

شبیه‌سازی عددی و مقایسه عملکرد دو اندازه مختلف از ساچمه‌های

تفنگ بادی با کالیبرهای ۴/۵ و ۵/۵ میلی‌متر

سید عرفان سلیمی‌پور^۱ و علیرضا تیمورتاش^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۱/۲۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۵/۸)

چکیده

در این مقاله به شبیه‌سازی عددی و مقایسه عملکرد دو اندازه مختلف از ساچمه‌های تفنگ بادی با کالیبرهای ۴/۵ و ۵/۵ میلی‌متر پرداخته شده است. ساچمه‌های مذکور تحت اثر نیروی پسا و با تغییرات پیوسته سرعت مواجه هستند و جریان ناپایا را تجربه می‌کنند. به‌منظور تحلیل عددی این مسأله، معادلات ناویر- استوکس تحت شرایط ناپایای تراکم پذیر آشفته به‌همراه معادلات دینامیکی حرکت ساچمه به‌طور هم‌زمان در یک شبکه محاسباتی متحرک با نوشتن یک برنامه کامپیوتری حل شده‌اند. مدل‌سازی هندسی ساچمه‌ها، با عکس‌برداری دقیق از نمونه واقعی و عمل نقطه‌یابی، حاصل شده است. همچنین با توجه به هندسه ساچمه‌ها از دستگاه مختصات استوانه‌ای و با فرض تقارن محوری استفاده گردیده است. شبیه‌سازی عددی به‌کاررفته، بر پایه گسسته‌سازی شارهای جابه‌جایی توسط طرح اختلاف مرکزی مرتبه‌دوم و استفاده از یک روش ضمنی به‌شیوه حجم محدود می‌باشد. به‌دلیل اهمیت پارامتر زمان در حل مسأله، دقت زمانی مرتبه‌دوم به روش گام زمانی دوگانه مورد استفاده قرار گرفته است. سپس به‌منظور تأیید صحت عملکرد برنامه کامپیوتری، پاسخ‌های حاصل با نتایج تجربی معتبر مقایسه گردیده‌اند. نتایج به‌دست‌آمده از این بررسی‌ها نشان می‌دهند که سرعت شلیک، جرم و اندازه ساچمه‌ها از عوامل تأثیرگذار بر زمان طی مسیر، افت ارتفاع و ممنوم برخورد در یک مسافت معین می‌باشند.

واژه‌های کلیدی: ساچمه، شبکه متحرک، نیروی پسا، حل ناپایا

Numerical Simulation and Operation Comparison of Two Sizes of Air Gun Pellets with 4.5 and 5.5 mm Calibers

S.E. Salimipour and A.R. Teymourtash

Mechanical Engineering Department

Ferdowsi University of Mashhad

(Received: 15/February/2015; Accepted: 30/July/2015)

ABSTRACT

In this paper the numerical simulation and operation comparison of two sizes of air gun pellets with 4.5 and 5.5 mm calibers is performed. These pellets affected by drag force and are encountered to continuous velocity variations and experience an unsteady flow. In order to solve this problem numerically, the Navier- Stokes equations in an unsteady compressible turbulent flow with the dynamical equations of pellet motion solved simultaneously in a moving computational grid by a computer code. The geometrical modeling of pellets is obtained by accurate photography of actual sample and digitization. According to pellets geometry, the axisymmetric cylindrical coordinate system is used. The numerical simulation is based on discretization of convective fluxes by second-order central difference scheme and an implicit finite volume method. Because of the time importance in solution, the second-order time accurate is applied by dual time stepping approach. Then, in order to validate the operation of computer code the results are compared with experimental data. The results obtained from this investigations show that the shoot velocity, mass and pellets size are the effective factors on trajectory time, height loss and hitting momentum at a certain distance.

Keywords: Pellet, Moving Grid, Drag Force, Unsteady Solution

^۱ - دانشجوی دکتری: esalimipour@qiet.ac.ir

^۲ - دانشیار (نویسنده پاسخگو): teymourtash@um.ac.ir

۱- مقدمه

یکی از پرکاربردترین مسائل در دانش هوافضا تحلیل حرکت پرتابه‌ها است. با تحلیل آیرودینامیکی و دینامیکی حرکت پرتابه می‌توان به مختصات مسیر حرکت و چگونگی افت سرعت با پیش‌روی در مکان و زمان دست یافت. ساچمه تفنگ‌های بادی که در مسابقات تیراندازی مورد استفاده قرار می‌گیرند نیز نوعی از پرتابه‌ها هستند که پارامترهای طراحی ویژه‌ای دارند و معمولاً دارای سرعت‌های مافوق صوت و گذر صوت می‌باشند.

پیش‌بینی عملکرد پرتابه‌ها یکی از موضوعات مورد توجه پژوهشگران هوافضا می‌باشد که در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در این زمینه انجام داده‌اند. در سال ۱۹۹۵ چارلز^۱ و همکاران [۱] به کمک حل عددی معادلات ناویر-استوکس و مطالعه بر چگونگی تأثیرگذاری احتراق سوخت موشک ام ۸۶۴ توانستند به بررسی اثر نیروی پیش‌ران بر بردارهای سرعت ناحیه دنباله در گستره‌ی اعداد ماخ کوچکتر از یک تا حدود سه پرداخته و در نهایت مسیر پرتاب این موشک را پیش‌بینی نمایند. در سال ۲۰۰۵ سیلتون^۲ [۲] به منظور پیش‌بینی شرایط آیرودینامیکی و دینامیکی یک پرتابه چرخان استاندارد، معادلات ناویر-استوکس را در گستره اعداد ماخ کوچکتر تا بزرگتر از یک در زوایای حمله مختلفی حل نمود و توانست اثر گردش پرتابه بر جریان سیال پیرامون آن را پیش‌بینی کند. در سال ۲۰۰۸ وی به کمک ویناخت^۳ که پیش از این اثر اندازه گام بر تعادل پرتابه‌های متقارن محوری را مورد مطالعه قرار داده بود [۳] و همچنین به کمک دسپیریتو^۴ [۴] موفق شد در یک کار محاسباتی-آزمایشگاهی با استفاده از یک تونل باد اثر نیروها و گشتاورهای ناشی از چرخش پرتابه را بر پایداری دینامیکی آن نشان دهد. در سال ۲۰۰۶ ساهو^۵ [۵] با ترکیب دینامیک سیالات محاسباتی و دینامیک اجسام صلب موفق شد مسیر حرکت چندین پرتابه و موشک را با و بدون احتساب حرکات چرخشی و با استفاده از شیوه کنترل انطباقی جریان سیال، در وضعیت ناپایا شبیه‌سازی نماید. احمدی کیا الیاسی [۶] در سال ۲۰۰۸ جریان فراصوتی ناپایای آرام و آشفته پیرامون یک پرتابه را در لحظه خروج از یک لوله بررسی نمودند و توانستند اثرات ایجاد شده در خروجی لوله از قبیل جبهه موج فشاری و لایه برشی را شبیه‌سازی کنند. یو و ژانگ^۶ [۷] در

سال ۲۰۱۰ به کمک یک حل عددی، تحلیل آیرودینامیکی یک پرتابه را در لحظه خروج از دهانه تفنگ مورد ارزیابی قرار دادند و کمیت‌هایی نظیر فشار، سرعت و عدد ماخ جریان در پشت پرتابه و همچنین سرعت جریان خروجی از دهانه، قبل از خارج شدن پرتابه را محاسبه نمودند. در سال ۲۰۱۲ ساهو و همکاران [۸] از تکنیک‌های محاسباتی هم‌بسته برای محاسبات آیرودینامیک پرتابه‌ها استفاده کردند. تمرکز اصلی این پژوهش بر توسعه و کاربرد هم‌بسته و هم‌زمان تکنیک‌های دینامیک سیالات محاسباتی، دینامیک جسم صلب و سیستم کنترل پرواز برای پیش‌گویی آیرودینامیک ناپایا و رفتار پروازی پرتابه‌ها بود. در سال ۲۰۱۳ حسن خان و ساهو^۷ [۹] به شبیه‌سازی عددی و تحلیل مشخصه‌های آیرودینامیکی یک گلوله با مرمی سهمی شکل در محدوده سرعت‌های گذر صوتی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که وجود امواج ضربه‌ای قوی روی پرتابه در لحظه شلیک، باعث جدایش جریان و ایجاد نواحی کم‌فشار در پشت پرتابه می‌شود.

