y,L}) S_x \end{aligned} \quad (18)$$

در این حالت مانند حالت یک بعدی مؤلفه‌های شار جریان محاسبه می‌گردد:

$$F_{x,R} - F_{x,L} = \bar{u} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (u_R - u_L) + F_{px,R} - F_{px,L} \quad (19)$$

$$F_{y,R} - F_{y,L} = \bar{v} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (v_R - v_L) + F_{py,R} - F_{py,L} \quad (20)$$

بنابراین رابطه (۱۸) برابر است با:

$$\begin{aligned} F_R - F_L &= \\ q(w_R - w_L) &+ \bar{w}(\Delta u \cdot S_y + \Delta v \cdot S_x) + \Delta F_{px} \cdot S_y + \Delta F_{py} \cdot S_x \end{aligned} \quad (21)$$

$$\Delta F_{px} = F_{px,R} - F_{px,L} \quad (22)$$

$$\Delta F_{py} = F_{py,R} - F_{py,L} \quad (23)$$

عدد ماخ محلی به صورت $M = \frac{q}{c \cdot S}$ و $\lambda^\pm = q \pm c \cdot S$ تعریف

می‌گردند. بنابراین ضرایب α_x و β_x به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\alpha_x = |M| \quad (24)$$

$$\beta_x = \begin{cases} +\max(0, \frac{q+\lambda^-}{q-\lambda^-}) & \text{if } 0 \leq M \leq 1 \\ -\max(0, \frac{q+\lambda^+}{q-\lambda^+}) & \text{if } -1 \leq M \leq 0 \\ \text{sign}(M) & \text{if } |M| \geq 1 \end{cases} \quad (25)$$

در این حالت نیز همانند حالت یک بعدی در نزدیکی نقاط سکون ضریب α باید به شکل زیر اصلاح گردد:

$$\alpha_x = \frac{1}{2} \left(\alpha_0 + \frac{|M|^2}{\alpha_0} \right) \quad (26)$$

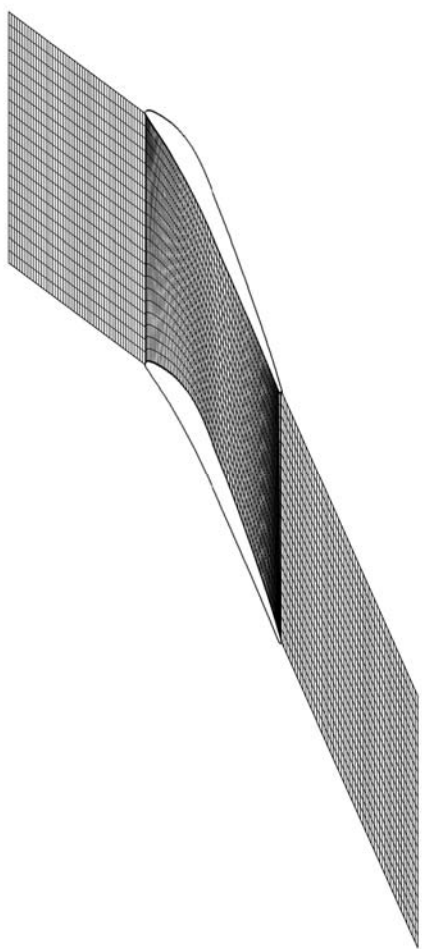
که در آن α_0 یک مقدار خیلی خیلی کوچک است. برای اینکه بتوان جواب دقیقتری گرفت باید جملات اتلاف مصنوعی در نزدیکی موج‌های

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

همانگونه که توضیح داده شد، ایده تلفیق دو روش حجم‌محدود و کاسپ (روش تلفیقی) می‌تواند روش حجم‌محدود جیمسون در این هندسه که با وجود داشتن نوسانات زیاد به علت وجود تغییرات شیب تند پره مورد نظر را بهبود خوبی داده و همگرایی مناسبی را در منطقه هدف ایجاد کند. ضمناً با استفاده از این تلفیق، شرط بقای جرم و نسبت فشار سکون بهبود چشمگیری داشته است. با توجه به ویژگی‌ها و کاربری گسترده روش‌های عددی حجم-محدود که برای هندسه‌های پیچیده بمانند جریان‌های داخل توربین‌ها بکار گرفته می‌شود، لازم است که نسبت به بهبود این روش‌ها تحقیقات لازمه صورت پذیرد.

