

صحت سنجی تحلیل سازه‌های در نرم‌افزار ژئوتکنیکی PLAXIS^{2D}

محبوبه مرتضائی^۱، علی اخترپور^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود، mh_mortezaee@yahoo.com

۲- استادیار، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، akhtarpour@um.ac.ir

mh_mortezaee@yahoo.com

خلاصه

در پدیده اندرکنش خاک - سازه، مدل‌سازی مجموعه خاک و سازه یکی از مسائل مهم در حیطه ژئوتکنیک و سازه می‌باشد. بنابراین استفاده از نرم‌افزارهای تخصصی مکانیک خاک دارای اهمیت می‌باشد که از آن جمله می‌توان به نرم‌افزار PLAXIS اشاره نمود. در این پژوهش به بررسی عملکرد نرم‌افزار PLAXIS در مباحث اندرکنش خاک - سازه پرداخته شده است. در ابتدا به بررسی و مقایسه نتایج تحلیل تیر با شرایط تکیه‌گاهی متفاوت براساس نرم‌افزار PLAXIS و روش‌های تحلیل کلاسیک سازه‌ها پرداخته شده است و سپس دو قاب ساختمانی ساده و پنج دهانه ۱۷ طبقه در دو نرم‌افزار PLAXIS و ETABS مدل‌سازی و تحلیل گردید. که مقایسه نتایج حاصل از روابط کلاسیک تحلیل سازه‌ها و نرم‌افزار ETABS با مقادیر نرم‌افزار PLAXIS مطابقت مناسبی داشته و بیانگر این مطلب است که نتایج نرم‌افزار PLAXIS در مباحث اندرکنش خاک - سازه، می‌تواند مورد اتکا قرار گیرد.

کلمات کلیدی: اندرکنش خاک - سازه، مدل‌سازی قاب ساختمانی، صحت سنجی، PLAXIS^{2D}، ETABS.

۱. مقدمه

در تحلیل‌های متداول دینامیکی سازه‌ها، بطور معمول فرض می‌شود که خاک زیر شالوده صلب است و از اثرات انعطاف‌پذیری خاک چشم‌پوشی می‌شود. در این حالت پاسخ سازه متأثر از خواص دینامیکی خود سازه است و انعطاف‌پذیری خاک، تأثیری در پاسخ سازه ندارد. این مورد در حالتی صحیح است که ساختمان بر سنگ بنا شده باشد اما در صورتی که سازه بر خاک نرم متکی باشد پاسخی کاملاً متفاوتی دارد. لذا سازه با خاک پیرامون خود در اندرکنش بوده و تغییراتی را در حرکات پایه ایجاد خواهد نمود و پاسخ خاک تحت تأثیر حرکت سازه و پاسخ سازه تحت تأثیر حرکت خاک قرار می‌گیرد، که این روند به اندرکنش خاک - سازه مشهور است. اندرکنش خاک - سازه پاسخ‌های سازه را تا حد قابل توجهی تغییر می‌دهد.

در سال ۱۹۰۴، λ ارتعاش الاستیک را بررسی کرد [1]، که این پژوهش آغازی برای موضوع دینامیک خاک تصور می‌شود، در سال ۱۹۳۶ بر پایه مطالعات Reissner, Lamb ارتعاش پی صلب دایره‌ای بر روی محیط الاستیک سطحی را مورد بررسی قرار داد که این موضوع آغاز مطالعات اندرکنش خاک - سازه می‌باشد [2].

روش‌های تحلیل اندرکنش خاک - سازه به دو روش مستقیم و روش چندگامه یا زیر سازه طبقه‌بندی می‌شود. در روش مستقیم، کل سیستم سازه - پی - خاک بطور همزمان مدل می‌شوند و در یک گام منفرد تحلیل می‌گردند. نمونه‌ای از این روش، روش المان محدود می‌باشد. مزیت عمده این روش امکان فرض رفتار غیرخطی برای مصالح خاک و سازه برخلاف روش چندگامه و همچنین امکان مدل‌سازی هندسه‌های پیچیده می‌باشد [3].

