مجله مهندسی مکانیک مدرس، تیر 1394، دوره 15، شماره 4، ص‌ص 331-338

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

# بررسی اثر جاذب‌های صوتی در رفتار آکوستیکی پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره

انوشیروان فرشیدیان فر[1*]، پوریا اولیازاده[2]

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
* مشهد، صندوق پستی 9177948974، farshid@um.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 03 دی 1393
پذیرش: 24 دی 1393
ارائه در سایت: 16 اسفند 1393

*کلید واژگان:*
پوسته استوانه‌ای دو جداره
افت صدا
فرکانس رینگ
فرکانس برخوردی

**چکیده**

در این مقاله انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای بررسی رفتار آکوستیکی پوسته‌های دو جداره از روش کاملاً تحلیلی استفاده شده است که جزئیات آن به طور کامل مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای و محیط آکوستیکی براساس تئوری دانل و با فرض آن‌که پوسته دارای طول بی نهایت می‌باشد و در معرض یک موج صوتی برخوردی قرار دارد، به‌دست آمده است. سپس محاسبات مربوط به میزان افت صدا در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره انجام شده و با نتایج ارائه شده براساس تئوری لاو مقایسه شده است. مقایسه صورت گرفته نشان داد که معادلات استخراج شده در این مقاله طبق تئوری دانل تمامی فرکانس‌هایی که در آن‌ها میزان افت انتقال صوت کاهش شدیدی پیدا می‌کند را به خوبی تشخیص داده است، حال آن‌که تئوری لاو نتوانسته است خواص مربوط به انتقال صوت در پوسته استوانه‌ای را به‌ویژه در نواحی کنترل جرم و کنترل تشدید به درستی پیش‌بینی کند. پس از آن چند نوع جاذب صوتی مختلف و چند گاز متداول برای استفاده در ناحیه بین پوسته داخلی و خارجی پیشنهاد شده است و اثر هر یک در کاهش انتقال صوت به داخل پوسته استوانه‌ای دو جداره مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که می‌توان با هزینه کم و استفاده از مواد جاذب، میزان صوت منتقل شده به داخل پوسته استوانه‌ای را به شدت کاهش داد.

# Studying the effect of sound absorber materials in acoustical behavior of double-wall cylindrical shell

Anooshiravan Farshidianfar*, Pouria Oliazadeh

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
* P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, farshid@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 December 2014
Accepted 14 January 2015
Available Online 07 March 2015

*Keywords:*
Double-Wall Shell
Transmission Loss
Ring Frequency
Coincidence Frequency

ABSTRACT

Sound transmission through a double – wall circular cylindrical shell is investigated. In order to study the acoustic behavior of these kinds of thin circular cylindrical shells, an exact analytical approach is discussed in detail. Using an infinitely long thin walled circular cylindrical shell subjected to a plane wave incidence, the structure – acoustic equations based on the Donnell's thin shell theory are obtained and transmission losses calculated by this approach are compared to the transmission losses obtained according to the Love's theory. The comparison shows that the Donnell theory distinguishes all the frequencies in which sound is transmitted inside the shell easily and it predicts the sound transmission characteristics of a thin circular cylindrical shell better than the Love's theory, especially in resonance – controlled and mass – controlled regions. Then the effects of different sound absorber materials and various gases are studied in order to fill the cylindrical shell's gap with a material except air. The results show that high sound transmission loss and better trend can be achieved by using these sound absorber materials in double-wall circular cylindrical shells.

## 1- مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک همانند تیرها و صفحات کاربرد فراوانی در بسیاری از سازه‌های مهندسی همچون لوله‌ها، بدنه ماشین، فضا پیماها، بدنه هواپیما، بدنه کشتی و زیر دریایی دارند. تغییر سازه‌های استوانه‌ای از تک جداره به دو جداره، آن‌ها را به عایق‌های صوتی بسیار کارآمدی تبدیل خواهد کرد که در صنایع هوایی مفید هستند. تحلیل خواص صوتی پوسته‌های استوانه‌ای در مقایسه با تیرها و صفحات پیچیده‌تر می‌باشد. یکی از دلایل آن این است که معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای جدار نازک نسبت به تیر و صفحه غامض‌تر است و علاوه بر این اثرات تداخل سازه و محیط آکوستیکی نیز باید در نظر گرفته شود. انتقال صدا در پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک توسط محققین بسیاری همچون کراکر [1]، کوال [2-4]، ژا و همکارن [5،6]، بالمور و همکاران [7] به منظور طراحی بدنه هواپیما بررسی شده است. از بین بردن ارتعاشات در پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک و کاهش نویز منتقل شده به داخل پوسته از عناوین تحقیقاتی مهم سال‌های اخیر می‌باشند. نارایان و همکاران [8] نشان دادند که پوسته ساندویچی با میرایی افزوده خواص بهتری در انتقال نویز در محدوده فرکانسی بالا دارند. لی و همکاران

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
A. Farshidianfar, P. Oliazadeh, Studying the effect of sound absorber materials in acoustical behavior of double-wall cylindrical shell, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 4, pp. 331-338, 2015 (In Persian)

[9-11] پاسخ پوسته‌های تک جداره، دو جداره و تقویت شده را در برابر موج آکوستیکی بررسی کردند و اثر پارامترهای مهم طراحی مانند شعاع، ضخامت، جرم و سختی تقویت کننده‌ها را روی انتقال صوت مطالعه کردند. البته چند اشتباه در معادلات حرکت پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک و روابط مربوط به میزان افت صدا مشاهده می‌شود که در مراجع دیگر نیز به آن اشاره شده است [12] از این رو، نتایج ارائه شده چندان قابل اعتماد نیست. ژو و همکاران [12] انتقال صوت را در پوسته‌های استوانه‌ای در حضور جریان خارجی مطالعه نمودند. یانگ و همکاران [13] انتقال صوت به داخل استوانه را در فرکانس‌های تشدید بررسی کردند. شجاعی فرد و همکاران نیز افت انتقال صوت را در پنل های دو جداره و پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم بررسی کردند [14،15]. در بررسی‌های صورت گرفته، مشاهده شد که در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره فضای خالی بین دیواره داخلی و خارجی را هوا پر کرده است و به اثر مواد جاذب در کاهش انتقال صوت کمتر پرداخته شده است. همچنین مطالعات اندکی اثر میرای داخلی در پوسته‌های استوانه‌ای را روی انتقال صوت مطالعه کرده‌اند [16،17].

در زمینه پوسته‌های استوانه‌ای مطالعات فراوانی صورت پذیرفته است که می‌توان به تحقیق انجام شده توسط لیسا [18] در سال 1993 به عنوان یک نمونه کامل و جامع اشاره کرد. تئوری‌های متعددی برای پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک ارائه شده است که اساس آن‌ها فرضیات کیرشهف- لاو می‌باشد [19]. محققین بسیاری همچون فلوگ [20] از این فرضیات استفاده کرده‌اند تا به تئوری جدیدی برای بیان معادلات حاکم بر پوسته استوانه‌ای دست یابند. تئوری دانل نیز از تئوری‌های پرکاربرد در این زمینه می‌باشد [21]. اولیازاده و همکاران [22،23] نشان دادند که تئوری دانل از دقت بالایی در تعیین فرکانس‌های ارتعاشی پوسته استوانه‌ای برخوردار است.

