

## اثر متقابل اتم در حال حرکت و حفره از طریق گذارهای تک فوتونه و دو فوتونه

حکیمه جاقوری<sup>۱</sup> محسن سربیشه ای<sup>۲</sup> و کورش جاویدان<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه فیزیک، دانشگاه فردوسی مشهد

۲،۳- استاد گروه فیزیک، دانشگاه فردوسی مشهد

j.jaghouri@gmail.com

### چکیده

در این مقاله به بررسی دینامیک درهم تنیدگی و خلوص در سیستمی متشکل از دو کیوبیت (اتم دو ترازه) متحرک مستقل، که هر کدام با میدان همدوس کاواک خود، از طریق گذارهای تک فوتونه و دو فوتونه در حال برهم کنش هستند، در شرایط مختلف می پردازیم. نتایج نشان دهنده رفتار نوسانی معیار توافق و خلوص هستند. از طرف دیگر تغییرات کم معیارهای مورد بررسی را در مدل گذار تک فوتونه، نسبت به زمان شاهد هستیم این در حالی است که این معیارها در مدل گذار دو فوتونه دامنه تغییرات بیشتری دارد.

**کلمات کلیدی:** کیوبیت، درهم تنیدگی، خلوص، مدل جینز - کامینگز

### ۱. مقدمه

ساده ترین مدل کوانتومی که برای توصیف برهم کنش نور و ماده به کار می رود مدل جینز - کامینگز می باشد، که در سال ۱۹۶۳ ارائه شده است [۱]. توصیف کننده های کوانتومی یا عملگرهای نوسانی روی گذارهای اتمی دو فوتونه، که بیشتر از ۵۰ سال قبل پیشنهاد شدند، در مقالات زیادی مورد بحث و بررسی قرار گرفته اند [۲]. حالت های همدوس، یکی از حالت های اصلی مورد بحث در اپتیک کوانتومی می باشد. دینامیک این حالت ها بیشترین شباهت را به رفتار کلاسیکی نوسانگر هماهنگ ساده دارد. حالت های همدوس توسط شرودینگر در سال ۱۹۲۶ برای توصیف حالت های نوسانگر هماهنگ کوانتومی پیشنهاد شدند. گلوپر و سودارشان میدان نور را به صورت یک مجموعه از نوسانگرهای هماهنگ در نظر گرفتند. حالت های همدوس کم ترین عدم قطعیت را دارند. می دانیم که به خاطر ناهمدوسی و دیگر برهم کنش های محیطی حفظ درهم تنیدگی تولید شده از یک حالت خالص دشوار است [۳].

## ۲. گذار تک فوتونه

برهم کنش بین دو اتم متحرک در کاواک با میدان هم دوس تک مد به صورت گذار تک فوتونه، توسط هامیلتونی زیر توصیف می‌شود [۱].

$$H = \sum_{i=A,B} \omega_i \sigma_z + \Omega_i a_i^\dagger a_i + g_i f_i(z) (a_i \sigma_{i+} + a_i^\dagger \sigma_{i-}) \quad (1)$$

که در آن  $\omega_i$  فرکانس گذار اتم دوترازه است. هراتم فقط با میدان خود به صورت مستقل برهم کنش می‌کند (بین اتم‌ها برهم کنشی وجود ندارد).  $\Omega_i$  فرکانس میدان تک مد بوده و  $g_i$  مربوط به جفت شدگی اتم و میدان است. عملگرهای  $a_i^\dagger$  و  $a_i$  به ترتیب عملگرهای خلق و فنا می‌باشند و  $\sigma_{i+}, \sigma_{i-}, \sigma_z$  عملگرهای اسپینی هستند. فرکانس‌های میدان تک مد و جفت شدگی اتم و میدان، را برای دو کاواک یکسان می‌گیریم و در نتیجه  $\omega_A = \omega_B = \omega, \Omega_A = \Omega_B = \Omega, g_A = g_B = g$  را با  $\Delta = \omega - \Omega$  نشان می‌دهیم [۴-۵].

$$f_i(z) \rightarrow f_i(vt) = \cos\left(\frac{p_i v_i t \pi}{L_i}\right) \quad (2)$$