در طول سه دهه اخیر مطالعات گسترده‌ای برای تعیین مشخصات مهندسی اثرات اندرکنش خاک و سازه به عمل آمده است [3,4,5,6,7,8,9]. در این مطالعات مدل‌های مختلفی برای سازه، فونداسیون و خاک با توجه به نوع تحلیل خطی و غیرخطی در نظر گرفته شده است.

با توجه به مطالب بیان شده بررسی اثر اندرکنش خاک و سازه بسیار مهم ارزیابی شده و در حالت کلی قابل صرف نظر کردن نمی‌باشد. مدل‌سازی مجموعه سازه و خاک یکی از مسائل مهم در حیطه ژئوتکنیک و سازه می‌باشد. در نتیجه نرم‌افزارهای تخصصی مکانیک خاک جهت مدل‌سازی عددی که دارای کاربرد مدل‌سازی ژئوتکنیکی و هم‌سازه‌ای باشد در اولویت قرار دارند. در این پژوهش به بررسی عملکرد نرم‌افزار

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد سازه

^۲ استادیار گروه عمران

ژئوتکنیکی PLAXIS در مباحث اندرکنش خاک - سازه پرداخته شده است. در ابتدا عملکرد نرم افزار در مدل سازی یک تیر ساده و قاب ساختمانی مورد ارزیابی قرار گرفته و در ادامه مدل سازی یک قاب ۱۷ طبقه صورت گرفته است.

۲. بررسی صحت نرم افزار در مدل سازی تیر یک دهانه

برای صحت نرم افزار در مدل سازی تیر یک دهانه دو مساله فرض می شود. الف) تیر با شرایط تکیه گاهی ساده و ب) تیر با شرایط تکیه گاهی گیردار می باشد. دو نوع بارگذاری متفاوت شامل بار متمرکز در مرکز دهانه و بار گسترده برای مدل سازی هر یک از مسائل فرض شده است. برای بررسی و مقایسه مقادیر خیز و لنگر حاصل از تحلیل عددی از روابط کلاسیک تحلیل سازه ها استفاده کردیم. مشخصات این تیر به شرح جدول ۱ می باشد.

جدول ۱- مشخصات تیر مورد نظر جهت مدل سازی و تحلیل

نوع تیر	ابعاد (cm)	ضریب ارتجاعی بتن E (Pa)	ممان اینرسی I (m ⁴)	سطح مقطع A (m ²)	طول تیر L (m)	بار متمرکز (KN)	بار گسترده (KN/m)
تیر بتنی مستطیلی	35×45	2.5×10 ¹⁰	0.0026578125	0.1575	2	100	100

مشخصات ارائه شده در جدول ۱ برای تیرهای دو سر ساده و دو سر گیردار ثابت در نظر گرفته شده است. جهت مدل کردن تیرها با شرایط تکیه گاهی متفاوت در نرم افزار PLAXIS یک توده بلوک منفرد برای بوجود آوردن هندسه استفاده می شود زیرا تیرها نمی توانند به تنهایی مورد استفاده قرار گیرند و وجود خاک جهت مش بندی الزامی می باشد. یک مش درشت برای مدل کردن کافی است. ابتدای تحلیل توده خاک غیرفعال شده بنابراین تنها تیرها باقی می مانند.

الف) تیر با شرایط تکیه گاهی دو سر ساده

روابط تحلیل کلاسیک سازه ها برای محاسبه حداکثر خیز و حداکثر لنگر با بارگذاری متمرکز و گسترده مطابق فرمول های (1) الی (4) می باشد [10].

$$\Delta_{\max} = \frac{Fl^3}{48EI} \quad (1) \text{ خیز ماکزیمم با بارگذاری متمرکز}$$

$$\Delta_{\max} = \frac{5ql^4}{384EI} \quad (2) \text{ خیز ماکزیمم با بارگذاری گسترده}$$

$$M_{\max} = \frac{Fl}{4} \quad (3) \text{ لنگر ماکزیمم با بارگذاری متمرکز}$$

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} \quad (4) \text{ لنگر ماکزیمم با بارگذاری گسترده}$$

