



## مدل سازی ریاضی فرآیند خشک شدن کیوی در یک خشک کن تحت خلا

حامد سیگاری<sup>۱</sup>، محمد طیبی زاده<sup>۲</sup>، محمدحسین عباسپورفرد<sup>۳</sup>، محمودرضا گلزاریان<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی ماشین‌های کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- استادیار گروه مهندسی ماشین‌های کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

۳- استاد گروه مهندسی ماشین‌های کشاورزی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

### چکیده

با توجه به این که امکان اندازه گیری پیوسته جرم محصول در خشک کن‌های تحت خلا وجود ندارد، روش‌های تخمین رطوبت محصول درون محفظه خلا کاربرد پیدا می‌کند. در این پژوهش از مدل سازی ریاضی برای تخمین رطوبت میوه کیوی در شرایط خلا استفاده شده است. ورقه‌های میوه کیوی درون خشک کن تحت خلا در فشار ۱۰ کیلوپاسکال و دمای ۷۰ درجه سلسیوس خشک گردیدند. ضمن انجام آزمایش، محصول با فواصل ۳۰ دقیقه توزین و نمودارهای رطوبت نهایی محصول در یک فشار، دما و ضخامت مشخص بر حسب زمان رسم شد. از توابع چندجمله‌ای، تابع نمایی درجه یک، توابع کسری و توابع گاوسی برای مدل سازی فرآیند خشک شدن با استفاده از نرم افزار متلب استفاده گردید.

بهترین منحنی گذرا از نمودار رطوبت نسبی محصول بر حسب زمان، با استفاده از نرم افزار متلب ترسیم گردید و تابع منجر یک و سپس تابع چند جمله‌ای درجه ۳ با بیشترین ضریب همبستگی  $R^2$ ، به ترتیب ۰/۹۹۹۱ و ۰/۹۹۷۷ و کمترین مربع میانگین خطای نسبی RMSE، به ترتیب ۰/۰۱۲۶۷ و ۰/۰۲۴۱۲ برای پیش بینی فرآیند خشک شدن در خشک کن خلا تعیین گردید. ضریب انتشار حرارتی برای ضخامت‌های مختلف کیوی از روی نمودار  $\ln(MR)$  بر حسب زمان بدست آمد و نشان داده شد که با افزایش ضخامت مقدار این ضریب نیز افزایش پیدا می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** خشک کن خلا، مدل سازی ریاضی، محتوای رطوبت

## مقدمه

نام علمی کیوی Actinidiadeliciosa از خانواده Actinidiaceae می‌باشد. میوه از اوایل آبان ماه قابل برداشت است و وزن متوسط میوه در ایران حدود ۷۰ گرم می‌باشد. در ایران منطقه کشت کیوی منحصر به سواحل دریای خزر بوده و در سایر مناطق، محدودیت های اقلیمی و PH خاک تاکنون مانع از گسترش کشت آن شده است. رقم Hayward محبوب ترین واریته کیوی در تمام مناطق تولید است که علت آن بزرگ بودن اندازه میوه، شکل تخم مرغی و کیفیت انبار مانی بالای آن است (شناسنامه تصویری کیوی، ۱۳۸۸). خشک کردن یکی از قدیمی ترین روش های محافظت محصولات غذایی می‌باشد و از آنجایی که این روش باعث کاهش فعالیت های آبی محصولات، کاهش فعالیت های میکروبیولوژی محصولات و موجب کمترین تغییرات فیزیکی و شیمیایی در طی فرایند نگهداری می‌گردد که در بهبود نگه داری مواد غذایی از جمله کیوی می‌توان استفاده کرد (منفرد، ۱۳۹۱).