حرکت اتم را در راستای  $z$  در نظر می‌گیریم.  $v_i$  سرعت اتم را نشان می‌دهد و  $p_i$  عدد نیم موج کاواک با طول  $L_i$  است. فرض می‌کنیم که  $p_A = p_B = p, v_A = v_B = v, L_A = L_B = L$  باشد. حالت ابتدایی را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|ee\rangle + |gg\rangle) \otimes |\alpha\rangle_A \otimes |\alpha\rangle_B \quad (3)$$

عملگر تحول زمانی  $u(t) = e^{-i \int_0^t H(t') dt'}$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$u_i = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix}$$

$$u_{11} = \cos(\beta) - \frac{i\Delta T(t) \sin(\beta)}{2\sqrt{\beta}}, \quad u_{22} = \cos(\gamma) + \frac{i\Delta T(t) \sin(\gamma)}{2\sqrt{\gamma}}$$

$$u_{12} = -igT(t) \frac{\sin(\beta)}{\sqrt{\beta}} \hat{a}, \quad u_{21} = -igT(t) \frac{\sin(\gamma)}{\sqrt{\gamma}} \hat{a}^\dagger$$

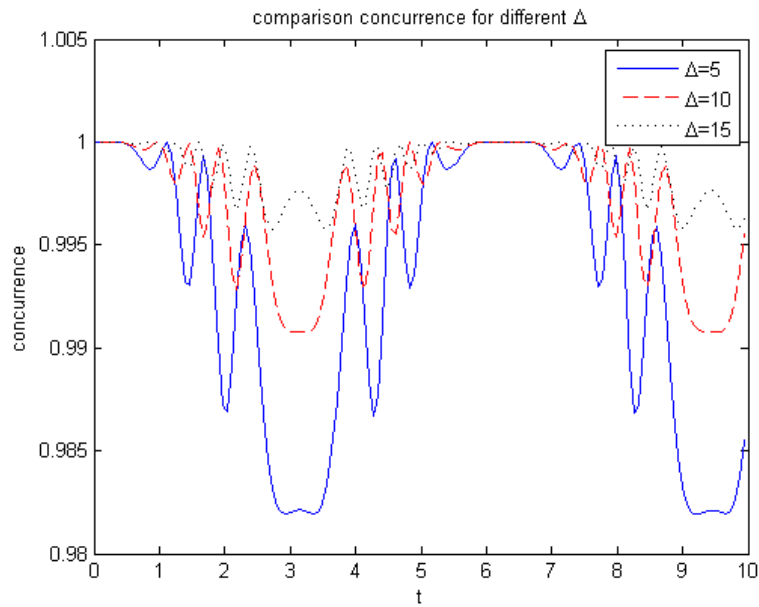
$$\beta = \sqrt{\left(\frac{\Delta T(t)}{2}\right)^2 + (gT(t))^2 (\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1)}, \quad \gamma = \sqrt{\left(\frac{\Delta T(t)}{2}\right)^2 + (gT(t))^2 (\hat{a}^\dagger \hat{a})}, \quad (4)$$

## ۳. درهم تنیدگی و خلوص

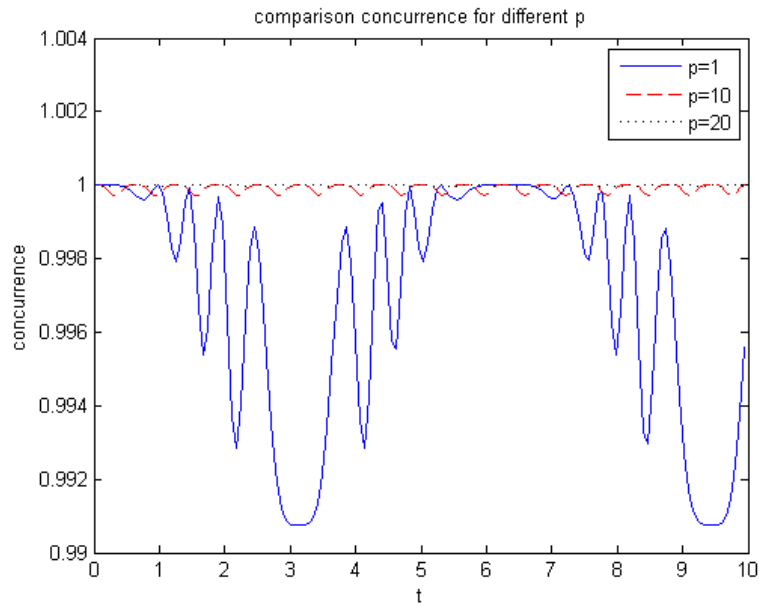
معیار توافق توسط Hill و Wotters برای اندازه‌گیری میزان درهم تنیدگی بین دو اتم ارائه شده است برای هر حالت خالص  $M \times N$  در فضای هیلبرت معیار توافق  $H_{M \times N}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\rho}_N = Tr_M (|\psi(t)\rangle \langle \psi(t)|) \cdot C(|\psi(t)\rangle) = \sqrt{2(\langle \psi(t) | \psi(t) \rangle - Tr(\rho_N^2))} \quad (5)$$