در این روابط Δ_{\max} حداکثر خیز تیر، M_{\max} حداکثر لنگر تیر، F بار متمرکز، q بار گسترده، E ضریب ارتجاعی، I ممان اینرسی و L طول تیر می باشد. مقایسه و بررسی نتایج بدست آمده براساس نرم افزار PLAXIS با مقدار حاصل شده از روابط تحلیل کلاسیک سازه ها برای حداکثر خیز تیر دو سر ساده با بارگذاری مختلف در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- مقایسه حداکثر خیز تیر تحت شرایط تکیه گاهی دو سر ساده در نرم افزار PLAXIS و روابط کلاسیک تحلیل سازه ها

شرایط تکیه گاهی	حالت بارگذاری	Δ_{\max} (mm)		اختلاف خیز (mm)
		تحلیل عددی	روابط تحلیلی	
ساده	بار متمرکز	0.281	0.250	0.031
ساده	بار گسترده	0.344	0.313	0.031

مقایسه و بررسی نتایج بدست آمده براساس نرم افزار PLAXIS با مقدار حاصل شده از روابط تحلیل کلاسیک سازه ها برای حداکثر لنگر تیر دو سر ساده با بارگذاری مختلف در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳- مقایسه حداکثر لنگر تیر تحت شرایط تکیه گاهی دو سر ساده در نرم افزار PLAXIS و روابط کلاسیک تحلیل سازه ها

شرایط تکیه گاهی	حالت بارگذاری	M_{max} (KN.m/m)		میزان اختلاف (%)
		تحلیل عددی	روابط تحلیلی	
ساده	بار متمرکز	50.00	50.00	0.00
ساده	بار گسترده	50.00	50.00	0.00

ب) تیر با شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار

روابط تحلیل کلاسیک سازه ها برای محاسبه حداکثر خیز و حداکثر لنگر با بارگذاری متمرکز و گسترده مطابق فرمول های (5) الی (8) می باشد [10].

$$\Delta_{max} = \frac{Fl^3}{192 EI} \quad (5) \text{ خیز ماکزیمم با بارگذاری متمرکز}$$

$$\Delta_{max} = \frac{ql^4}{384 EI} \quad (6) \text{ خیز ماکزیمم با بارگذاری گسترده}$$

$$M_{max} = \frac{Fl}{8} \quad (7) \text{ لنگر ماکزیمم با بارگذاری متمرکز}$$

$$M_{max} = \frac{ql^2}{12} \quad (8) \text{ لنگر ماکزیمم با بارگذاری گسترده}$$

پارامترهای روابط (5) الی (8) در قسمت قبل معرفی شده است. مقایسه و بررسی نتایج بدست آمده براساس نرم افزار PLAXIS با مقدار حاصل شده از روابط تحلیل کلاسیک سازه ها برای حداکثر خیز تیر دو سر گیردار با بارگذاری مختلف در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴- مقایسه حداکثر خیز تیر تحت شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار در نرم افزار PLAXIS و روابط کلاسیک تحلیل سازه ها

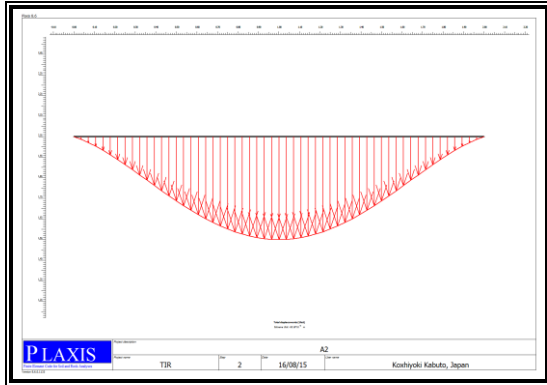
شرایط تکیه گاهی	حالت بارگذاری	Δ_{max} (mm)		اختلاف خیز (mm)
		تحلیل عددی	روابط تحلیلی	
گیردار	بار متمرکز	0.093	0.062	0.031
گیردار	بار گسترده	0.093	0.062	0.031

مقایسه و بررسی نتایج بدست آمده براساس نرم افزار PLAXIS با مقدار حاصل شده از روابط تحلیل کلاسیک سازه ها برای حداکثر لنگر تیر دو سر گیردار با بارگذاری مختلف در جدول ۵ ارائه شده است.

