



بیست و چهارمین همایش
سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک
۷ تا ۹ اردیبهشت ۱۳۹۵



ISME 2016



دانشگاه یزد



دانشکده مهندسی مکانیک ایران

گواهی ارائه مقاله

بدین وسیله گواهی می‌شود که مقاله‌ای با عنوان
بررسی طرح‌های مختلف AUSM در جریان‌های پایا و ناپایا

توسط نویسندگان

زهراسادات علوی، محمدحسن جوارشکیان

در

بیست و چهارمین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران

که در دانشگاه یزد برگزار گردید، ارائه شده است.

دکتر محمد بزرگ
دیرپایش



دکتر منصور رفیعیان
دیر علی‌بایش

یزد، صفائییه، بلوار دانشگاه
دانشگاه یزد
پردیس فنی و مهندسی
دانشکده مهندسی مکانیک
صندوق پستی: ۷۴۱-۸۹۱۹۵

Department of Mechanical
Engineering, Yazd University
Daneshgah Boulevard
Safaieh, Yazd, Iran
P.O. Box 89195 - 741

24th

ISME 2016

Annual International Conference on Mechanical Engineering
April 26-28, 2016, Yazd, Iran

بررسی طرح‌های مختلف AUSM در جریان‌های پایا و ناپایا

زهرا سادات علوی^۱، محمدحسن جوارشکیان^۲

^۱ دانشجوی دکترای مهندسی هوافضا/آیرودینامیک، دانشگاه فردوسی مشهد، z.alavi86@yahoo.com

^۲ هیئت علمی مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، javareshkian@um.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، تأثیر طرح‌های مختلف AUSM برای حل معادلات اولر در جریان‌های داخلی پایا و ناپایا به روش عددی مورد بررسی قرار گرفته است. امروزه تلاش در توسعه الگوریتم‌های بالادست مبتنی بر استفاده از تجزیه شارها می‌باشد که هدف، ترکیب دقت الگوریتم‌های بالادست از نوع تجزیه اختلاف شار و توانایی الگوریتم‌های بالادست از نوع تجزیه بردار شار در گرفتن ناپیوستگی‌های قوی میدان جریان هم‌چون موج‌های ضربه‌ای و فن‌های انبساطی به شکل مطلوب می‌باشد. طرح‌های خانواده AUSM با توجه به این ایده خلق و توسعه داده شدند. در این پژوهش، برای مطالعه جریان پایا از مسئله نازل واگرای مافوق صوتی که در آن موج ضربه‌ای قائم رخ می‌دهد و برای مطالعه جریان ناپایا از مسئله لوله شوک استفاده شده است. سپس تکنیک‌های AUSM، AUSM⁺، AUSM⁺-up، AUSM⁺-up2، SLAU، SLAU2 که همگی اشکال توسعه‌یافته روش اصلی AUSM هستند در این دو مسئله با هم مقایسه و بررسی شدند. نتایج نشان می‌دهد که علیرغم اینکه در دو جریان پایا و ناپایا، روش هر تکنیک یکسان است، اما تفاوت‌هایی در نتایج وجود دارد که قابل تأمل است. در جریان ناپا، بهترین نتایج از منظر تسخیر موج ضربه‌ای، به روش‌های SLAU2 و AUSM⁺-up2 اختصاص دارد که البته SLAU2 قبل از موج ضربه‌ای، مقداری نوسان نسبت به AUSM⁺-up2 دارد. در جریان پایا، در محل تسخیر موج ضربه‌ای، روش AUSM⁺-up نزدیک‌ترین نتایج بدون نوسان را به حل دقیق ارائه می‌کند. البته روش‌های AUSM⁺ و AUSM⁺-up2 نیز نتایج نزدیکی به حل دقیق دارند اما اولی قبل از موج ضربه‌ای و دومی بعد از موج ضربه‌ای، نوسان کمی را دارد که دقت آن را کمتر از روش AUSM⁺-up نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی

طرح‌های خانواده AUSM، AUSM⁺، AUSM⁺-up، SLAU، پایا و ناپایا

مقدمه

امروزه تلاش در توسعه الگوریتم‌های بالادست مبتنی بر استفاده از تجزیه شارها می‌باشد که هدف ترکیب دقت الگوریتم‌های بالادست از نوع تجزیه اختلاف شار و توانایی الگوریتم‌های بالادست از نوع تجزیه بردار شار در گرفتن ناپیوستگی‌های قوی میدان جریان هم‌چون موج‌های ضربه‌ای، ناپیوستگی‌های تماسی و فن‌های انبساطی به شکل مطلوب می‌باشد. روش‌های خانواده AUSM با توجه به این ایده خلق