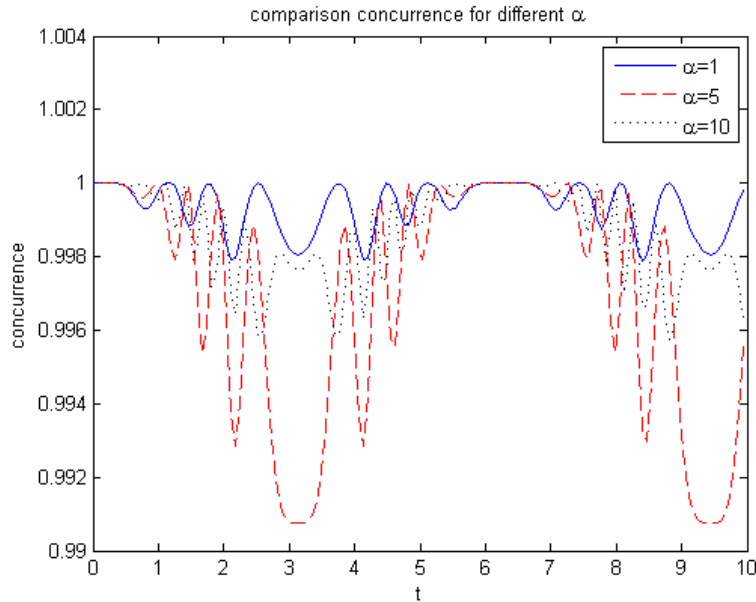
توجه داریم که معیار توافق برای حالت‌های جدا برابر با صفر و برای حالت‌هایی با ماکزیمم درهم تنیدگی برابر با  $\sqrt{\frac{2(N-1)}{N}}$  است [۶].



شکل ۱ - مقایسه معیار توافق در  $\Delta$  های متفاوت در گذار تک فوتونه



شکل ۲ - مقایسه معیار توافق در p های متفاوت در گذار تک فوتونه



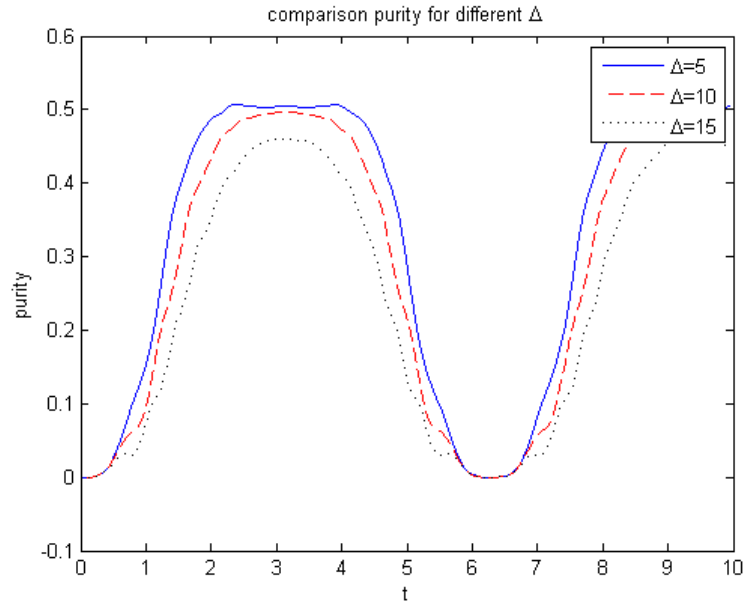
شکل ۳ - مقایسه معیار توافق در  $\alpha$  های متفاوت در گذار تک فوتونه

برای گذار تک فوتونه در شکل های ۱-۳ می بینیم که تحول درهم تنیدگی تغییرات بسیار کوچکی دارد و رفتار نوسانی نشان می دهد بنابراین می توان نتیجه گرفت که برهم کنش اتم با کاواک تاثیر کمی در تحول درهم تنیدگی دارد.