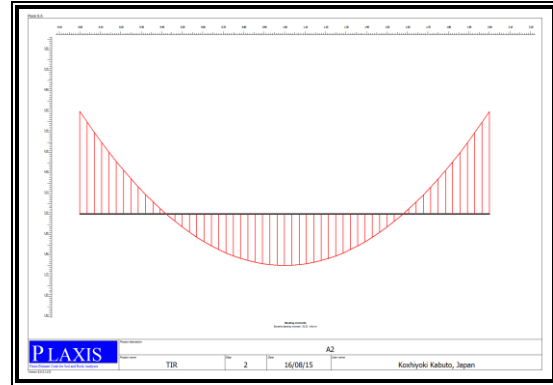
جدول ۵- مقایسه حداکثر لنگر تیر تحت شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار در نرم افزار PLAXIS و روابط کلاسیک تحلیل سازه ها

شرایط تکیه گاهی	حالت بارگذاری	M_{max} (KN.m/m)		میزان اختلاف (%)
		تحلیل عددی	روابط تحلیلی	
گیردار	بار متمرکز	25.00	25.00	0.00
گیردار	بار گسترده	33.33	33.33	0.00

به عنوان نمونه، نمودار لنگر خمشی و تغییرشکل تیر دو سرگیردار براساس نتایج تحلیل عددی در شکل ۱ و شکل ۲ ارائه شده است. جهت مثبت محورهای مختصات X و Y در نرم افزار PLAXIS به ترتیب به سمت راست و به سمت بالا می باشد.



شکل ۲- نمودار خیز تیر دو سرگیردار تحت بار گسترده، بر گرفته از نرم افزار PLAXIS



شکل ۱- نمودار لنگر تیر دو سرگیردار تحت بار گسترده، بر گرفته از نرم افزار PLAXIS

۳. بررسی عملکرد نرم افزار ژئوتکنیکی PLAXIS در مدل سازی قاب ساختمانی

پس از اطمینان از عملکرد نرم افزار در مدل سازی تیر یک دهانه اقدام به مدل سازی قاب ساختمانی گردید و نتایج حاصل شده با نرم افزار ETABS مقایسه شد. در مدل سازی های ژئوتکنیکی یکی از این عواملی که می تواند نتایج گمراه کننده و نامناسبی را ارائه دهد نحوه ی مدل کردن سازه است. جهت اعمال اثر سازه دقیق ترین و صحیح ترین روش، مدل سازی به صورت قاب ساختمانی می باشد، زیرا نتایج واقعی بستگی به وزن، هندسه و سختی سازه دارد. لازم به ذکر است که نرم افزار PLAXIS بطور پیش فرض محل اتصال تیر و ستون را صلب در نظر می گیرد.

۳-۱- مدل سازی قاب خمشی یک طبقه یک دهانه

مشخصات قاب خمشی بتنی مدنظر جهت مدل سازی مطابق جدول ۶ می باشد. نیروهای داخلی اعضای قاب را برای گره های مشخص شده بدست می آوریم.