و توسعه داده شدند. عبارت AUSM مخفف چهار کلمه Advection و Upstream Splitting Method می‌باشد. پایه اصلی این روش بر تقسیم شار به دو قسمت فشاری و جابجایی اشاره دارد و با به کارگیری توابع چندجمله‌ای جهت مشخص کردن سرعت، جابجایی و فشار بر روی وجه سلول عمل می‌کند. روش AUSM یک روش بالادست بوده که توسط لیو و استفان در ۱۹۹۳ [۱] ارائه گردید و خاصیت مونوتونیسیتی دارد یعنی نتایج آن بدون نوسان و هموار است. در سال ۱۹۹۶، لیو در ادامه‌ی فعالیت خود، روش AUSM⁺ که توسعه داده شده‌ی روش AUSM بود را معرفی کرد [۲]. لیو بیان می‌کند که روش جدید قابلیت‌های بهتری در تسخیر ناپیوستگی‌ها در جریان‌های دایم و غیردایم دارد و نیز در تحلیل موج‌های ضربه‌ای متحرک، نوسان ندارد. علاوه بر این، وی هم‌چنان توانسته است سادگی الگوریتم و کدنویسی را در این تکنیک حفظ کند. روند توسعه‌ی روش AUSM در سال ۲۰۰۶، با ایجاد تکنیک AUSM⁺-up توسط لیو [۳] ادامه پیدا کرد. مهم‌ترین برتری آن نسبت به روش‌های قبلی را می‌توان افزایش کارایی به ویژه در اعداد ماخ پایین و حل مشکل متغیر بودن β (پارامتر ثابت موجود در شار فشار طرح AUSM⁺-up) که خود سبب متغیر شدن جواب‌ها می‌گردد، عنوان کرد. اضافه شدن پسوند up در این روش به این علت است که u بیان‌گر وجود ترم پخشی سرعت و p بیان‌گر وجود ترم پخشی فشار در روابطی که بیان‌کننده فشار و ماخ منتقل‌کننده اطلاعات هستند، می‌باشد. در واقع تغییرات اصلی، مشابه روش AUSM⁺-در هنگام تعریف سرعت صوت عددی می‌باشد. به طور خلاصه این روش نسبت به تمام نسخه‌های قبلی بهبود یافته‌تر و دقیق‌تر است.

در سال ۲۰۰۷، هاجزمن و همکارانش [۴] از روش AUSM و AUSM⁺ متداول برای تحلیل جریان در لوله شوک و کانال گامای سه‌بعدی استفاده کردند و نتایج آن را، با برخی مدل‌های مرکزی صریح با دقت مرتبه ۱ (Lax-Friedrichs) و با دقت مرتبه ۲ (MacCormack) مقایسه کردند. لیو و همکارانش در سال ۲۰۰۸ [۵]، تحلیل مسائل تراکم‌پذیر چندسیالی را با استفاده از روش AUSM انجام دادند که در عین سادگی روش، نتایج دقیق و بسیار خوبی را ارائه می‌کرد. ترکیب تکنیک‌های AUSM با روش‌های دیگر نیز از موضوعات مورد توجه محققان بوده است. کیستو و همکارانش در سال‌های ۲۰۱۱ و ۲۰۱۴ [۶] از روش AUSM برای محاسبه‌ی شارها در الگوریتم PISO برای حل معادلات اولر در همه‌ی رژیم‌های جریان با ماخ‌های مختلف معادلات و نیز معادلات مغناطیسی هیدرودینامیکی (MHD) بهره بردند. آن‌ها در اولین تحقیق، توانستند نتایج خوبی را در تمامی رژیم‌های جریان دریافت کنند و

$$\hat{f} = n_x f = V_n [\rho, \rho u, \rho H]^T + p [0, n_x, 0] \quad (5)$$

$$= \hat{f}^c + p [0, n_x, 0]$$

برای شار سطح سلول، رابطه (۶) را خواهیم داشت:

$$\hat{f}_{L/R} = \frac{1}{2} M_{L/R} (\hat{f}_L^c + \hat{f}_R^c) - \frac{1}{2} \left| \frac{M_{L/R}}{R} \right| (\hat{f}_R^c - \hat{f}_L^c) + p_{L/R} [0, n_x, 0] \quad (6)$$

شار $\hat{f}_{L(R)}^c$ در رابطه (۶) به صورت بردار (۷) خواهد بود.

$$\hat{f}_{L(R)}^c = [\rho a, \rho a u, \rho a H] \quad (7)$$

برای به دست آوردن $M_{L/R}$ و $p_{L/R}$ باید روابط (۸) و (۹) و (۱۰) را در معادلات (۱۱) و (۱۲) جایگزین کرد.