مقایسه نتایج مدل‌های پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی و همچنین نتایج جیمسون اولیه، نشان از انطباق مطلوب نتایج طرح جدید بویژه در منطقه هدف (نواحی شوک روی سطح مکش پره) می‌باشد و همچنین میزان تغییرات فشار سکون کمتر بوده و شرط بقای جرم شرایط مناسبتری را در محدوده حل جریان را با وجود تغییرات شیب‌های تند کسب کرده است. هدف نهایی از این تحقیق توسعه مدل پیشنهادی در جریان دوفازی بخار آب بوده که در ادامه کار نویسندگان مقاله بر روی این هندسه در آینده می‌باشد.

شکل‌ها و نمودارها



شکل ۱- شبکه استاندارد نوع H

ضربه‌ای با مقدار بیشتر، و در مابقی میدان حل با مقدار کمتر وارد حل شوند. به این منظور یک تابع سوئیچ $L(u,v)$ که قابلیت شناسایی جریان را دارد وارد محاسبات می‌شود [2].

الگوریتم بکارگیری تلفیق بهینه دو روش حل

در این روش، که از شبکه استاندارد 30×250 جهت حل میدان جریان استفاده شده است، جریان ابتدا با روش حجم‌محدود جیمسون حل می‌شود تا مقادیر اولیه‌ای برای دامنه حل داشته باشیم، سپس مقادیر حل بعد از ۲۰ مرحله به معادلات اتلافی کاسپ داده شده و مراحل اجرا در آن صورت می‌پذیرد و این مراحل به نوبت تکرار می‌پذیرد که هر کدام از آنها به صورت مجزا یک سنسور جهت بررسی جواب‌ها به صورت جداگانه جهت همگرایی نهایی دارند (روش تلفیقی).

نتایج

همانگونه که از هندسه پره در شکل (۱) مشاهده می‌شود، مربوط به مقطع میانی پره ثابت توربین می‌باشد. شرایط مرزی اعمال شده با زاویه ورودی صفر در حالت زیر می‌باشد:

حالت مافوق صوت در پایین دست پره [10]:

$$[P_{0in} = 1.008 \text{ bar}, T_0 = 419.4 \text{ K}, \frac{P_{0out}}{P_{0in}} = 0.431]$$

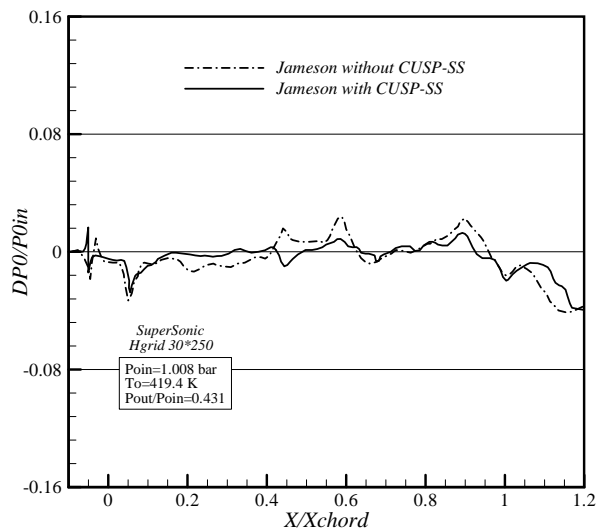
نتایج حاصل از بهبود روش عددی حجم‌محدود جیمسون از طریق تلفیق با روش کاسپ (روش تلفیقی) در شکل‌های (۲) تا (۷) ارائه شده است.

در شکل‌های (۲)، (۳) و (۴) تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره به ترتیب در سطوح مکش، فشار و خط مرکزی جریان نشان داده شده است. همانگونه که در شکل مذکور مشاهده می‌شود در منطقه هدف ($0.4 < X/X_{Chord} < 0.9$) که ناحیه حساس و پر اهمیت شوک‌ها روی سطح مکش می‌باشد و روش تلفیقی هم در آن ناحیه تمرکز یافته است، نتایج تئوری انطباق مطلوبی با نتایج آزمایشگاهی در مقایسه با روش اولیه جیمسون (بدون کاسپ) دارد.

