



## Effect of Noise Reduction in Nonlinear Dynamic Analysis of Maximum Daily Temperature Series in Kerman Station

A. Eslami<sup>1</sup>, B. Ghahraman<sup>2\*</sup>, A. N. Ziaee<sup>3</sup>  
and P. Eslami<sup>4</sup>

### Abstract

Climate could be known as a set of atmospheric conditions of a dynamic and chaotic system. However, a fundamental problem in estimating the chaotic time series dimension is dealing with the fact that a temporal signal of any natural phenomenon is always contaminated by noise. The objectives of this study are: a) investigating the effect of noise reduction in daily maximum temperature time series on the reconstructed phase space, time delay and embedding dimension; b) quantifying chaos for both time series before and after noise reduction, by using methods such as maximal Lyapunov exponent and correlation dimension; and c) comparing the prediction accuracy in both time series. For this study, we used daily maximum temperature time series of Kerman station for 25 years (1984-2008 AD). The results showed that the embedding dimension and delay time in time series after the noise was reduced (respectively, 5 and 76 days) from those of before (respectively 7 and 82 days). In both time series, the positive maximal Lyapunov exponent (respectively, 0.011 and 0.019) and low correlation dimension (respectively, 2.78 and 2.85) resemble the chaotic system. However, noise reduction can have some effects on quantifying chaos and the accuracy of prediction by reducing the random component, so, for the analysis of nonlinear dynamics of time series, noise reduction is essential, but this reduction should not destroy the determinism component of the system.

**Keywords:** Chaos, nonlinear dynamics, prediction, daily maximum temperature, noise reduction.

Received: October 11, 2015

Accepted: February 24, 2016

## تأثیر کاهش نوفه در تحلیل پویایی غیرخطی سری زمانی دمای حداکثر روزانه در ایستگاه کرمان

امیر اسلامی<sup>۱</sup>، بیژن قهرمان<sup>۲\*</sup>، علی نقی ضیایی<sup>۳</sup>  
و پیمان اسلامی<sup>۴</sup>

### چکیده

آب و هوا را می‌توان به صورت مجموعه شرایط اتمسفری یک سیستم پویا و آشوب‌ناک دانست. در هر صورت یکی از مسائل اساسی در برآورد بُعد سری‌های زمانی آشوب‌ناک روبرو شدن با این واقعیت است که سیگنال زمانی هر پدیده طبیعی، با نوفه همراه می‌باشد. اهداف تحقیق حاضر شامل (الف) بررسی تأثیر کاهش نوفه در سری زمانی دمای حداکثر روزانه بر بازسازی فضای فاز، زمان تأخیر و بُعد نشاننده؛ (ب) به کمیت در آوردن آشوب برای هر دو سری زمانی قبل و بعد از کاهش نوفه، به کمک روش‌هایی مانند حداکثر نمای لیاپانف و بُعد همبستگی؛ و (پ) مقایسه دقت پیش‌بینی در هر دو سری زمانی می‌باشند. برای این تحقیق از سری زمانی داده‌های دمای حداکثر روزانه ایستگاه کرمان به مدت ۲۵ سال (۲۰۰۸-۱۹۸۴ میلادی) استفاده شد. نتایج نشان داد که بُعد نشاننده و زمان تأخیر در سری زمانی بعد از کاهش نوفه (به ترتیب ۵ و ۷۶ روز) نسبت به قبل از آن (به ترتیب ۷ و ۸۲ روز) کاهش یافت. در هر دو سری زمانی، حداکثر نمای لیاپانف مثبت (به ترتیب ۰/۰۱۱ و ۰/۰۱۹) و مقادیر پایین بُعد همبستگی (به ترتیب ۲/۷۸ و ۲/۸۵) نشان از آشوب‌ناکی آن‌ها داشت. با این حال، کاهش نوفه می‌تواند از طریق کاهش مولفه تصادفی، در به کمیت درآوردن آشوب و دقت پیش‌بینی تأثیرگذار باشد. بنابراین، برای تجزیه و تحلیل پویایی غیرخطی سری زمانی، کاهش نوفه ضروری می‌باشد ولی این کاهش نباید باعث از بین رفتن مولفه قطعی درونی سیستم شود.

**کلمات کلیدی:** آشوب، پویایی غیرخطی، پیش‌بینی، دمای حداکثر روزانه، کاهش نوفه

تاریخ دریافت مقاله: ۹۴/۷/۱۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۴/۱۲/۵

1-PhD Candidate, Water Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran. Email: amireslami.50@gmail.com

2-Professor, Water Engineering Department, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran. Email: bijangh@um.ac.ir

3-Assistant Professor, Water Engineering Department, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran. Email: an\_Ziaei@yahoo.com

4-Postdoctoral Fellow, Roma Tor Vergata University, Rome, Italy. Email: peslami7@gmail.com

\*- Corresponding Author

۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

۲- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

۳- استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

۴- فوق دکتر، گروه ریاضی، دانشگاه تور و رگاتای رم ایتالیا، رم، ایتالیا

\*- نویسنده مسئول

مؤلفه (زمان تأخیر،  $\tau$ ) لازم می‌باشد. سپس برای به کمیت درآوردن آشوب از ویژگی‌هایی مانند بُعد همبستگی (که در واقع بُعد فراکتالی است) یا حداکثر نمای لیپانف استفاده می‌گردد (Kantz and Schreiber, 2004).

در بسیاری از مطالعات گذشته شواهد احتمالی وجود آشوب در داده‌های هیدرولوژیکی و اقلیمی، مانند باران، دبی رودخانه و درجه حرارت ارائه شده و سپس به بررسی اثرات کاهش نوفه و دقت پیش‌بینی پرداخته شده است. (Sharifi et al., 1990) در تجزیه و تحلیل وقوع طوفان‌هایی که در کمبریج و ماساچوست اتفاق افتاده بود، برای هر طوفان بُعد همبستگی را محاسبه و وجود آشوب در این فرایند را مشاهده نمودند. (Sivakumar et al., 1998) آشوبناکی سری‌های زمانی بارندگی روزانه در ۶ ایستگاه با دوره‌ی آماری ۳۱ تا ۴۵ سال در سنگاپور با میانگین بارش ۲۷۰۰ میلی‌متر در سال را به اثبات رساندند. (Millán et al., 2011) هشت سری زمانی بارش روزانه از عرض‌های جغرافیایی مختلف دور دنیا را با دوره آماری بارندگی ۹ ساله (۱۹۹۷-۲۰۰۵) مورد بررسی قرار داده و با توجه به مثبت بودن حداکثر نمای لیپانف در تمامی سیگنال‌های بارش ساختار آشوب‌ناکی باران را نتیجه گرفتند. همچنین، بررسی سری زمانی سیلاب در حوزه رودخانه وای‌ها در چین، آشوب‌ناک بودن آن را نشان داد (Zhou et al., 2002).

(Anis Hosseini and Zaker Moshfegh, 2013) شواهد رفتار آشوب‌ناک در سری زمانی دبی روزانه رودخانه کشکان را مشاهده نمودند. از این رو، سری‌های زمانی پارامترهای هواشناسی نیز امکان دارد که آشوب‌ناک باشند. (Millán et al., 2010) آشوب‌ناکی سری‌های زمانی متوسط درجه حرارت روزانه و نقطه شبنم در بابل‌سر را از روی مثبت بودن حداکثر نمای لیپانف به اثبات رساندند.

در صورت وجود نوفه در سری زمانی، در شناسایی رفتار غیرخطی و متعاقباً پیش‌بینی آن اختلال به وجود می‌آید. در چنین شرایطی استفاده از روش‌های کاهش نوفه ضروری خواهد بود. برای مثال (Porporato and Ridolfi, 1996) اثرات نوفه در شناسایی و پیش‌بینی سری زمانی ۳۸ ساله با ۱۴۲۴۶ داده‌ی اندازه‌گیری شده‌ی میانگین روزانه‌ی دبی (دبی متوسط ۹۲/۸ متر مکعب بر ثانیه، انحراف استاندارد ۸۰/۷ متر مکعب بر ثانیه، چولگی ۲/۷) و ضریب کشیدگی (۱۸) در رودخانه دورا بالتی ایتالیا، که رفتار آشوب‌ناک کم-بُعدی را نشان می‌داد بررسی نمودند. آن‌ها در مطالعه خود از روش کاهش نویز ساده‌ی (Schreiber and Grassberger, 1991) استفاده کردند. نتایج پس از چندین تکرار منجر به بهبود تخمین بُعد

تغییر اقلیم و افزایش مداوم درجه حرارت در مقیاس محلی، منطقه‌ای و جهانی سبب شده شناخت رفتارهای پارامترهای تأثیرگذار در اقلیم مانند دمای هوا که جزئی کلیدی از هر مدل نظری یا پدیدارشناسانه آب و هوا می‌باشد، از اهمیت خاصی برخوردار باشد (Parmesan and Yohe, 2003). بررسی متغیرهای آب و هوایی معمولاً با استفاده از آمار خطی استاندارد (مانند آمار توصیفی یا آنالیز تصادفی خطی) انجام می‌شود، با این فرض که داده‌ها به طور ضمنی نرمال بوده و فاقد همبستگی می‌باشند (Larsen et al., 2005). رفتارهای منظم و قاعده‌مند سری‌های زمانی توسط آنالیز خطی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و هر رفتاری که نامنظم بوده و نتوان آن را از این طریق تحلیل نمود به عنوان فرایند تصادفی در نظر گرفته می‌شود (Strozzi et al., 2007). احتمالاً، در ابتدا Saltzman (1959) و Lorenz (1963) بودند که پی‌بردند آب و هوا به عنوان سیستم پیچیده غیرخطی شامل هر دو جزء قطعی و تصادفی می‌باشد.