در بحث تولید شبکه و حل میدان جریان، یکی از مسایل مهم، مواجهه با اجسام متحرک است. مسایلی مانند شبیه‌سازی تعامل بین نیروهای آیرودینامیکی و سازه‌ای (آیروالاستیسیته)، شبیه‌سازی جریان اطراف هواپیما هنگام پرواز آن در نزدیکی زمین، شبیه‌سازی جریان ناشی از حرکت نسبی دو جسم که به صورت تناوبی و پیوسته انجام می‌شود مانند روتور و استاتور، شبیه‌سازی بالستیک داخلی موتور سوخت جامد، شبیه‌سازی جریان اطراف راکت و یا بمب در حال جدایش از زیر بال هواپیما، شبیه‌سازی آیرودینامیک جدایش موشک، انجماد و یا ذوب، جریان‌های با سطح آزاد، اجسام دارای سرعت متغیر (که پژوهش حاضر را شامل می‌شود) و بسیاری از مسایل دیگر که همگی دارای مرز متحرک و یا مرز در حال تغییر شکل هستند، از جمله مسایل روز و مورد توجه می‌باشند [۱۰]. در ۲۰۰۹ میرساجدی و حسینی [۱۰] الگوریتم شبکه متحرک بی‌سازمان پیرامون بالواره نوسانی را بهینه‌سازی نمودند، به گونه‌ای که با المان‌بندی مناسب، به شبکه‌بندی مجدد، میان‌یابی و روش‌های جست‌وجو در میدان نیاز نباشد. در سال ۲۰۱۱ کریمیان و اردکانی [۱۱] به حل جریان تراکم‌پذیر غیرلزج دوبعدی پیرامون جسم جامد متحرک با استفاده از روش مرز غوطه‌ور روی یک شبکه کارتزین پرداختند و با یک شیوه مناسب، از تجمع نقاط شبکه جلوگیری نمودند. عرفانیان و مقیمان [۱۲] در سال ۲۰۱۵ به مطالعه عددی و آزمایشگاهی مسأله ورود یک

1- Charles
2- Silton
3- Weinacht
4- DeSpirito
5- Sahu
6- Yu and Zhang

7- Hasankhan and Sahu

- جریان تقارن محوری
- جریان ناپایایی تراکم پذیر لزوج
- رژیم گذر صوتی
- استفاده از مدل آشفتگی
- عدم در نظر گرفتن چرخش ساچمه
- حرکت افقی ساچمه در تمام مسیر حرکت

پرتابه به آب پرداختند. آنها برای تحلیل عددی این مسأله و در نظر گرفتن برهم‌کنش بین سیال و پرتابه، از الگوریتم کوپل اوپلری- لاگرانژی موجود در نرم‌افزار آباکوس که نیاز به شبکه‌بندی مجدد ندارد، استفاده نمودند و ادعا کردند که این روش به‌طور مؤثری، برهم‌کنش میان سیال و پرتابه را مدل می‌کند.

در این پژوهش، عملکرد دو اندازه مختلف از ساچمه‌های تفنگ بادی ساخته‌شده توسط شرکت آلمانی پیرامید ایر با نام گامو مچ با کالیبرهای ۴/۵ و ۵/۵ میلی‌متر مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است که از این ساچمه‌ها برای مسابقات تیراندازی و همچنین شکار استفاده می‌شود. بدین‌منظور، معادلات ناویر- استوکس برای یک جریان کاملاً ناپایایی تراکم پذیر آشفته به همراه معادلات دینامیکی پرتابه متقارن محور به‌طور هم‌زمان در یک دستگاه مختصات متحرک حل شده‌اند. لازم به ذکر است که مقایسه عملکرد ساچمه‌های مذکور تا کنون توسط هیچ مرجعی صورت نگرفته و همواره مورد سوال علاقه‌مندان به تیراندازی بوده است. برای تأمین انرژی شلیک ساچمه‌ها، مکانیزم‌های مختلفی وجود دارد. این انرژی برای ساچمه‌های مذکور، بر اساس اطلاعات مأخوذ از شرکت‌های سازنده تفنگ‌های بادی، توسط یک کپسول حاوی هوای فشرده که در بدنه تفنگ جاسازی گردیده، تأمین می‌شود. این دو ساچمه پس از تحلیل به روشی که در بالا توضیح داده شد، از لحاظ زمان رسیدن به هدف، افت ارتفاع و ممنوم برخورد به هدف با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در حالت کلی، روند حل مسأله بدین گونه است که نیروهای پسای حاصل از شبیه‌سازی عددی معادلات ناویر- استوکس در هر گام زمانی وارد معادلات دینامیکی پرتابه می‌شوند. سپس این معادلات که از نوع معادلات دیفرانسیلی مرتبه دوم هستند به‌طور عددی در زمان حل می‌گردند. با حل این معادلات، موقعیت و سرعت جدید پرتابه محاسبه می‌شود و سپس این مقادیر در گام زمانی بعدی برای جریان سیال مورد استفاده قرار می‌گیرند. این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که موقعیت پرتابه با موقعیت هدف موردنظر منطبق شود. اما قبل از بررسی‌های ذکرشده، به‌منظور اطمینان از صحت عملکرد برنامه کامپیوتری نوشته شده، نتایج به‌دست آمده اولیه با نتایج تجربی معتبر مقایسه گردیده‌اند.

۱-۲- معادلات جریان

در این بخش روند عددی استفاده‌شده برای محاسبات جریان ناپایایی تراکم‌پذیر آشفته به‌طور خلاصه توضیح داده می‌شود. معادلات دوبعدی ناویر- استوکس در دستگاه مختصات استوانه‌ای و در حالت تقارن محوری به‌شکل بقایی زیر بیان می‌گردند:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{1}{y} D = 0 \quad (1)$$

به‌طوری‌که:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} \rho U_r \\ \rho u U_r + p - \tau_{zz} \\ \rho v U_r - \tau_{yz} \\ \rho E U_r + p u + q_z - u \tau_{zz} - v \tau_{yz} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho u V_r - \tau_{yz} \\ \rho v V_r + p - \tau_{yy} \\ \rho E V_r + p v + q_y - u \tau_{yz} - v \tau_{yy} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$D = \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho u V_r - \tau_{yz} \\ \rho v V_r - \tau_{yy} + \tau_{\theta\theta} \\ \rho E V_r + p v + q_y - u \tau_{yz} - v \tau_{yy} \end{bmatrix}$$

در روابط بالا z و y به‌ترتیب جهت‌های محوری و شعاعی، u و v سرعت‌های محوری و شعاعی و U_r و V_r مؤلفه‌های سرعت نسبی میان جریان و نقاط شبکه هستند که نحوه جایگزینی این مقادیر در روابط بالا در مرجع [۱۳] آمده است. E انرژی کل بر واحد جرم است که براساس قانون گاز ایده‌آل به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۱۴]:

$$E = \frac{p}{\rho(\gamma-1)} + \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right) \quad (3)$$

۲- روابط ریاضی و عددی

فرضیاتی که در این پژوهش برای حل معادلات به‌کار رفته‌اند عبارتند از:

که، \bar{W}^* تقریبی از W^{n+1} ، t^* یک متغیر زمانی کاذب و R^* مانده ناپایا نام دارد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\bar{R}^*(\bar{W}^*) = \bar{R}(\bar{W}^*) + \frac{3}{2\Delta t}(\Omega M)^{n+1}\bar{W}^* - \bar{Q}^* \quad (7)$$

به طوری که:

$$\bar{Q}^* = \frac{2}{\Delta t}(\Omega M)^n \bar{W}^n - \frac{1}{2\Delta t}(\Omega M)^{n-1} \bar{W}^{n-1} \quad (8)$$

در واقع Q^* شامل تمام عبارت هایی است که در طول گام زمانی زمانی ثابت می مانند.

در طرح های ضمنی، روش گام زمانی دوگانه پس از خطی سازی به شکل زیر نوشته می شود [۱۶]:

$$\left[\left(\frac{1}{\Delta t^*} + \frac{3}{2\Delta t} \right) (\Omega M)^{n+1} + \left(\frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{W}} \right) \right] \Delta \bar{W}^* = -(\bar{R}^*)^l \quad (9)$$

به طوری که:

$$\Delta \bar{W}^* = (\bar{W}^*)^{l+1} - (\bar{W}^*)^l$$

در روابط بالا l بیان گر سطح زمانی کاذب است. عبارت سمت چپ دستگاه معادلات (۹) که داخل کروشه قرار گرفته، یک ماتریس خطی و عبارت سمت راست آن برداری است که از سطح زمانی قبل معلوم است.

معادلات ذکر شده در این بخش به کمک طرح اختلاف مرکزی مرتبه دوم و استفاده از یک روش ضمنی به شیوه حجم محدود گسسته سازی شده اند. نحوه به کارگیری شبکه متحرک، بر مبنای ایده استفاده شده در مرجع [۱۱] صورت گرفته است. استفاده از طرح اختلاف مرکزی باعث ایجاد اغتشاشاتی در حل میدان می شود. به منظور حذف این اغتشاشات ناخواسته که باعث ایجاد ناپیوستگی در حل جریان می شوند، از طرح اتلاف مصنوعی جیمسون استفاده گردیده که جزئیات آن در مرجع [۱۷] آمده است. بخشی از عبارات اتلاف مصنوعی در ماتریس خطی و بخش دیگر آن در سمت راست دستگاه معادلات خطی (۹) وارد می شود. در این پژوهش، برای حل این دستگاه معادلات از روش گوس-سایدل^۲ استفاده شده است. گام زمانی به کاررفته در حل معادلات، دارای مقدار ثابت و برابر با 10^{-5} ثانیه می باشد. علت انتخاب مقدار بسیار کوچک برای گام زمانی، کم بودن زمان رسیدن پرتابه به هدف است. همچنین معیار همگرایی، بر اساس مجموع خطاهای پارامترهای جریان در هر تکرار و مقدار نرمال شده آن برابر با 10^{-6} در نظر گرفته شده است.