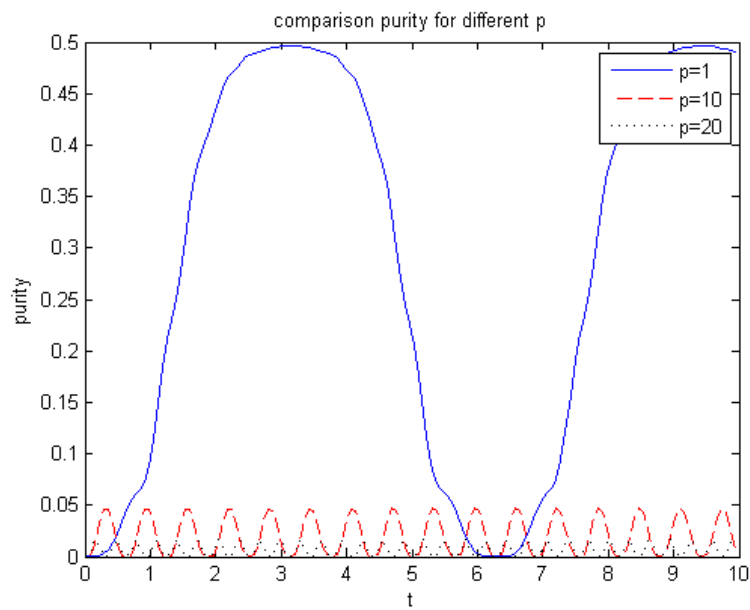
معیار خلوص به صورت زیر تعریف می شود [۷].

$$P = \text{Tr}(\rho - \rho^2) \quad (۶)$$

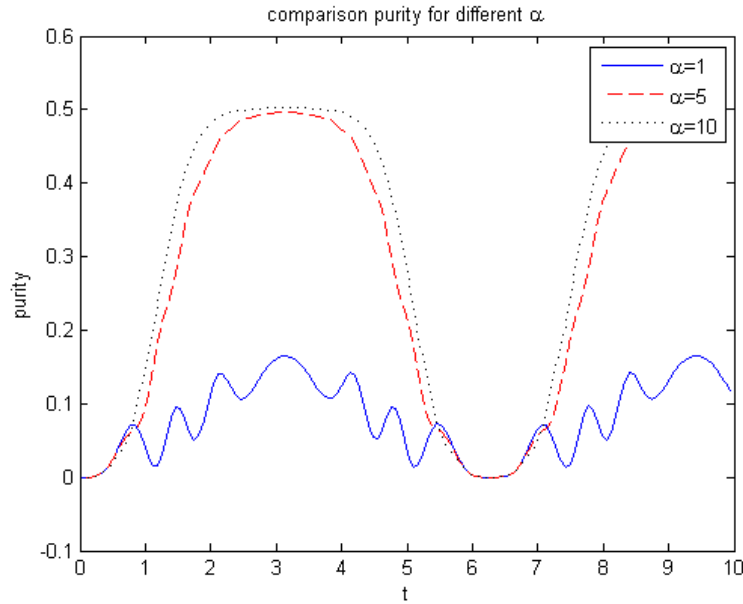
اگر  $P=0$  باشد حالت خالص است. برهم کنش با کاواک باعث رفتار نوسانی (افت وخیز) خلوص می شود. در گذار تک فوتونه شکل های ۴-۶ وابستگی خلوص را به پارامترها نشان می دهد. در شکل ۵ بیشترین تغییرات و تفاوت ها را به ازای  $P$  های متفاوت می توان دید و تحول خلوص رفتار نوسانی منظمی را از خود نشان می دهد.