نظریه آشوب شاخه‌ای از علم ریاضیات است که به مطالعه رفتار سیستم‌های دینامیکی، که به شرایط اولیه بسیار حساس هستند، می‌پردازد. نکته کلیدی نظریه این است که نباید نظم را تنها در "یک" مقیاس جستجو کرد؛ پدیده‌ای که در مقیاس محلی کاملاً تصادفی و غیر قابل پیش‌بینی به نظر می‌رسد، چه بسا در مقیاس بزرگتر کاملاً پایا و قابل پیش‌بینی باشد (Kellert, 1993). بیشترین ارتباط مستقیم بین نظریه‌ی آشوب و دنیای واقعی، تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی از سیستم‌های واقعی در شرایط پویایی غیرخطی است که ابزارهای جدید و مقادیری برای توصیف داده‌های سری زمانی نامنظم را فراهم می‌کند. داده‌های واقعی همواره با نوفه (چه از نوع اندازه‌گیری و چه از نوع دینامیکی) همراه می‌باشند. نوفه اندازه‌گیری به خطاهایی اشاره دارد که در اثر عدم دقت کافی در ابزار اندازه‌گیری (دقت‌های مطلق و نسبی) و/یا در تبدیل داده‌ها از آنالوگ به دیجیتال (خطاهای گسسته) به وجود می‌آید. نوفه دینامیکی بازخورد فرایند درونی سیستم است که در هر گام زمانی با یک مقدار تصادفی کوچک متلاطم شده است (Schouten et al., 1994). برای شناسایی پویایی غیرخطی سیستم، ابتدا داده‌های اسکالر در فضای چند بُعدی با استفاده از روش تأخیر (Takens, 1981) تبدیل به بردار گردیده و در واقع فضای فاز بازسازی می‌شود. سپس، در راستای بازسازی فضای حالت/ فاز، بردارهای تأخیر ایجاد شده جایگزین بردارهای حالت می‌شوند. برای تشکیل بردارهای تأخیر، شناخت دو پارامتر: مولفه‌های (دراپه‌های) موجود در این بردارها (بُعد نشاننده،  $m$ ) و فاصله زمانی بین هر دو

ایستگاه از جمله دما ۱۶/۱ درجه سانتی‌گراد، رطوبت نسبی ۳۴/۱ درصد، بارندگی ۱۰۸ میلی‌متر در سال، تبخیر از تشت ۲۶۸۱ میلی‌متر در سال (۲۵ برابر باران سالانه)، ساعت آفتابی ۹ ساعت در روز، سرعت باد (در ارتفاع دو متری) ۲ متر بر ثانیه می‌باشد. داده‌ها پیش از این با استفاده از برنامه RclimDex کنترل کیفی و بازسازی شده بود (Eslami and Ghahraman, 2013). این برنامه به صورت رایگان در آدرس زیر قابل دسترسی است.  
(<http://ccma.seos.uvic.ca/ETCCDMI/software.shtml>)

## ۲-۲- کاهش نوفه غیر خطی موضعی

کاهش نوفه حساس‌ترین ابزار در تجزیه و تحلیل غیر خطی سری‌های زمانی محسوب می‌شود. زیرا، داده‌های خام دستکاری شده (کاهش نوفه یافته) مبنای تجزیه و تحلیل سایر فرایندها می‌باشند. هرگونه اشتباه در انجام این فرایند خصوصیات داده‌ها را به شدت تغییر داده و منجر به نتیجه‌گیری نادرست/اشتباه می‌گردد (Kantz and Schreiber, 2004).

روش کاهش نوفه موضعی بر این فرض استوار است که سری زمانی طبیعی ترکیبی از دو نوع نوفه، بُد-کم (آشوب) و بُد-زیاد (تصادفی) است (Gottwald, and Melbourne, 2005). ایده اصلی در روش تصویری برای کاهش دادن نوفه غیرخطی، در واقع شناسایی مانیفولد و تصویر کردن داده‌ها بر روی آن می‌باشد (Hegger et al., 1999).

## ۲-۳- تابع خودهمبستگی

رفتار آماری سری زمانی، را می‌توان با استفاده از روش‌های مختلفی مانند تابع خودهمبستگی یا همبسته‌نگار تحلیل کرد. تابع خودهمبستگی در واقع نسبت کوواریانس سری‌های زمانی  $x_i$  و  $x_{i+\tau}$  به واریانس سری  $x_i$  است (Box et al., 1994):

$$C(\tau) = \frac{1}{N - \tau} \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})}{s^2(x)} \quad (1)$$

که در آن  $\tau$  تاخیر زمانی،  $C(\tau)$  تابع خودهمبستگی،  $N$  تعداد داده‌ها،  $x$  پارامتر مربوطه و  $\bar{x}$  و  $s$  به ترتیب میانگین و انحراف استاندارد داده‌ها می‌باشند. اولین مقدار صفر شدن تابع خودهمبستگی سری زمانی، تخمین اولیه مناسبی از زمان تأخیر ارائه می‌کند، ولی این تابع تنها همبستگی خطی را توصیف می‌کند.

## ۲-۴- بازسازی فضای فاز

از قضیه (Takens, 1981)، یا روش تأخیر، به‌طور گسترده برای بازسازی فضای فاز استفاده می‌گردد و برای سری‌های زمانی طولانی

همبستگی و دقت پیش‌بینی برای سری‌های زمانی بعد از کاهش نوفه‌ی جریان رودخانه گردید. (Elshorbagy et al. (2002) دو مدل خطی موضعی و شبکه عصبی مصنوعی را برای پیش‌بینی غیرخطی دبی رودخانه انگلیش در کانادا (متوسط دبی روزانه ۱۲۴/۳ متر مکعب بر ثانیه، انحراف استاندارد ۹۲/۳ متر مکعب بر ثانیه و تعداد ۱۱۰۰۰ مشاهده) مورد بررسی قرار دادند. پویایی سری زمانی اسکالر رودخانه انگلیش با بُد ۸ و زمان تأخیر ۱۰ روز برای تجزیه و تحلیل در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که بعد از کاهش نوفه، پیش‌بینی‌ها در دو مدل به ترتیب ۹۱ و ۵۹ درصد بهبود بخشیده شده است. Ghaheri et al. (2012) سری زمانی دبی روزانه رودخانه اهرچای (با میانگین دبی ۲/۴۳ متر مکعب بر ثانیه، انحراف معیار ۳/۳۷ متر مکعب بر ثانیه، چولگی ۳/۷، ضریب کشیدگی ۲۰/۶ و تعداد ۷۳۰۳ داده) را مطالعه و آشوب‌ناکی در آن را مشاهده نمودند. همچنین نتایج حاصل از روش پیش‌بینی موضعی نشان داد که می‌توان با کمک شناخت تعداد معادلات حاکم بر سیستم و زمان تأخیر آن با دقت مناسبی به پیش‌بینی دبی جریان در حوضه‌های آبریز داخل کشور دست یافت.

از سوابق تحقیقات می‌توان چنین برداشت کرد که تاکنون مطالعات اندکی بر روی کاهش نوفه در سری زمانی پارامترهای هواشناسی صورت گرفته و تجزیه و تحلیل‌های اندک در این خصوص نیز بر روی پارامترهایی بحث شده‌اند که ماهیت میانگین داشته‌اند. در حالی که، پارامترهایی چون دمای حداکثر دسته‌ی دیگری از پارامترها را تشکیل می‌دهند که ممکن است رفتار آن‌ها با پارامترهایی از جنس میانگین متفاوت باشد. بنابراین این تحقیق با اهداف زیر انجام پذیرفته است:

(الف) بررسی تاثیر کاهش نوفه در سری زمانی دمای حداکثر روزانه بر بازسازی فضای فاز، زمان تأخیر و بُد نشاننده؛ (ب) به کمیت در آوردن آشوب برای هر دو سری زمانی قبل و بعد از کاهش نوفه، به کمک روش‌هایی مانند حداکثر نمای لیاپانف و بُد همبستگی؛ و (پ) مقایسه دقت پیش‌بینی در هر دو سری زمانی.

## ۲- روش تحقیق

### ۲-۱- منطقه‌ی مطالعه و داده‌ها

در این مطالعه از ۹۱۲۵ مشاهده‌ی دمای حداکثر روزانه در طی ۲۵ سال (۲۰۰۸-۱۹۸۴ میلادی) از ایستگاه سینوپتیک کرمان با مشخصات جغرافیایی ۱۵° عرض شمالی و ۵۸° ۵۶ طول شرقی و ارتفاع ۱۷۵۴ متر از سطح دریا استفاده شد. میانگین ۲۵ ساله در دوره آماری مورد مطالعه برای پارامترهای مختلف هواشناسی این

توجه به سری زمانی  $x_i = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$  و مقادیر حداقل  $(x_{min})$  و حداکثر  $(x_{max})$  آن، اختلاف مطلق  $(x_{max} - x_{min})$  محاسبه شده و سپس این اختلاف به فواصل با اندازه‌ی یکسان  $\eta$  تقسیم می‌گردد. با اتخاذ  $j$  به عنوان عدد صحیح و تا حد ممکن بزرگ، تابع اطلاعات متقابل بصورت زیر تعریف می‌شود (Hegger et al., 1999):

$$MI = - \sum_{ij} p_{ij}(\tau) \ln \frac{p_{ij}(\tau)}{p_i p_j} \quad (4)$$

که در آن  $p_i$  و  $p_j$  به ترتیب احتمالاتی هستند که متغیر مقادیری را در سطوح  $i$ -امین و  $j$ -امین به خود می‌گیرد، و  $P_{ij}(\tau)$  احتمال مشترکی است که  $x_i$  در سطح  $i$  و  $x_{i+\tau}$  در سطح  $j$  دارد. چنانچه  $p_{ij}(\tau) = p_i p_j$  باشد بین  $x_i$  و  $x_{i+\tau}$  همبستگی وجود ندارد  $(MI(\tau) \rightarrow 0)$ . به طور معمول، اولین حداقل  $MI(\tau)$  نسبت به  $\tau$  به عنوان مقدار مناسب برای زمان تاخیر  $(\tau)$  مورد قبول است (Kantz and Schreiber, 2004). زیرا این مقدار، برآوردی خوب از مقیاس زمانی است که همبستگی آماری مناسب بین نقاط داده را حفظ می‌کند (Gutiérrez, 2004).

## ۲-۶- بُعد نشاننده

یکی از پارامترهای مهم دیگر در بازسازی فضای فاز، بُعد نشاننده  $(m)$  سیستم می‌باشد. در نتیجه‌ی حرکت ناپایدار در سیستم‌های آشوب‌ناک، چنانچه  $m$  بزرگ باشد تعداد درایه‌های بردار تاخیر نیز زیاد شده و بین اولین و آخرین عنصر از آن، که اختلاف زمانی نسبتاً زیادی دارند، ارتباط کمتری می‌باشد. در نتیجه ریسک مغشوش شدن الگوریتم افزایش خواهد یافت (Kantz and Schreiber, 2004). در نتیجه هرچه مقدار  $m$  کوچک‌تر باشد بهتر است.