در رابطه فوق، p فشار استاتیکی سیال، γ نسبت گرماهای ویژه و ρ چگالی سیال است.

تنش های قائم و برشی و شارهای گرما نیز به صورت زیر بیان می شوند:

$$\begin{aligned} \tau_{zz} &= \frac{2(\mu + \mu_t)}{3} \left(2 \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{y} \right) \\ \tau_{rr} &= \frac{2(\mu + \mu_t)}{3} \left(-\frac{\partial u}{\partial z} - 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{y} \right) \\ \tau_{\theta\theta} &= \frac{2(\mu + \mu_t)}{3} \left(-\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2v}{y} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\tau_{rz} = (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

در روابط بالا μ و μ_t به ترتیب لزجت سیال و لزجت آشفتگی جریان و k و T به ترتیب ضریب هدایت حرارتی و دمای سیال هستند. به منظور مدل سازی جریان آشفته، مدل تک معادله ای اسپالارت-آلماراس مورد استفاده قرار گرفته است. زیرا این مدل در جریان هایی که دارای تغییرات فشار معکوس هستند نتایج بسیار خوبی می دهد [۱۳]. اما با توجه به هندسه مسأله لازم است تا معادلات جریان به دستگاه مختصات عمومی منحنی الخط منتقل گردند. نحوه این انتقال به طور کامل در گزارش سندبرگ^۱ [۱۵] آمده است.

با توجه به اهمیت پارامتر زمان در حل مسأله، از شیوه گام زمانی دوگانه استفاده گردیده است. مطابق توضیحات مرجع [۱۳]، شیوه گام زمانی دوگانه بر پایه دقت زمانی مرتبه دوم می باشد. این گسسته سازی برای یک حجم کنترل دلخواه در زمان $n+1$ به صورت اختلاف پس روی سه نقطه ای زیر نوشته می شود:

$$\frac{3(\Omega M)^{n+1} W^{n+1} - 4(\Omega M)^n W^n + (\Omega M)^{n-1} W^{n-1}}{2\Delta t} = -\bar{R}^{n+1} \quad (5)$$

که Ω حجم، M ماتریس جرم، Δt گام زمانی و R مانده سمت راست معادله است. برای استفاده از روش گام زمانی، معادله (۵) را به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{\partial}{\partial t^*} (\Omega^{n+1} \bar{W}^*) = -\bar{R}^* (\bar{W}^*) \quad (6)$$

۲-۲- معادلات حرکت پرتابه

معادلات حرکت بر پایه قوانین نیوتن بیان می‌شود که با توجه به کوچک بودن اندازه پرتابه می‌توان آن را به شکل یک ذره در نظر گرفت. بنابراین مطابق شکل ۱ روابط سرعت و شتاب به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\vec{v} = \dot{z}\hat{k} + \dot{y}\hat{j} \tag{10}$$

$$\vec{a} = \ddot{z}\hat{k} + \ddot{y}\hat{j} \tag{11}$$

بالانویس (بیان‌گر مشتق نسبت به زمان t است.

از طرف دیگر، نیروی پسا متناسب با سرعت پرتابه و در خلاف جهت آن است:

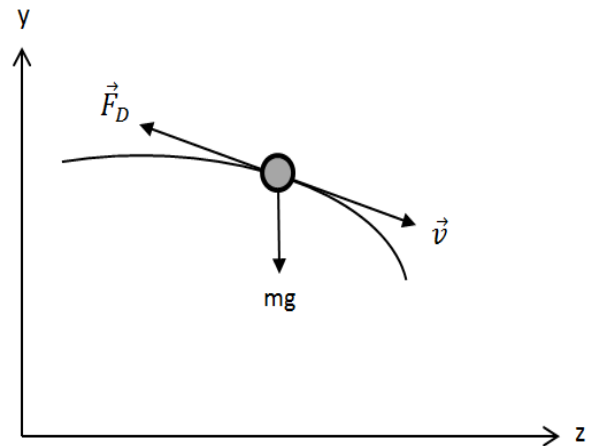
$$\vec{F}_D = -F_D \hat{e}_t \tag{12}$$

که، F_D و \hat{e}_t به ترتیب اندازه نیروی پسا و بردار یکه مماس بر مسیر حرکت بوده و برابرند با:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho_\infty |\vec{v}|^2 AC_D \tag{13}$$

$$\hat{e}_t = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{z}^2 + \dot{y}^2}} \hat{k} + \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{z}^2 + \dot{y}^2}} \hat{j} \tag{14}$$

در رابطه (۱۳)، C_D ضریب پسا، ρ_∞ چگالی جریان آزاد، و A اندازه سطح تصویر شده پرتابه می‌باشد.



شکل (۱): نمودار جسم - آزاد حرکت پرتابه.

با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$m\ddot{z} = -\frac{\rho_\infty AC_D}{2} \dot{z}^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\dot{y}}{\dot{z}}\right)^2} \tag{15}$$

$$m\ddot{y} = -mg - \frac{\rho_\infty AC_D}{2} \dot{z}\dot{y} \sqrt{1 + \left(\frac{\dot{y}}{\dot{z}}\right)^2}$$

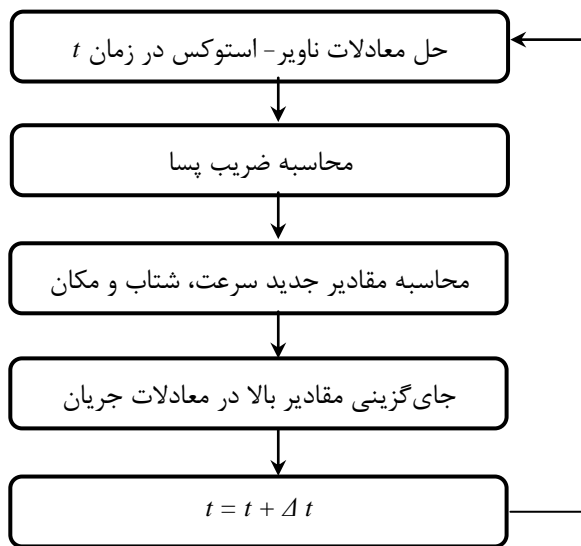
که m جرم پرتابه است. حل دستگاه معادلات دیفرانسیلی (۱۵) نیاز به چهار مقدار اولیه دارد که به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$z_{(t=0)} = 0, \dot{z}_{(t=0)} = u_p \tag{16}$$

$$y_{(t=0)} = 0, \dot{y}_{(t=0)} = 0$$

u_p در رابطه (۱۶) سرعت پرتابه است.

به منظور دستیابی به موقعیت و سرعت لحظه‌ای پرتابه در ابتدا ضریب پسا در هر گام زمانی با حل معادلات ناویر- استوکس به دست می‌آید. سپس با قراردادن آن در معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۵) مقادیر جدید سرعت، شتاب و مکان جسم و شبکه محاسباتی به کمک روش رانگ-کوتای مرتبه چهار محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب شرایط جریان برای گام زمانی بعدی مشخص خواهد گردید. این فرآیند به صورت فلوجارت در شکل ۲ آمده است. لازم به توضیح است که سرعت به دست آمده از معادلات (۱۵) به مرز داخلی شبکه محاسباتی اعمال شده و سرعت جریان دوردست ثابت نگه داشته می‌شود. بنابراین سرعت لحظه‌ای پرتابه برابر با سرعت نسبی میان جریان دوردست و سرعت مرز داخلی خواهد بود.



شکل (۲): فلوجارت شبیه‌سازی حرکت پرتابه.