جدول ۶- مشخصات قاب مورد نظر جهت مدل سازی و تحلیل

ابعاد ستون (cm)	ابعاد تیر (cm)	
50×50	35×45	
2.5×10^{10}	ضریب ارتجاعی (Pa)	
هندسه قاب		
فواصل منظم تکرار در راستای عمود بر صفحه (m)	عرض (m)	ارتفاع (m)
8.2	8	6
سیستم کف: دال بتنی		
پخش بار	بار مرده (Kg/m^2)	
یک طرفه	400	

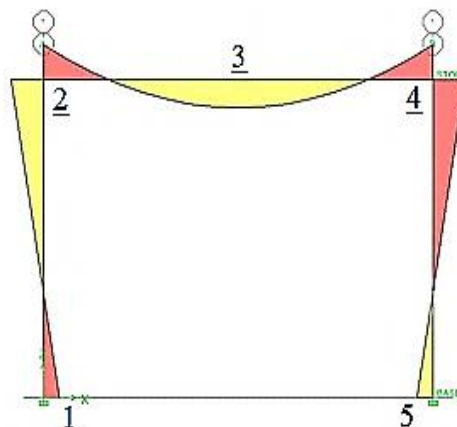
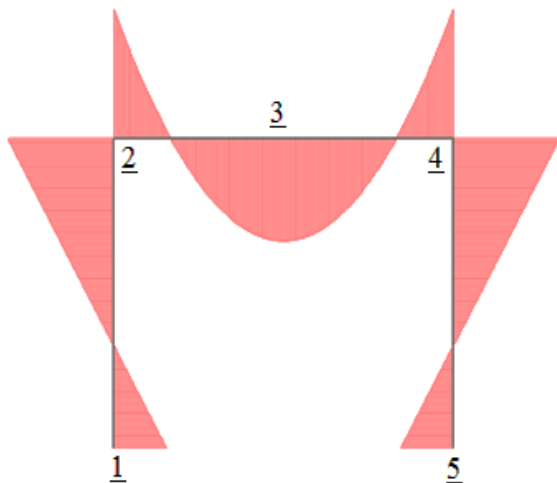
نکته قابل توجه در مدل سازی یک قاب ساختمانی در نرم افزار دو بعدی PLAXIS آن است که با توجه به شرایط کرنش مسطح^۱ در این نرم افزار سختی اعضای سازه ای بایستی بر فواصل قاب ها تقسیم گردد و سختی به ازاء واحد عرض سازه در محاسبات منظور شود. بدیهی است بارهای زنده و مرده نیز به ازاء واحد عرض سازه در مدل سازی وارد می گردد. در این حالت تغییرشکل سازه تحلیلی با قاب های با فواصل معین قابل انطباق می باشد.

¹ Plai Strain

در مدل سازی قاب نیز در نرم افزار PLAXIS باید فضای بین اعضای سازه به صورت یک محدوده (Cluster) تعریف شده و یک مصالح (خاک) به این محدوده اختصاص یابد. در ادامه و در ابتدای تحلیل این محدوده^۱ غیرفعال می گردد. ضمناً نحوه مش بندی این محدوده بر دقت نتایج مؤثر بوده و بایستی از امان های با ابعاد مناسب جهت مش بندی اولیه استفاده شود.

الف) لنگر خمشی اعضای قاب

مقادیر لنگر خمشی برای ۵ نقطه گره ای مشخص شده حاصل از دو نرم افزار در جدول ۷ آورده شده است. و نمودار توزیع آن در شکل ۳ و شکل ۴ ارائه شده است. انطباق بسیار خوب نتایج حاصل شده مبنی بر تایید توانایی و قدرت نرم افزار PLAXIS برای تحلیل و بررسی قاب ساختمانی می باشد.