Kennel et al. (1992) برای محاسبه حداقل بُعد نشاننده  $(m)$ ، روش شمارش نزدیکترین همسایه‌های کاذب (FNN) را پیشنهاد نمودند که به عنوان متداول‌ترین روش برای تعیین بُعد نشاننده‌ی بهینه از سری‌های زمانی آشوب‌ناک کاربرد دارد. در این روش فرض می‌شود حداقل بُعد نشاننده برای سری زمانی  $\{x_i\}$ ،  $m_0$  باشد. این بدین معنی است که جاذب بازسازی شده در فضای تاخیر  $m_0$ -بُعدی تصویری یک-به-یک از جاذب در فضای حالت اصلی بوده به طوری که ویژگی‌های آن محفوظ بماند. بنابراین همسایگی‌های نقطه‌ای مشخص بر روی همسایگی‌های همان نقطه در فضای تاخیر قرار می‌گیرند. با توجه به این تکرار، ممکن است ساختار جاذب در ابعاد بالاتر به مدت طولانی حفظ نشده و در این حالت نقاط بر روی همسایگی‌های سایر نقاط تصویر شوند، که آن‌ها را همسایگی‌های کاذب می‌نامند. ایده الگوریتم بدین صورت است که برای هر نقطه  $(x_i)$  در سری زمانی، نزدیکترین همسایگی  $(x_j)$  آن در فضای  $m$ -

مدت مناسب است (Li and Yuan, 2008). در این روش، در ابتدا مشاهدات از طریق بازسازی تأخیری به بردارهای حالت تبدیل می‌گردند. بدین صورت که با استفاده از سری زمانی  $x_i$  (که در آن  $i=0, 1, 2, \dots, N$  است)، فضای فاز  $m$  بُعدی تشکیل می‌شود. به بیان ساده تر شبکه‌ای به طول  $m$  از روی سری زمانی عبور داده شده و به این ترتیب ماتریسی با  $m$  سطر به دست می‌آید. بنابراین برای بازسازی خط سیبر سری زمانی  $x_i$ ، ماتریس  $X$  به صورت زیر خواهد بود (Takens et al. 1981):

$$X = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & \dots & x_{m-1} \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m-1} & x_m & x_{m+1} & \dots & x_{2m-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

(Takens et al. 1981) نشان دادند که چنین ماتریسی قادر است تمامی ویژگی‌های هندسی سیستم دینامیکی اولیه را بیان کند. بدین ترتیب جاذب بازسازی شده  $(Y_j)$  به صورت رابطه ۳ خواهد بود:

$$Y_j = \{x_j, x_{j+\tau}, x_{j+2\tau}, \dots, x_{j+(m-1)\tau}\} \quad (3)$$

که در آن،  $m$  بُعد برداری  $Y_j$  (یا بُعد نشاننده)،  $\tau$  زمان تاخیر بوده و  $j=1, 2, \dots, N-(m-1)\tau$  می‌باشد.

## ۲-۵- زمان تاخیر

به دست آوردن برآوردی مناسب از زمان تاخیر  $\tau$  بسیار با اهمیت است به طوری که انتخاب مناسب آن تجزیه و تحلیل داده‌ها را آسان می‌کند. اگر  $\tau$  در مقایسه با مقیاس زمانی داخلی سیستم بسیار کوچک انتخاب شود، مؤلفه‌های متوالی در بردار تاخیر به شدت به هم نزدیک و وابسته می‌شوند. بنابراین، تمامی بردارهای  $x_n$  در فضای نشاننده‌ی  $m$  بُعدی در اطراف محور قطری در فضا متمرکز می‌گردند. این پدیده در مطالعات Casdali et al. (1991) و Gibson et al. (1992) تحت عنوان افزونگی نامیده شده است (Adapted from Kantz and Schreiber, 2004). از طرف دیگر، اگر  $\tau$  بسیار بزرگ باشد، عناصر متوالی تقریباً مستقل بوده و نقاط ابری بزرگ در  $\mathbb{R}^m$  (اعداد حقیقی در بُعد  $m$ ) را پر می‌کنند. در این حالت حتی اگر جاذب واقعی سیستم ساده باشد جاذب بازسازی شده ممکن است بسیار پیچیده باشد (Kantz and Schreiber, 2004).

Fraser and Swinney (1986) برای تعیین زمان تاخیر مناسب در تجزیه و تحلیل‌های غیرخطی، استفاده از تابع میانگین اطلاعات متقابل (AMI) بین داده‌های سری زمانی را پیشنهاد نمودند. اطلاعات متقابل بین مقادیر  $x_i$  و  $x_{i+\tau}$  عبارت است از میزان فراگیری در مورد اندازه‌گیری اطلاعات در حالت  $x_{i+\tau}$  مشروط بر این که اطلاعات در حالت  $x_i$  داده شده باشد. این مفهوم، آنتروپی شرطی نام دارد (Fraser and Swinney, 1986; Singh, 2013). با

بُعدی جستجو و فاصله آن دو (یعنی  $\|x_i - x_j\|$ ) محاسبه می‌شود. با تکرار این فرایند، آماره‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$R_i = \frac{|x_{i+1} - x_{j+1}|}{\|x_i - x_j\|} \quad (5)$$

اگر  $R_i$  از آستانه‌ای هم چون  $\epsilon$  تجاوز کند، این نقطه ( $x_j$ ) به عنوان نزدیکترین همسایه کاذب مشخص می‌گردد. برای کاربرد صحیح این روش، لازم است قبلاً مقادیر  $\tau$  (که از آن در بازسازی جاذب استفاده می‌شود) و  $\epsilon$  برآورد شوند. در عمل رفتار کسری از همسایگی‌های کاذب (در دو بعد همبستگی متوالی) در مقابل مقادیر مختلفی از بعد نشانده ترسیم شده و در هر بُعد که منحنی بر محور افقی مماس شود (به صفر نزدیک شد)، مقدار آن  $m$  به عنوان بُعد نشانده‌ی منتخب (حداقل بُعد) در نظر گرفته می‌شود (Hegger et al., 1999).

## ۲-۷- حداکثر نمای لیاپانف

حداکثر نمای لیاپانف شاخصی معمول برای بررسی رفتار آشوب‌ناکی سیستم می‌باشد. این پارامتر میانگین سرعت (نرخ جدایی) دو نقطه نزدیک به هم را در فضای فاز می‌سنجد و در واقع معیاری از حساسیت رفتار سیستم به شرایط اولیه است. این نما به طور متداول با استفاده از روش ارائه شده توسط Kantz (1994) محاسبه می‌شود. سری زمانی اسکالر به عنوان مجموعه‌ی  $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$  در نظر گرفته شده، که در آن مقدار مشاهده شده در زمان  $i$  بوده و  $i=0, 1, 2, \dots, N$  می‌باشد. با بازسازی فضای فاز  $(Y_j)$  بردارهای متوالی  $x_i$  و  $x_j$  که فاصله اقلیدسی آن‌ها از مقدار  $\epsilon$  کم‌تر باشد، یعنی  $\|x_i - x_j\| < \epsilon$ ، مشخص می‌شوند. با افزایش بازه‌ی زمانی،  $\Delta t$  میزان فاصله بردارهای متوالی در گام زمانی جدید نیز بدست آمده و حداکثر نمای لیاپانف از روی معادله ۶ برآورد می‌شود (Kantz and Schreiber, 2004):

$$S(\epsilon, m, \Delta t) = \ln \sum |x_{xi+\Delta t} - x_{xj+\Delta t}| = b + \lambda_m \Delta t \quad (6)$$

که در آن  $S$  فاکتور کشیدگی،  $\epsilon$  مقیاسی است (یا همان شعاع همسایگی) که فاصله هر نقطه با همسایه‌اش سنجیده می‌شود،  $m$  بُعد نشانده و  $\lambda_m$  (حداکثر نمای لیاپانف) و  $b$  به ترتیب شیب و عرض از مبدأ خط رگرسیون بین فاکتور کشیدگی ( $S$ ) و  $\Delta t$  است. علامت مثبت نمای لیاپانف در یک سیستم پویا، وقوع آشوب و مقدار آن چگونگی وقوع آن را پیش‌بینی می‌کند. مقدار نمای لیاپانف بیان می‌کند که به‌طور متوسط با چه سرعتی قابلیت پیش‌بینی در سیستم از دست می‌رود. در واقع،  $\lambda_m$  مثبت بدین معنی است که دو نقطه نزدیک به هم، با گذشت زمان به صورت نمایی از هم واگرا شده

(حساسیت زیاد به شرایط اولیه) که سرعت واگرایی به مقدار این نما بستگی دارد (Rosenstein et al., 1993; Kantz, 1994). هر چند که اندازه مقیاس بایستی کوچک انتخاب گردد، اما میزان آن باید تا حدی باشد که چندین همسایگی برای نقطه مرجع ( $x_i$ ) پیدا گردد (Kantz and Schreiber, 2004). Hegger et al., 1998 to 2007). در نرم‌افزار TISEAN برای تعیین حد پایین و بالای مقیاس برای جستجوی همسایگی‌ها، از دو مقدار بیشینه و کمینه (به ترتیب فاصله‌ی داده‌ها تقسیم بر ۱۰۰ و فاصله‌ی داده‌ها تقسیم بر ۱۰۰۰) استفاده کردند. بنابراین، در تحقیق حاضر با انتخاب این معیار، یعنی  $\epsilon_{max}/\epsilon_{min}=10$  (نسبت حداکثر مقیاس انتخابی به حداقل آن) پنج مقدار مختلف  $\epsilon$  تعیین گردیده است. همچنین از چند مقدار برای  $m$  هم استفاده می‌شود بطوریکه همگی از حداقل بُعد نشانده‌ای که در قسمت قبل به دست آمد کوچک‌تر باشند.

## ۲-۸- بُعد همبستگی

بُعد همبستگی ابزاری را برای تعیین کمیت خود-تشابهی (که یکی از ویژگی‌های فرکتالی سیستم آشوب‌ناک می‌باشد) فراهم می‌کند. برای تخمین بُعد همبستگی روش معرفی شده توسط Grassberger and Procaccia (1983) استفاده می‌شود. در ابتدا مجموع همبستگی (معادله ۷) برای مجموعه نقاط  $x_i (i=1, 2, \dots, N)$  در فضای فاز تعریف می‌شود. مجموع همبستگی در واقع مشخص می‌کند از تمامی جفت نقاط ممکن، چه تعداد جفت نقطه وجود دارد که فاصله‌ی بین آن‌ها از مقیاس مشخص هم چون  $\epsilon$  کم‌تر است.

$$C(\epsilon) = \frac{2}{N(N+1)} \sum_{i,j=1}^N \theta(\epsilon - \|x_i - x_j\|) \quad (7)$$

که در آن،  $\theta$  تابع پله‌ای هویساید (اگر  $a \leq 0$  باشد آنگاه  $\theta(a) = 0$  و اگر  $a > 0$  باشد آنگاه  $\theta(a) = 1$  است)، و  $N$  تعداد کل داده‌ها می‌باشد. بنابراین معادله ۷ تعداد جفت‌های  $(x_i, x_j)$  را می‌شمارد که فاصله‌ی بین آن‌ها از  $\epsilon$  کم‌تر باشد. برای حذف کردن همبستگی زمانی بین جفت نقاط، معادله ۷ به صورت معادله ۸ بازنویسی می‌شود (Kantz and Schreiber, 2004).

$$C_{(m,\epsilon)} = \frac{2}{(N-m)(N-m-1)} \sum_{i=m}^N \sum_{j=i+1}^N \theta(\epsilon - \|x_i - x_j\|) \quad (8)$$

دلیل آن این است که همبستگی بین جفت نقاط داده شده که فاصله‌ی آن‌ها از  $\epsilon$  کم‌تر است نه تنها به اندازه‌ی  $\epsilon$  بلکه به مدت زمانی که بین دو اندازه‌گیری سپری شده نیز بستگی دارد. در معادله‌ی ۸ بُعد نشانده،  $m$ ، به عنوان پارامتر وارد شده، زیرا در اینجا بردارهای حالت با بردارهای تأخیر جایگزین شده است (بازسازی

$x_N$  از  $\epsilon$  کوچک‌تر باشد، بایستی مقدار  $\epsilon$  را افزایش داد (Kantz and Schreiber, 2004).