۲-۳- مدل‌سازی ساچمه‌ها و تولید شبکه محاسباتی

همان‌طور که قبلاً بیان شد، دو اندازه مختلف از ساچمه‌های تفنگ بادی با نام گامو مچ با کالیبرهای ۴/۵ و ۵/۵ میلی‌متر مورد نظر بوده است. این دو ساچمه دارای تشابه هندسی هستند و تفاوت در جرم آنهاست. بنابراین مدل‌سازی هندسی یکی از

که، u_{sh} سرعت شلیک پرتابه و ∞ نمایانگر جریان آزاد می‌باشد. روی مرز داخلی، شرایط عدم لغزش و عدم نفوذ سیال برقرار است. بنابراین مؤلفه‌های سرعت نسبی برابر با صفر خواهند بود. همچنین، مقدار چگالی برابر با مقدار لایه سیال مجاور قرار داده می‌شود. اما در مورد فشار علاوه بر این مقدار، فشار ناشی از شتاب پرتابه نیز باید اعمال شود که بنا بر قانون دوم نیوتن برابر است با [۱۸]:

$$p_{acc} = \frac{m_f \bar{a}}{\bar{A}} \quad (18)$$

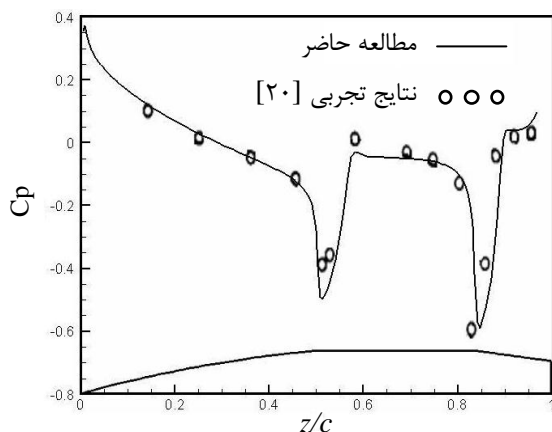
که، m_f جرم سیال لایه مجاور مرز داخلی است. روی دو مرز دیگر نیز شرایط تقارن اعمال شده است به طوری که سرعت شعاعی و تغییرات عمودی سایر متغیرهای جریان برابر با صفر قرار داده می‌شود.

۳- نتایج

در این بخش، نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی عددی، توضیح داده می‌شود.

۳-۱- اعتبارسنجی

قبل از به کار بردن برنامه کامپیوتری برای بررسی حرکت ساچمه‌ها، لازم است تا اعتبار حل‌کننده جریان مورد ارزیابی قرار گیرد. برای این منظور جریان سیال گذرنده از روی پرتابه SOCBT که هندسه آن در مرجع [۱۹] آمده، حل شده و نتایج به دست آمده با داده‌های تجربی [۲۰] مقایسه گردیده است. در شکل ۵ منحنی توزیع فشار در زاویه حمله صفر درجه با عدد ماخ ۰/۹۱ در یک جریان پایا و متقارن محور نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق خوبی میان نتایج به دست آمده از برنامه کامپیوتری تدوین شده و نتایج تجربی ارائه شده وجود دارد.



شکل (۵): مقایسه توزیع فشار حاصل از برنامه کامپیوتری تدوین شده و داده‌های تجربی [۲۰] برای پرتابه SOCBT.

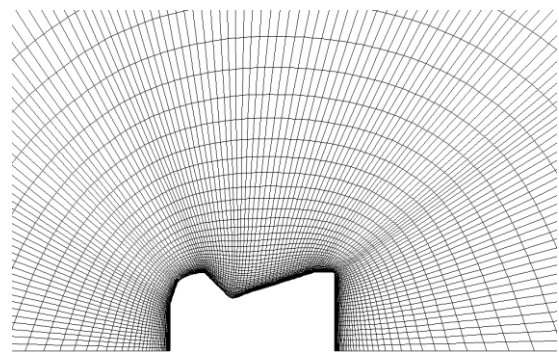
آنها کافی است. بدین منظور پس از عکس‌برداری دقیق از نمونه واقعی و عمل نقطه یابی، مدل شبیه‌سازی شده به دست آمده است. شکل ۳ مقایسه بین نمونه شبیه‌سازی شده و نمونه واقعی را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود این شبیه‌سازی به خوبی انجام شده است.

جهت اعمال آنچه تاکنون ذکر آن رفت، نیاز به تولید یک فضای محاسباتی بر روی فضای فیزیکی مسأله می‌باشد. برحسب هندسه مسأله، می‌توان از شبکه بندی‌های گوناگونی استفاده کرد. در این پژوهش برای حل جریان، از یک شبکه O با 61×126 نقطه با شعاع متوسط ۲۰ برابر طول ساچمه استفاده شده است. بخشی از این شبکه در شکل ۴ آمده است. نظر به آنکه وضعیت پرتابه در تمام مسیر حرکت، افقی فرض شده، این وضعیت نیز در شکل ۴ مشاهده می‌شود.



نمونه شبیه‌سازی شده

شکل (۳): مقایسه میان نمونه شبیه‌سازی شده و نمونه واقعی ساچمه.



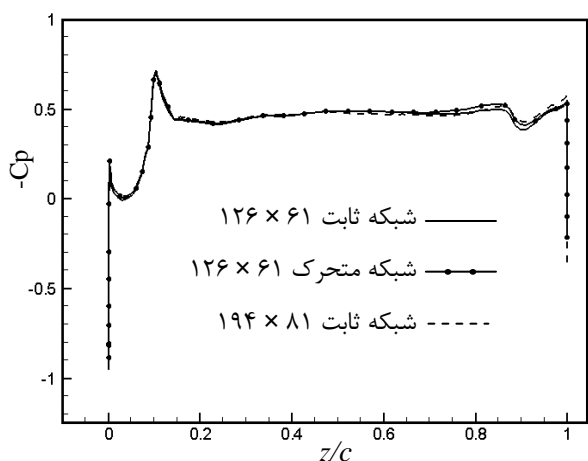
شکل (۴): بخشی از شبکه استفاده شده در محاسبات جریان.

۲-۴- شرایط مرزی معادلات جریان

با توجه به شبکه استفاده شده و همچنین استفاده از شرط تقارن نسبت به محور پرتابه، یک مرز بیرونی دور دست، یک مرز داخلی منطبق بر سطح پرتابه و دو مرز که منطبق بر محور تقارن هستند وجود دارد. روی مرز بیرونی، مقادیر چگالی، فشار و سرعت‌ها به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

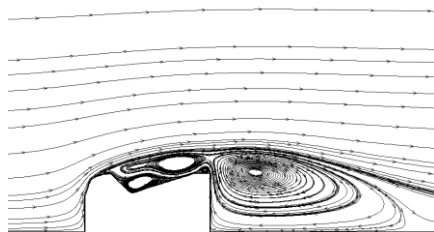
$$\rho = \rho_{\infty}; \quad p = p_{\infty}; \quad u = u_{sh}; \quad v = 0 \quad (17)$$

مربوط به شبکه ثابت حاصل می‌شود. همان‌طور که در شکل ۸ نشان داده شده است منحنی‌های توزیع فشار در این دو حالت (شبکه ثابت و شبکه متحرک) انطباق خوبی با هم دارند. همچنین برای بررسی اثر تراکم شبکه بر نتایج، تعدادی محاسبه نیز روی یک شبکه با 81×194 نقطه انجام شده و نتایج آن با شبکه‌ای که قبلاً ذکر شد مقایسه گردیده است. نمونه‌ای از این بررسی‌ها در شکل ۸ مشاهده می‌شود.

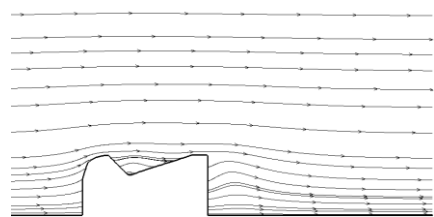


شکل (۸): مقایسه نتایج توزیع فشار روی ساچمه گامومچ با کالیبر $4/5$ میلی‌متر پس از $0/1$ ثانیه.

لازم به توضیح است که در شبکه متحرک، مرز جسم به دلیل داشتن حرکت، خطوط جریان را نسبت به شبکه ثابت تغییر می‌دهد. شکل ۹ مقایسه میان خطوط جریان را در شبکه ثابت و شبکه متحرک تحت شرایط مذکور نشان می‌دهد.



الف

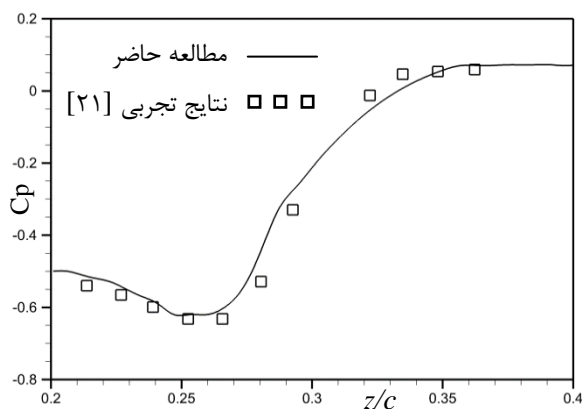


ب

شکل (۹): خطوط جریان گذرنده از ساچمه گامومچ با کالیبر $4/5$ میلی‌متر. الف- شبکه ثابت، ب- شبکه متحرک.

شبیه‌سازی عددی و مقایسه عملکرد دو اندازه مختلف از ساچمه‌های ...