$$M_L = \frac{\bar{v}_L \cdot \bar{n}}{a_L}, \quad M_R = \frac{\bar{v}_R \cdot \bar{n}}{a_R} \quad (8)$$

$$M^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|) & \text{if } |M| > 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$P^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|)/M & \text{if } |M| > 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

$$M_{L/R} = M^+(M_L) + M^-(M_R) \quad (11)$$

$$p_{L/R} = P^+(M_L) \cdot p_L + P^-(M_R) \cdot p_R \quad (12)$$

به این ترتیب تمامی پارامترهای میانی لازم در وجه سلول به دست خواهند آمد. اسکیم AUSM، اولین و ساده‌ترین روش از خانواده AUSM است که پس از آن سایر تکنیک‌های خانواده AUSM از توسعه آن به دست آمدند که در ذیل به تغییراتی که در هر یک از این روش‌ها انجام شده است، اشاره می‌شود.

۲- روش AUSM⁺

روش AUSM⁺ با تغییراتی در الگوریتم پایه (اضافه کردن یک ترم دیگر به هر کدام از پارامترهای $M^\pm(M)$ و $P^\pm(M)$) و با تعریف سرعت صوت در وجه سلول (رابطه (۱۳)) ارائه شد. سپس از این سرعت صوت برای به دست آوردن M_L و M_R استفاده می‌شود.

$$a_{L/R} = \frac{a_L + a_R}{2} \quad (13)$$

در این روش مشکل پایداری عددی که در روش‌های قبلی وجود داشت، مرتفع شده است. این الگوریتم با تعریف سرعت صوت در وجه سلول، دقت و توانایی حل در تسخیر ناپیوستگی‌های قوی مانند امواج ضربه‌ای را در جریان‌های دایم و غیر دایم بالا برده است. روابط مفصل این تکنیک در مرجع [۲] اشاره شده است.

۳- روش AUSM⁺-up

این روش توسعه یافته‌ی روش AUSM⁺ در سال ۲۰۰۶ برای رفع برخی کمبودهای موجود در روش قبل است. مهم‌ترین برتری آن نسبت به روش‌های قبلی را می‌توان افزایش کارایی به ویژه در اعداد ماخ پایین و حذف پارامترهای متغیر موجود در ترم‌های اضافی روش AUSM⁺ با افزودن یک رابطه هوشمند برای محاسبه این پارامترها، عنوان کرد. اضافه شدن پسوند up در این روش به این علت است که

نیز سازگاری این تکنیک را با اعداد ماخ بالا اثبات کردند. از طرفی در پژوهش دوم، ادعا کردند که این الگوریتم، قادر است که گستره وسیعی از جریان‌های MHD از محدوده نزدیک به تراکم ناپذیر تا رژیم‌های بسیار تراکم‌پذیر را مورد تحلیل قرار دهد.

SLAU یکی دیگر از تکنیک‌های خانواده AUSM است که در سال ۲۰۱۱ توسط شیما و کیتامورا [۸] ارائه شد. در این روش برخلاف تکنیک AUSM⁺-up، از عدد ماخ جریان آزاد استفاده نمی‌شود و لذا این روش برای جریان‌های داخلی، مناسب‌تر است. کیتامورا و شیما در ادامه فعالیت‌های خود در سال ۲۰۱۳ [۹]، با اصلاح شار فشاری در تکنیک‌های SLAU و AUSM⁺-up، در نزدیک موج ضربه‌ای به نتایج کمی بهتر دست یافتند و لذا روش‌های اصلاح شده-ی فوق را SLAU2 و AUSM⁺-up2 نامیدند.

هدف از این تحقیق، بررسی و مقایسه نتایج تکنیک‌های AUSM⁺، AUSM⁺-up، AUSM⁺-up2، SLAU و SLAU2 با یکدیگر در دو جریان پایا و ناپایا می‌باشد. در واقع هدف از این پژوهش، انعکاس یک نگاه کلی نسبت به روش‌های خانواده AUSM از ابتدا تا جدیدترین مدل آن‌ها می‌باشد. به ویژه اینکه چنین مقایسه‌ی جامع و کاملی را در میان مقالات منتشر شده نمی‌توان یافت. از طرفی در کنار هم قرار دادن دو رژیم جریان پایا و ناپایا می‌تواند قیاس دقیقی از هر روش در دو جریان کاملاً متفاوت به خواننده بدهد که اینک در نتایج می‌توان مشاهده کرد که تأثیر هر روش توسعه داده شده بر دو جریان پایا و ناپایا در برخی موارد به خصوص در تسخیر امواج ضربه‌ای متفاوت است!