در این تحقیق برای استفاده از مدل پیش‌بینی کننده ثابت موضعی، مجموعه داده‌ها به دو دسته آموزش (۲۴ سال) و آزمون (سال آخر) تقسیم گردیدند. این کار هم برای سری زمانی اصلی و هم برای سری زمانی پس از کاهش نوفه به صورت جداگانه انجام گردید. برای واسنجی مدل در دوره‌ی آموزش، مقادیر بهینه‌ی پارامترهای بُعد نشاننده، زمان تأخیر، شعاع همسایگی و گام زمانی با استفاده از کم‌ترین مقدار ریشه دوم میانگین مربعات خطای پیش‌بینی (RMSPE) (معادله ۱۱) به دست آمد:

$$e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (\hat{x}_n - x_n)^2} \quad (11)$$

که در آن  $\hat{x}_n$  مقدار پیش‌بینی شده  $x_n$  (یعنی معادله‌ی ۱۰) و  $e$  مقدار خطا بوده و  $N$  تعداد کل داده‌ها است. در ادامه و برای دوره آزمون، با استفاده از پارامترهایی که در دوره واسنجی به دست آمدند، مدل اجرا و مقدار RMSPE محاسبه شده است.

تمامی تجزیه و تحلیل‌ها به کمک بسته نرم‌افزاری TISEAN نسخه ۳-۰-۱ (Hegger et al., 1998 to 2007) که در آدرس زیر قابل دسترس است، انجام گردیده است. (<http://www.mpipks-dresdren.mpg.de/~tisean>)

### ۳- نتایج و تحلیل نتایج

#### ۳-۱- ویژگی‌های آماری سری زمانی مورد مطالعه

در این تحقیق آمار سال‌های ۱۹۸۴ تا ۲۰۰۸ میلادی (۲۵ سال)، دمای حداکثر روزانه برای ۹۱۲۵ روز استفاده شده است. برخی مشخصه‌های آماری برای این سری زمانی (پیش از کاهش نوفه) در جدول ۱ آورده شده است.

همانطور که مشخص است، کمینه و بیشینه‌ی داده‌ها ۴- تا ۴۲ (°C)، واریانس ۸۰/۹۸ (°C<sup>2</sup>)، ضریب چولگی ۰-/۳۳۴ و میانگین ۲۵/۱۱ (°C) بدست آمده است. منفی بودن ضریب چولگی بیانگر انحراف داشتن داده‌ها به سمت مقادیر کمتر از میانگین می‌باشد. با اعمال کاهش نوفه بر روی سری زمانی برخی از این ویژگی‌ها در سری زمانی جدید (بعد از کاهش نوفه، جدول ۱) از جمله مقادیر کمینه و بیشینه‌ی داده‌ها ۲/۰۴ تا ۳۹/۶۹ (°C)، واریانس ۷۷/۱ (°C<sup>2</sup>) و ضریب چولگی ۰-/۲۵۳ تغییر یافتند. کاهش واریانس و ضریب چولگی نشان از کاسته شدن تغییرات داده‌ها می‌دهد. در شکل ۱ نیز

فضای فاز). رفتار تابع مجموع همبستگی برای مقادیر کوچک  $\epsilon$  و داده‌های زیاد به صورت نمایی با  $\epsilon$  متناسب بوده و بُعد همبستگی با رسم شکل  $\log C_{(m, \epsilon)}$  در برابر  $\log \epsilon$  در ازای مقداری مشخص برای  $m$  به شکل معادله (۹) تعریف می‌شود:

$$d2 = \lim_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{\log_{10} C_{(\epsilon)}}{\log_{10} \epsilon} \quad (9)$$

رفتار این شکل خطی نمی‌باشد از این رو باید شیب آن،  $d2$ ، بصورت موضعی و در هر مقیاس،  $\epsilon$ ، محاسبه شود. برای تعیین بُعد همبستگی منتخب می‌باید  $d2$  در مقابل طیف وسیعی از  $\epsilon$  (که دامنه‌ی آن بین  $\epsilon_{min}$  و  $\epsilon_{max}$  است) و برای ابعاد نشاننده‌ی مختلف ترسیم و بازه‌ی در نظر گرفته شود که  $d2$  از  $m$  و  $\epsilon$  مستقل باشد.

#### ۲-۹- پیش‌بینی ثابت موضعی

روش پیش‌بینی ثابت موضعی یکی از قوی‌ترین شاخص‌های ساختار غیرخطی در سری زمانی بوده و بطور مشخص به رفتار قطعی سری زمانی حساس می‌باشد. در واقع، این روش ساده نسبت به سایر پیش‌بینی کننده‌های خطی موضعی به داده‌های کمتری نیاز داشته و برخلاف برازش‌های غیرخطی عمومی برای هر سری داده جدید به انتخاب هوشمندانه رابطه‌ی ریاضی، مانند توابع هنون، لجستیک یا لورنز که در بعضی از مسائل به جای سری زمانی به کار می‌روند، نیاز ندارد. این خصوصیات باعث می‌شود که از این الگوریتم در فرایند پیش‌بینی (به خصوص غیرخطی)، به عنوان برآوردکننده‌ی تقریبی استفاده شود. گرچه نباید انتظار داشت که در تمامی شرایط نتایج آن کاملاً دقیق باشد (Kantz and Schreiber, 2004).

الگوریتم این روش بدین صورت است که از قضیه Takens et al. (1981) استفاده کرده و جاذب بازسازی شده  $Y_j$  تولید می‌گردد (معادله ۳). به منظور پیش‌بینی یک گام زمانی ( $\Delta n$ ) بعد از آخرین مشاهده  $x_N$  شعاع همسایگی  $\epsilon$  انتخاب و همسایگان اطراف آن نقطه تعیین می‌گردند ( $U_\epsilon(x_N)$ ). برای تمامی نقاط همسایه‌ای، یعنی  $x_n \in U_\epsilon(x_N)$  که فاصله‌ی آن‌ها تا  $x_N$  از  $\epsilon$  کوچک تر باشد، پیش‌بینی صورت گرفته و مقدار آن برآورد می‌شود ( $\hat{x}_{n+\Delta n}$ ). سپس میانگین این مقادیر به عنوان مقدار پیش‌بینی برای یک گام زمانی رو به جلو، در نظر گرفته می‌شود:

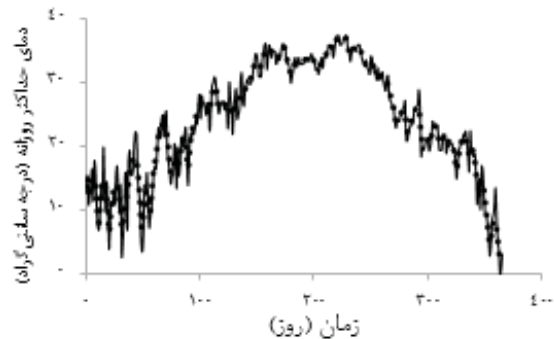
$$\hat{x}_{N+\Delta n} = \frac{1}{|U_\epsilon(x_N)|} \sum_{x_n \in U_\epsilon(x_N)} x_{n+\Delta n} \quad (10)$$

در اینجا  $|U_\epsilon(x_N)|$  به تعداد عناصر همسایگی  $U_\epsilon(x_N)$  اشاره دارد. در حالتی که هیچ همسایگی وجود نداشته باشد که فاصله‌ی آن تا

سری زمانی داده‌های روزانه دمای حداکثر به عنوان نمونه برای سال اول آمار موجود قبل و بعد از کاهش نوفه ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد با کاهش نوفه از نوسانات منحنی کاسته شده، بطوریکه مقدار حداکثر و حداقل داده‌ها به ترتیب  $2/3$  و  $6$  درجه‌سانتی‌گراد تغییر داشته است.

**جدول ۱- مشخصات آماری سری زمانی دمای حداکثر روزانه ایستگاه کرمان قبل و بعد از کاهش نوفه (۲۰۰۸-۱۹۸۴ میلادی)**

مشخصه‌ها	پیش از کاهش نوفه	بعد از کاهش نوفه
تعداد داده‌ها	۹۱۲۵	۹۱۲۵
میانگین ( $^{\circ}\text{C}$ )	۲۵/۱۱	۲۵/۱۱
انحراف استاندارد ( $^{\circ}\text{C}$ )	۸/۹۹	۸/۷۸
واریانس ( $^{\circ}\text{C}^2$ )	۸۰/۹۸	۷۷/۱
بیشینه ( $^{\circ}\text{C}$ )	۴۲	۳۹/۶۹
کمینه ( $^{\circ}\text{C}$ )	-۴	۲/۰۴
ضریب چولگی	-۰/۳۳۴	-۰/۲۵۳
ضریب کشیدگی	-۰/۸۶۳	-۱/۰۷

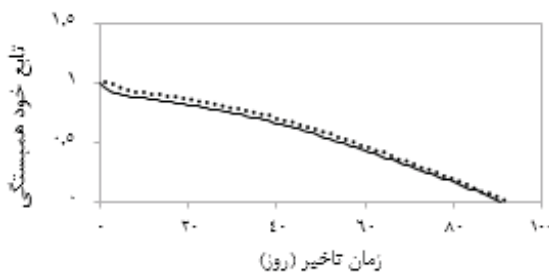


**شکل ۱- سری‌های زمانی داده‌های سال اول دمای حداکثر روزانه قبل و بعد از کاهش نوفه (به ترتیب خط ممتد و خط منقطع)**

### ۳-۲- تابع خودهمبستگی داده‌ها

شکل ۲ تابع خودهمبستگی را برای هر دو سری زمانی قبل و بعد از کاهش نوفه نشان می‌دهد. مشخص است که مقدار خودهمبستگی بصورت نمائی به صفر کاهش یافته است. برخی از نویسندگان به عنوان مثال Chaudhuri (2006) اظهار داشت که رفتار آشوب‌ناک با کاهش نمائی تابع خود همبستگی در ارتباط می‌باشد. مقدار این تابع برای هر دو سری زمانی (پیش و بعد از کاهش نوفه)، در زمان

تاخیر ۹۱ روز رخ داده است. (Millán et al. (2010) با همین تابع مقدار زمان تاخیر برای سری زمانی بعد از کاهش نوفه‌ی دمای میانگین ایستگاه بابلسر را ۹۳ روز به‌دست آوردند. تفاوت اندک، تنها ۲ روز، بین زمان تأخیر در دماهای حداکثر و متوسط بدست آمده، به احتمال زیاد در اثر تفاوت در نوع پارامتر یا اقلیم دو منطقه می‌باشد. محققان دیگری نیز از این روش استفاده کرده‌اند. برای مثال Moradizadeh Kermani et al. (2012) و Anis Hosseini and Zaker Moshfegh (2013) با استفاده از تابع خودهمبستگی زمان تأخیر را برای داده‌های دبی روزانه رودخانه‌های لیقوان و کشکان به ترتیب ۶۷ و ۷۰ روز بدست آورده‌اند. به دلیل تأثیر فرایند کاهش نوفه در تجزیه و تحلیل‌های غیر خطی، کاهش نوفه تأثیری در تعیین زمان تأخیر با این تابع نداشته و همانطور که در شکل ۲ در تعیین زمان تأخیر با این تابع مشاهده می‌شود، با این پیوسته دو منحنی رفتاری تقریباً مشابه را نشان می‌دهند. با این حال، باید توجه کرد (Millán et al., 2010) که هر چند که توابع خودهمبستگی تنها در تجزیه و تحلیل‌های خطی کاربرد دارند، اما برای برآورد اولیه زمان تاخیر مفید می‌باشند.