برای اطمینان از قابلیت حل‌کننده جریان در اعداد ماخ پایین و همچنین شبیه‌سازی جریان‌های جدا شده روی جسم، جریان پایا و متقارن محور پیرامون یک استوانه که در امتداد محور طولی مقابل جریان قرار گرفته است، در عدد ماخ $0/1$ و عدد رینولدز 10^5 حل شده و مقایسه منحنی توزیع فشار پیرامون آن با نتایج تجربی کیا^۱ و همکاران [۲۱] در شکل ۶ نشان شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود منحنی به دست آمده، تطابق قابل قبولی با داده‌های تجربی دارد. شکل ۷ خطوط جریان اطراف این استوانه را نشان می‌دهد. لازم به توضیح است که داده‌های تجربی، در بازه بین $0/2$ تا $0/4$ طول استوانه ارائه شده‌اند و به همین علت، منحنی توزیع فشار در مطالعه حاضر نیز، برای همین بازه رسم شده است.



شکل (۶): مقایسه توزیع فشار حاصل از برنامه کامپیوتری و داده‌های تجربی [۲۱] برای استوانه در امتداد محور طولی.



شکل (۷): خطوط جریان گذرنده از استوانه در امتداد محور طولی ناشی از حل عددی انجام شده.

برای اطمینان از نتایج حاصل از شبکه متحرک، ابتدا جریان عبورکننده از ساچمه گامومچ با کالیبر $4/5$ میلی‌متر در شرایط فرضی عدد ماخ $0/7$ و عدد رینولدز 7000 و زمان $0/1$ ثانیه پس از شروع حل در یک شبکه ثابت شبیه‌سازی شده است. سپس برای حل با شبکه متحرک، عدد ماخ جریان آزاد را برابر با $1/2$ قرار داده و شبکه را با عدد ماخ $0/5$ در جهت جریان حرکت می‌دهیم که با مفهوم سرعت نسبی، همان عدد ماخ $0/7$

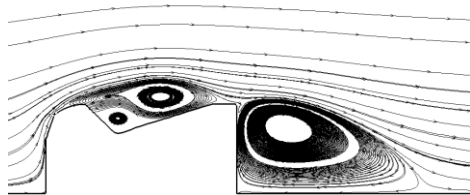
۲-۳- بحث و بررسی عملکرد ساچمه‌ها

به‌منظور بررسی عملکرد ساچمه‌های موردنظر، اطلاعات لازم از کاتالوگ شرکت‌های سازنده استخراج و در جدول ۱ آورده شده است.

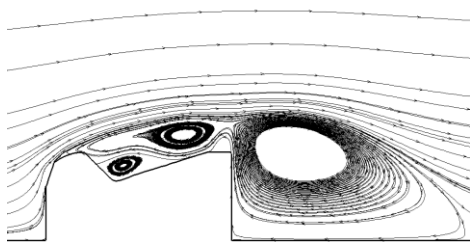
جدول (۱): اطلاعات فیزیکی ساچمه‌های موردنظر.

نام ساچمه	کالیبر (میلی‌متر)	جرم (گرم)	طول (میلی‌متر)	سرعت شلیک (متر بر ثانیه)
گامو مچ ۴/۵	۴/۵	۰/۵	۵	۳۲۵
گامو مچ ۵/۵	۵/۵	۱	۶/۳	۲۹۵

می‌باشد و همچنین گردابه مذکور با گردابه‌ای که در بالای پرتابه تشکیل شده، ارتباط پیدا کرده است. کانتورهای ضریب فشار در شکل ۱۲ و کانتورهای ماخ در شکل ۱۳ نیز مؤید این مطلب هستند که در این محدوده از اعداد ماخ، یک تغییر ساختاری درخصوص گردابه‌های ایجادشده به وقوع پیوسته است؛ تغییرات مذکور از تراکم‌پذیری جریان نشأت می‌گیرد، به‌طوری‌که اثرات تراکم‌پذیری سیال موجب انبساط محسوس دنباله در ناحیه کم‌فشار گردیده و همین امر موجب افزایش شدیدتر نیروی پسا شده است.

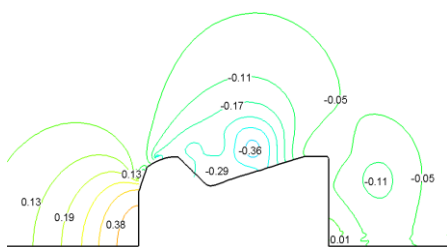


الف

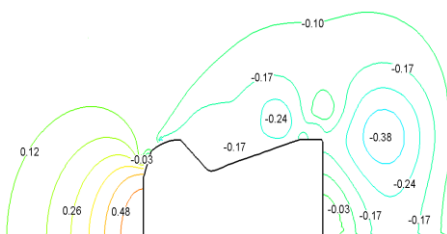


ب

شکل (۱۱): خطوط جریان گذرنده از ساچمه گامو مچ ۴/۵ نسبت به ناظر متحرک. الف- ماخ ۰/۴، ب- ماخ ۰/۴۵.



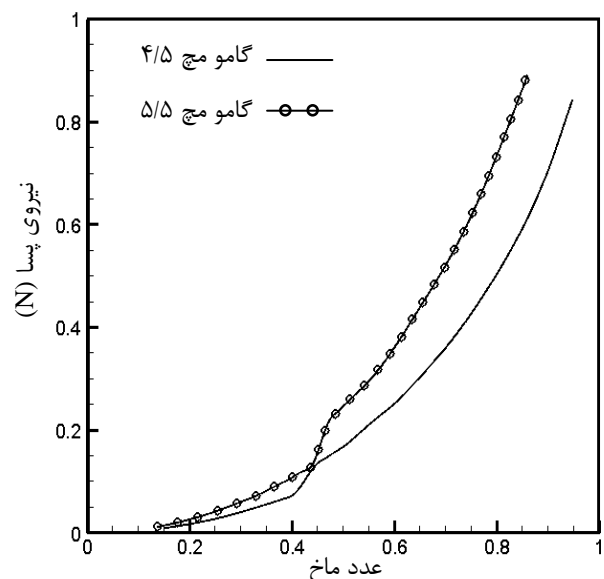
الف



ب

شکل (۱۲): کانتورهای ضریب فشار پیرامون ساچمه گامومچ با کالیبر ۴/۵ میلی‌متر الف- ماخ ۰/۴، ب- ماخ ۰/۴۵.

شکل ۱۰، نیروی پسای وارد بر این دو ساچمه را برحسب ماخ حرکت نشان می‌دهد. در این شکل، یک تغییر شیب محسوس در محدوده اعداد ماخ ۰/۴ تا ۰/۴۵ برای ساچمه گامومچ ۴/۵ و محدوده اعداد ماخ ۰/۴۵ تا ۰/۵ برای ساچمه گامومچ ۵/۵ دیده می‌شود. برای بررسی علت این روی داد، خطوط جریان، کانتورهای ضریب فشار و همچنین کانتورهای ماخ در اطراف ساچمه گامومچ ۴/۵ برای ماخ پرتابه معادل با ۰/۴ و ۰/۴۵ در شکل‌های ۱۱-۱۳ نشان داده شده‌اند.



شکل (۱۰): منحنی تغییرات نیروی پسا نسبت به عدد ماخ.

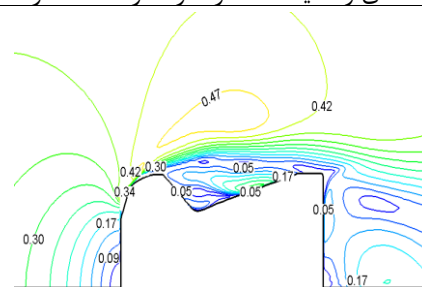
لازم به‌ذکر است که به‌دلیل وجود شبکه متحرک، خطوط جریان در واقع مشابه شکل ۷- ب خواهند شد که برای مقایسه، چندان گویا نمی‌باشد. به‌همین منظور در شکل ۱۱ خطوط جریان نسبت به ناظر متحرک واقع بر ساچمه رسم شده‌اند. مشاهده می‌شود که اندازه گردابه در قفای پرتابه برای ماخ ۰/۴۵ به مقدار قابل توجهی بزرگ‌تر از وضعیت ماخ ۰/۴

منحنی‌های جابه‌جایی افقی نسبت به زمان سپری شده و شکل‌های ۲۰-۱۸ تغییرات افت ارتفاع نسبت به موقعیت افقی ساچمه‌ها را برای مسافت‌های مذکور نشان می‌دهند. نتایج مذکور، بر پایه اطلاعات شرکت‌های سازنده مبتنی بر سرعت شلیک ساچمه گامومچ ۴/۵ برابر با ۳۲۵ متر بر ثانیه و سرعت شلیک ساچمه گامومچ ۵/۵ برابر با ۲۹۵ متر بر ثانیه یا همان سرعت‌های شلیک استاندارد حاصل شده‌اند.