شکل ۴- مقایسه معیار خلوص در  $\Delta$  های متفاوت در گذار تک فوتونه



شکل ۵- مقایسه معیار خلوص در  $p$  های متفاوت در گذار تک فوتونه



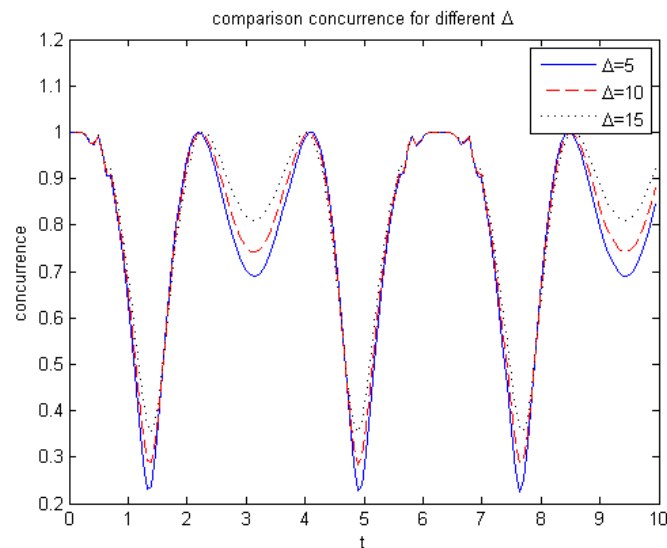
شکل ۶ - مقایسه معیار خلوص در  $\alpha$  های متفاوت در گذار تک فوتونه

#### ۴. گذار دو فوتونه

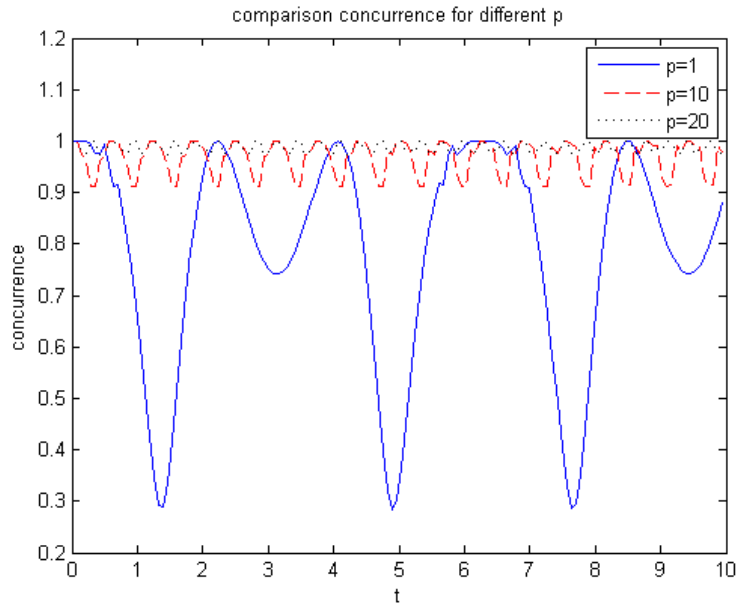
برهم کنش بین دو اتم متحرک در کاواک با میدان همدوس تک مد به صورت گذار دو فوتونه، توسط هامیلتونی توصیف می شود [۸].

$$H = \sum_{i=A,B} \omega_i \sigma_z + \Omega_i a_i^\dagger a_i + g_i f_i(z) (a_i^2 \sigma_{i+} + a_i^{\dagger 2} \sigma_{i-}) \quad (7)$$

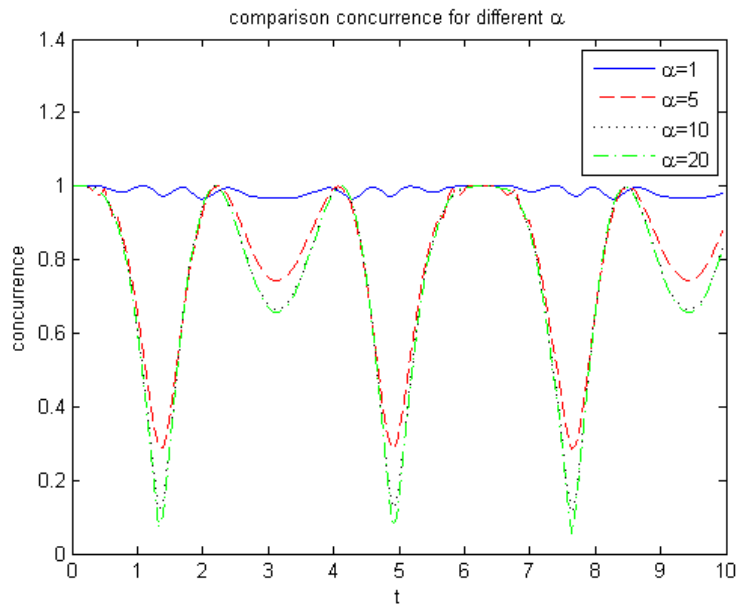
مشابه بخش دوم، عملگر تحول زمانی را برای این سیستم به دست آورده و تحول معیار های خلوص و درهم تنیدگی را در پارامترهای مختلف بررسی می کنیم.