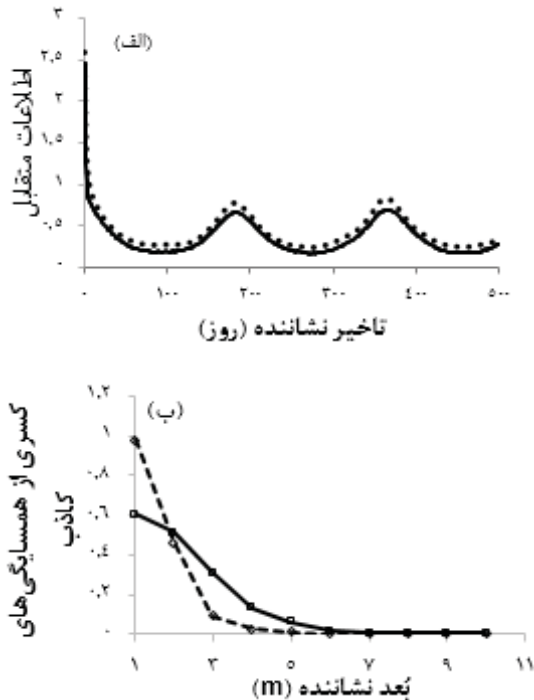
**شکل ۲- تابع خودهمبستگی پارامتر دمای حداکثر برای هر دو سری زمانی قبل و بعد از کاهش نوفه (به ترتیب خط ممتد و خط منقطع)**

### ۳-۳- زمان تأخیر و بُعد نشاننده

برای تعیین زمان تاخیر با استفاده از پویایی غیرخطی، از روش اطلاعات متقابل (پیشنهاد شده توسط: Fraser and Swinney, 1986) استفاده گردید. همانطور که در شکل (۳، الف) مشاهده می‌شود اولین حداقل منحنی اطلاعات متقابل دمای حداکثر روزانه قبل و بعد از کاهش نوفه به ترتیب ۸۲ و ۷۶ روز است. بدین معنی که اگر سری زمانی مثلاً با تأخیر ۷۶ روز از سری زمانی اولیه تشکیل داده شود، می‌توان انتظار داشت که رفتار آشوب‌ناک سیستم بازسازی شده در قالب جاذب فرکتالی در فضای فاز، خود را نشان دهد. (Millán et al. (2010) در بررسی غیرخطی سری زمانی بعد از کاهش نوفه‌ی دمای متوسط روزانه در ایستگاه بابلسر، زمان تاخیر را ۸۰ روز بدست آوردند. ملاحظه می‌شود که اختلاف بسیار کمی (تنها

استاندارد به آستانه‌ی مشخص) یکی از پارامترهای تأثیرگذار در نتایج انتخاب بُعد نشاننده می‌باشد. مقدار این ضریب در پژوهش (Millán et al. 2010) مشخص نمی‌باشد، از این رو مقایسه نتایج این دو تحقیق در ابهام باقی می‌ماند. هر چند که به احتمال زیاد، اختلاف بین دو بُعد پارامترهای دمای متوسط و حداکثر، ممکن است به علت اختلاف در نوع پارامتر بوده، بطوریکه دمای متوسط از دو پارامتر دمای حداکثر و حداقل بدست می‌آید و ممکن است رفتار آن‌ها در محاسبه دمای متوسط هم‌دیگر را تشدید کنند. در حالیکه، دمای حداکثر به عنوان عامل مستقل اندازه‌گیری می‌گردد. اختلاف زمان تأخیر در دو مطالعه را نیز می‌توان به عنوان عامل مؤثر دیگر ذکر نمود.

(Millán et al. 2010) اختلاف بین دو حداقل بُعد نشاننده برای میانگین درجه حرارت روزانه و دمای نقطه شبنم را بدلیل اختلاف در پارامترهای تأثیرگذار بر این دو عامل بیان نموده‌اند. بطوریکه بر خلاف میانگین دمای روزانه، دمای نقطه شبنم را می‌توان به تعداد کمتری از متغیرهای جوی مربوط دانست (به عنوان مثال متوسط دمای سطح و رطوبت نسبی) اما برخی از شرایط محلی یا منطقه‌ای



شکل ۳- الف) اطلاعات متقابل؛ ب) کسری از نزدیکی کمترین همسایگی‌های کاذب برای دمای حداکثر ایستگاه کرمان قبل و بعد از کاهش نوفه (به ترتیب خط ممتد و خط منقطع)

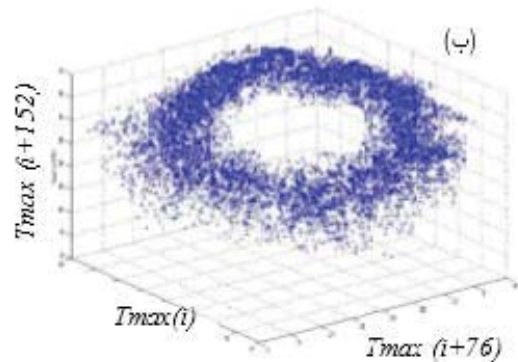
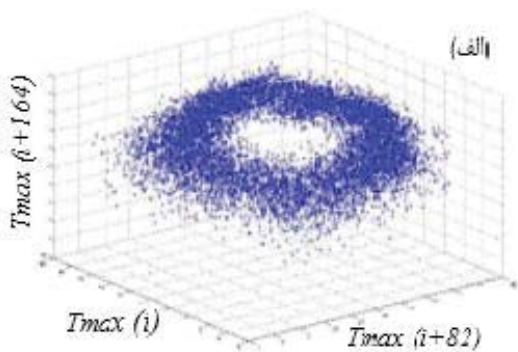
۴ روز) بین زمان تأخیر سری‌های زمانی دمای متوسط و دمای حداکثر روزانه بعد از کاهش نوفه وجود دارد که به نظر می‌رسد مربوط به نوع پارامتر باشد. همچنین Gutierrez (2004) سری زمانی متوسط ماهانه دمای سطح زمین (از سال ۱۸۸۱ تا ۱۹۹۳) را به طور غیرخطی بررسی و مقدار زمان تأخیر را ۹ روز بدست آورد. به احتمال زیاد این اختلاف به دلیل وجود برخی محدودیت‌ها مانند مقیاس زمانی داده‌ها (میانگین ماهانه در مقایسه با مقادیر روزانه)، تعداد کم داده‌ها (تنها ۱۳۵۶ داده)، آلودگی نوفه و تأخیر زمانی زیاد بین اندازه‌گیری‌ها می‌باشد. به نظر می‌رسد اختلافی که در هر دو سری زمانی بین دو مقدار زمان تأخیر از روش اطلاعات متقابل (۸۲ و ۷۶ روز) و همبسته‌نگار (۹۱ روز) بدست آمده به دلیل ماهیت روش‌ها باشد، زیرا برای تجزیه و تحلیل غیر خطی روش اطلاعات متقابل توصیه شده است. Fraser and Swinney (1986) برای داده‌های جاذب راکس (۳۲۷۶۸ نقطه) نشان دادند که بین زمان تأخیری که از خودهمبستگی صفر بدست می‌آید نسبت به مقدار حاصل شده از اولین حداقل در روش اطلاعات متقابل (به ترتیب ۲۴/۶ و ۱۰۸/۲ ثانیه) تفاوت بسیار زیادی است. زیرا اطلاعات متقابل وابستگی دو متغیر را به صورت کلی تعیین می‌کند، در حالیکه، تابع خودهمبستگی وابستگی خطی را مشخص می‌نماید. Anis Hosseini and Zaker Moshfegh (2013) نیز زمان تأخیر را با استفاده از تابع خودهمبستگی و اطلاعات متقابل برای دبی روزانه رودخانه کشکان به ترتیب ۷۰ و ۱۵ روز بدست آورده‌اند که به مقدار زیادی با هم اختلاف دارند ولی دلیلی برای این اختلاف زیاد بیان نکرده‌اند.

شکل (۳، ب) نشان می‌دهد که حداقل بُعد نشاننده برای بازسازی فضای فاز دمای حداکثر روزانه قبل و بعد از کاهش نوفه به ترتیب برابر ۷ و ۵ می‌باشد. همان طور که Kugiumtzis (1996) با مطالعه بر روی ۱۰۰۰۰ نمونه متغیر برای سیستم لورنز نشان داد، در اثر وجود نوفه در داده‌ها ممکن است به  $m$  های بزرگتری از آنچه واقعا نیاز است، نیاز باشد. نام‌برده همچنین نشان داد که با افزایش زمان تأخیر، بُعد نشاننده نیز افزایش می‌یابد. (Millán et al. 2011) برای بارندگی در چندین ایستگاه در نقاط مختلف دنیا، از جمله بابلسر، حداقل بُعد نشاننده را ۵ به‌دست آورده‌اند که معادل نتایج ما در سری زمانی بعد از کاهش نوفه است. در مطالعات (Millán et al. 2010) مقدار حداقل بُعد نشاننده برای سری‌های زمانی متوسط درجه حرارت روزانه و دمای نقطه شبنم بعد از کاهش نوفه، به ترتیب ۱۰ و ۵ گزارش شده است. برای مقایسه‌ی این ابعاد با نتایج این تحقیق ذکر این نکته ضروری است که در روش کسری از نزدیکی کمترین همسایگی‌های کاذب (Hegger et al., 1999)،  $f$  (نسبت انحراف



مربوط به ابعاد ۶ و ۷ در میانگین‌گیری دخالت داده نشد، اول) فاکتور کشیدگی در این ابعاد در بر گیرنده‌ی تمامی  $\epsilon$ ها نبود و در مقیاس‌های کوچک مقداری برای آن محاسبه نمی‌شود؛ دوم) همانطور که از شکل (۵، الف) مشخص است رابطه‌ی بین فاکتور کشیدگی و بازه‌ی زمانی برای ابعاد ۶ و ۷ از حالت خطی خارج شده و در واقع، شیب آن نمی‌تواند به عنوان  $\lambda_{max}$  در نظر گرفته شود (Kantz and Schreiber, 2004).