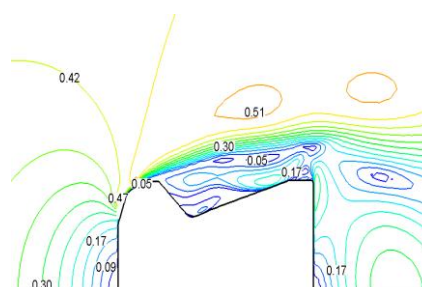
جدول (۲): مقایسه داده‌های به‌دست آمده برای ساچمه‌های موردنظر تحت سرعت‌های شلیک استاندارد.

گامومچ ۵/۵ با سرعت شلیک ۲۹۵ متر بر ثانیه			گامومچ ۴/۵ با سرعت شلیک ۳۲۵ متر بر ثانیه			مسافت
ممنوم برخورد	افت ارتفاع (cm)	زمان حرکت (s)	ممنوم برخورد (kgm/s)	افت ارتفاع (cm)	زمان حرکت (s)	
۰/۲۶۷	۰/۶۰	۰/۰۳۵	۰/۱۴	۰/۵۳۴	۰/۰۳۳	۱۰ متر
۰/۲۳۳	۴/۵۱	۰/۰۹۶	۰/۱۱۶	۴/۱۵	۰/۰۹۲	۲۵ متر
۰/۱۸۸	۲۲/۸۶	۰/۲۱۶	۰/۰۸۶	۲۳/۲۹	۰/۲۱۸	۵۰ متر

مطابق داده‌های جدول ۲، در فاصله کمتر از ۵۰ متر از مسیر حرکت، زمان سپری شده برای ساچمه بزرگ‌تر، بیش‌تر می‌باشد که علت آن، سرعت اولیه کم‌تر نسبت به ساچمه کوچک‌تر است. اما در فاصله بیش‌تر از ۵۰ متر، براساس منحنی‌های شکل ۱۷، زمان سپری شده برای ساچمه بزرگ‌تر کمتر خواهد شد. علت این روی‌داد این است که ساچمه بزرگ‌تر به دلیل داشتن جرم بیش‌تر، تغییرات سرعت کم‌تری نسبت به ساچمه کوچک‌تر دارد. با توجه به رابطه مستقیم میان زمان سپری شده و افت ارتفاع پرتابه، این تحلیل‌ها درمورد افت ارتفاع نیز برقرار است. درمورد ممنوم برخورد، با توجه به اینکه جرم ساچمه بزرگ‌تر دو برابر ساچمه دیگر است، این مقدار در همه مسافت‌ها برای ساچمه بزرگ‌تر، بیش‌تر می‌باشد. البته با مقایسه نسبت جرم و سرعت شلیک اولیه ساچمه‌ها می‌توان نتیجه گرفت که ساچمه بزرگ‌تر نیاز به مکانیزم پرتاب و در نتیجه تفنگ قوی‌تری دارد؛ شاید به همین علت می‌باشد که شرکت سازنده از سرعت شلیک کمتری برای ساچمه بزرگ‌تر استفاده نموده است تا از افزایش وزن تفنگ جلوگیری کند.



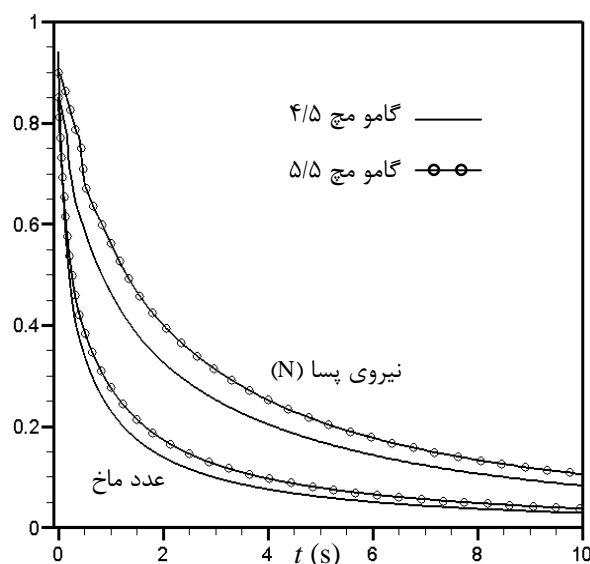
الف



ب

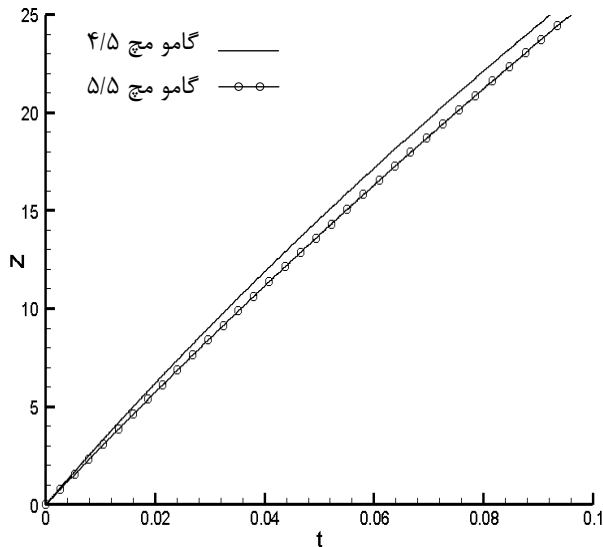
شکل (۱۳): کانتورهای عدد ماخ پیرامون ساچمه گامومچ با کالیبر ۴/۵ میلی‌متر الف- ماخ ۰/۴، ب- ماخ ۰/۴۵.

شکل ۱۴ تغییرات ماخ و نیروی پسا را نسبت به زمان برای ساچمه‌های مذکور در ۱۰ ثانیه اول حرکت نشان می‌دهد. روند کاهش عدد ماخ و نیروی پسا نسبت به زمان در این منحنی‌ها مشهود است.

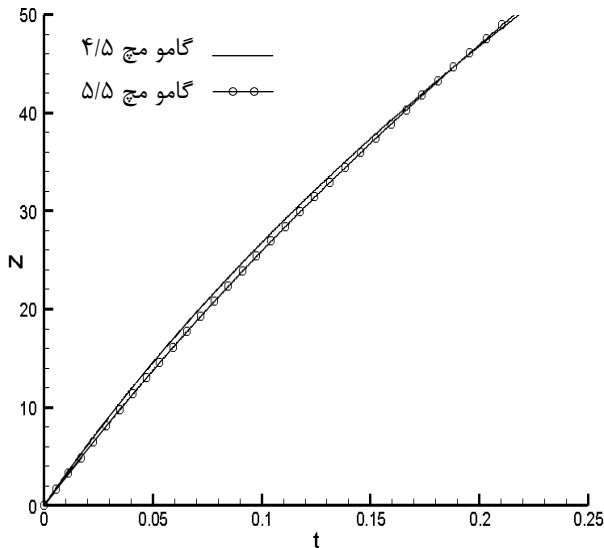


شکل (۱۴): تغییرات نیروی پسا و عدد ماخ نسبت به زمان.

مقایسه عملکرد ساچمه‌ها از لحاظ زمان طی مسیر، افت ارتفاع و ممنوم برخورد برای مسافت‌های ۱۰، ۲۵ و ۵۰ متر در جدول ۲ ارائه گردیده است. همچنین شکل‌های ۱۷-۱۵



شکل (۱۶): جابه‌جایی افقی ساچمه‌ها نسبت به زمان در فاصله ۲۵ متر.



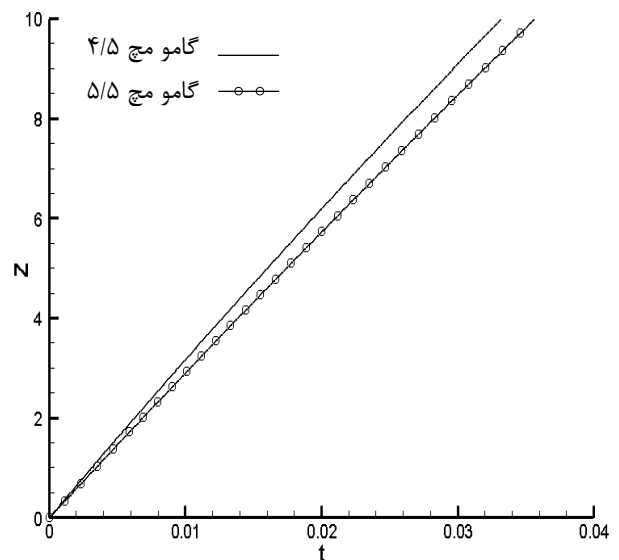
شکل (۱۷): جابه‌جایی افقی ساچمه‌ها نسبت به زمان در فاصله ۵۰ متر.

با مقایسه کلی داده‌های جداول ۲-۳ مشاهده می‌شود که ساچمه گامومچ ۵/۵ با سرعت شلیک فرضی ۳۲۵ متر بر ثانیه در همه مسافت‌ها بهترین وضعیت را از لحاظ زمان سپری‌شده، افت ارتفاع و ممنتوم برخورد خواهد داشت. شکل‌های ۲۱-۲۲ به ترتیب منحنی‌های موقعیت افقی نسبت به زمان سپری‌شده و تغییرات افت ارتفاع نسبت به جابه‌جایی افقی ساچمه‌ها را با سرعت شلیک یکسان ۳۲۵ متر بر ثانیه برای مسافت ۵۰ متر نشان می‌دهند.