تحقیقات مختلفی برای مدل سازی خشک کردن محصولات غذایی انجام شده است. وانگ و همکاران (Wang et al., 2007)، به مدل سازی ریاضی خشک کردن سیب با خشک توگرو (Togrul, 2005) به مدل سازی خشک کن مادون قرمز برای خشک کردن لایه سیب پرداخته است. وانگ و همکاران (Wang et al., 2007)، مدل سازی ریاضی را برای خشک کردن سیب با خشک کن مایکروویو با و بدون پیش خشک کردن با جریان هوای داغ بدست آورده اند. ساینز و همکاران (Sa'inz et al., 2006)، خشک کردن لایه سیب گلدن را در طی فرایند خشک کردن با مایکروویو را بررسی کردند. منجس و ارتکین (Menges and Ertekin, 2006) به مدل سازی ریاضی لایه های نازک سیب پرداخته اند. از آنجایی مطالعات زیادی در مورد روش خشک کردن ورقه های کیوی انجام نشده است، در این تحقیق به بررسی خشک کردن ورقه کیوی با استفاده از خشک کن تحت فشار خلا (فشار) کم پرداخته شده است. هدف از این تحقیق بررسی رفتار خشک شدن ورقه های کیوی، ارائه بهترین مدل خشک شدن و ضریب نفوذ حرارتی از خشک کن می‌باشد.

## مواد و روش ها

## (۱) مواد و تجهیزات

با توجه به اینکه اکثر مناطق قابل کشت کیوی در ایران، از رقم هایوارد می‌باشد و نیز بیشترین مصرف کیوی، از این رقم است، تصمیم بر آن شد که از این رقم برای انجام تحقیق استفاده شود. این رقم کیوی در اواسط دی ماه ۱۳۹۱ از بازار روز واقع در شهرستان مشهد



تهیه و در یخچال در دمای ۵ درجه سلسیوس در آزمایشگاه گروه ماشین‌های کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد نگهداری شدند. از لحاظ اندازه نمونه‌ها، نمونه‌هایی در آزمایش استفاده شدند که دارای اندازه متوسط و مناسب برای برش توسط سیلندر بودند.

میزان رطوبت اولیه نمونه با روش خشک کردن در آون بدست آمد. نمونه‌ها در آون در دمای  $105 \pm 1$  درجه سلسیوس قرار گرفته و در ۳ تکرار خشک شد. به طوری که تغییر وزنی بین دو بار توزین مشاهده نشد. رابطه ۱ برای میزان رطوبت اولیه بر پایه تر استفاده شد (Mohsenin, 1986).

$$(1) \quad \text{درصد رطوبت بر پایه تر} = \frac{\text{جرم نمونه بعد از خشک کردن در آون} - \text{جرم اولیه نمونه}}{\text{جرم اولیه نمونه}} \times 100$$

درصد رطوبت بر پایه تر برای کیوی ۸۰/۲۳٪ به دست آمد. بعد از آن که کیوی ۳ ساعت در دمای محیط قرار گرفت توسط بُرنده مکانیکی به لایه‌های به ضخامت ۳ میلی متر بریده شد و سپس توسط ترازوی دیجیتالی توزین شد. تمام نمونه‌ها تا آخرین آزمایش توسط یک سیلندر با قطر ۳۵ میلی متر برش زده شدند. به علت نداشتن ترازو درون دستگاه خشک کن خلا ساخته شده در دانشگاه فردوسی، نمونه‌ها را با فواصل زمانی ۳۰ دقیقه در داخل خشک کن خلا در شرایط بهینه دمای ۷۰ درجه سلسیوس و فشار ۱۰ کیلو پاسکال قرار داده، به گونه‌ای که درب دستگاه باز نشود (سیگاری و همکاران، ۱۳۹۲). پس از آن که رطوبت محصول به ۱۵-۲۰٪ رطوبت اولیه اش رسید، فرایند خشک شدن توقف می‌یابد. نمونه‌ها توسط ترازوی دیجیتال مدل TE214S ساخت کشور آلمان وزن می‌شدند. قبل از شروع هر آزمایش، خشک کن به مدت یک ساعت روشن می‌شد تا به حالت مطلوب و پایدار برسد.

## (۲) مدل سازی

توزین نمونه‌ها تا زمانی که درصد رطوبت بر پایه تر به ۱۵-۲۰٪ برسد ادامه می‌یابد. کسر رطوبت ورقه‌های کیوی در طول خشک کردن با استفاده از رابطه ۲ محاسبه شد:

$$(2) \quad MR = \frac{M_t - M_e}{M_0 - M_e}$$

که در آن MR کسر رطوبتی (بدون بعد)،  $M_t$  میزان رطوبت در هر لحظه،  $M_e$  رطوبت تعادلی و  $M_0$  محتوای رطوبت اولیه (کیلوگرم ماده جامد/کیلوگرم آب) می‌باشد.