برای سری زمانی بعد از کاهش نوفه بر همین اساس و برای ابعاد ۲ الی ۵ و همان طیف  $\epsilon$ ، میانگین  $\lambda_{max}$  معادل  $0/019$  بدست آمد (جدول ۲). سایر محققین مانند Millán et al. (2010) و Kantz and Schreiber (2004) نیز تعداد ۵ مقیاس را در تحقیقات خود به کار برده‌اند. مثبت بودن مقادیر  $\lambda_{max}$  آشوب‌ناک بودن سری‌های زمانی دمای حداکثر روزانه چه پیش و چه بعد از کاهش نوفه را نشان می‌دهد. به نظر می‌رسد افزایش قابل توجه ( $725\%$ )  $\lambda_{max}$  بعد از کاهش نوفه آشوب‌ناکی سیستم را واضح‌تر به کمیت درآورده است.



شکل ۴- فضای فاز بازسازی شده داده‌های دمای حداکثر ایستگاه کرمان الف- با زمان تاخیر ۸۲ روز قبل از کاهش نوفه؛ ب- با زمان تاخیر ۷۶ روز بعد از کاهش نوفه

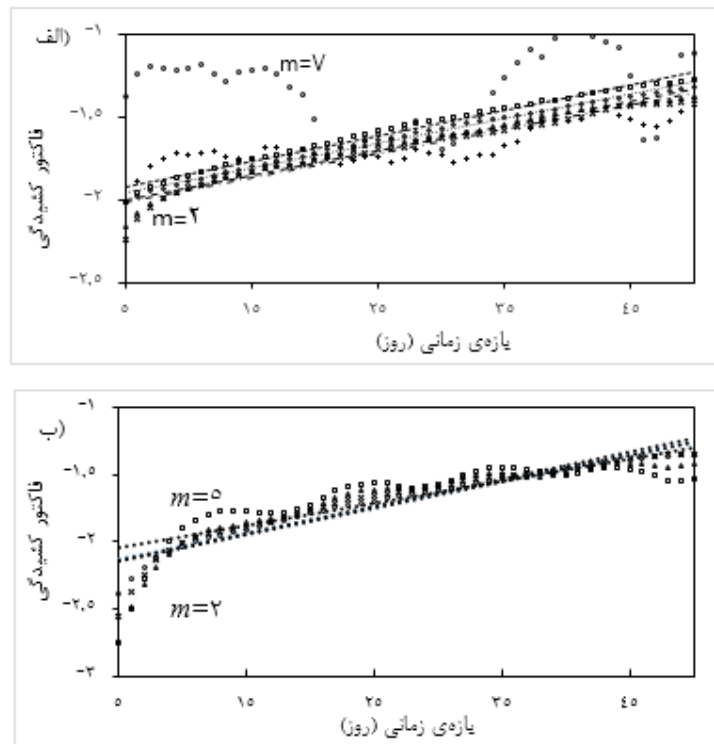
مانند اراضی فاریاب و پوشش گیاهی، تا حدی تغییرات الگو را تحت تاثیر خود قرار می‌دهد. برای مثال Gutierrez (2004) منابع خورشیدی، حرارتی و دینامیکی را به عنوان عوامل مؤثر بر متوسط دمای سطح زمین ذکر می‌کند. هر یک از منابع انرژی فوق شامل چندین متغیر و پارامتر بوده و تمامی این متغیرها به عنوان وادارکردن زمینه تعامل با یکدیگر در نظر گرفته می‌شود.

### ۳-۴- بازسازی فضای فاز

با توجه به زمان تاخیر برابر با ۸۲ روز که بر اساس تابع اطلاعات متقابل برای سری زمانی قبل از کاهش نوفه بدست آمد، شکل (۴، الف) فضای فاز بازسازی شده‌ی داده‌های دمای حداکثر را با استفاده از طرح سه بُعدی نشان می‌دهد. شاخص ساختار غیرخطی مجرای است که در مرکز فضای فاز قرار دارد. در واقع زمانی این حالت پدید می‌آید که با انتخاب زمان تاخیر مناسب نقاط در فضای فاز از همدیگر باز شده و شکلی نسبتاً متقارن را تشکیل دهند. همچنین در شکل (۴، ب) فضای فاز برای سری زمانی بعد از کاهش نوفه و مقدار زمان تاخیر ۷۶ روز ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که هر چند اختلافی اندک (تنها ۶ روز) در زمان تاخیرها وجود دارد ولی در شکل (۴، ب) به دلیل کاهش مقداری از نوفه مجرای بازتری در مرکز مشاهده می‌گردد. (Hegger et al. (1999 نیز انتخاب تاخیر زمانی کوتاه‌تر را مفید می‌دانند. اما تا جایی که در ساختار ایجاد شده در فضای فاز، همه داده‌ها نزدیک به خط مورب (قطر بزرگ بیضی) نباشند، در غیر اینصورت عناصر متوالی بردارهای تاخیر به شدت همبسته شده و حالت بسته‌ای از شکل را نشان می‌دهند (Kugiumtzis, 1996; Kantz and Schreiber, 2004).

### ۳-۵- حداکثر نمای لیاپانف

شکل (۵، الف و ب) رابطه فاکتور کشیدگی و بازه‌ی زمانی (رابطه‌ی ۶ را ببینید) را برای محاسبه حداکثر نمای لیاپانف به ترتیب برای سری‌های زمانی دمای حداکثر روزانه، پیش و بعد از کاهش نوفه، نشان می‌دهد. در شکل (۵، الف) فاکتور کشیدگی در بازه‌ی زمانی ۵۰ روزه، ابعاد ۲ الی ۷ (دلیل انتخاب ابعاد کوچکتر جلوگیری از اغتشاش زیاد است) و به ازاء طیف وسیعی از پنج مقدار  $\epsilon$  (۰/۰۴۶، ۰/۰۸۱۸، ۰/۱۴۵۵، ۰/۲۵۸۷، ۰/۴۶) ترسیم شده است. در واقع، شیب هر منحنی که بر اساس یک بُعد و میانگین مقادیر  $\epsilon$  رسم می‌شود، به عنوان حداکثر نمای لیاپانف در آن بُعد محسوب می‌گردد (Kantz and Schreiber, 2004; Millán et al., 2010). بدین ترتیب متوسط  $\lambda_{max}$  در ابعاد مختلف (از ۲ تا ۵) در سری زمانی پیش از کاهش نوفه معادل  $0/0143$  حاصل شده است. به دو دلیل  $\lambda_{max}$



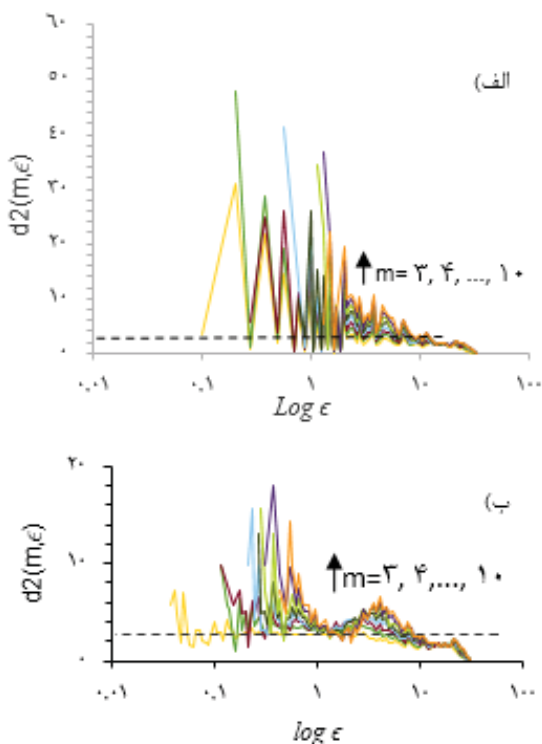
شکل ۵- رابطه‌ی خطی بین فاکتور کشیدگی و روزهای متوالی الف) سری زمانی پیش از کاهش نوفه (با ابعاد ۲ الی ۷) و ب) سری زمانی بعد از کاهش نوفه (با ابعاد ۲ الی ۵) مربوط به دمای حداکثر روزانه به ازاء  $\epsilon$  های مختلف (۰/۰۴۶، ۰/۰۸۱۸، ۰/۰۱۴۵۵، ۰/۰۴۶، ۰/۰۲۵۸۷).

جدول ۲- پارامترهای سری زمانی غیرخطی دمای حداکثر روزانه ایستگاه کرمان قبل و بعد از کاهش نوفه

پارامتر	پیش از کاهش نوفه	بعد از کاهش نوفه
$\lambda_{\max}$ (عکس روز)	۰/۰۱۴۳	۰/۰۱۹
$R^2$	۰/۹۲	۰/۸۱
$1/\lambda_{\max}$ (روز)	۷۰	۵۳
$\epsilon_{\max}$	۰/۴۶	۰/۴۶
$\epsilon_{\min}$	۰/۰۴۶	۰/۰۴۶

جدا از مزایای نظری، حداکثر نمای لیاپانف از نقطه نظر عملی نیز مفید می‌باشد. (2006) Chaudhuri نسبت زمان نمونه‌برداری ( $\Delta t$ ) به حداکثر نمای لیاپانف ( $\lambda_{\max}$ ) را به عنوان، زمان هدایت برای پیش‌بینی، برای تعریف طیف پیش‌بینی‌های موثر طوفان‌های شدید در طول فصل پیش‌موسمی در هند استفاده و به محدوده زمانی ۳۴ تا ۵۰ ساعت دست یافت. (2010) Millán et al. نیز این نسبت را مهم دانسته و از آن به عنوان زمان لیاپانوف ( $1/\lambda_m$ ) نام برده‌اند. با توجه به زمان نمونه‌برداری یک روزه این نسبت را برای دمای

(2010) Millán et al. حداکثر نماهای لیاپانف (مقدار متوسط) را برای دمای میانگین روزانه و دمای نقطه شبنم بعد از کاهش نوفه به ترتیب ۰/۰۱۷۴ و ۰/۰۱۶۹ بدست آوردند. به نظر می‌رسد دو دلیل می‌توان برای اختلاف نتایج این تحقیق با نتایج Millán et al. (2010) عنوان نمود. اول اینکه، تعداد داده‌های سری زمانی این تحقیق ۹۱۲۵ روز، و داده‌های (2010) Millán et al. به تعداد ۱۶۴۳۶ عدد بوده است. (1993) Tsonis et al. در آب و هوا و اقلیم طول سری زمانی را با بُعد جاذب مرتبط دانسته‌اند. بطوریکه داده‌های کوتاه مدت‌تر تنها ویژگی‌های محلی را نشان داده، در حالیکه، پویایی سیستم را تنها از طریق داده‌های طولانی مدت‌تر می‌توان تبیین نمود. دوم، حتی اگر طول سری‌های زمانی بتواند نتایج را تحت تاثیر قرار دهد، پویایی اقلیمی خاص نیز به تفسیر نتایج کمک خواهد کرد. بطوریکه مطالعه حاضر در اقلیم گرم و خشک کرمان انجام شده است در حالیکه اقلیم تحقیق (2010) Millán et al. بابلسر، مرطوب و معتدل می‌باشد.



شکل ۶- برآورد بُعد همبستگی سری زمانی دمای حداکثر روزانه (الف) قبل از کاهش نوفه و (ب) بعد از کاهش نوفه. خط منقطع افقی جایی است که  $d2$  از  $m$  و  $\epsilon$  مستقل است.