معادلات اساسی و حل عددی

معادلات (۱، ۲ و ۳) شکل کلی معادلات اولر و متغیرهای باقیی آن را نشان می‌دهد. در این تحقیق، معادلات اولر در دو جریان پایای شبه یک بعدی و ناپایای یک بعدی با استفاده از طرح‌های اشاره شده، حل شده است.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial f(W)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$W = [\rho, \rho u, \rho E]^T \quad (2)$$

$$f(W) = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho u H]^T \quad (3)$$

بعد از گسسته‌سازی معادلات اولر در جهت x، معادله به شکل (۴) در می‌آید.

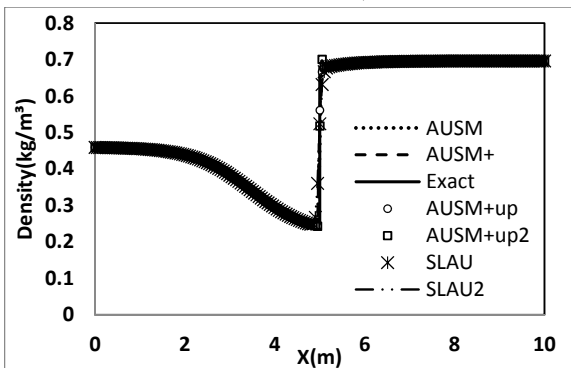
$$W_{ij}^{n+1} = W_{ij}^n - \frac{\Delta T}{|\Omega_{ij}|} \sum_{k=1}^4 \hat{f}_k S_k \quad (4)$$

برای محاسبه شار در سطح سلول از روش‌های مختلف استفاده شده است که در زیر به توضیح تک تک پرداخته شده است.

۱- روش AUSM

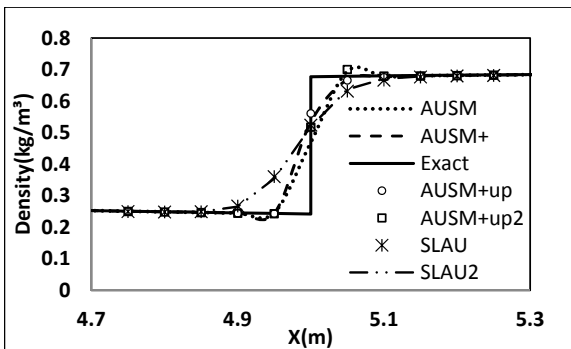
در حل معادلات اولر، اسکیم AUSM در محاسبه شارها، روش خاص خود را دارد که روابط آن ارائه شده است. که شار \hat{f} بنا بر ایده اصلی روش AUSM به دو قسمت فشاری و جابجایی تقسیم می‌شود (معادله ۵).

نتایج چگالی در نازل واگرا برای طرح های مختلف روش AUSM در شکل ۱ با هم مقایسه شده است.

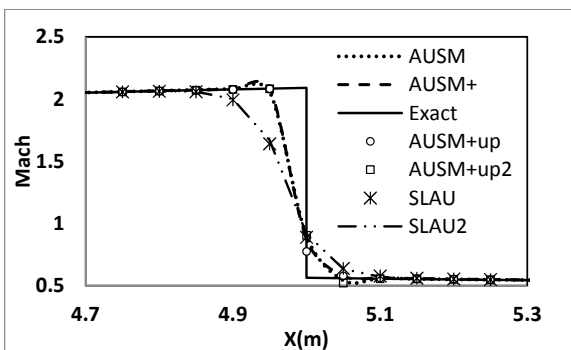


شکل ۱: تغییرات چگالی در جریان پایای نازل واگرا

همانطور که ملاحظه می شود روند تغییرات چگالی برای همه روش های عددی نزدیک به حل دقیق است که برای فشار و عدد ماخ نیز به همین صورت است. اما آنچه یک روش را بر دیگری مزیت می بخشد، در این مسئله، تسخیر بهتر و دقیق تر موج ضربه ای قائم است بدین منظور با بزرگنمایی نتایج در نزدیک موج ضربه، این رفتار طرح های مختلف قابل متمایز می باشد. نتایج تغییرات چگالی، فشار و عدد ماخ، در نزدیک شوک به ترتیب در شکل ۲، ۳ و ۴ ارائه شده است.



شکل ۲: تغییرات چگالی در جریان پایای نازل واگرا



شکل ۳: تغییرات عدد ماخ در جریان پایای نازل واگرا

u بیان گر وجود ترم پخشی سرعت و p بیان گر وجود ترم پخشی فشار در روابطی که بیان کننده فشار و ماخ منتقل کننده اطلاعات هستند می باشد. در واقع تغییرات اصلی مشابه روش AUSM⁺ در هنگام تعریف سرعت صوت عددی می باشد که در روش مذکور به گونه ای دیگر تعریف شده است (مرجع [۳]).