شکل ۷ - مقایسه معیار درهم تنیدگی در  $\Delta$  های متفاوت در گذار دو فوتونه



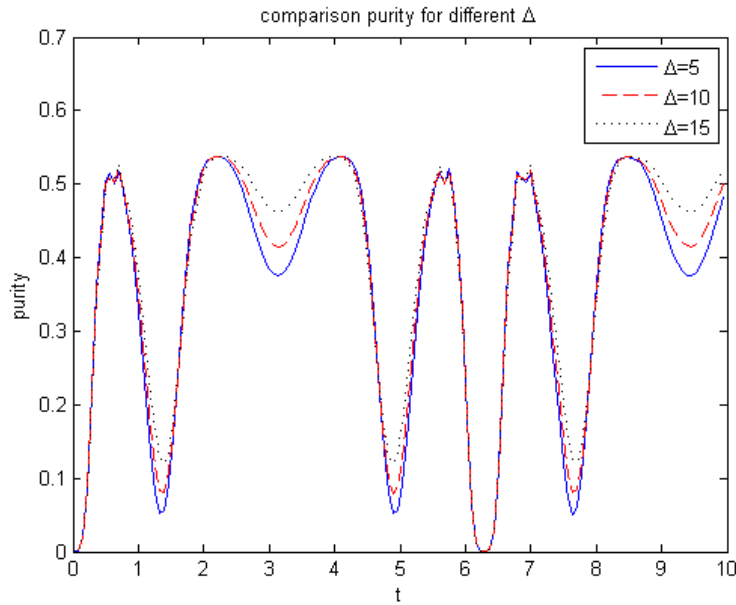
شکل ۸ - مقایسه معیار درهم تنیدگی در  $p$  های متفاوت در گذار دو فوتونه



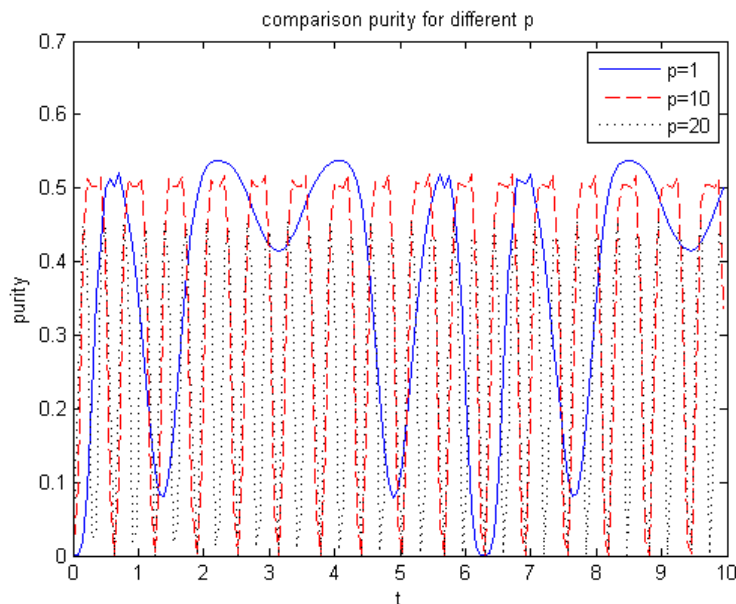
شکل ۹ - مقایسه معیار درهم تنیدگی در  $\alpha$  های متفاوت در گذار دو فوتونه

برای گذار دو فوتونه در شکل های ۹-۷ می بینیم که تحول درهم تنیدگی نسبت به گذار تک فوتونه تغییرات بیشتری دارد و رفتار نوسانی نشان می دهد. هر چه  $\alpha$  بیشتر شده درهم تنیدگی هم بیشتر شده در حالی که با افزایش  $p$  درهم تنیدگی کاهش یافته است، افزایش مقدار  $\Delta$  تاثیر چشمگیری بر مقدار درهم تنیدگی نداشته است.