Islam and Sivakumar (2002) برای حوضه ی لیندنبرگ دانمارک بُعد همبستگی  $3/76$  را بدست آوردند که حاکی از رفتار آشوبناک سری زمانی دبی روزانه در این حوضه می باشد. همانطور که مشخص است تمامی سوابق تحقیق مربوط به بُعد همبستگی در دبی رودخانه می باشند که در آن ها به کاهش نوفه نیز اشاره ای نشده است. البته از نتایج این تحقیق نیز معلوم می شود که کاهش نوفه تأثیر چندانی در بُعد همبستگی ندارد. زیرا، مقدار بُعد همبستگی در مقیاس های متوسط (نه زیاد و نه کم) بدست می آید و کاهش نوفه بیشتر در مقیاس های کم بر روی این پارامتر اثر گذار می باشد.

در انتخاب مقدار  $d2$  همانطور که Zang and Howell (2004) مطرح نموده اند باید دقت لازم را به عمل آورد، زیرا خود-تشابهی در مقادیر  $\epsilon$  زیاد (مقیاس بزرگ)، می بایست حداقل باشد، در حالی که اگر مقیاس به اندازه کافی کوچک باشد خود-تشابهی به بُعد نشاننده وابسته می گردد، یعنی  $d2$  کاملاً مستقل نمی باشد که این پدیده می تواند ناشی از اثر نوفه باشد. بنابراین تنها در مقیاس های متوسط است که امکان دارد منحنی ها به هم نزدیک شده و نسبتاً افقی شوند

میانگین و نقطه ی شبنم به ترتیب ۵۷ و ۵۹ روز بدست آوردند. همچنین در مطالعه بارندگی در نقاط مختلف دنیا از جمله (ایستگاه های مهرآباد، بابلسر و انزلی در ایران) مشخص گردید که الگوی پیش بینی بارش روزانه براساس عکس مجموع نماهای لیاپانف مثبت  $(1/\sum \lambda_+)$ ، از ۷ روز تجاوز نمی کند (Millán et al., 2010).

چنانچه محدوده پیش بینی بر زمان لیاپانوف غالب شود، می توان آن را به بویایی آشوبناکی سیستم تفسیر کرد. به دنبال این رویکرد پارامتر  $1/\lambda_{max}$  برای دمای حداکثر روزانه و برای دو حالت قبل و بعد از کاهش نوفه به ترتیب در حدود ۷۰ و ۵۳ روز بدست آمده است (جدول ۲ را ببینید). بنابراین برای ساخت پیش بینی های قابل اعتماد در داخل این محدوده، می توان از مدل های قطعی استفاده کرد.

### ۳-۶- بُعد همبستگی

همگرایی به بُعد همبستگی مشخص را می توان با رسم ابعاد همبستگی مؤثر در مقابل مقیاس  $(\epsilon)$  برای نشانده های  $(m)$  مختلف بدست آورد (شکل ۶ الف و ب). در اینجا، برای محاسبه بُعد همبستگی سری های زمانی حداکثر دمای روزانه قبل و بعد از کاهش نوفه مقدار  $\tau$  به ترتیب ۸۲ و ۷۶ روز، مقدار  $m$  برای هر دو سری زمانی ۳ الی ۱۰ و  $\epsilon$  نیز برای هر دو سری زمانی ۰/۴۶۰ الی ۴۲/۹ در نظر گرفته شد. در شکل ۶ (الف و ب) مقدار بُعد همبستگی  $(d2)$  برای سری های زمانی دمای حداکثر روزانه قبل و بعد از کاهش نوفه به ترتیب برابر  $2/78$  و  $2/85$  بدست آمد. این ابعاد فرکتالی نشان دهنده آشوبناکی هر دو سری زمانی دمای حداکثر روزانه می باشند. ما تنها توانستیم از منابع محدودی برای مقایسه استفاده کنیم، گرچه این منابع ارتباطی به دمای حداکثر روزانه ندارند. مقدار بُعد همبستگی در تحقیق Lotfollahi Yaghin et al. (2013) برای شاخص ارتفاع موج ساعتی دریای خزر معادل  $2/63$  بدست آمد که این بُعد پایین نیز نشان دهنده آشوبناکی این شاخص می باشد.

Anis Hosseini and Zaker Moshfegh (2013) بُعد همبستگی  $3/38$  را برای سری زمانی دبی رودخانه کشکان بدست آوردند که این بُعد نشانه ای از آشوب قطعی در سیستم حاکم بر جریان این رودخانه است. Ghaheri et al. (2012) برای رودخانه اهر جای بُعد همبستگی  $3/5$  را بدست آوردند. Regonda et al. (2004) برای سری های زمانی روزانه، ۵-روز و ۷-روز دبی رودخانه کنتاکی در آمریکا، مقدار بُعد همبستگی را به ترتیب  $4/22$ ،  $4/63$  و  $4/87$  محاسبه نموده اند.

(استقلال  $d2$  از  $m$  و  $\epsilon$ ) که به معنای یکتا بودن  $d2$  می‌باشد. در غیر اینصورت نمی‌توان مقداری برای  $d2$  برآورد نمود که نشان‌دهنده غالب بودن مؤلفه تصادفی در سری زمانی می‌باشد.

### ۳-۷- واسنجی و صحت سنجی مدل پیش‌بینی

برای دوره واسنجی و بر مبنای آمار ۲۴ ساله و برای هر دو سری زمانی قبل و بعد از کاهش نوفه، مدل پیش‌بینی ثابت موضعی به طور جداگانه اجرا گردید. نتایج حاصل از واسنجی‌ها نشان داد که حداقل جذر میانگین مربعات خطای پیش‌بینی (RMSPE) برای قبل و بعد از کاهش نوفه به ترتیب ۲/۳۸۵ و ۰/۹۸۸ بدست آمد. همانطور که مشخص است بعد از کاهش نوفه کاهش خطا قابل توجه (حدود ۶۰ درصد) است که نشان‌دهنده‌ی تأثیر مثبت کاهش نوفه در فرایند پیش‌بینی می‌باشد. سپس برای آزمون نتایج واسنجی، با توجه به پارامترهای حاصله از مرحله‌ی قبل ( $\epsilon=2/1$ ,  $\tau=1$ ,  $m=1$ )، مدل برای داده‌های سال آخر هر دو سری زمانی قبل و بعد از کاهش نوفه اجرا گردید (شکل ۷ الف و ب).

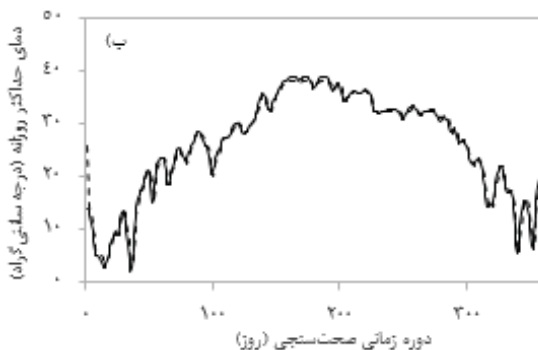
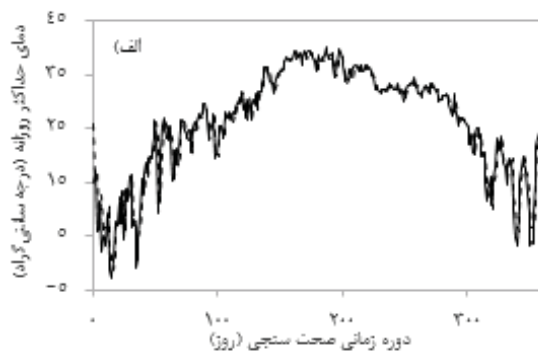
مقدار خطاهای حاصله در دوره‌ی آزمون به ترتیب معادل ۲/۶۴۸ و ۱/۰۶۶ بدست آمدند که افزایش آن‌ها نسبت به دوره‌ی واسنجی نسبتاً ناچیز است (به ترتیب ۱۰ و ۷ درصد). در این دوره نیز، خطا در سری زمانی بعد از کاهش نوفه حدود ۱/۶۰ کمتر از خطا در سری زمانی پیش از نوفه می‌باشد. در شکل ۸ نیز اختلاف بین داده‌های مشاهداتی و پیش‌بینی شده (مقدار خطا) در دوره‌ی صحت سنجی ترسیم شده است. همانطور که مشخص است دامنه‌ی خطا در پیش از کاهش نوفه بین ۱۴- تا ۸+ و در بعد از کاهش نوفه بین ۴- تا ۴+ درجه سانتی‌گراد تغییر نموده است که حاکی از تأثیر مثبت کاهش نوفه در فرایند پیش‌بینی دارد.

در تحقیق (Anis Hosseini and Zaker Moshfegh (2013 نیز کارایی بهتر روش تقریب موضعی مبتنی بر نظریه آشوب نسبت به روش برنامه‌سازی ژنتیک برای پیش‌بینی دبی رودخانه کشکان ذکر شده است. هر چند که برنامه‌سازی ژنتیک برای پیش‌بینی به ۱۶ متغیر ورودی نیاز دارد در صورتیکه در روش تقریب موضعی تنها یک متغیر ورودی (رواناب روز پیش) به کار گرفته می‌شود.

### ۴- خلاصه و جمع‌بندی

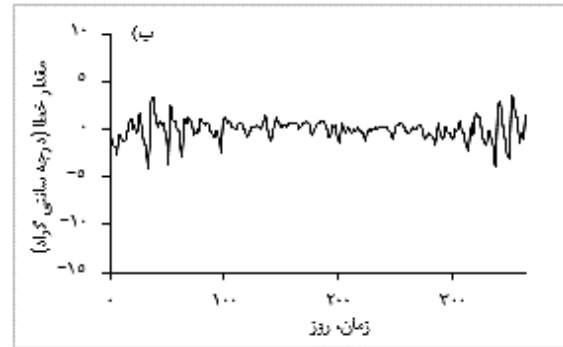
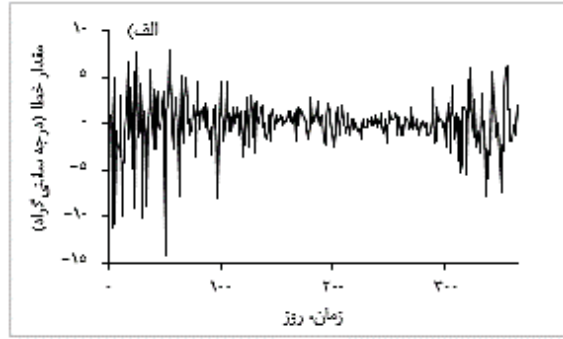
در این تحقیق تجزیه و تحلیل پویایی غیرخطی در سری زمانی تک متغیره دمای حداکثر روزانه در ایستگاه کرمان قبل و بعد از کاهش نوفه انجام گردید. نتایج نشان داد که کاهش نوفه در محاسبه‌ی زمان تأخیر، بُعد نشاننده، نمای لیاپانف و خطای حاصل از فرایند پیش‌بینی برای سری زمانی دمای حداکثر روزانه تأثیرگذار است. کاهش در بُعد نشاننده سری زمانی بعد از کاهش نوفه، حاکی از تعداد کمتر عناصر سازنده بردار تأخیر در فضای فاز بود که سبب می‌شود همبستگی بیش تری بین آن‌ها برقرار و از اغتشاش زیاد در سیستم جلوگیری شود. به کمیت درآوردن آشوب از طریق پارامترهای حداکثر نمای لیاپانف و بُعد همبستگی حاکی از آشوب‌ناک بودن هر دو سری زمانی می‌باشد. اختلاف مقادیر این دو کمیت در سری‌های زمانی کاهش نوفه-یافته به ترتیب ۲۶ و ۳ درصد افزایش را نشان می‌دهد. به نظر می‌رسد این افزایش به دلیل کاهش مؤلفه تصادفی و افزایش مؤلفه قطعی در سری زمانی کاهش نوفه- یافته باشد.