شکل ۴- نمودار لنگر خمشی قاب، برگرفته از نرم افزار PLAXIS

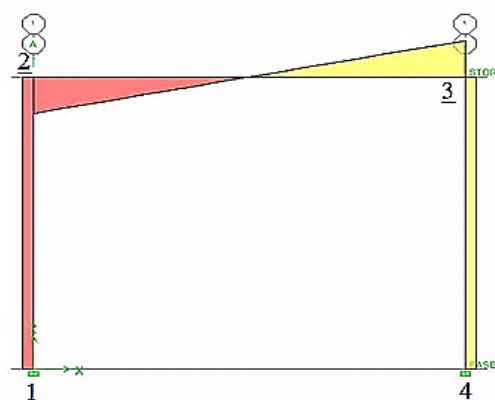
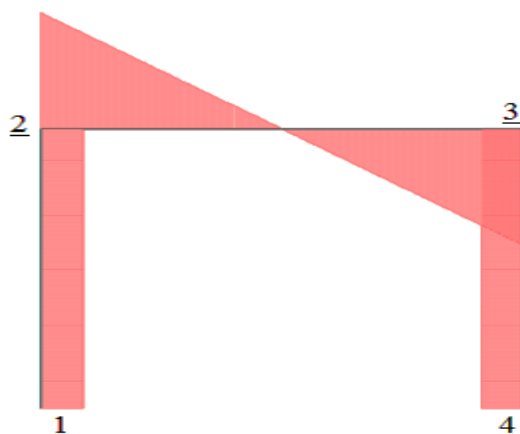
شکل ۳- نمودار لنگر خمشی قاب، برگرفته از نرم افزار ETABS

جدول ۷- مقادیر لنگر خمشی، بر حسب (KN.m/m)

گره	1	2	3	4	5
PLAXIS	80.320	163.931	129.973	163.931	80.320
ETABS	80.350	163.941	129.959	163.941	80.350
میزان اختلاف (%)	-0.03	-6.1E-3	0.01	-6.1E-3	-0.03

ب) نیروی برشی اعضای قاب

مقادیر نیروی برشی برای ۴ نقطه گره ای مشخص شده حاصل از دو نرم افزار در جدول ۸ آورده شده است. و نمودار توزیع آن در شکل ۵ و شکل ۶ ارائه شده است. انطباق بسیار خوب نتایج حاصل شده مبنی بر تایید توانایی و قدرت نرم افزار PLAXIS برای تحلیل و بررسی قاب ساختمانی می باشد.



شکل ۶- نمودار نیروی برشی قاب، برگرفته از نرم افزار PLAXIS

شکل ۵- نمودار نیروی برشی قاب، برگرفته از نرم افزار ETABS

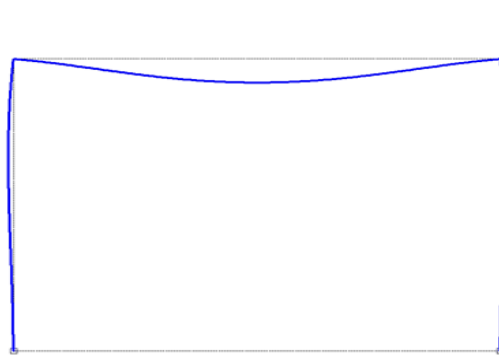
¹ Cluster

جدول ۸- مقادیر نیروی برشی، بر حسب (KN/m)

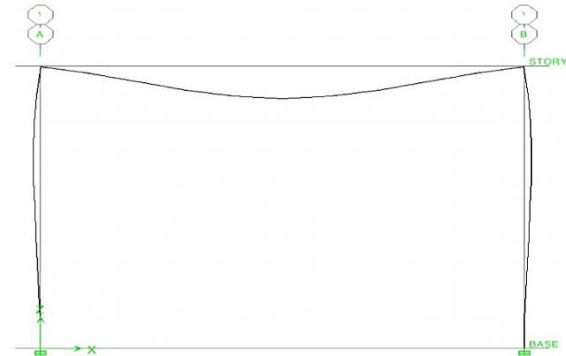
گره	1	2		3		4
		تیر	ستون	تیر	ستون	
PLAXIS	40.71	146.952	40.71	146.952	40.71	40.71
ETABS	40.72	146.950	40.72	146.950	40.72	40.72
میزان اختلاف (%)	-0.02	1.36E-3	-0.02	1.36E-3	-0.02	-0.02

پ) خیز

خیز حداکثر تیر در میانه دهانه در تحلیل PLAXIS، 9.89 mm و در تحلیل ETABS، 10 mm است که اختلاف بسیار ناچیز 0.11 میلیمتر قابل مشاهده می‌باشد. در شکل ۷ و شکل ۸ دیاگرام خیز قاب ساختمانی در دو نرم‌افزار آورده شده است.



