مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1395، دوره 16، شماره 7، ص‌ص 373-384

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شبیه‌سازی برخورد همزمان دو قطره موازی بر روی لایه‌ی نازک مایع با استفاده از روش شبکه بولتزمن

سروش فلاح خارمیانی[1]، محمد پسندیده فرد[2*]، حمید نیازمند[3]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
* مشهد، صندوق پستی 9177948944، mpfard@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 22 اردیبهشت 1395
پذیرش: 19 تیر 1395
ارائه در سایت: 16 مرداد 1395

کلید واژگان:
شبکه بولتزمن
برخورد، قطره
دوفازی تک جزئی
شان و چن

چکیده

در این مقاله برخورد همزمان دو قطره‌ی موازی بر روی فیلم نازک مایع به روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از این پژوهش بررسی تأثیر مقدار کشش سطحی (در قالب عدد وبر)، فاصله بین دو قطره و لزجت سینماتیک گاز بر روی برخورد است. مدل عددی توسعه داده شده در این مقاله که بر پایه مدل دوفازی تک جزئی شان و چن است، امکان دست‌یابی به نسبت چگالی‌هایی به بزرگی 1000، لزجت‌های کم و تنظیم مقدار کشش سطحی مستقل از نسبت چگالی را فراهم می‌کند. اعتبارسنجی مدل دوفاز با مقایسه چگالی فازها با مقادیر متناظر از حل تحلیلی ماکسول، ارزیابی قانون لاپلاس برای قطره و شبیه‌سازی برخورد یک قطره به سطح مایع صورت می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی برخورد همزمان دو قطره نشان می‌دهد که پس از برخورد، دو جتی که بین دو قطره بالا آمده‌اند به یکدیگر می‌پیوندند و تشکیل یک جت مرکزی می‌دهند. ارتفاع این جت به مرور زمان افزایش می‌یابد که منجر به جدا شدن قطره‌های ثانویه از نوک آن می‌شود. با کاهش مقدار کشش سطحی ارتفاع جت مرکزی افزایش اما اندازه قطره‌های جدا شده از آن کاهش می‌یابد. شکل تاج مشاهده شده در برخورد یک قطره در برخورد همزمان دو قطره نیز دیده می‌شود. افزایش فاصله بین دو قطره سبب کاهش ارتفاع جت مرکزی و افزایش شعاع تاج می‌شود. با این وجود میزان ارتفاع تاج مستقل از فاصله بین دو قطره مشاهده شد. در نهایت افزایش لزجت گاز سبب کاهش سرعت بالا آمدن جت مرکزی و تأخیر در جدا شدن قطره‌های ثانویه از نوک آن می‌گردد.

Modeling of simultaneous impact of two parallel drops on a thin liquid film using Lattice Boltzmann Method

Soroush Fallah Kharmiani, Mohammad Passandideh Fard*, Hamid Niazmand

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
* P.O.B. 9177948944, Mashhad, Iran, mpfard@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 11 May 2016
Accepted 09 July 2016
Available Online 06 August 2016

Keywords:
Lattice Boltzmann Method
Impact
Droplet
single component two-phase
Shan and Chen

ABSTRACT

In this paper, simultaneous impact of two parallel drops on a thin liquid film is investigated using the lattice Boltzmann method. The purpose of this study is to investigate the effects of surface tension (characterized by Weber number), distance between two drops, and gas kinematic viscosity on the impact. The developed numerical model in this paper which is based on the Shan and Chen pseudo-potential two-phase model makes it possible to access large density ratios, low viscosities, and tunable values of surface tension independent of the density ratio. The model is validated by comparing the coexistence densities with those of Maxwell analytical solution, evaluating the Laplace law for a droplet, and simulating single droplet impact on a thin liquid film. Simulation results of two drops simultaneous impact show that after impact, two jets raised between the drops join each other and form a central jet. Height of this jet increases with time leading to separation of secondary droplets from its tip. When the surface tension value is decreased, the central jet height is increased, but the size of the separated droplets is reduced. The crown shape observed in single drop impact is also seen in simultaneous impact of two drops. Increasing distance between two drops leads to a smaller central jet height and an increase in the crown radius. The crown height, however, was found to be independent of the distance. Finally, increasing gas kinematic viscosity reduces the central jet rising speed and delays separation of secondary droplets from the jet.