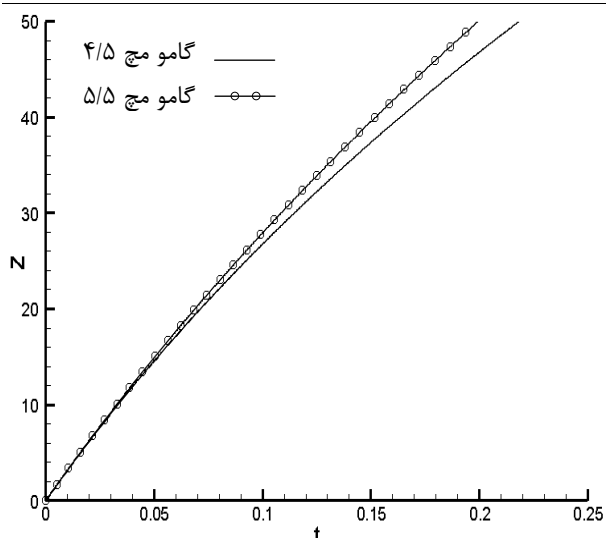
معهدا، به‌منظور یک تحقیق، عملکرد دو ساچمه مذکور تحت شرایط فرضی سرعت شلیک یکسان نیز بررسی شده است؛ به-این منظور یک بار جریان پیرامون ساچمه گامومچ ۴/۵ با سرعت شلیک گامومچ ۵/۵ یعنی ۲۹۵ متر بر ثانیه و بار دیگر ساچمه گامومچ ۵/۵ با سرعت شلیک گامومچ ۴/۵ یعنی ۳۲۵ متر بر ثانیه شبیه‌سازی شده است. جدول ۳ نتایج عملکرد ساچمه‌ها را تحت سرعت‌های شلیک فرضی فوق نشان می‌دهد.

جدول (۳): داده‌های به‌دست‌آمده برای ساچمه‌های موردنظر تحت سرعت‌های شلیک فرضی.

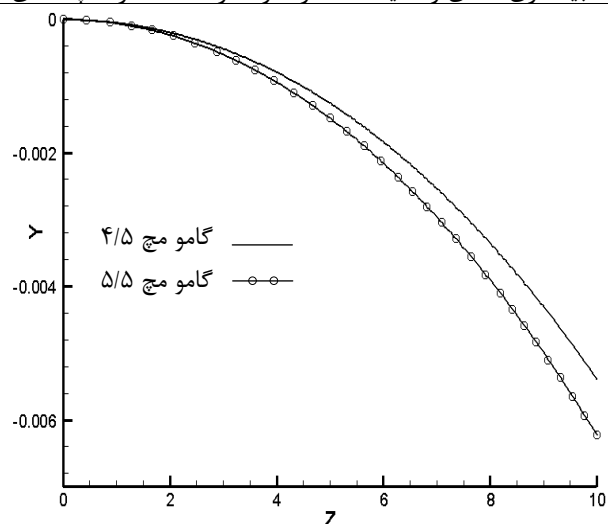
گامومچ ۵/۵		گامومچ ۴/۵		مسافت	
با سرعت شلیک فرضی ۳۲۵ متر بر ثانیه		با سرعت شلیک فرضی ۲۹۵ متر بر ثانیه			
ممنتوم برخورد (kgm/s)	افت ارتفاع (cm)	زمان حرکت (s)	ممنتوم برخورد (kgm/s)	افت ارتفاع (cm)	زمان حرکت (s)
۰/۲۹۱	۰/۵۲۵	۰/۰۳۳	۰/۱۲۹	۰/۶۴۹	۰/۰۳۶
۰/۲۵۲	۳/۸۰	۰/۰۸۸	۰/۱۰۷	۴/۹۴	۰/۱۰۰
۰/۲۰۲	۱۹/۵۰	۰/۱۹۹	۰/۰۸۰	۲۷/۴۱	۰/۲۳۶



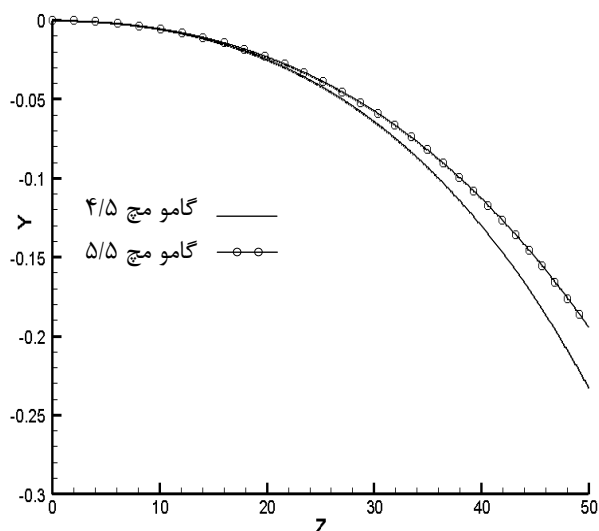
شکل (۱۵): جابه‌جایی افقی ساچمه‌ها نسبت به زمان در فاصله ۱۰ متر.



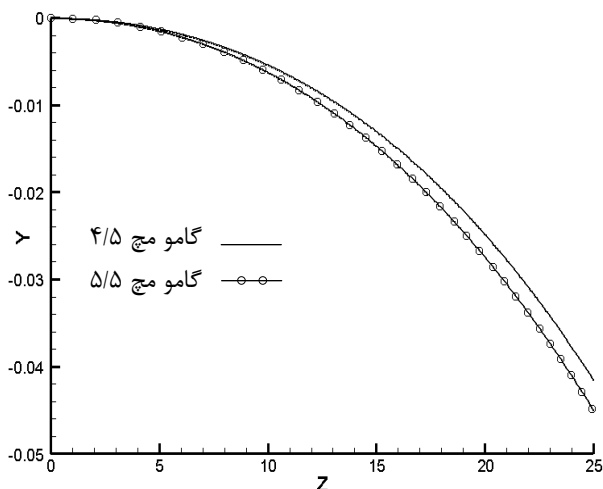
شکل (۲۱): جابه‌جایی افقی ساچمه‌ها نسبت به زمان در فاصله ۵۰ متر با سرعت شلیک یکسان ۳۲۵ متر بر ثانیه.



شکل (۱۸): افت ارتفاع ساچمه‌ها نسبت به افق در فاصله ۱۰ متر.



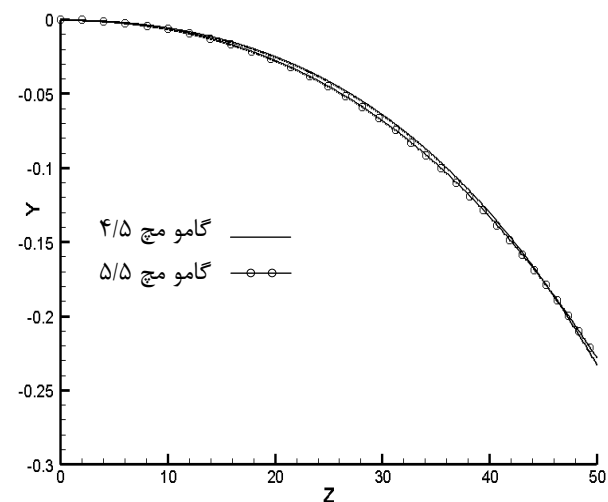
شکل (۲۲): افت ارتفاع ساچمه‌ها نسبت به افق در فاصله ۵۰ متر با سرعت شلیک یکسان ۳۲۵ متر بر ثانیه.



شکل (۱۹): افت ارتفاع ساچمه‌ها نسبت به افق در فاصله ۲۵ متر.

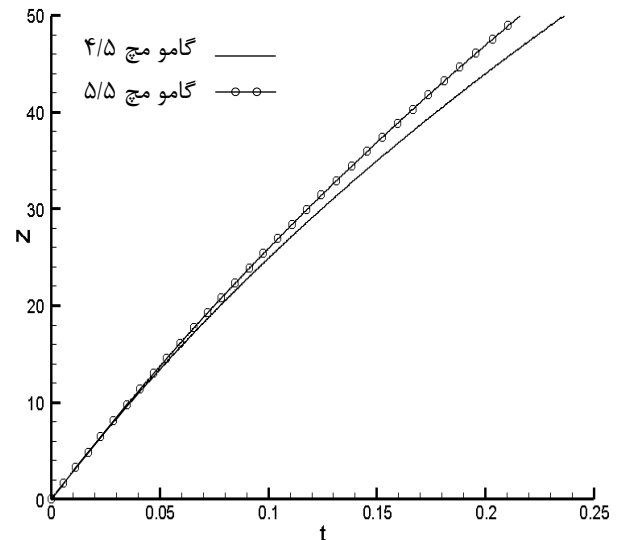
البته نتایج زمان حرکت و افت ارتفاع هر دو ساچمه با سرعت شلیک یکسان ۳۲۵ متر بر ثانیه در مسافت ۲۵ متر به هم نزدیک هستند، ضمن این‌که از این محدوده مسافت در مسابقات تیراندازی استفاده می‌شود.

