

کواهی ارائه

دینیسلا کواهی می شوکه مقاله

بهبودسازی نمودار کنترل کیفیت توأم دو مرحله‌ای X و S با فاصله نمونه برداری متغیر

بازبینی‌کنان

بهرام صادقیور کیلده - مریم سادات مستقی - مهدی جباری نوقالی

در هشتمین کنفرانس بین المللی انجمن ایرانی تحقیق در عملیات به صورت پوستر توسط سرکار خانم مریم سادات مستقی

ارائه شده است.

دکتر کاظم خندان
دیر کنفرانس

دکتر حسین تقی زاده کاشکی
دیر علمی

آدرس : دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده علوم ریاضه

تلفن : 051-3806222

پست الکترونیکی : orb@um.ac.ir

وبسایت : orb.um.ac.ir

بهینه‌سازی نمودار کنترل کیفیت توأم دو مرحله‌ای \bar{X} و S با فاصله نمونه‌برداری متغیر

مریم سادات متقی*، بهرام صادقیور گیلده و مهدی جباری نوقایی

گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد.

*دانشجوی کارشناسی ارشد. ، عضو هیئت علمی. ، عضو هیئت علمی.

jabbarinm@um.ac.ir

چکیده

ترکیب نمودارهای دو نمونه‌ای با فاصله نمونه‌برداری متغیر ($DSVSI$)، می‌تواند کارایی آن‌ها را در شناسایی تغییرات کوچک روی فرایندهای تولید افزایش دهد. در این مطالعه نمودار توأم $DSVSI(\bar{X}, S)$ را پیشنهاد کرده و عملکرد آماری آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم. سپس با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی غیر خطی و ژنتیک مقادیر بهینه برای پارامترهای طرح را به کمک نرم افزار $MATLAB$ تخمین زده و با هم مقایسه می‌کنیم. از زنجیره‌های مارکف برای محاسبه‌ی عملکرد آماری فرایند بهره برده، و یک روش مناسب برای طراحی آماری نمودار توأم $DSVSI(\bar{X}, S)$ جهت تشخیص تغییرات در میانگین و واریانس پیشنهاد می‌دهیم. مطالعه‌ی مقایسه‌ای نشان می‌دهد که نمودار $DSVSI(\bar{X}, S)$ می‌تواند تغییرات فرایند در میانگین و واریانس را نسبت به نمودار دو مرحله‌ای \bar{X} و S ، نمودار با پارامتر متغیر \bar{X} و R ، و نمودارهای میانگین متحرک موزون نمایی و جمعی تجمعی بهتر نشان دهد. کلمات کلیدی بهینه‌سازی غیرخطی؛ نمودار کنترل توأم؛ نمودار توأم دو مرحله‌ای؛ نمودار توأم با فاصله‌ی متغیر.

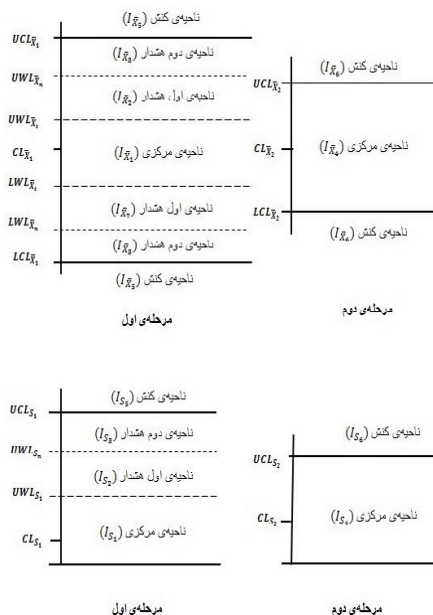
۱ پیش‌گفتار

کنترل فرایند آماری (SPC) یک راه موثر برای بهبود کیفیت و بهره‌وری تولیدات است. نمودارهای کنترل آماری یکی از ابزارهای کنترل فرایند می‌باشد. در یک فرایند تولید، میانگین و واریانس باید به طور توأم برای بالا بردن کیفیت محصول تحت نظارت قرار گیرد. نمودارهای توأم شوهارت \bar{X} و R (یا S) برای کنترل میانگین و واریانس فرایند بیش از نیم قرن مورد استفاده قرار گرفته‌اند. اگر چه این نمودارها کاربردهای فراوانی در صنعت دارند، اما برای یافتن هشدارها در تغییرات کوچک دچار مشکل هستند. کاستا نمودار توأم \bar{X} و R با حجم نمونه و فاصله نمونه‌برداری متغیر را پیشنهاد کرد [۱]. هی و همکاران نمودار توأم دو نمونه‌ای \bar{X} و S را ارائه کردند [۲]. لی نمودار توأم دو نمونه‌ای با فاصله نمونه‌برداری متغیر \bar{X} و S را ارائه کرد [۳].