۴- روش SLAU

این تکنیک با روش AUSM⁺ در تعریف سرعت صوت تفاوتی ندارد بلکه اختلاف آن در تعریف شارهای جرمی و فشاری است. مهم ترین ویژگی این روش عدم استفاده از عدد ماخ مرجع یا همان عدد ماخ جریان آزاد است که در روش AUSM⁺-up استفاده می شد. لذا این تکنیک برای جریان های داخلی فاقد عدد ماخ مرجع مانند لوله شوک می تواند گزینه ای مناسب تر باشد. هرچند ممکن است نتایج آن در نزدیک شوک کمی هموارتر از نتایج روش AUSM⁺-up باشد. روابط این تکنیک در مرجع [۸] ارائه شده است.

۵- روش AUSM⁺-up2 و SLAU2

در روش های AUSM⁺-up و SLAU، ترم اتلاف فشاری مستقل از عدد ماخ است در حالی که بررسی ها نشان می دهد، که این ترم اتلافی به عدد ماخ وابسته است لذا برای ایجاد نتایج بهتر، ترم اتلاف در شار فشاری با ایجاد وابستگی به عدد ماخ بالادست اصلاح شد (مرجع [۸]). بنابراین می توان در نتایج، تسخیر بهتری از جریان در نزدیک امواج شوک را مشاهده کرد.

نتایج

همانطور که قبلاً ذکر شد، در این گزارش، تفاوت و اختلاف روش های خانواده AUSM را در دو جریان پایا در یک نازل واگرا و ناپایا در لوله شوک بررسی می شود.

۱- جریان پایا در نازل واگرا

نازل واگرا، یک مسئله ای شبه یک بعدی است که مساحت آن از رابطه (۱۴) پیروی می کند:

$$A_i = 1.398 + 0.347 \tanh(0.8(x - 4)) \quad (14)$$

x در بازه [۱۰،۰] قرار دارد و تعداد ۲۰۱ سلول برای حل عددی در نظر گرفته شده است. از طرفی شرایط مرزی ورودی و خروجی نازل واگرا برای رخ دادن یک موج شوک قائم در x=5 به صورت روابط (۱۵) و (۱۶) است:

$$(\rho_1, p_1, u_1) = (0.459, 27240, 432.5) \quad (15)$$

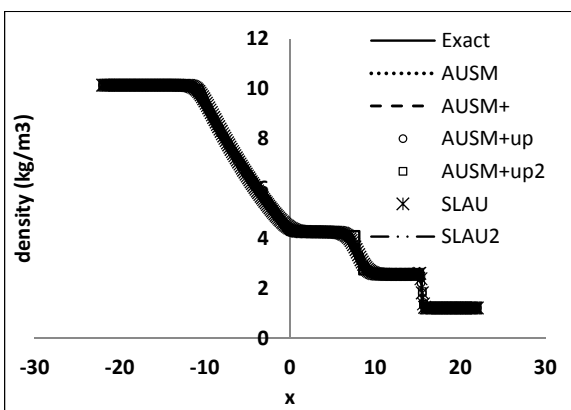
$$(\rho_N, p_N, u_N) = (0.696, 56950, 171.9) \quad (16)$$

چگالی بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب، فشار بر حسب پاسکال و سرعت بر حسب متر بر ثانیه می باشد.

همانطور که از شرایط مرزی برمی آید، یک جریان مافوق صوت وارد این نازل شده و پس از رخ دادن یک موج ضربه ای قائم، جریان به صورت مادون صوت از نازل خارج می شود. با آدیاباتیک در نظر گرفتن نازل، می توان حل تحلیلی و دقیق این مسئله را به دست آورد که مقایسه ای حل های عددی را ساده تر می کند.

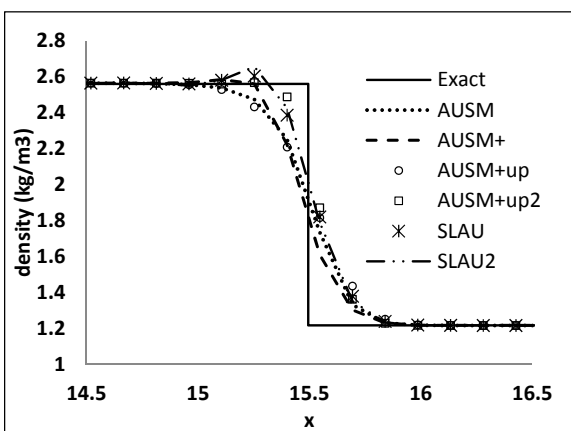
دما بر حسب درجه سانتی گراد، فشار بر حسب پاسکال و سرعت بر حسب متر بر ثانیه می باشد. طول لوله برابر ۴۴ متر است که دیافراگم در وسط آن قرار دارد و هدف مسئله بررسی وضعیت جریان در لوله شوک، در زمان ۰/۰۱۹۶ ثانیه بعد از پاره شدن دیافراگم است.