1- مقدمه

برخورد قطره بر روی سطح مایع پدیده جالب و در عین حال پیچیده‌ای است که در زندگی روزمره ما قابل مشاهده است، مانند زمانیکه قطره‌های باران به سطح آبگرفته زمین و یا حوضچه‌ها برخورد می‌کنند. این پدیده دارای کاربرد-های صنعتی و محیطی نیز است که از جمله آن‌ها می‌توان به تزریق سوخت در موتورهای احتراق داخلی، خوردگی پره‌های توربین، سرمایش از طریق

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
S. Fallah Kharmiani, M. Passandideh Fard, Hamid Niazmand, Modeling of simultaneous impact of two parallel drops on a thin liquid film using Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 373-384, 2016 (in Persian)

اسپری، روکش دهی با رنگ یا اسپری و فرسایش خاک اشاره کرد [2,1]. بنابراین محققان زیادی تلاش کرده‌اند تا با انجام آزمایش، شبیه‌سازی و حل-های تحلیلی متغیرهای فیزیکی تأثیرگذار بر این پدیده و نحوه‌ی تأثیرگذاری آن‌ها را شناسایی کنند. نتایج محققان نشان می‌دهد که برخورد قطره روی سطح مایع تحت تأثیر یک سری از اعداد بدون بعد است که در میان آن‌ها عدد وبر (نسبت نیروی اینرسی به کشش سطحی)، عدد اونسورگ[1] (نسبت نیروی لزجت به کشش سطحی)، عدد باند (نسبت نیروی جاذبه به کشش سطحی) و ضخامت بی بعد لایه مایع (نسبت ضخامت مایع به قطر قطره) مهم‌ترین اعداد بی‌بعد هستند [3,2]. با توجه به مقادیر این اعداد بدون بعد نتایج مختلفی از جمله آمیختگی[2] و پاشش[3] امکان پذیر است. آستانه گذر از آمیختگی به پاشش نیز معمولا بوسیله‌ی عدد وبر بحرانی مشخص می‌شود.

رین [4] به طور جامع به مرور کارهای آزمایشگاهی انجام شده بر روی برخورد قطره به سطح جامد و مایع پرداخت. در حالت برخورد به فیلم مایع عمیق، نتایج بصورت ورجهش[4]، آمیختگی و پاشش گزارش شد. تأثیر عوامل مؤثر بویژه عدد وبر بر این نتایج نیز مورد بحث قرار گرفت. در پژوهش مروری دیگر یارین [5] به ارائه نتایج مختلف آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی محققان در رابطه با برخورد قطره مایع روی سطح جامد و مایع پرداخت.

یارین و ویس [6] بصورت آزمایشگاهی به بررسی برخورد چندین قطره‌ی مایع بصورت متوالی بر روی سطح جامد پرداختند. نتایج آزمایش آن‌ها نشان از تولید امواج کشسان[5] در سرعت‌های پایین و پاشش در سرعت برخوردهای بالا داشت. همچنین آن‌ها بصورت تحلیلی روابط مختلفی از جمله روند تغییرات شعاع تاج[6] با زمان ارائه کردند و سپس این روابط را با نتایج متناظر حاصل از آزمایش‌های خود مقایسه نمودند. افزون بر این، آن‌ها توانستند نمودار آستانه‌ی پاشش را از طریق تغییر عدد کاپیلاری[7] (نسبت عدد وبر به رینولدز) و طول لزجت[8] بدست آورند.