در این مقاله یک روش تحلیلی برای بدست آوردن میزان افت صدا در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره براساس تئوری دانل توضیح داده می‌شود. همچنین مقایسه انجام شده در این مقاله با تئوری لاو نشان می‌دهد که تئوری دانل علاوه بر ارتعاشات، میزان افت صدا در پوسته‌های استوانه‌ای را نیز به خوبی تخمین می‌زند. سپس، اثر چند نوع جاذب صوتی مختلف به منظور کاهش صوت انتقال یافته در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره مورد مطالعه قرار می‌گیرد. همچنین اثر گازهای مختلفی همچون آرگون، نئون، اکسیژن، هلیوم و هیدروژن در میزان انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## 2- معادلات حاکم

پوسته استوانه‌ای در نظر گرفته شده در این مقاله دارای طول بی نهایت است و یک موج صفحه‌ای (صفحه $z$-$\theta$) مایل با زاویه برخورد $\gamma$ نسبت به خط عمود بر پوسته استوانه‌ای همانند شکل 1 به دیواره خارجی پوسته برخورد می‌کند. خصوصیات فیزیکی پوسته استوانه‌ای دو جداره عبارت است از: شعاع داخلی $R_{s1}$، شعاع خارجی $R_{s2}$، ضخامت دیواره داخلی $h_{s1}$، ضخامت دیواره خارجی $h_{s2}$، نسبت پوآسون $\upsilon_s$، چگالی جرمی $\rho_s$ و مدول یانگ $E_s$. شکل 2 خواص هندسی یک پوسته استوانه‌ای دو جداره را به خوبی نشان می‌دهد.

تغییر مکان پوسته در سه راستای طولی، محیطی و شعاعی به ترتیب با $u_i(x,\theta,t)$، $v_i(x,\theta,t)$ و $w_i(x,\theta,t)$ بیان می‌شود که به ترتیب برای پوسته داخلی و خارجی در معادلات (1-6) نمایش داده شده است:

$$u_1(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}U_{1n}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]\cos(n\theta) \quad (1)$$

$$v_1(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}V_{1n}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]\sin(n\theta) \quad (2)$$

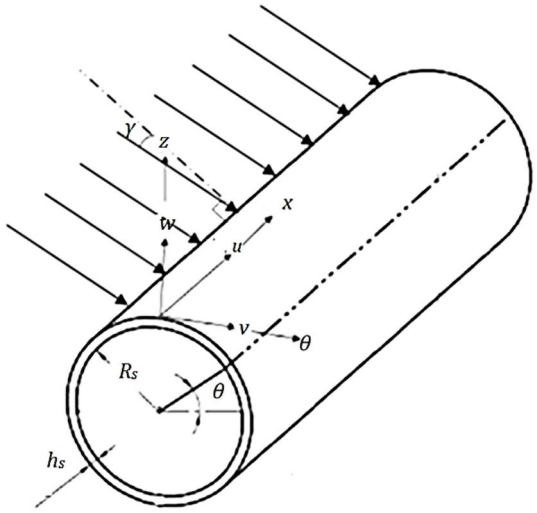
$$w_1(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}W_{1n}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]\cos(n\theta) \quad (3)$$

$$u_2(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}U_{2n}\exp[j(\omega t-k_{2x}x)]\cos(n\theta) \quad (4)$$

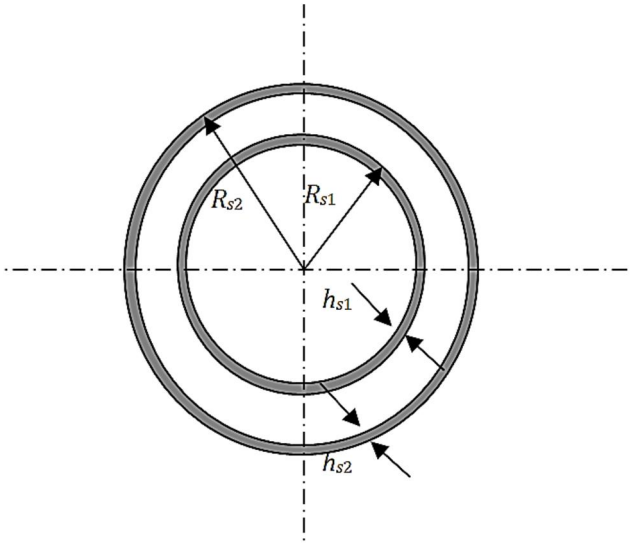
$$v_2(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}V_{2n}\exp[j(\omega t-k_{2x}x)]\sin(n\theta) \quad (5)$$

$$w_2(x,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}W_{2n}\exp[j(\omega t-k_{2x}x)]\cos(n\theta) \quad (6)$$

که در آن $k_{1x}=k_1\sin(\gamma)$، $k_{2x}=k_{1x}$ و $k_1=\dfrac{\omega}{c_1}$. $k_1$ عدد موج در سیال متحرک بیرون استوانه و $k_{1x}$ عدد موج در راستای محوری است. $\omega$ فرکانس طبیعی ارتعاشات پوسته و $c_1$ سرعت صوت در فضا می‌باشد. $n=0,1,2,3,\ldots$ اعداد مد محیطی هستند. در معادلات (1-6)، $U_{\text{in}}$، $V_{\text{in}}$ و $W_{\text{in}}$ $(i=1,2)$ به ترتیب دامنه تغییر مکان پوسته در سه راستای طولی، محیطی و شعاعی هستند.




**شکل 1** پوسته استوانه ای جدار نازک




**شکل 2** پوسته استوانه ای دو جداره

چون هندسه مسأله استوانه‌ای شکل می‌باشد، مناسب‌تر است که از دستگاه مختصات استوانه‌ای برای نوشتن معادلات حاکم استفاده شود. بنابراین، موج صفحه ای برخوردی را می‌توان به صورت رابطه (7) نمایش داد [9]:

$$p^I(r,x,\theta,t)=P^I\times \sum_{n=0}^{\infty}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]\varepsilon_n(-j)^n J_n(k_{1r}r)\cos(n\theta) \quad (7)$$