۲ نمودار توأم $DSVSI(\bar{X}, S)$

نمودارهای کنترل توأم ترکیبی دو نمونه‌ای با فاصله نمونه‌برداری متغیر \bar{X} و S شامل دوازده پارامتر طرح $h_1, k_{s2}, w_{st}, w_{sn}, k_{s1}, k_{\bar{X}2}, w_{\bar{X}t}, w_{\bar{X}n}, k_{\bar{X}1}, n_2, n_1$ و h_2 هستند. پارامترهای n_2 و n_1 به ترتیب نشان دهنده حجم نمونه اول و دوم، h_1 و h_2 فاصله‌ی نمونه برداری ($h_1 > h_2$) و $w_{\bar{X}n}$ و w_{sn} ضرایب حدود هشدار در تغییر حجم نمونه برداری، $w_{\bar{X}t}$ و w_{st} ضرایب حدود هشدار در تغییر فاصله نمونه برداری و $k_{\bar{X}2}, k_{s1}, k_{\bar{X}1}$ و k_{s2} ضرایب حدود کنترل برای مراحل اول و دوم دو نمونه‌ای برای آماره‌های نمونه \bar{X} و S را نشان می‌دهند. شکل ۱ نمایی از نمودار $DSVSI(\bar{X}, S)$ است. UCL_{rl} و LCL_{rl} حدود کنترل بالا و پایین در نمونه l ام برای آماره نمونه r را نشان می‌دهد، که $r = \bar{X}, S$ ، $l = 1, 2$ است. UWL_{rl} و LWL_{rl} حدود هشدار بالا و پایین برای تغییرات فاصله نمونه‌برداری، UWL_{rn} و LWL_{rn} حدود هشدار بالا و پایین برای تغییر حجم نمونه و خط مرکزی نمونه l ام برای آماره نمونه r را نشان می‌دهند.

فرض کنید در حالت اولیه، فرایند تحت کنترل آماری با میانگین $\mu = \mu_0$ و انحراف استاندارد $\sigma = \sigma_0$ باشد، که نمونه‌های مشاهده شده X از توزیع نرمال $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ پیروی می‌کنند. روند ساخت نمودار $DSVSI(\bar{X}, S)$ بدین ترتیب است که ابتدا نمونه کوچک به حجم n_1 انتخاب و میانگین آن (\bar{X}_1) و انحراف استاندارد (S_1) را توسط رابطه‌های $\bar{X}_1 = \sum X/n_1$ و $S_1 = \sqrt{\sum (X - \bar{X}_1)^2 / (n_1 - 1)}$ محاسبه می‌کنیم. اگر \bar{X}_1 و S_1 به ترتیب در فاصله $I_{\bar{X}_1}$ و I_{S_1} قرار گیرند، فرایند در حالت کنترل است و فاصله نمونه برداری بعدی باید



شکل ۱: نمودار کنترل توأم $DSVSI(\bar{X}, S)$

h_1 باشد. زمانی که \bar{X}_1 در فاصله $I_{\bar{X}_3}$ یا S_1 در فاصله IS_3 بیافتند، در این صورت گرفتن نمونه دوم با حجم n_2 ضروری می باشد، میانگین (\bar{X}_2) و انحراف استاندارد (S_2) توسط رابطه های $\bar{X}_2 = \sum X/n_2$ و $S_2 = \sqrt{\sum (X - \bar{X}_2)^2 / (n_2 - 1)}$ محاسبه می شوند. میانگین کلی نمونه ای (\bar{X}^*) و انحراف استاندارد کلی نمونه ای (S^*) را می توان با فرمول های $\bar{X}^* = (n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2) / (n_1 + n_2)$ و $S^* = \sqrt{[(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2] / (n_1 + n_2 - 2)}$ به دست آورد. اگر \bar{X}^* در فاصله $I_{\bar{X}_4}$ و S^* در فاصله IS_4 قرار گیرند، فرایند تحت کنترل است و آنگاه فاصله نمونه برداری بعدی باید h_2 باشد. اما اگر \bar{X}^* در $I_{\bar{X}_6}$ یا S^* در IS_6 قرار گیرند فرایند در حالت خارج از کنترل است، در غیر این صورت اگر \bar{X}_1 در $I_{\bar{X}_2}$ یا S_1 در IS_2 بیافتند فرایند تحت کنترل است و فاصله نمونه برداری باید h_2 باشد.