مقدار  $M_e$  در مقایسه با  $M_t$  و  $M_0$  کوچک می‌باشد از این رو می‌توان از آن صرف نظر کرد و معادله به صورت زیر ساده می‌شود.

$$(3) \quad MR = \frac{M_t}{M_0}$$

معادلات متعددی برای پیش بینی روند خشک شدن محصولات وابسته به دمای خشک شدن در جدول ۱ ارایه شده است (Ertekin

and Yaldiz, 2004).



جدول ۱- مدل های مورد استفاده برای پیش بینی فرایند خشک شدن

معادله	نام مدل	منبع
$MR = \exp(-kt)$	نیوتن Newton	Westerman <i>et al.</i> , 1973
$MR = \exp(-kt^n)$	پیج Page	Page, 1949
$MR = \exp(-(kt)^n)$	اصلاح شده پیج Modified Page	(Yaldiz and Ertekin, 2001)
$MR = 1 + a.t + bt^2$	وانگ و سینگ Wang and Singh	Ozdemir and Devres, 1999
$MR = a \cdot \exp(-kt)$	هندرسون و پابیس Henderson and Pabis	Yagcioglu <i>et al.</i> , 1999
$MR = a \cdot \exp(-kt) + c$	لگاریتمی Logarithmic	(Yaldiz and Ertekin, 2001)
$MR = a \exp(-kt) + (1-a)\exp(-kt)$	تقریبی انتشار Approximation of diffusion	Yaldiz and Ertekin, 2001
$MR = a \cdot \exp(-kt^n) + b.t$	میدیلی Midilli	Midilli <i>et al.</i> , 2002

دو معیار آماری برای مقایسه نتایج و تعیین بهترین برازش استفاده شد، ضریب همبستگی  $R^2$  و مربع میانگین خطای نسبی RMSE.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})(MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})^2 \sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})^2}} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})^2} \quad (5)$$

$MR_{exp,i}$  رطوبت نسبی آزمایشگاهی  $i$  ام،  $MR_{pre,i}$  رطوبت نسبی پیش بینی شده  $i$  ام،  $n$  تعداد مشاهدات خشک شدن می‌باشند. بهترین برازشی که می‌تواند خصوصیات خشک شدن لایه های کیوی را توصیف کند مدل دارای بیشترین ضریب همبستگی  $R^2$  و کمترین مقدار مربع میانگین خطای نسبی RMSE باشد.

### ۳) ضریب نفوذ حرارت

برای به دست آوردن ضریب نفوذ از رابطه ۶ مربوط به ورقه های نازک خشک شدن استفاده می کنیم (Aghbashlo *et al.*, 2008).

$$MR = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left[-\frac{\pi^2(2n+1)^2 D_{eff} t}{4a^2}\right] \quad (6)$$

که در آن  $a$  ضخامت نمونه به  $m$ ،  $t$  زمان خشک شدن به  $s$ ،  $n$  تعداد مشاهدات و  $D_{eff}$  ضریب انتشار حرارتی به  $m^2 \cdot s^{-1}$  می‌باشد.



رابطه ۶ در مدت زمان های طولانی خشک شدن به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$MR = \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\pi^2 D_{eff} t}{4a^2}\right] \quad (7)$$

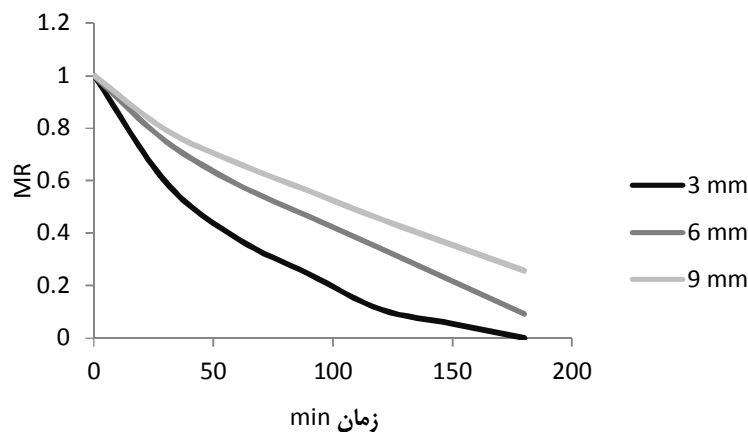
با گرفتن لگاریتم از طرفین رابطه ۷ و رسم نمودار  $\ln(MR)$  بر حسب زمان از شیب نمودار می‌توان  $D_{eff}$  را بدست آورد.