شکل ۸- خیز قاب، در نرم‌افزار PLAXIS



شکل ۷- خیز قاب تحت بار مرده در نرم‌افزار ETABS

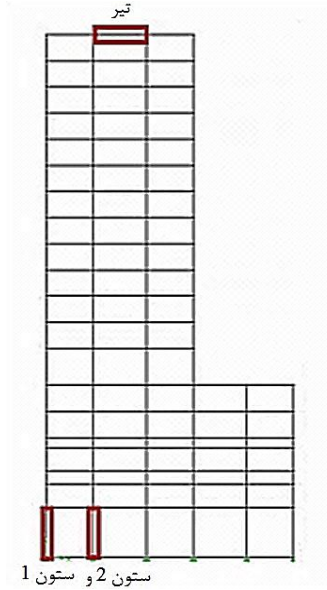
۳-۲- مدل سازی استاتیکی قاب خمشی ۵ دهانه ۱۷ طبقه

پس از تایید صحت عملکرد نرم‌افزار برای یک قاب ساده، یک قاب خمشی بتنی ۵ دهانه که سه دهانه نخست شامل ۱۷ طبقه (ارتفاع حدود ۶۸ متر) و دو دهانه انتهایی شامل ۴ طبقه (ارتفاع حدود ۲۳ متر) می‌باشد، مدل سازی شد. در جدول ۹ مشخصات قاب ساختمانی مورد تحلیل آورده شده است.

جدول ۹- مشخصات قاب ساختمانی مورد تحلیل

ابعاد تیر (cm)	ابعاد ستون (cm)	فواصل منظم تکرار در راستای عمود بر صفحه (m)	عرض دهانه‌ها از چپ به راست یک در میان (m)
35×45	50×50	8.2	7.30 , 6.35

فقط بار ناشی از دال بتنی به ضخامت ۱۵ سانتیمتر و برابر ۴۰۰ کیلوگرم بر مترمربع در نظر گرفته شده است. در صورت وجود بارهای زنده این بارها نیز می‌تواند به صورت سربار و یا افزایش وزن تیرها در تحلیل در نظر گرفته شود. در این جا نیز بارهای وارده به ازاا متر واحد عرض بوده و سختی خمشی تیرها و ستون‌ها بر فواصل قاب‌ها تقسیم شده است. در تحلیل استاتیکی تفاوتی بین مدل سازی بارها به صورت سربار و یا افزایش وزن تیرها وجود ندارد ولی در تحلیل‌های دینامیکی بایستی سربارها به صورت افزایش جرم تیرها مدل سازی گردد. ضمناً در تحلیل‌های دینامیکی برای ایجاد شرایط "کف صلب" بایستی سختی محوری تیرها به میزان قابل ملاحظه‌ای افزایش داده شود. در تحلیل سازه‌ها باید به اثر (P-Δ) توجه گردد، که به واسطه عملکرد بارهای قائم بر روی سازه تغییر شکل یافته ایجاد می‌شود و موجب افزایش تغییر مکان جانبی طبقات، برش و لنگر موجود در اعضا می‌گردد [11]. در نرم‌افزار PLAXIS گزینه update mesh جهت در نظر گرفتن اثر (P-Δ) انتخاب می‌شود. زیرا گزینه update mesh مختصات نقاط گره‌ای مدل در هر گام از حل با توجه به تغییر شکل‌های ایجاد شده، تغییر می‌یابند و بروز می‌شوند. مقایسه‌ای با در نظر گرفتن و بدون در نظر گرفتن اثر (P-Δ) در نتایج ارائه شده است. برای بررسی صحت نتایج نرم‌افزار PLAXIS جهت مدل سازی قاب ساختمانی یک تیر و دو ستون در قاب مطابق شکل ۹ انتخاب شده است.