۳ بهینه سازی مدل آماری

در ابتدا چند معیار آماری برای نمودارهای کنترل جهت اندازه گیری بهره وری و تعیین خواص δ و γ که به ترتیب میزان تغییرات در میانگین و واریانس هستند، معرفی می کنیم. متوسط زمان تا هشدار (ATS) ، زمان مورد انتظار از شروع فرایند تا زمانی که نمودار یک هشدار خارج از کنترل را نشان دهد، است. ATS در حقیقت نشان دهنده اندازه گیری فاصله زمان نرخ اشتباه می باشد. متوسط زمان تا تصحیح هشدار $(AATS)$ ، مقدار مورد انتظار از وقوع یک علت استاندارد پذیر تا زمانی که نمودار فرایند را خارج از کنترل نشان دهد، است. در واقع $AATS$ متوسط زمانی است که فرایند دچار تغییر شده است تا زمانی که متوجه تغییر می شویم و فرایند را متوقف می کنیم، می باشد. متوسط زمان توان دوم مازاد $(AEQL)$ ، برای اندازه گیری عملکرد نمودار کنترل مناسب می باشد، که از آن برای اندازه گیری عملکرد کلی تغییرات میانگین و واریانس استفاده کرده و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$AEQL = \frac{1}{A_D} \int \int_D (\delta^2 + \gamma^2 - 1) AATS(\delta, \gamma) d\delta d\gamma \quad (1)$$

که در آن نماد D نشان دهنده‌ی دامنه‌ی تغییرات فرایند است که $D \in (\delta, \gamma | (0 < \delta \leq \delta_{max}) \cap (1 < \gamma \leq \gamma_{max}))$ و مساحت آن است. $AATS(\delta = 0, \gamma = 1)$ مقدار ATS در حالت کنترل را نشان می‌دهد. نمادهای δ_{max} و γ_{max} ماکسیمم اندازه تغییر ممکن فرایند در میانگین و انحراف استاندارد هستند که می‌توان با تجربه عملی یا با دامنه تغییرات در حال بررسی تعیین کرد. از آنجایی که استفاده از فرمول (۱) برای این مدل مشکل است از فرمول تخمینی زیر استفاده می‌کنیم.

$$AEQL \approx \frac{1}{m^2} \sum_{\zeta=1}^m \sum_{\xi=1}^m (\delta_{\zeta}^2 + \gamma_{\xi}^2 - 1) ATS(\delta_{\zeta}, \gamma_{\xi})$$

که در آن δ_{ζ} و γ_{ξ} به ترتیب مقادیر گسسته از ζ ام و ξ ام تغییرات از میانگین و واریانس است و m تعداد نقطه‌ی خارج از کنترل در داخل دامنه‌ی تغییرات فرایند است که در اینجا $m = 100$ در نظر می‌گیریم. همانطور که بیان شد، نمودار $DSVSI(\bar{X}, S)$ دارای دوازده پارامتر طرح می‌باشد، برای یافتن یک نمودار کنترل بهینه، پارامترهای طرح را طوری تعیین می‌کنیم که معیار $AEQL$ را مینیمم کند. تابع هدف و محدودیت‌ها در مجموعه‌ی طراحی مدل نمودار $DSVSI(\bar{X}, S)$ عبارت است از

$$\begin{aligned} & \text{Min } AEQL \\ & \text{s.t. } ATS(\delta = 0, \gamma = 1) = \tau \\ & E(n|\delta = 0, \gamma = 1)/E(h|\delta = 0, \gamma = 1) = \pi \end{aligned}$$

مقدار استاندارد τ برابر $370,4$ است. نرخ بازرسی π نشان دهنده‌ی تعداد نمونه و بازرسی در واحد زمان می‌باشد. در این مطالعه از مقدار $\pi = 1$ برای حل طرح استفاده می‌کنیم. با استفاده از نرم افزار $MATLAB$ از الگوریتم‌های بهینه سازی غیر خطی و ژنتیک استفاده و پارامترهای نمودار کنترل را تعیین می‌کنیم. مقادیر بهینه برای دامنه‌ی تغییرات کوچک $(\delta_{max} = 2, \gamma_{max} = 3)$ ، متوسط $(\delta_{max} = 4, \gamma_{max} = 5)$ و بزرگ $(\delta_{max} = 7, \gamma_{max} = 8)$ برای پارامترهای طرح محاسبه می‌شود. مقادیر بهینه به دست آمده از دو الگوریتم بهینه سازی را با هم مقایسه و نتایج حاصل را بیان می‌کنیم. و همچنین با استفاده از معیارهای دیگر طرح $DSVSI$ را با طرح‌های حجم نمونه و فاصله‌ی نمونه برداری متغیر $(VSSI)$ ، پارامترهای متغیر (VP) ، دو مرحله‌ای (DS) ، میانگین متحرک موزون نمایی $(EWMA)$ و جمعی تجمعی $(CUSUM)$ مقایسه می‌کنیم.

مراجع

- [1] A. F. B. Costa, *Joint \bar{X} and R charts with variable sample sizes and sampling intervals*, Journal of Quality Technology **31** (1999), 387-397.
- [2] D. He, A. Grigoryan and M. Sigh, *Joint statistical design of double sampling \bar{X} and S charts*, European Journal of operational Research **198** (2006), 122-142.
- [3] P. H. Lee, *Joint statistical design of \bar{X} and S charts with combined double sampling and variable sampling interval*, European Journal of Operational Research **225** (2013), 285-297.