$$\text{شیب نمودار} = \frac{\pi^2 D_{eff}}{4a^2} \quad (8)$$

نتیجه گیری و بحث

### (۱) بررسی سنیتیک خشک کردن

تغییرات نسبت رطوبت در ازای زمان برای خشک کردن در فشار ۱۰ کیلوپاسکال و دمای ۷۰ درجه سلسیوس در ضخامت های ۳، ۶، ۹ میلی متر در شکل زیر مشاهده می‌شود.



شکل ۱ - تغییرات نسبت رطوبت به زمان در ضخامت های مختلف

همان طور که مشاهده می‌شود، ورقه های کبوی با ضخامت کمتر، در مدت زمان کمتری خشک می‌شوند. دلیل آن می‌توان افزایش گرادیان حرارتی در داخل جسم و در نتیجه افزایش سرعت تبخیر رطوبت محصول باشد. همچنین با توجه به نمودارها مشاهده می‌شود، سرعت خشک شدن و از دست دادن رطوبت با گذشت زمان در طی خشک کردن کاهش می‌یابد. در شروع روند خشک کردن، رطوبت اولیه نمونه زیاد بوده و آهنگ از دست دادن رطوبت زیاد است، به تدریج با گذشت زمان میزان رطوبت محصول کاهش پیدا کرده و کاهش رطوبت به طور طبیعی کاهش می‌یابد.

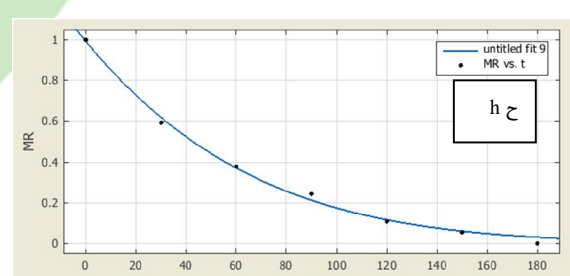
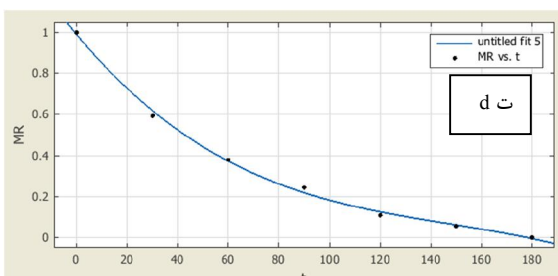
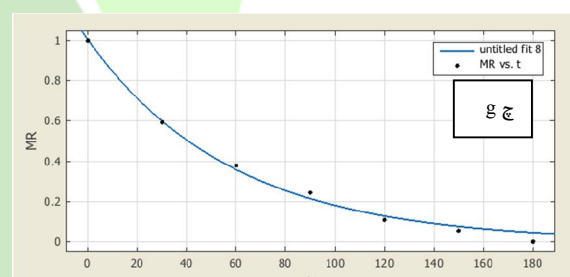
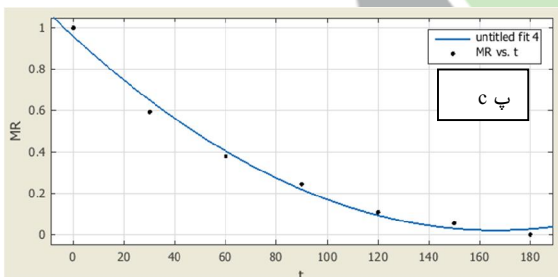
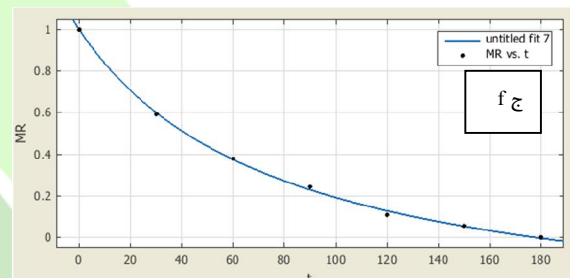
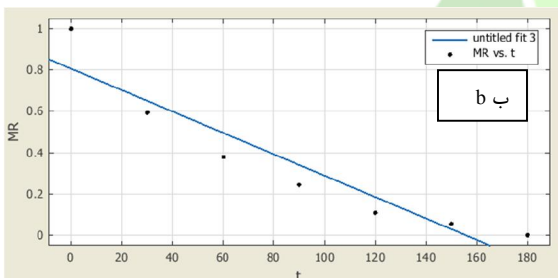
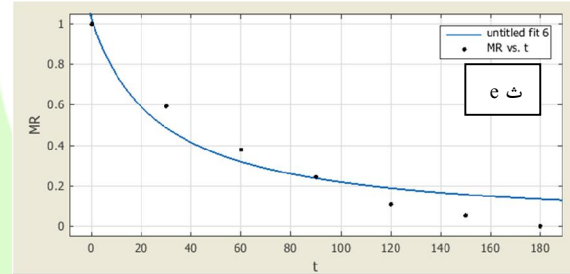
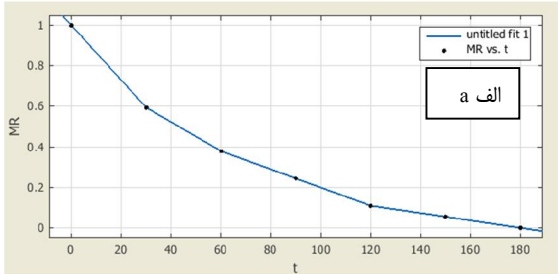