که $k_{1r}$ عدد موج در راستای شعاعی است و برابر است با: $k_{1r}=k_1\cos(\gamma)$ . $J_n$ تابع بسل نوع اول از مرتبه $n$ و $\varepsilon_n$ پارامتر نیومان می‌باشد که در رابطه (8) نشان داده شده است:

$$\varepsilon_n=\begin{cases}1, & n=0\\ 2, & n=1,2,3,...\end{cases} \quad (8)$$

موجی که به پوسته برخورد می‌کند به دو دسته موج تبدیل می‌شود. یکی موجی که از دیواره خارجی پوسته منعکس می‌شود که به آن موج انعکاسی گفته می‌شود و دیگری موجی که به داخل پوسته نفوذ پیدا می‌کند که آن را موج انتقالی می‌نامند. این موج انتقالی خود در اثر برخورد به دیواره پوسته داخلی دو موج انعکاسی و انتقالی دیگر را بوجود می‌آورد. روابط مربوط به این امواج در معادلات (9-12) ملاحظه می‌شود [10]:

$$p_1^R(r,x,\theta,t)= P_1^R\sum_{n=0}^{\infty}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]H_n^{(2)}(k_{1r}r)\cos(n\theta) \quad (9)$$

$$p_2^T(r,x,\theta,t)= P_2^T\sum_{n=0}^{\infty}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]H_n^{(1)}(k_{2r}r)\cos(n\theta) \quad (10)$$

$$p_2^R(r,x,\theta,t)= P_2^R\sum_{n=0}^{\infty}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]H_n^{(2)}(k_{2r}r)\cos(n\theta) \quad (11)$$

$$p_3^T(r,x,\theta,t)= P_3^T\sum_{n=0}^{\infty}\exp[j(\omega t-k_{1x}x)]H_n^{(1)}(k_{3r}r)\cos(n\theta) \quad (12)$$

که $k_{2r}=\sqrt{k_2^2-k_{2x}^2}$ ، $k_2=\frac{\omega}{c_2}$ ، $k_{3r}=\sqrt{k_3^2-k_{3x}^2}$ ، $k_3=\frac{\omega}{c_3}$ . $c_2$ و $c_3$ به ترتیب سرعت صوت در محیط بین پوسته داخلی و خارجی و در فضای محبوس در پوسته داخلی می‌باشد. $H_n^{(1)}$ و $H_n^{(2)}$ به ترتیب تابع هنکل نوع اول و دوم از مرتبه $n$ هستند.

همان‌طور که اشاره شد، موجی که به دیواره خارجی پوسته استوانه‌ای برخورد می‌کند، دو موج انعکاسی و انتقالی را تولید می‌کند. بنابراین معادلات حاکم بر محیط آکوستیکی به دو بخش تقسیم می‌شود: فضای خارجی و فضای داخلی. فضای داخلی خود به دو ناحیه تقسیم می‌شود. یکی ناحیه بین پوسته داخلی و خارجی و دیگری ناحیه محبوس در پوسته داخلی.

میدان فشار آکوستیکی در فضای خارجی توسط معادله موج در دستگاه مختصات استوانه ای بیان می‌شود که در معادله (13) آورده شده است:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p_1}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 p_1}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}=\frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \quad (13)$$

که $P_1=P^I+P_1^R$ . به طور مشابه میدان های فشار آکوستیکی در ناحیه بین پوسته داخلی و خارجی و ناحیه محبوس در پوسته داخلی به ترتیب در معادلات (14) و (15) نشان داده شده است:

$$\frac{\partial^2 p_2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p_2}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 p_2}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 p_2}{\partial x^2}=\frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2 p_2}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 p_3}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p_3}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 p_3}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 p_3}{\partial x^2}=\frac{1}{c_3^2}\frac{\partial^2 p_3}{\partial t^2} \quad (15)$$

که $P_2=P_2^T+P_2^R$ و $P_3=P_4^T$ .

برای اطمینان از صحت روابط ارائه شده برای امواج برخوردی، انعکاسی و انتقالی در معادلات (7) و (9-12) می‌توان این روابط را در معادلات (13-15) جایگذاری کرد و مشاهده نمود که معادلات مربوط به میدان فشار آکوستیکی برقرار می‌گردند.

برای بیان معادلات حرکت پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک، تئوری‌های مختلفی توسط محققین ارائه شده است [18] که در این مقاله از تئوری دانل برای بررسی رفتار آکوستیکی پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره استفاده می‌شود.

معادلات (16) و (17) به ترتیب معادلات حرکت پوسته داخلی و خارجی به صورت ماتریسی می‌باشند[22]:

$$\begin{bmatrix}L_{11} & L_{12} & L_{13}\\ L_{12} & L_{22} & L_{23}\\ -L_{13} & -L_{23} & L_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u_1(x,\theta,t)\\ v_1(x,\theta,t)\\ w_1(x,\theta,t)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\\ p_2-p_3\end{Bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix}L_{11} & L_{12} & L_{13}\\ L_{12} & L_{22} & L_{23}\\ -L_{13} & -L_{23} & L_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u_2(x,\theta,t)\\ v_2(x,\theta,t)\\ w_2(x,\theta,t)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\\ p_1-p_2\end{Bmatrix} \quad (17)$$

عملگر دیفرانسیلی $L_{pq}(p,q=1,2,3)$ برای تئوری دانل در رابطه (18) ملاحظه می‌گردد[22]:

$$\begin{aligned}
L_{11}&=-\frac{\rho}{E}(1-\nu^2)\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1-\nu}{2R^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2},\\
L_{12}&=\frac{1+\nu}{2R}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial\theta}, L_{13}=\frac{\nu}{R}\frac{\partial}{\partial x},\\
L_{22}&=-\frac{\rho}{E}(1-\nu^2)\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2},\\
L_{23}&=\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial\theta},\\
L_{33}&=-\frac{\rho}{E}(1-\nu^2)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\\
&\quad-\left[\frac{1}{R^2}+k\left(R\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)^2\right]
\end{aligned} \quad (18)$$

شرایط مرزی در ناحیه تداخل بین پوسته و محیط آکوستیکی در معادلات (19-22) آورده شده است[10]:

$$\frac{\partial p_1}{\partial r}=-\rho_1\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2},\quad r=R_{s2} \quad (19)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial r}=-\rho_2\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2},\quad r=R_{s2} \quad (20)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial r}=-\rho_2\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2},\quad r=R_{s1} \quad (21)$$

$$\frac{\partial p_3}{\partial r}=-\rho_3\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2},\quad r=R_{s1} \quad (22)$$

که در آن $\rho_1$ چگالی سیال در فضای خارجی، $\rho_2$ چگالی سیال در ناحیه بین پوسته داخلی و خارجی و $\rho_3$ چگالی سیال مربوط به ناحیه محبوس در

پوسته داخلی می‌باشد. با جایگذاری معادلات (1-7) و (9-12) در معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای جدار نازک (16 و 17) و معادلات مربوط به شرایط مرزی (19-22)، ده معادله کوپل برای پوسته دو جداره بدست می‌آید که می‌توان آن را به صورت ماتریسی، مطابق رابطه (23) نوشت:

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_1 & E_1 & F_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_1 & H_1 & I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & K_1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & A_2 & B_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_2 & E_2 & F_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_2 & H_2 & I_2 & J_2 & K_2 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_3 & A_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_3 & 0 & C_3 & D_3 & 0 \\ 0 & 0 & H_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_3 & G_3 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} U_{1n} \\ V_{1n} \\ W_{1n} \\ U_{2n} \\ V_{2n} \\ W_{2n} \\ P_1^R \\ P_2^T \\ P_2^R \\ P_3^T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_3 \\ L_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