شکل ۹- مدل سازی قاب ساختمانی مورد نظر در نرم افزار ETABS و PLAXIS

مقادیر حداکثر لنگر خمشی، نیروی برشی و خیز برای تیر مورد بررسی در شکل ۹ حاصل از دو نرم افزار ETABS و PLAXIS در جدول ۱۰ مشاهده می شود. مقایسه مقادیر حاصل از دو نرم افزار، نشان دهنده قدرت بالای نرم افزار PLAXIS در تحلیل قاب های ساختمانی است.

جدول ۱۰- مقادیر حداکثر لنگر خمشی، نیروی برشی و خیز برای تیر منتخب

	لنگر خمشی (KN.m)	نیروی برشی (KN)	خیز (m)
PLAXIS	157.88	134.09	0.031
ETABS	156.40	134.72	0.032
PLAXIS با اثر P-Δ	158.13	134.14	0.030
ETABS با اثر P-Δ	156.528	134.75	0.032

مقادیر حداکثر نیروی محوری و لنگر خمشی برای دو ستون مورد بررسی در شکل ۹ حاصل از دو نرم افزار ETABS و PLAXIS در جدول ۱۱ مشاهده می شود. در این جا نیز مقایسه مقادیر حاصل از دو نرم افزار، نشان دهنده دقت قابل قبول نرم افزار PLAXIS در تحلیل قاب های ساختمانی است.

جدول ۱۱- مقادیر حداکثر نیروی محوری و لنگر خمشی برای ستون های او ۲

	نیروی محوری (KN)		لنگر خمشی (KN.m)	
	ستون (1)	ستون (2)	ستون (1)	ستون (2)
PLAXIS	2460	4290	45.50	17.52
ETABS	2531	4196	44.32	17.78
PLAXIS با اثر P-Δ	2450	4290	45.56	17.73
ETABS با اثر P-Δ	2530	4196	44.47	18.27

۴. نتیجه گیری

عموما به منظور اعمال تأثیرات اندرکنش خاک - سازه از نرم افزارهای مکانیک خاک جهت مدل سازی عددی استفاده می شود. در این پژوهش صحت نتایج بدست آمده از نرم افزار ژئوتکنیکی PLAXIS در مدل سازی و تحلیل قاب سازه ای براساس روابط تنوری تحلیل سازه ها و نرم افزار ETABS مورد بررسی قرار گرفت. با مشاهده نتایج بدست آمده می توان به روشنی بیان نمود که نرم افزار ژئوتکنیکی PLAXIS قابلیت مدل سازی و تحلیل قاب های ساختمانی را دارا می باشد بنابراین می تواند مورد اتکا قرار گیرد. این موضوع جهت تحلیل های اندرکنش خاک و سازه از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

۵. مراجع

1. Lamb, H. (1904), "On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid," Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, Vol. 203: p.1.
2. Liao, H.J. and Liu, J. and Zhao, Y.G. and Xiao, Z.H. (2007), "Analysis of Soil-Structure Interaction with Finite Element Method," Key Engineering Materials Vols. 340-341, pp 1279-1284.
3. Wolf, J.P. (1985), "Dynamic Soil- Structure Interaction," Prentice-Hall Inc, USA.
4. Applied Technology Council (ATC). (1978), "Tentative Provisions for the development of seismic regulations," Rep. No ATC 3-06.
5. Wolf, J.P. (1988), "Soil- Structure Interaction Analysis in Time Domain," Prentice-Hall Inc.
6. Das, B.M. (1993), "Principles of Soil Dynamic," PWS-KENT.
7. Clough, R.W. and Penzien, J. (1993), "Dynamic of Structures," Mc Grow-Hill, Inc.
8. Chopra, A.K. (1995), "Dynamic of Structures," Prentice-Hall Inc.
9. Stewart, J.P. and Fenves, G.L. and SEED, R.B. (1999), "Seismic Soil-Structure Interaction in buildings, I: Analytical Methods and II: Empirical findings," J. of Geotech. Engg, ASCE. 125 (1).
10. Hick, T.G. (2009), "Civil Engineering Formulas," McGraw-Hill, USA.
11. ASCE/SEI 7-10 (2010), "Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures," American Society of Civil Engineers, Virginia.