در گذار دو فوتونه شکل های ۱۰-۱۲ وابستگی خلوص را به پارامترها نشان می دهد. در شکل ۱۱ تحول خلوص با افزایش مقدار  $P$  نوسانات بیشتری را نشان می دهد. به ازای مقادیر  $\Delta$  متفاوت تحول خلوص رفتار نسبتاً مشابهی را نشان می دهند.

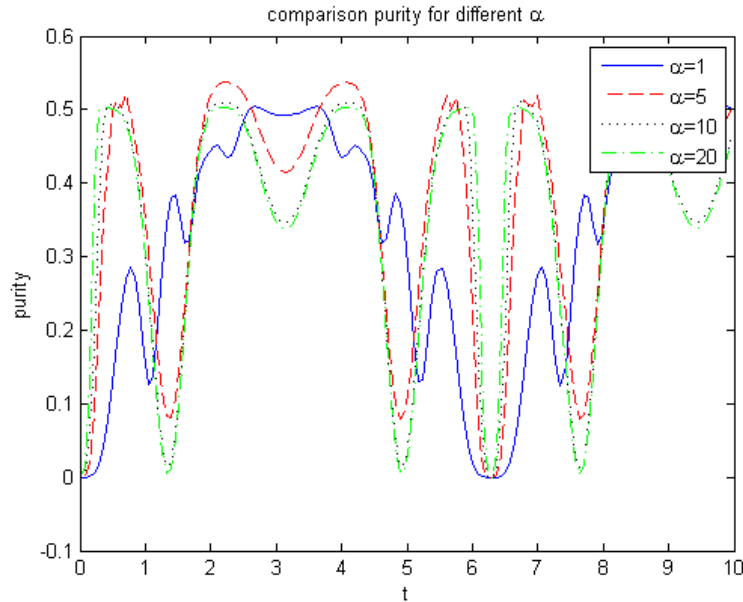


شکل ۱۰- مقایسه معیار خلوص در  $\Delta$  های متفاوت در گذار دو فوتونه



شکل ۱۱- مقایسه معیار خلوص در  $p$  های متفاوت در گذار دو فوتونه





شکل ۱۲- مقایسه معیار خلوص در  $\alpha$  های متفاوت در گذار دو فوتونه

## ۵. نتیجه‌گیری

معیار درهم تنیدگی و خلوص را در گذار تک فوتونه و دو فوتونه به ازای پارامترهای متفاوت بررسی کرده ایم و نشان داده ایم که در گذار تک فوتونه در مقایسه با گذار دو فوتونه، به ازای پارامترهای متفاوت تغییرات درهم تنیدگی و خلوص بیشتر است. پارامتر  $p$  بیشترین تغییرات را در گذار تک فوتونه و دو فوتونه وارد می‌سازد.

## ۶. مراجع

1. E. Jaynes and F. Cummings, Proceedings of the IEEE 51, 89(1963), ISSN 0018-9219.
2. M. Brune, J. M. Raimond, P. Goy, L. Davidovich, and S. Haroche (1987), "Realization of a Two-Photon Maser Oscillator" Physical Review Letters, 59(17), 1899-1902
3. Christopher Gerry, Peter Knight (2005), "Introductory Quantum Optics" Cambridge university Press
4. Yao-Hua Hu, Mao-Fa Fang (2011) "Quantum Discord of Two Atoms Interacting with a Single-mode Thermal Field", Int J Theor Phys, 50, 3158-3165
5. Yao-Hua Hu, Mao-Fa Fang (2012), "Quantum discord between two moving two-level atoms" Central European Journal of Physics, 10(1), 145-150
6. H R Baghshahi, M K Tavassoly and M J Faghihi (2014) "Entanglement analysis of two-atom nonlinear JCM with nondegenerate two-photon transition, Kerr nonlinearity and two-mode Stark shift", arXiv:1407.8301v2
7. Tohru Tanaka and Hiromichi Nakazato (2014), "Measurement of Purity, the Simplest Nonlinear Functional of the Density Matrix", Open Systems & Information Dynamics World Scientific Publishing Company, 21, 440009 (27 pages)



8.V. Buzek and B. Hladky “Macroscopic superposition states of light via two-photon resonant interaction of atoms with cavity field” (1993), Journal of Modern,40 (7), 1309-1324