که پارامترهای استفاده شده در معادله (23) را می‌توان در روابط (24-الف) و (24-ب) مشاهده کرد.

$$A_1 = \rho_{s1} h_{s1} \omega^2 - k_{s1} k_{1x}^2 - \frac{k_{s1}(1-\upsilon_{s1})}{2R_{s1}^2} n^2,$$

$$B_1 = -\frac{k_{s1}(1+\upsilon_{s1})}{2R_{s1}} n k_{1x} j,$$

$$C_1 = -\frac{k_{s1}\upsilon_{s1}}{R_{s1}} k_{1x} j, D_1 = \frac{k_{s1}(1+\upsilon_{s1})}{2R_{s1}} n k_{1x},$$

$$E_1 = \rho_{s1} h_{s1} \omega^2 - \frac{k_{s1}(1-\upsilon_{s1})}{2} k_{1x}^2 - \frac{k_{s1}}{R_{s1}^2} n^2,$$

$$F_1 = -\frac{k_{s1}}{R_{s1}^2} n, G_1 = -\frac{k_{s1}\upsilon_{s1}}{R_{s1}} k_{1x} j, H_1 = \frac{k_{s1}}{R_{s1}^2} n,$$

$$I_1 = \rho_{s1} h_{s1} \omega^2 - D_{s1} k_{1x}^4 - \frac{2D_{s1}}{R_{s1}^2} n^2 k_{1x}^2 - \frac{D_{s1}}{R_{s1}^4} - \frac{k_{s1}}{R_{s1}^2}$$

$$J_1 = H_n^{(1)}(k_{2r} R_{s1}), K_1 = H_n^{(2)}(k_{2r} R_{s1}),$$

$$L_1 = -H_n^{(1)}(k_{3r} R_{s1})$$

$$A_2 = \rho_{s2} h_{s2} \omega^2 - k_{s2} k_{1x}^2 - \frac{k_{s2}(1-\upsilon_{s2})}{2R_{s2}^2} n^2,$$

$$B_2 = -\frac{k_{s2}(1+\upsilon_{s2})}{2R_{s2}} n k_{1x} j,$$

$$C_2 = -\frac{k_{s2}\upsilon_{s2}}{R_{s2}} k_{1x} j, D_2 = \frac{k_{s2}(1+\upsilon_{s2})}{2R_{s2}} n k_{1x}, \quad (24\text{-الف})$$

$$E_2 = \rho_{s2} h_{s2} \omega^2 - \frac{k_{s2}(1-\upsilon_{s2})}{2} k_{1x}^2 - \frac{k_{s2}}{R_{s2}^2} n^2,$$

$$F_2 = -\frac{k_{s2}}{R_{s2}^2} n, G_2 = -\frac{k_{s2}\upsilon_{s2}}{R_{s2}} k_{1x} j, H_2 = \frac{k_{s2}}{R_{s2}^2} n,$$

$$I_2 = \rho_{s2} h_{s2} \omega^2 - D_{s2} k_{1x}^4 - \frac{2D_{s2}}{R_{s2}^2} n^2 k_{1x}^2 - \frac{D_{s2}}{R_{s2}^4} - \frac{k_{s2}}{R_{s2}^2}$$

$$J_2 = H_n^{(2)}(k_{1r} R_{s2}), K_2 = -H_n^{(1)}(k_{2r} R_{s2}),$$

$$L_2 = -H_n^{(2)}(k_{2r} R_{s2}), A_3 = k_{1r} H_n^{(2)'}(k_{1r} R_{s2}),$$

$$B_3 = -\rho_1 \omega^2, C_3 = k_{2r} H_n^{(1)'}(k_{2r} R_{s2}),$$

$$D_3 = k_{2r} H_n^{(2)'}(k_{2r} R_{s2})$$

$$E_3 = -\rho_2 \omega^2, F_3 = k_{2r} H_n^{(1)'}(k_{2r} R_{s1}),$$

$$G_3 = k_{2r} H_n^{(2)'}(k_{2r} R_{s1}), H_3 = -\rho_2 \omega^2,$$

$$I_3 = k_{3r} H_n^{(1)'}(k_{3r} R_{s1}), J_3 = -\rho_3 \omega^2,$$

$$K_3 = -P_0 \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r} R_{s2}),$$

$$L_3 = -P_0 \varepsilon_n (-j)^n k_{1r} J_n'(k_{1r} R_{s2}) \quad (24\text{-ب})$$

در معادله (24) $k_{si} = \frac{E_{si} h_{si}}{1-\upsilon_{si}^2}$ و $D_{si} = \frac{E_{si} h_{si}^3}{12(1-\upsilon_{si}^2)}$ به ترتیب سختی غشایی و خمشی پوسته می‌باشند و $i = 1,2$.

با حل دستگاه معادله (23)، دامنه موج‌های انعکاسی و انتقالی $P_R$ و $P_T$ برحسب دامنه موج برخوردی $P^I$ بدست می‌آید. این مقادیر برای محاسبه میزان افت صدا (TL) در اثر انتقال به داخل پوسته استوانه‌ای استفاده می‌گردند. برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم از نرم افزار متلب استفاده شده است. به این صورت که ضرایب ارائه شده در معادله (24) در یک فایل متنی نوشته شده و سپس معکوس ماتریس ضرایب محاسبه می‌شود. ماتریس معکوس بدست آمده از چپ در طرفین معادله (23) ضرب می‌گردد و پس از آن مجهولات مسئله یعنی دامنه تغییر مکان‌های پوسته در سه راستای طولی، محیطی و شعاعی و دامنه موج‌های انعکاسی، انتقالی و برخوردی بدست می آید.

با محاسبه نسبت توان موج برخوردی به موج انتقالی در واحد طول پوسته می‌توان میزان افت صدا را تعیین نمود. معادله (25) رابطه مربوط به افت صدا را برای پوسته استوانه‌ای دو جداره نشان می‌دهد [12].

$$TL = -10\log_{10} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathrm{Re}\left\{P_3^T \times H_n^{(1)}(k_{3r} R_{s1}) \times (j\omega W_{1n})^*\right\} \rho_1 c_1 \pi \times R_{s1}}{\varepsilon_n \cos(\gamma) \left(P^I\right)^2 \times R_{s2}} \quad (25)$$

که $\mathrm{Re}\{\ \}$ و بالانویس $^*$ بیانگر بخش حقیقی و مزدوج مختلط هستند.

## 3- نتایج

برای بدست آوردن میزان افت صدا در یک پوسته استوانه‌ای جدار نازک از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. به این صورت که در یک بازه فرکانسی مشخص با گام فرکانسی 1Hz، برنامه نوشته شده در نرم افزار متلب دستگاه معادله (23) را حل می کند و پس از همگرا شدن جواب‌ها و تعیین $n$ مربوط به آن، به محاسبه میزان افت صدا در پوسته طبق رابطه (25) می‌پردازد.