حل دقیق این مسئله توسط روابط لوله شوک قابل دسترسی است. لذا مقایسه روش های خانواده AUSM در این جریان ناپایای داخلی با حل دقیق، در نمودار تغییرات چگالی در شکل ۶ ارائه شده است.

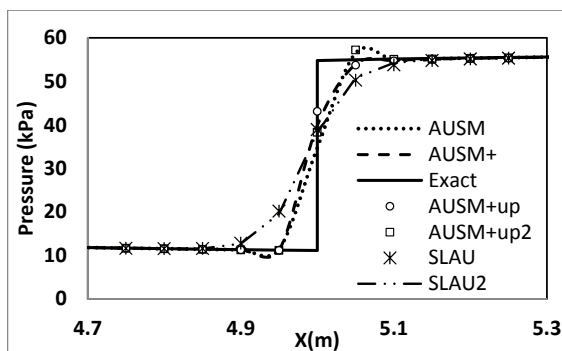


شکل ۶: تغییرات چگالی در جریان ناپایای لوله شوک

همان طور که در شکل ۶ مشاهده می شود، به طور کلی تمام روش های عددی در تسخیر موج ضربه ای بهتر از تسخیر ناپیوستگی تماسی و فن انبساطی عمل کرده اند. برای اینکه بتوان مقایسه دقیق تری از روش های خانواده AUSM در جریان ناپایا داشت، با توجه به تمرکز توسعه این روش ها بر تسخیر بهتر امواج ضربه ای، نمودارهای تغییرات چگالی، فشار، عدد ماخ و سرعت جریان در نزدیک موج ضربه ای قائم به ترتیب در شکل ۷، ۸، ۹، ۱۰ و ۱۱ ارائه شده است.



شکل ۷: تغییرات چگالی در جریان ناپایای لوله شوک

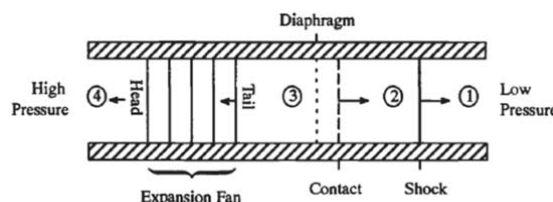


شکل ۸: تغییرات فشار در جریان پایای نازل واگرا

روش AUSM همان طور که در نمودارها دیده می شود، در قبل و بعد موج ضربه ای، نوسان کمی دارد. روش AUSM⁺ توانسته است نوسان بعد موج ضربه ای را تا حدی میرا کند اما همچنان در قبل موج ضربه ای نوسان نشان می دهد. در این میان همان طور که قبلاً بر روی بهبود مناسب روش AUSM⁺-up از نظر تسخیر موج ضربه ای بحث شد، این تکنیک توانسته است بدون نوسان در قبل و بعد شوک، نزدیک ترین نتایج را به حل دقیق به دست دهد. از طرف دیگر روش SLAU نسبت به سایر روش ها اتلاف بیشتری داشته و تقریباً تیز بودن نتایج موج ضربه ای در قبل و بعد آن را نتوانسته است تسخیر کند. تکنیک توسعه یافته ای آن نیز یعنی SLAU2 با وجود اندکی بهبود، باز هم نتایجی مشابه SLAU ارائه کرده است، زیرا به طور کلی SLAU از تعریف موج صوت وجه سلول به همان صورت ساده ای موجود در روش AUSM⁺ استفاده می کند و شار فشاری آن نیز نسبت به روش AUSM⁺-up ساده تر است که این دو دلیل باعث عدم تسخیر مناسب ناپیوستگی هایی مانند موج ضربه ای در این روش می شوند. هرچند این روش کاربردهای خاص خود را دارد اما می توان نتیجه گرفت، در جریان پایای همراه با موج ضربه ای، روش AUSM⁺-up نزدیک ترین نتایج را به حل تئوری و دقیق ارائه می دهد. AUSM⁺-up2 نیز بعد از موج ضربه ای، مانند AUSM⁺ اندکی نوسان دارد.