نکته حائز اهمیت در این تحقیق پیش‌بینی به کمک مدل ثابت موضعی و تعیین دقت آن برای هر دو سری زمانی بود. با توجه به مقدار خطای ناچیز در هر دو سری زمانی می‌توان از دقت مدل رضایت مطلوبی داشت.



شکل ۷- سری‌های زمانی مشاهداتی و پیش‌بینی شده (به ترتیب خط ممتد و منقطع) دمای حداکثر روزانه در دوره صحت‌سنجی الف) قبل از کاهش نوفه و ب) بعد از کاهش نوفه

Chaos	آشوب
Chaotic	آشوبناک
Correlation dimension	بُعد همبستگی
Correlation sum	مجموع همبستگی
Delay \ lag time	زمان تأخیر
Delay embedding	نشاندهی تأخیری
Deterministic	قطعی
Embedding	نشاننده
Embedding space	فضای نشاننده
Embedding dimension	بُعد نشاننده
Embedded	نشانیده
Fraction of false nearest Neighbours (FFN)	کسری از نزدیکترین همسایه‌های کاذب
Global Nonlinear fits	برازش‌های خطی عمومی
Heaviside Function	تابع هویساید
Lyapunov exponents	نماهای لیاپانف
Locally Constant Prediction Scheme	روش پیش‌بینی ثابت موضعی
Local Linear Predictors	پیش‌بینی‌کننده خطی موضعی
Lead-time for prediction	زمان هدایت برای پیش‌بینی
Mutual information	اطلاعات متقابل
Neighbour	مجاور - همسایه
Neighbourhood	همسایگی
Noise	نوفه
Projection	تصویر
Phase space	فضای فاز
Redundancy	افزونگی
Root Mean Square Prediction Error	ریشه دوم میانگین مربعات خطای پیش‌بینی
Roux Attractor	جاذب راکس
Self-similarity	خود-تشابهی
Stationary	ایستا - مانا
Stretching Factor	فاکتور کشیدگی
Trajectory	مسیر - مدار
uniqueness	یکتابی



شکل ۸- مقادیر خطا در دوره صحت‌سنجی الف) قبل از کاهش نوفه و ب) بعد از کاهش نوفه

در پیش‌بینی با استفاده از نظریه آشوب تنها از یک متغیر (دمای روز قبل) استفاده شده و با استفاده از پارامترهای غیر خطی شامل زمان تأخیر، بُعد نشاننده، و شعاع همسایگی متغیر روز بعد قابل پیش‌بینی می‌باشد که نشان‌دهنده قدرت بسیار مناسب این مدل‌ها می‌باشد. در این تحقیق ارتباطی بین  $1/8$  و پیش‌بینی به کمک مدل ثابت موضعی تشخیص داده نشد. در نهایت نتیجه گرفته می‌شود که برای تجزیه و تحلیل غیرخطی پویایی سری زمانی، کاهش نوفه در سیستم ضروری می‌باشد ولی این کاهش نباید باعث از بین رفتن مولفه قطعی درونی سیستم شود.

### ۵- تشکر

بدینوسیله از آقای مهندس حمید مدنی دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی آب که در برنامه‌نویسی، نصب و اجرای مدل TISEAN همکاری داشتند تشکر می‌شود.

### پی‌نوشت‌ها

مرجع: سایت پژوهشکده آمار ایران  
<http://www.stc.ac.ir/fa/Dictionary> و لغت‌نامه ریاضی

کلمه یا عبارت

معنی یا کاربرد فارسی

Attractor

جاذب

- Kennel MB, Brown R, Abarbanel HDI (1992) Determining embedding dimension for phase space reconstruction using a geometrical construction. *Phys. Rev. A* 45(6):3403–3411.
- Kugiumtzis D (1996) State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series - the role of the time window length. *Physica D* 95:13-28.
- Larsen ML, Kostinski AB, Tokay A (2005) Observations and analysis on uncorrelated rain. *J. Atmos. Sci.* 62:4071–4083.
- Li BB, Yuan ZF (2008) Non-linear and chaos characteristics of heart sound time series. *Proc. IMechE Part H: J. Engineering in Medicine* 222:265–272.
- Lorenz EN (1963) Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.* 20:130–141.
- Lotfollahi Yaghin, M. A., Lashte Neshai, M. A., Ghorbani, M. A. and Baik Lorian, M. (2013) Modeling and prediction of significant wave height of the Caspian Sea with the theory of chaos. *AJSR-CEE*, 45 (1): 97-105 (In Persian).
- Millán, H. Ghanbarian-Alavijeh, B., García-Fornaris, I. (2010) Nonlinear dynamics of mean daily temperature and dewpoint time series at Babolsar, Iran, 1961–2005. *Atmospheric Research* 98: 89–101.
- Millán H. Rodríguez J., Ghanbarian-Alavijeh B., Biondi R., and Llerena G. (2011) Temporal complexity of daily precipitation records from different atmospheric environments: Chaotic and Lévy stable parameters. *Journal of Atmospheric Research* 101:879–892.
- Moradzadeh Kermani F, Ghorbani MA, Dinpashoh Y, Farsadzadeh D (2012) Predicting model of river stream flow based on chaotic phase space reconstruction. *Journal of Knowledge of Soil and Water* 4 (22):1-16. (In Persian)
- Parmesan C, Yohe G (2003) A globally coherent fingerprint of climate change impacts across natural systems. *Nature* 421:37-42.
- Porporato A, Ridolfi L (1996) Clues to the existence of deterministic chaos in river flow. *Int. J. Mod. Phys. B.* 10 (15):1821-1862.
- Regonda SK, Sivakumar B, Jain A (2004) Temporal scaling in river flow: can it be chaotic? *Hydrological Sciences Journal* 49(3):373-385.
- Rosenstein MT, Collins JJ, De Luca, CJ (1993) A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D* 65:117–134.
- Anis Hosseini M, Zaker Moshfegh M (2013) Kashkan river flow analysis and forecasting using chaos theory. *Hydraulic Journal* 8(3): 45-61 (In Persian).
- Box GEP, Jenkins GM, Reinsel GC (1994) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Prentice-Hall, Third Edition, NJ, USA, 200p.
- Chaudhuri S (2006) Predictability of chaos inherent in the occurrence of severe thunderstorms. *Advances in complex systems* 9:77–85.
- Elshorbagy A, Simonovic SP, Panu US (2002) Estimation of missing stream flow data using principles of chaos theory. *Journal of Hydrology* 255:123-133.
- Eslami A, Ghahraman B (2013) Sensitivity analysis and uncertainty parameters affecting in the estimation of reference evapotranspiration in models with different mathematical structure. *Iranian J. of Irr. and Drain.* 1(7):68-79 (In Persian).
- Fraser AM, Swinney HL (1986) Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Phys. Rev. A* 33:1134–1140.
- Ghaheri A, Ghorbani MA, Delafrooz H, Malekini L (2012) Assessment of river flow using chaos theory. *Iranian Water J.*, 6(10): 117-126 (In Persian).
- Gottwald G, Melbourne I (2005) Testing for chaos in deterministic systems with noise. *Physica D* 212:100-110.
- Grassberger P, Procaccia I (1983) Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D* 9:189-208.
- Gutiérrez RM (2004) Optimal nonlinear models from empirical time series: an application to climate. *International Journal of Bifurcation and Chaos* 14(6):2041–2052.
- Hegger R, Kantz H, Schreiber T (1999) Practical implementation of nonlinear time series methods: the TISEAN package. *Chaos* 9:413–440.
- Islam MN, Sivakumar B (2002) Characterization and prediction of runoff dynamics: A nonlinear dynamics view. *Advances in Water Resources* 25:179-190.
- Kantz H (1994) A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series. *Physics Letters A* 185:77-87.
- Kantz H, Schreiber T (2004) *Nonlinear time series analysis*. Second edition, Cambridge University Press, Cambridge 388p.
- Kellert, S., H. (1993). *In the wake of chaos*. The University of Chicago Press books, 190p.

- Takens F (1981) Detecting strange attractors in turbulence, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 898. Springer, New York.
- Tsonis AA, Elsner JB, Georgakakos KP (1993) Estimating the dimension of weather and climate attractors: important issues about the procedure and interpretation. *J. Atmos. Sci.* 50:2549–2555.
- Valipour M, Zaker-Moshfegh M (2013) Application of genetic programming in simulation of rainfall-runoff process. Seventh National Congress of Civil Engineering, Zahedan University, Iran.
- Zang X, Howell J (2004) Dynamics and control of process systems. A proceeding volume from the 7th IFAC symposium, Cambridge, Massachusetts, USA, V. 1, ELSEVIER IFAC publications.
- Zhou Y, Ma Z, Wang L (2002) Chaotic dynamics of the flood series in the Huaihe River basin for the last 500 years. *Journal of Hydrology* 258:100-110.
- Saltzman B (1959) On the maintenance of the large-scale quasi-permanent disturbances in the atmosphere. *Tellus* 11:425–431.
- Schouten JC, Takens F, van den Bleek CM (1994) Estimation of the dimension of a noisy attractor. *Physical review E*, 50 (3):1851-1861.
- Schreiber T, Grassberger P (1991) A simple noise-reduction method for real data. *Physics Letters A* 160: 411-418.
- Sharifi MB, Georgakakos KP, Rodriguez-Iturbe I (1990) Evidence of deterministic chaos in the pulse of storm rainfall. *J. Atmos. Sci.* 47: 888–893.
- Singh VP (2013) Entropy theory and its application in environmental and water engineering. John Wiley & Sons, Ltd., Publication.
- Sivakumar B, Liang SY, Liaw CY (1998) Evidence of chaotic behavior in Singapore rainfall. *J. Am. Water Resour. Assoc.* 34(2):301–310.
- Strozzi FEG, Tenreiro C, Noè T, Rossi M Serati JM, Zaldívar C (2007) Application of non-linear time series analysis techniques to the Nordic spot electricity market data. *Liuc Papers n. 200, Serie Tecnologia* 11.