نتایج تحلیلی با نتایج مربوط به ژو و همکاران [12] مقایسه شد. برای

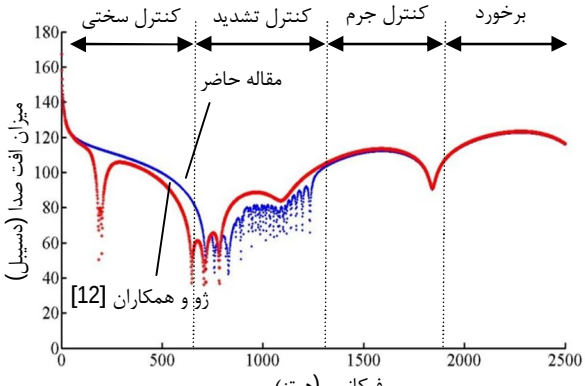
این منظور جنس پوسته استوانه‌ای، فولادی در نظر گرفته شده است که خواص آن عبارت است از: مدول یانگ $E_s = 2.1\times10^{11}$ N/m²، چگالی $\rho_s = 7750$ kg/m³ و نسبت پوآسون $\upsilon_s = 0.3$. چگالی و سرعت صوت در محیط داخل و خارج پوسته به ترتیب 1/21 kg/m³ و 343m/s فرض شده است. این مقایسه برای پوسته‌ای با شعاع خارجی 1/84m، شعاع داخلی 1/80m،ضخامت 2mm با زاویه برخورد $\gamma = 15^o$ و عدد ماخ $M = 0$ انجام شده است.

نتایج حاصل از مقایسه در شکل 3 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که تطابق خیلی خوبی بین نتایج این مقاله و ژو و همکاران [12] وجود دارد. این تطابق در سه ناحیه کنترل تشدید، کنترل جرمی و برخورد واضح‌تر است. تفاوت اندکی در ناحیه کنترل سختی مشاهده می شود که علت آن استفاده از دو تئوری مختلف برای به‌دست آوردن معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای جدار نازک می‌باشد. در تئوری لاو از جملات کوچک و حاصل‌ضربشان در روابط مربوط به کرنش‌های عمودی و برشی در سطح میانی پوسته در مقایسه با واحد صرف‌نظر شده است و در تئوری دانل از تغییرمکان-های مماسی و مشتقات آن در روابط انحنا و پیچش سطح میانی چشم‌پوشی شده است. فرضیات لاو در منتجه‌های نیرویی و درنتیجه سختی غشایی پوسته و فرضیات دانل در منتجه‌های گشتاوری و در نتیجه سختی خمشی پوسته اثر می‌گذارد. از این رو، دو تئوری دانل و لاو در ناحیه کنترل سختی دارای نتایج متفاوتی هستند. ژو و همکاران [12] از تئوری لاو بهره جسته‌اند، در حالی که در این مقاله همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد از تئوری دانل استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که تئوری دانل بهتر از تئوری لاو توانسته است فرکانس‌هایی را که در آن‌ها انتقال صوت به داخل پوسته استوانه‌ای افزایش می‌یابد، تخمین بزند.

## 4- بحث و بررسی

در این بخش اثر جاذب‌های صوتی مختلف بر روی رفتار آکوستیکی پوسته استوانه‌ای بررسی می‌شود. ابتدا لازم است نمودار میزان افت صدا به‌طور کامل توضیح داده شود و نواحی مختلف آن و ویژگی هر یک از نواحی که در شکل 3 نشان داده شده‌اند، بیان گردد.

نمودار میزان افت صدا در پوسته‌های استوانه‌ای دارای چهار ناحیه مشخص می‌باشد که تعریف مختصری از این نواحی در این جا ارائه می‌گردد: ناحیه اول، روند نمودار نزولی می‌باشد و در فرکانس‌های پایین رخ می‌دهد و به آن ناحیه کنترل سختی می‌گویند و معنی آن این است که اثر سختی




**شکل 3** مقایسه میزان افت صدای محاسبه شده در این مقاله (خطوط نازک) با مقاله ژو و همکاران [12] (خطوط ضخیم)

پوسته در این ناحیه غالب می‌باشد. ناحیه دوم، در این ناحیه نوسانات زیادی در نمودار مشاهده می‌شود که دلیل آن فرکانس‌های تشدید سازه می‌باشد، به همین دلیل به آن ناحیه کنترل تشدید می‌گویند. پوسته استوانه‌ای دارای فرکانس‌های متعددی می‌باشد که برای شکل مدهای مختلف، متفاوت می‌باشد. برای پوسته بررسی شده در شکل 3، فرکانس‌های سازه از 600Hz تا 1300Hz تغییر می‌کند. ناحیه سوم، در این ناحیه روند نمودار صعودی می-باشد و اثر جرم بسیار بیشتر از سختی می‌باشد، از این رو به آن ناحیه کنترل جرم می‌گویند. ناحیه چهارم، این ناحیه پس از فرکانس برخورد می‌باشد و به این علت آن را ناحیه برخورد می‌نامند. در این ناحیه طول موج‌های آکوستیکی با طول موج‌های سازه‌ای یکسان هستند. این نواحی در شکل 3 نشان داده شده اند.

همان‌طور که در شکل 3 مشاهده می‌شود، مینیمم‌های بسیاری در نمودار میزان افت صدا وجود دارد که از این میان دو مینیمم اهمیت زیادی دارند. یکی از آن‌ها مربوط به فرکانس رینگ و دیگری مربوط به فرکانس برخورد می شود.

در فرکانس رینگ محیط پوسته با طول موج طولی آن برابر می‌شود؛ این فرکانس از رابطه (26) محاسبه می‌شود. فرکاتس برخورد در محدوده فرکانسی بالا رخ می‌دهد و از رابطه (27) محاسبه می‌گردد [12].

$$f_r = \frac{1}{2\pi R_s}\sqrt{\frac{E_s}{\rho_s(1-\upsilon_s)}} \qquad (26)$$

$$f_c = \frac{c_1^2}{2\pi h_s \sin^2\gamma}\sqrt{\frac{12\rho_s(1-\upsilon_s^2)}{E_s}} \qquad (27)$$

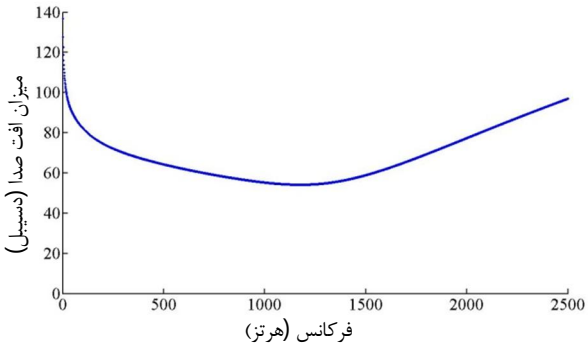
### 4-1-اثر مواد جاذب صوت

هنگامی که صفحات و پوسته‌ها به صورت دو جداره ساخته می‌شوند، در فضای خالی ایجاد شده هوا وجود دارد. حجم این فضای خالی بسیار کم می-باشد، بنابراین می‌توان با به‌کارگیری مواد جاذب صوت در این ناحیه میزان صوت منتقل شده با داخل پوسته را بیش از پیش کاهش داد. برای این منظور سه نوع جاذب مختلف در نظر گرفته شده است: پلی اتیلن (چگالی زیاد) با چگالی 970 kg/m³ و سرعت صوت 2460 m/s، پلی‌اتیلن (چگالی کم) با چگالی 910 kg/m³ و سرعت صوت 2080 m/s و پلی اورتان (فوم) با چگالی 1265 kg/m³ و سرعت صوت 838 m/s.