۲- جریان ناپایا در لوله شوک

لوله شوک، یک مسئله ای یک بعدی است که شماتیک از گسترش جریان در آن را در شکل ۵ مشاهده می کنید.



شکل ۹: شماتیک گسترش جریان در لوله شوک

مشخصات اولیه جریان در دو طرف دیافراگم که به عنوان شرایط ورودی مسئله در نظر گرفته می شود، به صورت زیر ارائه شده است.

$$(T_L, p_L, u_L) = (413.86, 2 \times 10^6, 0) \quad (17)$$

$$(T_R, p_R, u_R) = (300, 0.2 \times 10^6, 0) \quad (18)$$

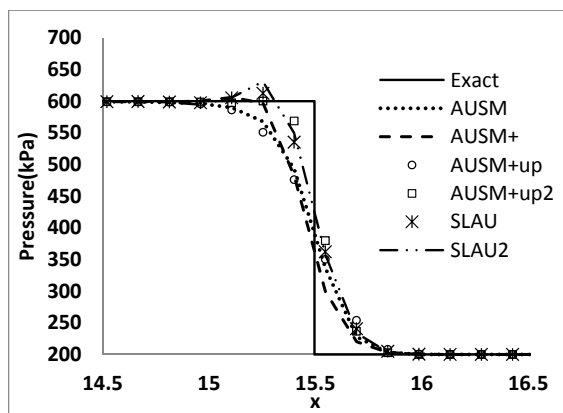
حتی از روش AUSM هم خطای بیشتری دارد. اما این خطا به نحو مطلوبی در روش AUSM⁺-up2 برطرف شده است به نحوی که این روش بدون ایجاد نوسان توانسته است به نتایج قبل موج ضربه‌ای تئوری نزدیک شود. از طرف دیگر روش SLAU برخلاف عملکرد خود در جریان پایا که عموماً با اتلاف زیادی همراه بود، در نزدیک موج ضربه‌ای قائم، نوسان کمی را نشان می‌دهد که در SLAU2 این نوسان اندکی بیشتر می‌شود، اما اگر نوسان آن را در نظر نگیریم، نتایج آن نزدیک به نتایج AUSM⁺-up2 است. می‌توان نتیجه گرفت که برای جریان ناپایای لوله شوک، AUSM⁺-up2 بهترین نتایج را در کنار موج ضربه‌ای به دست خواهد داد.

نتیجه‌گیری

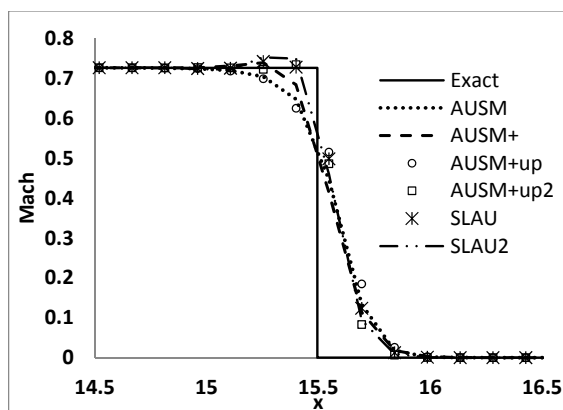
در این تحقیق، تأثیر طرح‌های مختلف AUSM برای حل معادلات اولر در جریان‌های داخلی پایا و ناپایا به روش عددی مورد بررسی قرار گرفته است. طرح‌های خانواده AUSM برای ترکیب دقت الگوریتم‌های بالادست از نوع تجزیه اختلاف شار و توانایی الگوریتم‌های بالادست از نوع تجزیه بردار شار در گرفتن ناپیوستگی‌های قوی میدان جریان هم‌چون موج‌های ضربه‌ای و فن‌های انبساطی به شکل مطلوب، خلق و توسعه داده شدند. در این پژوهش، تکنیک‌های AUSM⁺، AUSM⁺-up، AUSM⁺-up2، SLAU، و SLAU2 بر روی مسئله نازل واگرا با جریان پایا و مسئله لوله شوک با جریان ناپایا بررسی شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که تأثیر این تکنیک‌ها در دو جریان پایا و ناپایا تفاوت‌هایی دارد که قابل تأمل است. در جریان ناپا، بهترین نتایج از منظر تسخیر موج ضربه‌ای، به روش‌های SLAU2 و AUSM⁺-up2 اختصاص دارد که البته SLAU2 قبل از موج ضربه‌ای، مقداری نوسان نسبت به AUSM⁺-up2 دارد؛ در حالی که در جریان پایا، در محل تسخیر موج ضربه‌ای، روش AUSM⁺-up نزدیک‌ترین نتایج بدون نوسان را به حل دقیق ارائه می‌کند. البته روش‌های AUSM⁺ و AUSM⁺-up2 نیز نتایج نزدیکی به حل دقیق دارند اما اولی قبل از موج ضربه‌ای و دومی بعد از موج ضربه‌ای، نوسان کمی را دارد که دقت آن را کمتر از روش AUSM⁺-up نشان می‌دهد.