## ۲) مدل سازی سینتیک خشک کردن

برای مدل سازی و پیش بینی فرآیند خشک کردن از نرم افزار متلب استفاده شد.

کسری با درجه های صورت و منخرج متفاوت، توابع نمایی درجه یک و دو، توابع گاوسی، توابع سینوسی

توابع سینوسی و سری فوری برای پیش بینی فرآیند های تکرار شونده استفاده می شوند، بنابراین در فرآیند خشک شدن کاربردی ندارند.



شکل ۲- الف) پیش بینی نقطه به نقطه (ب) معادله خط درجه یک (پ) چند جمله ای درجه دو (ت) چند جمله ای درجه ۳ (ث) معادله کسری با درجه منخرج یک  $MR = (p1) / (t + q1)$  (ج) معادله کسری با درجه صورت و منخرج یک  $MR = (p1*t + p2) / (t + q1)$  (چ) تابع نمایی درجه یک  $MR = a*exp(b*t)$  (ح) معادله گاوسی  $MR = a1*exp(-((t-b1)/c1)^2)$



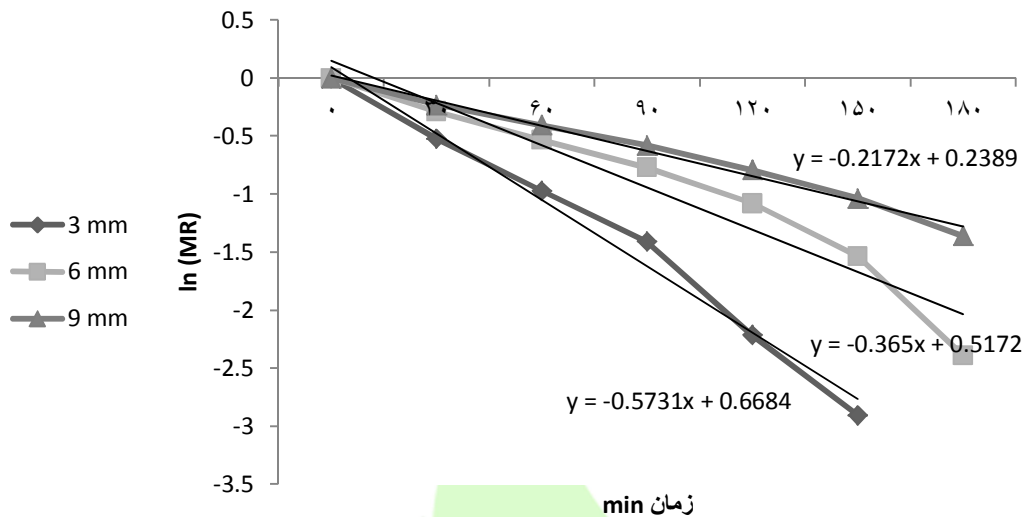
بهترین مدلی که می‌تواند سینتیک خشک شدن ورقه های کیوی را توصیف کند با توجه به بیشترین مقدار  $R^2$  و کمترین مقدار RMSE انتخاب می‌شوند. مقایسه مقادیر  $R^2$  و RMSE مشخص کردند که منحنی های تابع کسری با درجه صورت و مخرج یک و سپس تابع چند جمله ای درجه ۳ با بیشترین ضریب همبستگی  $R^2$ ، به ترتیب ۰/۹۹۹۱ و ۰/۹۹۷۷ و کمترین مربع میانگین خطای نسبی RMSE، به ترتیب ۰/۰۱۲۶۷ و ۰/۰۲۴۱۲ بهترین برازش ها برای پیش بینی سینتیک خشک شدن می باشد.