از طرفی، گامومچ ۴/۵ با سرعت شلیک فرضی ۲۹۵ متر بر ثانیه نتایج قابل‌قبولی در مقایسه با سایر حالت‌ها نداده است. شکل‌های ۲۳ و ۲۴ به ترتیب منحنی‌های جابه‌جایی افقی نسبت به زمان سپری‌شده و تغییرات افت نسبت به جابه‌جایی افقی ساچمه‌ها را با سرعت شلیک یکسان ۲۹۵ متر بر ثانیه برای مسافت ۵۰ متر نشان می‌دهند.



شکل (۲۰): افت ارتفاع ساچمه‌ها نسبت به افق در فاصله ۵۰ متر.

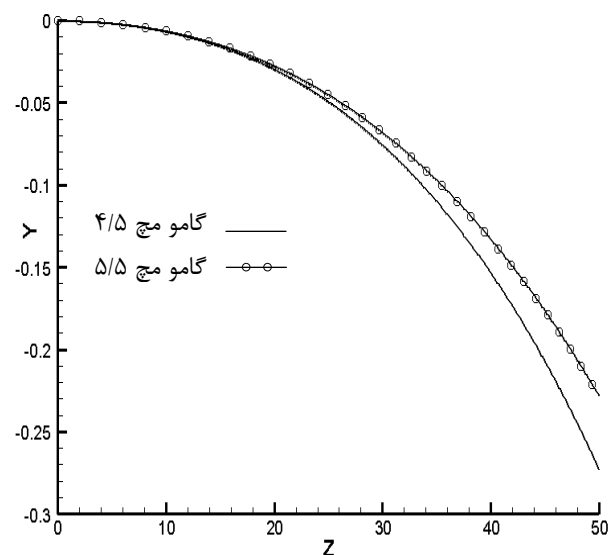
در دو حالت فرضی مبتنی بر سرعت شلیک یکسان برای هر دو اندازه ساچمه‌ها، ساچمه بزرگ‌تر با کالیبر ۵/۵ میلی‌متر در همه مسافت‌ها بهترین وضعیت را از لحاظ زمان سپری‌شده، افت ارتفاع و ممنوم برخورد به هدف دارد؛ اگرچه، مطابق شکل‌های ۲۱-۲۲ در مسافت طی شده کمتر از ۲۵ متر، این مقادیر برای هر دو ساچمه به هم نزدیک هستند. پس می‌توان نتیجه گرفت که، برای تیراندازی در فاصله کمتر از ۲۵ متر، استفاده از ساچمه کوچک‌تر مناسب‌تر است. زیرا در این حالت به تفنگ ضعیف‌تر و در نتیجه سبک‌تری نیاز است. این موضوع در مسابقات تیراندازی از نظر دقت هدف‌گیری اهمیت زیادی دارد.



شکل (۲۳): جابه‌جایی افقی ساچمه‌ها نسبت به زمان در فاصله ۵۰ متر با سرعت شلیک یکسان ۲۹۵ متر بر ثانیه.

۵- مراجع

1. Charles, J. and Gibeling, J. "Navier-Stokes Computations for a Reacting M864 Base Bleed Projectile", Army Research Lab Aberdeen proving Ground MD, pp. 1-38, 1995.
2. Silton, S.I. "Navier-Stokes Computations for a Spinning Projectile from Subsonic to Supersonic Speeds", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 42, No. 2, pp. 223-230, 2005.
3. Silton, S.I. and Weinacht, P. "Effect of Rifling Grooves on the Performance of Small-Caliber Ammunition", 23rd international Symposium on Ballistics, pp. 775-782, 2007.
4. DeSpirito, J., Silton, S.I. and Weinacht, P. "Navier-Stokes Predictions of Dynamic Stability Derivatives: Evaluation of Steady States Methods", AIAA-2008-2014, 2008.
5. Sahu, J. "Parallel Computations of Unsteady Aerodynamics and Flight Dynamics of projectiles", Journal of Parallel Computational Fluid Dynamics, Theory and Applications, pp. 269-276, 2006.
6. Ahmadikia, H. and Elyasi, H. "Computational Simulation of Laminar and Turbulent Unsteady Supersonic Flow of a Discharged Projectile from a Tube", Aero. Mech. J., Vol. 4, No. 2, pp. 45-56, 2008 (In Persian).
7. Yu, W. and Zhang, X. "Aerodynamic Analysis of Projectile in Gun System Firing Process", Journal of Applied Mechanics, Vol. 77, No.5, pp. 1-8, 2010.
8. Sahu, J., Costello, M. and Montalvo, C. "Development and Application of Multidisciplinary Coupled Computational Techniques for Projectile Aerodynamics", Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics, Big Island, Hawaii, July 9-13, 2012.
9. Hasankhan, M.T. and Saha, S. "Numerical Simulation and Aerodynamic Characteristic Analysis of a Paraboloid-Tip Bullet", Proceedings of 4th Global Engineering, Science and Technology Conference, Dhaka, Bangladesh, 27-28 December, 2013.



شکل (۲۴): افت ارتفاع ساچمه‌ها نسبت به افق در فاصله ۵۰ متر با سرعت شلیک یکسان ۲۹۵ متر بر ثانیه.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به مقایسه عملکرد دو اندازه مختلف از ساچمه تفنگ‌های بادی از طریق حل عددی و هم‌زمان معادلات حرکت سیال و پرتابه به صورت ناپایا در شبکه متحرک پرداخته شد. نتایج به دست آمده براساس سرعت‌های شلیک واقعی ساچمه‌ها نشان دادند که ساچمه کوچک‌تر با کالیبر ۴/۵ میلی‌متر در مسافت‌های کمتر از ۵۰ متر، دقت بالاتری نسبت به دیگری دارد، اگرچه ممنوم برخورد ساچمه بزرگ‌تر در تمامی مسافت‌ها بیش‌تر است.

10. Mirsajedi, S.M. and Hosseini Zarj, M.H. "Improvement in Moving Mesh Algorithm around an Oscillational Airfoil", Aerospace Sciences and Researches, Vol. 2, pp. 71-82, 2009 (In Persian).
11. Karimian, S.M.H. and Ardakani, M. "Immersed Boundary Method for the Solution of 2D Inviscid Compressible Flow Using Finite Volume Approach on Moving Cartesian Grid", Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 4, No. 2, pp. 27-36, 2011.
12. Erfanian, M.R. and Moghiman, M. "Numerical and Experimental Investigation of Projectile Water Entry Problem and Study of Velocity Effect on Time and Depth of Pinch-off", Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 2, pp. 53-60, 2015 (In Persian).
13. Blazek, J. "Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications", 1st Ed., Elsevier Science Ltd, pp. 212-215, 414-415, 238-241, 2001.
14. Salimipour, S.E. and Yazdani, Sh. "Dynamic Stall Control of a Low Reynolds Number Airfoil with a Separation Bubble Control Blade", Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 6, pp. 393-401, 2015 (In Persian).
15. Sandberg, R.D. "Governing Equations for a New Compressible Navier-Stokes Solver in General Cylindrical Coordinates", Report No. AFM-07/07, 2007.
16. Dubuc, L., Cantariti, F., Woodgate, M., Gribben, B., Badcock, K.J. and Richards, B.E. "Solution of the Unsteady Euler Equations Using an Implicit Dual-Time Method", AIAA Journal, Vol. 36, No. 8, pp. 1417-1424, 1998.
17. Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel, E. "Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes", AIAA Paper, 81-1259, 1981.
18. Nakamichi, J. "A Verification of Unsteady Navier-Stokes Solutions Around Oscillating Airfoils", NASA Technical Memorandum 88341, 1986.
19. Heidari, M.R. and Taeibi-Rahni, M. "Computational Simulation of Turbulent Supersonic Flows around Axisymmetric Bodies Using a PNS/TLNS Multi-block Approach", Aero. Mech. J., Vol. 3, No. 4, pp. 1-11, 2007 (In Persian).
20. Kayser, L.D. and Whiton, F. "Surface Pressure Measurements on a Boattailed Projectile Shape At Transonic Speeds", ARBRL-MR-03161, ADA 113520, U.S. Army Ballistic Research Laboratory, March 1982.
21. Kiya, M., Mochizuki, O., Tamura, T and Ishikawa, R. "Turbulence Properties of an Axisymmetric Separation-and-Reattaching Flow", AIAA Journal, Vol. 29, No. 6, pp. 936-941, 1991.