فهرست علائم

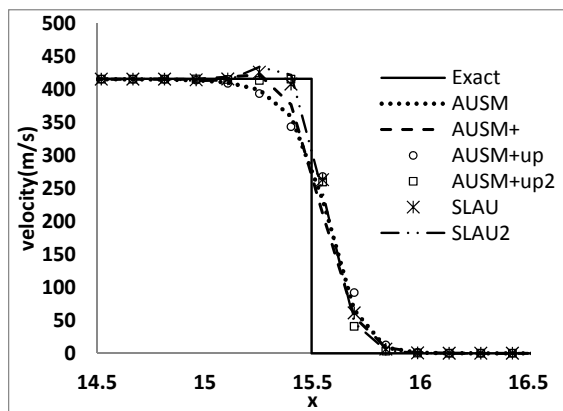
متغیرهای بقایی	W
شار	f
سرعت، m/s	u
انرژی داخلی کل، J	E
آنتالپی کل، J	H
عدد ماخ	M
سرعت کل، m/s	V
سرعت صوت، m/s	a
فشار، Pa	p
دما، C	T



شکل ۸: تغییرات فشار در جریان ناپایای لوله شوک



شکل ۹: تغییرات عدد ماخ در جریان ناپایای لوله شوک



شکل ۱۰: تغییرات سرعت در جریان ناپایای لوله شوک

می‌توان در تمامی این نمودارها روند یکسانی از نحوه‌ی عملکرد روش‌های خانواده AUSM را مشاهده کرد. در جریان ناپایای لوله شوک، روش AUSM در قبل و بعد موج ضربه‌ای دارای کمی اتلاف است و لذا علاوه بر اینکه مانند جریان پایا، نوسانی نشان نمی‌دهد، قادر به نزدیک شدن به نتایج حل دقیق، نیز نیست. روش AUSM⁺ در قبل از موج ضربه‌ای نوسان کمی پیدا کرده است که باعث شده است به نتایج تئوری قبل موج ضربه‌ای نزدیک‌تر شود، اما همچنان بعد موج ضربه‌ای دارای اتلاف است. آنچه در اینجا نسبت به جریان‌های پایا متمایزتر است، نحوه عملکرد روش AUSM⁺-up است که در نزدیک موج ضربه‌ای قائم، اتلاف نسبتاً زیادی دارد و نتایج آن

- [4] Hajzman, M., Bublik, O., and Vimmr, J., 2007, "On the modeling of compressible inviscid flow problems using AUSM schemes", *Applied and Computational Mechanics* 1, 469 – 478.
- [5] Liou, M. S., Chang, C. H., Nguyen, L., and Theofanous, T. G., 2008, "How to Solve Compressible Multifluid Equations: A Simple, Robust, and Accurate Method", *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 9.
- [6] Xisto, C. M., Páscoa, J. C., Oliveira, P. J., and Nicolini, D. A., 2011, "A hybrid pressure–density-based algorithm for the Euler equations at all Mach number regimes", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 70:961–976.
- [7] Xisto, C. M., Páscoa, J. C. and Oliveira, P. J., 2014, "A pressure-based high resolution numerical method for resistive MHD", *Journal of Computational Physics* 275, 323–345.
- [8] Shima, E. and Kitamura, K., 2011, "Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds", *AIAA Journal*, Vol. 49, No. 8.
- [9] Kitamura, K. and Shima, E., 2013, Towards shock-stable and accurate hypersonic heating computations: A new pressure flux for AUSM-family schemes, *Journal of Computational Physics* 245, 62–83.

مساحت، m^2	A
مکان، جابجایی، m	x
زمان، s	t
بردار یکه	n
علائم یونانی	
چگالی، kg/m^3	ρ
زیرنویس	
راست	R
چپ	L
وجه بین دو سلول راست و چپ	L/R
خروجی	N
ورودی	1

مراجع

- [1] Liou, M. S., and Steffen, C. J., 1993, "A new flux splitting scheme", *Journal of Computational Physics* 107, 23-39.
- [2] Liou, M. S., 1996, A Sequel to AUSM: AUSM+, *Journal of Computational Physics* 129, 364-382.
- [3] Liou, M. S., 2006, "A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds", *Journal of Computational Physics* 214, 137–170