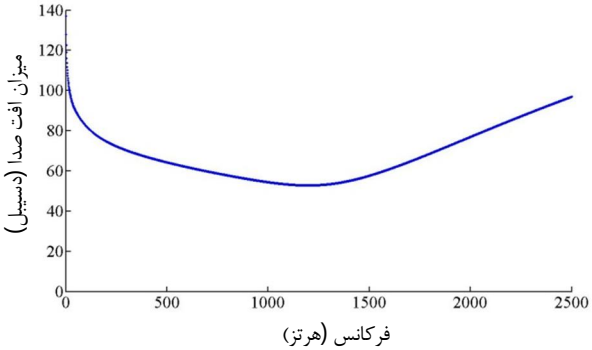
شکل‌های 4 تا 6 نمودارهای میزان افت صدا برحسب فرکانس برای این سه نوع جاذب صوت می‌باشند. شکل 7 نمودار میزان افت صدا برای پوسته استوانه‌ای تک جداره با شعاع 1/2m و ضخامت 12mm و پوسته استوانه‌ای دوجداره با شعاع خارجی 1/2m، شعاع داخلی 1/1m و ضخامت 12mm بدون جاذب صوت و با وجود هوا می‌باشد.

در شکل 7 نوسانات جزئی در ناحیه کنترل سختی برای پوسته استوانه-ای دوجداره مشاهده می‌شود. دلیل این نوسانات، تشدیدهای مربوط به فضای خالی بین دو استوانه می‌باشد. که به آن تشدید حفره گفته می‌شود [3]. با استفاده از مواد جاذب صوت مناسب که سرعت صوت در آن‌ها زیاد باشد، می‌توان از تشدید فرکانس‌های حفره جلوگیری کرد.

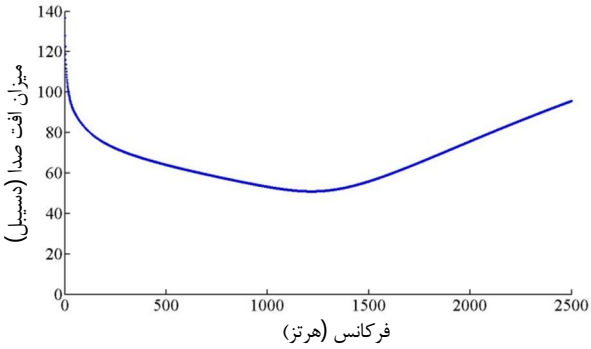
همان‌طور که ملاحظه می‌گردد تمامی سه نوع جاذب صوت نمودار میزان افت صدا را برای فرکانس های رینگ و برخورد نسبت به پوسته تک جداره حدود 40dB و نسبت به پوسته دوجداره بین 5dB تا 10dB بهبود بخشیده اند. این سه جاذب صوت علاوه بر کاهش میزان انتقال صوت در دو فرکانس رینگ برخورد، تمامی تشدیدهای جزئی در نواحی کنترل سختی و کنترل



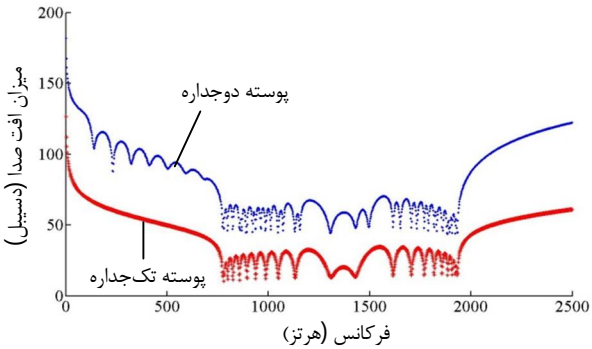

**شکل 4** نمودار میزان افت صدا بر حسب فرکانس برای پلی اتیلن (چگالی زیاد)




**شکل 5** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای پلی اتیلن (چگالی کم)




**شکل 6** نمودار میزان افت صدا بر حسب فرکانس برای پلی اورتان (فوم)




**شکل 7** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای پوسته تک‌جداره (خطوط قرمز رنگ) و پوسته دوجداره بدون جاذب صوت (خطوط آبی رنگ)

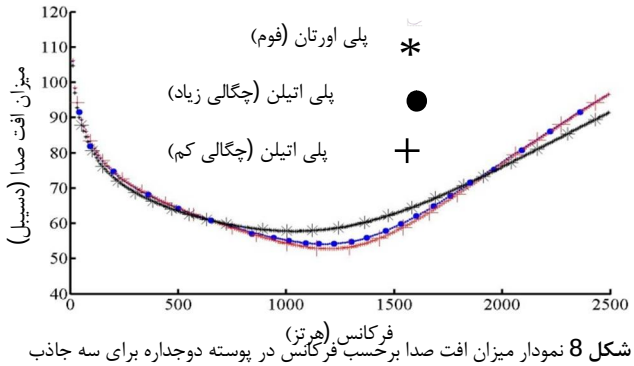
تشدید را از بین برده‌اند. برای آن‌که بتوان این سه جاذب صوت را بهتر با هم مقایسه کرد، نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای این سه جاذب در یک نمودار نشان داده شده است. با دقت در شکل 8 مشاهده می‌گردد که پلی اورتان (فوم) نسبت به پلی‌اتیلن قدرت جذب صوت بیشتری دارد. بالا بودن چگالی پلی اورتان (فوم) نسبت به هر دو نوع پلی‌اتیلن دلیل این امر می‌باشد؛ زیرا افزایش جرم در یک حجم یکسان به میرا شدن انرژی حمل شده توسط موج صوتی کمک می‌کند.

### 4-2- اثر گازهای مختلف

همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، مرسوم است که هنگام بررسی رفتار آکوستیکی پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره از هوا برای پر کردن فضای بین پوسته داخلی و خارجی استفاده می‌کنند. حال آن‌که علاوه بر هوا می‌توان از گازهای متداول دیگری نیز استفاده کرد. برای بررسی اثر گازهای مختلف در کاهش انتقال صوت به داخل پوسته استونه‌ای، پنج گاز زیر در نظر گرفته شده‌اند:

آرگون، نئون، اکسیژن، هلیوم و هیدروژن.