جدول ۲- مقادیر ضریب همبستگی و مربع میانگین خطای نسبی توابع

RMSE	R-Square	تابع
----	1	خط گذرا نقطه به نقطه Line
0.131047	0.887194	تابع خط Polynomial 1
0.044237	0.989716	چند جمله ای درجه ۲ Polynomial 2
0.024122	0.997707	چند جمله ای درجه ۳ Polynomial 3
0.100601	0.933521	تابع کسری با درجه مخرج یک Rational 01
0.01267	0.999156	تابع کسری با درجه صورت و مخرج یک Rational 11
0.029206	0.994397	تابع نمایی یک جمله ای Exponential 1
0.026581	0.996287	تابع گاوسی درجه یک Gaussian 1

### ۳) ضریب انتشار حرارتی

تغییرات  $\ln(MR)$  بر حسب زمان در ضخامت های مختلف خشک کردن در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- تغییرات  $\ln(MR)$  بر حسب زمان برای ورقه های کیوی با ضخامت های ۳، ۶ و ۹ میلی متر

در خشک کن های خلاء ضریب انتشار حرارتی با افزایش ضخامت ورقه های کیوی افزایش می یابد به گونه ای که کمترین ضریب انتشار حرارتی  $2/0.904 \times 10^{-6} m^2.s^{-1}$  و بیشترین مقدار آن  $7/1303 \times 10^{-6} m^2.s^{-1}$  به ترتیب در ضخامت های ۳ و ۹ میلی متر می باشد. همان طوری که مشاهده می شود با افزایش ضخامت ضریب انتشار حرارتی افزایش می یابد، دلیل وقوع این مسئله ایجاد جنبش مولکولی و مکش سطحی بیشتر می باشد.

جدول ۳- ضریب انتشار حرارتی در ضخامت های مختلف

ضخامت (میلی متر)	شیب	$D_{eff} \times 10^{-6} (m^2.s^{-1})$	$R^2$
3	0.573	2.09042	0.9859
6	0.365	5.3255	0.9352
9	0.2172	7.1303	0.9893

### نتیجه گیری

بهترین منحنی برای پیش بینی نمودار کسر رطوبت بر حسب زمان، منحنی های تابع کسری با درجه صورت و مخرج یک و سپس تابع چند جمله ای درجه ۳ با بیشترین مقدار ضریب همبستگی  $R^2$  و کمترین مقدار مربع میانگین خطای نسبی RMSE می باشد. مقدار ضریب نفوذ حرارت با افزایش ضخامت ورقه های کیوی، به طور نسبتاً خطی افزایش می یابد.



## منابع

سیگاری، ح.، طبسی زاده، م.، عباسپور فرد، م.، و گلزاریان، م.، ۱۳۹۲، بهینه سازی فرآیند خشک شدن کیوی در خشک کن های تحت خلا پایین، ۲۱مین کنگره علوم و صنایع غذایی ایران، شیراز، ایران.  
 منفرد، ه.، ۱۳۹۱، امکان سنجی فرآوری شلغم توسط خشک کن های خلایی و هوای داغ، پایان نامه دوره کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد.