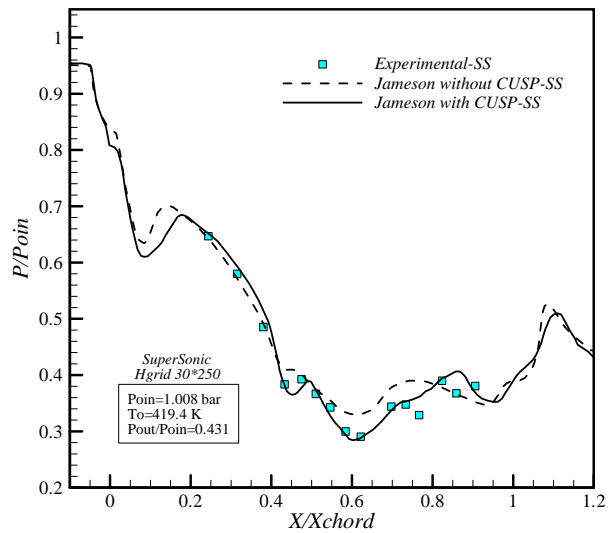
در جریان مورد نظر که آدیاباتیک و غیرلزج می‌باشد، مقدار فشار سکون تا قبل از شوک بایستی ثابت بماند. در شکل (۵) تغییرات فشار سکون نسبت به فشار سکون اولیه بر سطح مکش ترسیم شده است که هرچه این تغییرات کمتر باشد حل مسأله به پیش فرض‌ها نزدیکتر است. از آنجا که در طرح پیشنهادی تغییرات فشار سکون کمتر بوده و نوسانات خطای محاسباتی در مسیر روی پره بطور نسبی در حدود ۱۱ درصد گرفته شده، لذا نتایج حاصل از این روش به فرضیات مسئله و همچنین به واقعیت جریان نیز نزدیکتر می‌باشد.

در شکل (۶)، تغییرات عدد ماخ در طول پره بر سطح مکش جریان رسم شده است. با توجه به اینکه شوک باعث کاهش سرعت و در نتیجه کاهش ماخ می‌شود، همچنین میزان نوسانات را کنترل نموده است به همین دلیل روش تلفیقی اثرات شوک (کاهش عدد ماخ یا افزایش موضعی فشار) را بهتر نشان می‌دهد.

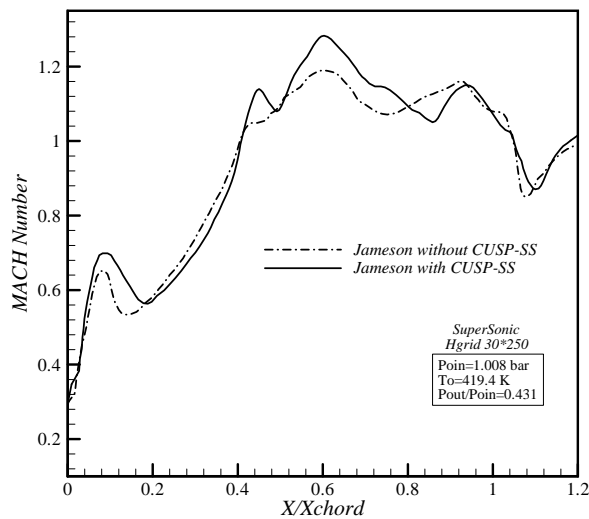
در شرایط پایدار برای بقای جرم، باید میزان دبی جرمی ورودی در طول مسیر ثابت باشد. روش تلفیقی، کمترین تغییرات دبی جرمی نسبت به دبی جرمی ورودی را نشان می‌دهد، با بکارگیری این تلفیق حدود ۱۲ درصد بهبود را نسبت به روش جیمسون در شکل (۷) نشان می‌دهد، که می‌توان از دستاورد جدید در بهتر ارضا شدن قانون بقای جرم، اطمینان بیشتری حاصل نمود.



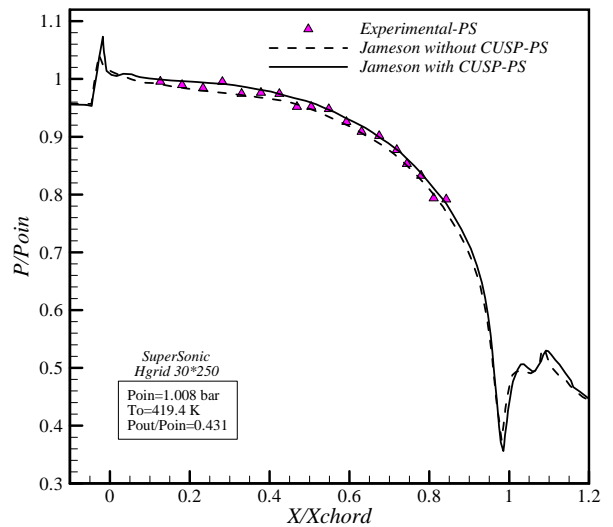
شکل ۵- درصد تغییرات نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی بر روی سطح مکش (SS)