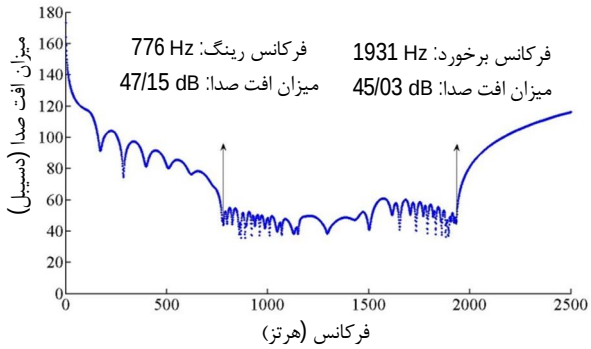
چگالی و سرعت صوت این گازها در جدول 1 آورده شده است. شکل‌های 9-13 نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس را به ترتیب برای گاز آرگون، نئون، اکسیژن، هلیوم و هیدروژن نشان می‌دهد. در این نمودارها زاویه برخورد برابر 45 درجه، شعاع داخلی پوسته استوانه‌ای 1/1m، شعاع خارجی آن 1/2m و ضخامت پوسته 12mm در نظر گرفته شده است. شکل 14 نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس را برای تمامی این پنج گاز در یک شکل نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که استفاده از هلیوم و هیدروژن افت صدای بیشتری را در مقایسه با هوا در پوسته استوانه‌ای دوجداره بدون جاذب فراهم می‌کند. به طوری که میزان کاهش انتقال صدا را در فرکانس رینگ به اندازه 15dB تا 22 dB و در فرکانس برخوردی بین 27dB تا 35dB افزایش داده است. همچنین این گازها نوسانات جزئی قبل از فرکانس رینگ و پس از فرکانس برخورد را از بین می‌برند.



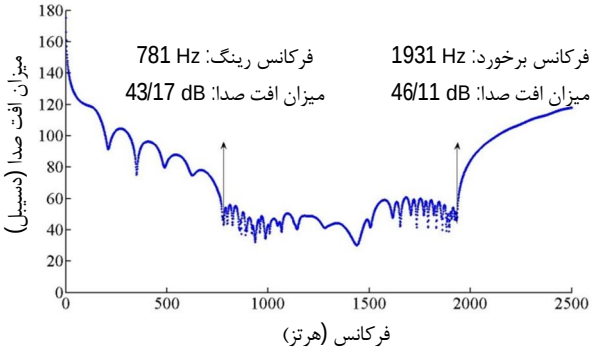

**شکل 8** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس در پوسته دوجداره برای سه جاذب پلی اتیلن (چگالی زیاد)، پلی اتیلن (چگالی کم) و پلی اورتان (فوم)

**جدول 1** چگالی و سرعت گازها

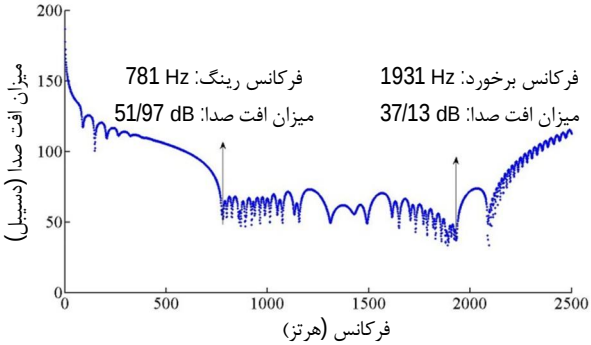
| نوع گاز | چگالی ($kg/m^3$) | سرعت (m/s) |
|---|---|---|
| آرگون | 1/661 | 415 |
| نئون | 0/899 | 435 |
| اکسیژن | 1/331 | 316 |
| هلیوم | 0/166 | 965 |
| هیدروژن | 0/089 | 1284 |



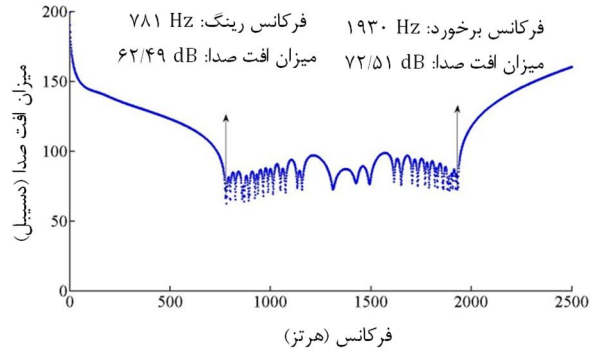

**شکل 9** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای گاز آرگون



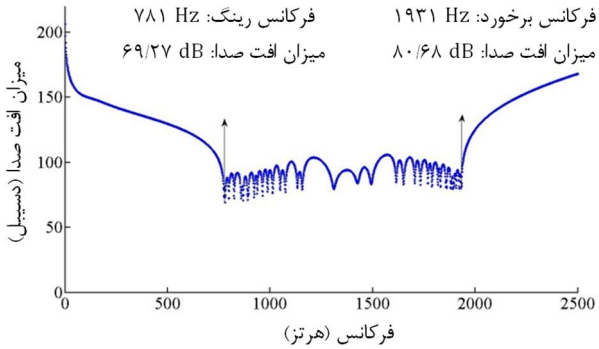

**شکل 10** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای گاز نئون




**شکل 11** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای گاز اکسیژن



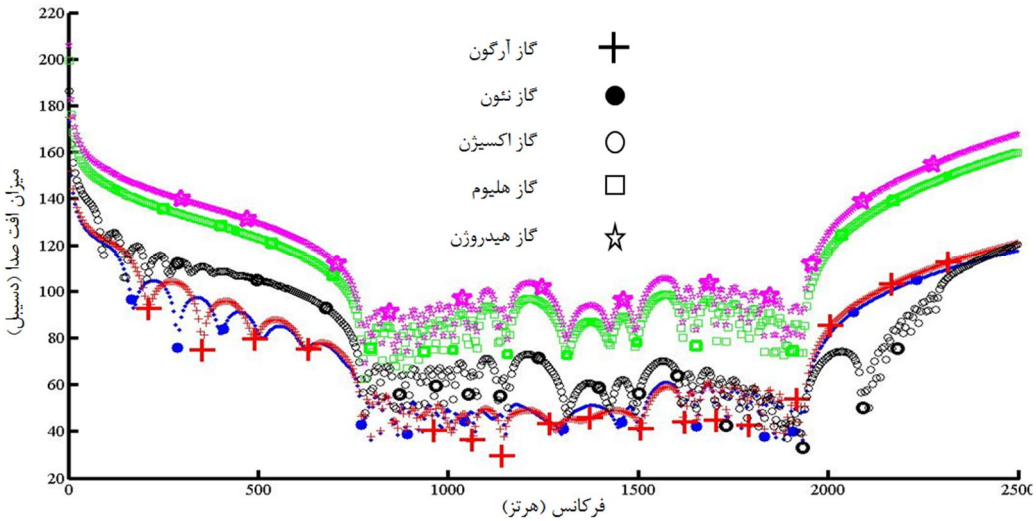

**شکل 12** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای گاز هلیوم




**شکل 13**: نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای گاز هیدروژن

## 5- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل تحلیلی برای بررسی رفتار آکوستیکی پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره که در معرض یک موج صوتی قرار دارند، ارائه شد. هدف از این بررسی بدست آوردن مقدار دقیق افت صدا در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره بود. معادلات آکوستیکی و دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره شامل ده معادله می‌باشند که با حل همزمان آن‌ها براساس تئوری دانل برای پوسته استوانه‌ای جدار نازک، میزان افت صدا بدست آمد. سپس به منظور اطمینان از صحت روابط، نتایج بدست آمده با نتایج مربوط به تئوری لاو مقایسه شد و مشاهده شد که نه تنها تطابق خوبی وجود دارد بلکه در دو ناحیه کنترل تشدید و کنترل جرم، تئوری دانل بهتر از تئوری لاو توانسته