وزارت جهاد کشاورزی معاونت امور تولیدات گیاهی دفتر امور میوه ها، ۱۳۸۸، شناسنامه تصویری کیوی.

Aghbashlo M., M. Kianmehr, and H. Samimi-Akhijahani. 2008. Influence of drying conditions on the effective moisture diffusivity, energy of activation and energy consumption during the thin layer drying of barberries fruit (Berberidaceae). *Energy Conversion and Management* 49: 2865-2871.

Ertekin C., and O. Yaldız. 2004. Drying of eggplant and selection of a suitable thin layer drying model. *Food Engineering* 63: 349-359.

Menges H.O., and C. Ertekin. 2006. Mathematical modeling of thin layer drying of Golden apples. *Food Engineering* 77: 119-125.

Midilli, A., H. Kucuk, and Z. Yapar. 2002. A new model for single layer drying of some vegetables. *Drying Technology* 20: 1503-1513.

Mohsenin, N. 1986. Physical properties of plant and animal materials. Gordon and Breach. Science Publishers.

Ozdemir, M., and Y.O. Devres. 1999. The thin layer drying characteristics of hazelnuts during roasting. *Journal of Food Engineering* 42: 225-233.

Page, G.E. 1949. Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers. M.S. thesis. Department of Mechanical Engineering. Prude University, Prude, USA.

Sa'inz, C.B., A. Andre's, A. Chiralt, and P. Fito. 2006. Microwaves phenomena during drying of apple cylinders. *Food Engineering* 74: 160-167.

Togrul, H. 2005. Simple modeling of infrared drying of fresh apple slices. *Food Engineering* 71: 311-323.

Wang Z, J. Sun, F. Chen, X. Liao, and X. Hu. 2007. Mathematical modeling on thin layer microwave drying of apple pomace with and without hot air pre-drying. Food Engineering b 80:536-544.

Wang Z., J. Sun, X. Liao, F. Chen, G. Zhao, J. Wu, and X. Hu. 2007. Mathematical modeling on hot air drying of thin layer apple pomace. Food Research International a 40: 39-46.

Westerman, P.W., G.M. White, and I.J. Ross. 1973. Relative humidity effect on the high temperature drying of shelled corn. Transactions of the ASAE 16: 1136-1139.

Yagcioglu, A., A. Degirmencioglu, and F. Cagatay. 1999. Drying characteristic of laurel leaves under different conditions. 7th International Congress on Agricultural Mechanization and Energy (pp. 565–569), Faculty of Agriculture, Cukurova University, Adana, Turkey.

Yaldiz, O. and C. Ertekin. 2001. Thin layer solar drying of some different vegetables. Drying Technology 19(3): 583-596.



## Mathematical modeling of kiwi fruits vacuum drying

Hamed Sigari<sup>1</sup>, Mohammad Tabasizadeh<sup>2</sup>, Mohammad Hossein Abbaspour-fard<sup>3</sup> and Mahmood Reza Golzarian<sup>2</sup>

1- MSc Student, Department of Biosystems Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

2- Assistant Professor, Department of Biosystems Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

3- Professor, Department of Biosystems Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

### Abstract

In vacuum drying, online mass measurement is a problem which theoretical methods such as mathematical modeling, neural networks and fuzzy logics can solve it. In this study, the moisture content of thin layer Kiwi fruits in vacuum drying is estimated by mathematical models. These mathematical models predict Moisture Ratio (MR) vs. drying time.

The pressure and temperature of 10kPa and 70 °C was the optimal condition for drying. The samples were weighed every 30 minutes. Linear, Polynomial, Rational and Exponential equations were employed by comparing  $R^2$  and RMSE parameters. The best models were rational equation with numerator and denominator 1 and polynomial 3 with maximum  $R^2$ , 0.9991 and 0.9977 and minimum RMSE, 0.01267 and 0.02412, respectively. The heat diffusivity coefficient was determined on “Ln(MR)–Time” diagram which showed an increase by increase of thickness.

**Key Words:** Vacuum Dryer, Mathematical Modeling, Moisture Content