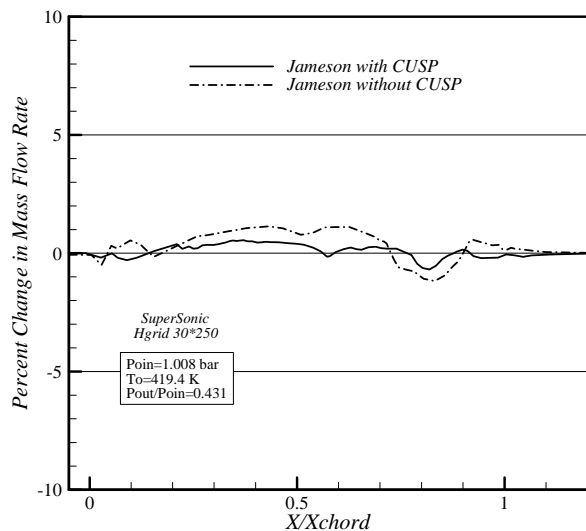
شکل ۶- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح مکش (SS)



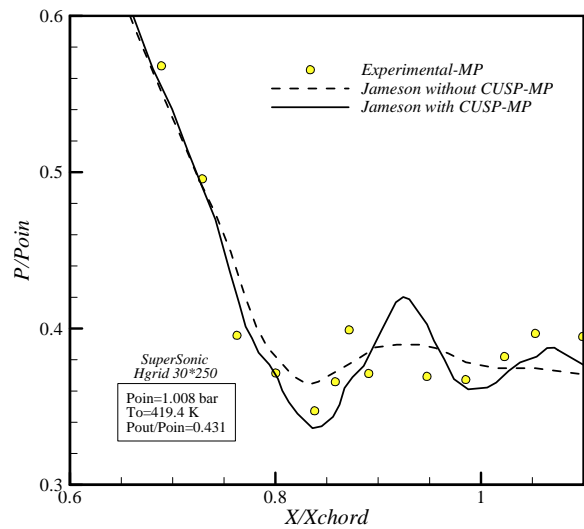
شکل ۶- منحنی تغییرات ماخ در طول پره بر روی سطح مکش (SS)



شکل ۷- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح فشار (PS)



شکل ۷- تغییرات دبی جرمی جیمسون بهبود یافته



شکل ۸- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در خط مرکزی جریان (MP)

مراجع

1. YousefiRad E., Mahpeykar. M. R., Using Inverse Methods for the Numerical Integration Of Two-Dimensional, Finite Volume And Finite Difference Between Fixed-Blade Turbine, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME*, Vol. 12, pp. 7-25, 2010. (In Persian)
2. YousefiRad E., Mahpeykar. M. R., Teymourtash A., Optimization of CUSP Technique Using Inverse Modeling for Improvement of Jameson's 2-D Finite Volume Method, *Iranian Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 174-182, 2014. (Persian)
3. یوسفی‌راد. ادریس، مه‌پیکر. محمدرضا، تیمورتاش. علیرضا، به-کارگیری روش کاسپ جهت بهبود حل عددی دوبعدی در روش حجم محدود جیمسون بین پره‌های ثابت توربین، AERO2013، تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۲۰۱۳.
4. یوسفی‌راد. ادریس، مه‌پیکر. محمدرضا، تیمورتاش. علیرضا، مدل سازی جریان دوبعدی فراصوتی دوفازی در بین پره‌های توربین با استفاده از تلفیق روش کاسپ با حجم محدود جیمسون، AERO2014، تهران، دانشگاه تهران، دانشکده علوم و فنون نوین، ۲۰۱۴.
5. Shah A., Yuan L., Khan A., Upwind Compact Finite Difference Scheme For Time-Accurate Solution of the Incompressible Navier-Stokes Equations, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 215, No. 9, pp. 3201-3213, 2010.
6. مه‌پیکر. محمدرضا، تیمورتاش. علیرضا، تحلیل جریان گذر صوتی و غیرلزج بخار ضمن چگالش در پاساژ تیغه‌های توربین به روش تایم مارچینگ جیمسون روی شبکه منطبق مرز، دانشکده مهندسی-دانشگاه فردوسی مشهد، دوره ۱۸، صفحه ۲۰-۱، ۲۰۰۶.
7. Bakhtar F., Zamiri M.R. and Lelis L., A Comparative Study Of Treatment Of 2-D Two-Phase Flows Of Steam By A Rung-Kutta And By Denton'S Method, *IMechE, vol.221 partC*, 2007.
8. Jameson A., Analysis and design of Numerical Schemes for Gas Dynamics Artificial Diffusion, Upwind Biasing, Limiters and Their Effect on Accuracy and Multigrid Convergence, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 4, pp. 171- 218, 1995.
9. Jameson A., Analysis and Design of Numerical Schemes for Gas Dynamics 2 Artificial Diffusion and Discrete Shock Structure", RIACS Report No. 94.16, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 5, pp. 1-38, 2001.
10. Bakhtar. F., Mahpeykar. M. R., Abbas K., An Investigation of Nucleating Flows of Steam in a Cascade of Turbine Blading-Theoretical Treatment, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 117, No. 1, 1995.