**شکل 14** نمودار میزان افت صدا برحسب فرکانس برای گازهای آرگون، نئون، اکسیژن، هلیوم و هیدروژن

است فرکانس‌هایی که در آن‌ها میزان افت انتقال صوت کاهش شدیدی پیدا می‌کند را تشخیص دهد. سپس اثر سه نوع جاذب صوتی مختلف در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره مورد مطالعه قرار گرفت و مشاهده شد که پلی اورتان (فوم) در کاهش صدای منتقل شده به داخل پوسته استوانه‌ای بسیار مناسب می‌باشند. همچنین چند گاز مختلف برای استفاده در ناحیه بین پوسته داخلی و خارجی پیشنهاد گردید که اثر هر یک بر روی میزان انتقال صوت در پوسته استوانه‌ای مطالعه شد و نتایج آن حاکی از آن است که گازهای هیدروژن و هلیوم میزان انتقال صدا به داخل پوسته را به شدت کاهش می‌دهند.

## 6- فهرست علائم

| | |
|---|---|
| $c$ | سرعت صوت در فضا ($ms^{-1}$) |
| $E$ | مدول یانگ ($Nm^{-2}$) |
| $f$ | فرکانس ($Hz$) |
| $h$ | ضخامت ($m$) |
| $H_n$ | تابع هنکل |
| $J_n$ | تابع بسل |
| $k$ | عدد موج |
| $L$ | عملگر دیفرانسیلی |
| $M$ | عدد ماخ |
| $n$ | عدد مد محیطی |
| $P$ | دامنه موج ($Pa$) |
| $R$ | شعاع ($m$) |
| $u$ | تغییرمکان طولی ($m$) |
| $v$ | تغییرمکان محیطی ($m$) |
| $w$ | تغییرمکان شعاعی ($m$) |

**علایم یونانی**

| | |
|---|---|
| $\varepsilon$ | پارامتر نیومان |
| $\nu$ | نسبت پوآسون |
| $\rho$ | چگالی ($kgm^{-3}$) |

**بالانویس‌ها**

| | |
|---|---|
| $I$ | موج برخوردی |

**زیرنویس‌ها**

| | |
|---|---|
| $R$ | موج انعکاسی |
| $s$ | پوسته استوانه‌ای |
| $T$ | موج انتقالی |

## 7- مراجع

[1] M. J. Crocker, The response of a supersonic transport fuselage to boundary layer and to reverberant noise, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 13, No. 1, pp. 6-20, 1969.

[2] L. R. Koval, On sound transmission into a thin cylindrical shell under flight conditions, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 48, pp. 265-275, 1976.

[3] L. R. Koval, Effect of cavity resonances on sound transmission into a thin cylindrical shell, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 59, No. 1, pp. 23-33, 1978.

[4] L. R. Koval, Sound transmission into a laminated composite cylindrical shell, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 71, pp. 523-30, 1980.

[5] S. K. Jha and J. J. Catherines, Interior noise studies for general aviation types of aircraft, Part I: Filed studies, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 58, No. 3, pp. 375-390, 1978.

[6] S. K. Jha and J. J. Catherines, Interior noise studies for general aviation types of aircraft, Part II: Laboratory studies, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 58, No. 3, pp. 391-406, 1978.

[7] A. J. Bullmore, P. A. Nelson and S. J. Elliott, Theoretical studies of the active control of propeller-induced cabin noise, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 140, No. 2, pp. 191-217, 1990.

[8] S. Narayanan and R. L. Shanbhag, Sound transmission through layered cylindrical shells with applied damping treatment, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 92, No. 4, pp. 541-558, 1984.

[9] J. H. Lee and J. Kim, Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models, *Applied Acoustics,* Vol. 64, No. 6, pp. 611-632, 2003.

[10] J. H. Lee and J. Kim, Analysis and measurement of sound transmission through a double walled cylindrical shell, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 251, No. 4, pp. 631-649, 2002.

[11] J. H. Lee and J. Kim, Sound transmission through periodically stiffened cylindrical shells, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 251, No. 3, pp. 431-456, 2002.

[12] J. Zhou, A. Bhaskar and X. Zhang, The effect of external mean flow on sound transmission through double-walled cylindrical shells lined with poroelastic material, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 333, No, 7, pp. 1972-1990, 2014.

[13] W. T. Jeong and Y. J. Kang, Acoustic transmission analysis on cavity resonance sound in a cylindrical cavity system: Application to a Korean bell, *Journal of Acoustical Society of America,* Vol. 131, No. 2, pp. 1547-1557, 2012.

[14] M. H. Shohaeifard, R. Talebitooti, R. Ahmadi and B. Ranjbar, Power sound transmission through double-walled laminated composite panel with intermediate porous layer considering different boundary conditions, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No, 6, pp. 11-21, 2014 (In Persion).

[15] M. H. Shohaeifard, R. Talebitooti, R. Ahmadi and M. R. Gheybi, Vibro-acoustic study on transverse-isotropic thick-walled cylindrical shells considering high shear deformation theory using Hamilton principle, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No, 4, pp. 147-157, 2014 (In Persion).

[16] B. C. Jung, D. Lee, B. D. Youn and S. Lee, A statistical characterization method for damping material properties and its application to structural-acoustic system design, *Journal of Mechanical Science and Technology,* Vol. 25, No, 8, pp. 1893-1904, 2011.

[17] J. Xie and S. H. Ling, A method of measuring acoustic absorption coefficient of a material specimen using a dynamic microphone, *Journal of Mechanical Science and Technology,* Vol. 26, No. 3, pp. 741-748, 2012.

[18] A. W. Leissa, *Vibration of Shells,* Acoustical Society of America, 1993.

[19] A. E. H. Love, On the small free vibrations and deformations of thin shells, *Philosophical Transactions of the Royal Society,* 179A, pp. 491-546, 1888.

[20] W. Flugge, *Stress in Shells,* Springer, New York, USA, 1973.

[21] M. Amabili, *Nonlinear vibrations and stability of Shells and plates,* Cambridge University Press, New York, USA, 2008.

[22] P. Oliazadeh, M. H. Farshidianfar and A. Farshidianfar, Exact analysis of resonance frequency and mode shapes of isotropic and laminated composite cylindrical shells; Part I: analytical studies, *Journal of Mechanical Science and Technology,* Vol. 27, No. 12, pp. 3635-3643, 2013.

[23] P. Oliazadeh, M. H. Farshidianfar and A. Farshidianfar, Exact analysis of resonance frequency and mode shapes of isotropic and laminated composite cylindrical shells; Part II: Parametric studies, *Journal of Mechanical Science and Technology,* Vol. 27, No. 12, pp. 3645-3649, 2013.