ونگ و چن [7] به بررسی برخورد قطره بر روی فیلم بسیار نازک مایع پرداختند و اعداد وبر بحرانی برای گذر به پدیده پاشش را گزارش کردند. آن-ها دریافتند که عدد وبر بحرانی برای فیلم‌هایی با ضخامت بی بعد کمتر از 0.1 مستقل از ضخامت لایه مایع است، در حالیکه افزایش لزجت مایع منجر به افزایش عدد وبر بحرانی می‌شود.

منزلو و یانگ [8] به طور آزمایشگاهی برخورد قطره‌ی آب بر روی سطح آب و سطح متوکسی نانوفلوروبوتان[9] یا اچ اف ای7100[10] (یک مایع پرکاربرد صنعتی) را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که در حالت برخورد به لایه عمیق اچ اف ای7100، جت مرکزی بالا آمده از سطح آن دچار انفصال نشده و هیچ قطره ثانویه‌ای از آن جدا نمی‌شود. بنابراین آن‌ها نتیجه گرفتند که وبر بحرانی برای شکل‌گیری پاشش جت مرکزی برای مایع مذکور تعریف نمی‌شود. این موضوع در برخورد بر روی سطح آب صادق نبود و جدا شدن قطره‌های ثانویه از جت مرکزی در اعداد وبر فوق بحرانی مشاهده شد. همچنین نتایج آزمایش آن‌ها نشان از مستقل بودن مقدار وبر از ضخامت لایه آب داشت.

کوسالی و همکاران [2] تغییرات زمانی متغیرهای مختلف برخورد از جمله قطر و ارتفاع تاج و همچنین سرعت عمودی آن را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که سرعت عمودی رشد و بازگشت تاج و همچنین نرخ گسترش قطر آن مستقل از عدد وبر است. اوکاوا و همکاران [9] نیز بصورت آزمایشگاهی به اندازه‌گیری نسبت قطر و جرم قطره‌های ثانویه به قطر و جرم قطره اولیه پرداختند.

روش سنتی شبیه‌سازی مسائل مرتبط با دینامیک سطح مشترک، استفاده از روش ماکروسکوپیک حجم کنترل برای حل معادلات ناویر-استوکس به همراه یک روش ریاضی برای بازسازی موقعیت قرارگیری سطح مشترک است. روش حجم سیال [10] و روش سطح بندی [11] معروف‌ترین و پرکاربردترین روش‌ها برای شناسایی و بازسازی موقعیت سطح مشترک شناخته می‌شوند. ریبر و فرون [3] بصورت سه‌بعدی و با استفاده از روش حجم سیال برخورد قطره مایع بر روی فیلم نازکی از مایع را شبیه‌سازی کردند. اسدی و پسندیده فرد [12] نیز با استفاده از روش حجم سیال بصورت تقارن محوری برخورد قطره روی فیلم مایع را به طور نسبتا جامعی مورد مطالعه قرار دادند و روابطی را نیز برای پارامترهای مختلف حاکم بر مسئله ارائه نمودند. لی و همکاران [13] از روش سطح بندی در مختصات دو بعدی استفاده کردند. گاو و همکاران [14] نیز با ترکیب روش‌های سطح بندی و حجم سیال به صورت دوبعدی پدیده برخورد قطره روی فیلم مایع را مورد مطالعه قرار دادند.

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن به عنوان یک روش جایگزین مناسب برای شبیه‌سازی جریان‌های مختلف از جمله جریان‌های دوفاز مطرح شده است. این روش از سادگی قابل ملاحظه‌ای نسبت به روش‌های ماکروسکوپیک سنتی برخوردار است و همچنین هزینه محاسباتی در این روش در بسیاری از مسائل بویژه جریان‌های دوفاز کمتر است. زیبایی روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی مسائل دوفاز، عدم نیاز به ردیابی سطح مشترک است. در میان مدل‌های دوفاز موجود در روش شبکه بولتزمن، روش پتانسیل شان و چن [16,15]، روش انرژی آزاد سوئیفت و همکاران [17] و روش هی و همکاران [18] به طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این وجود تمام این مدل‌ها دارای یک سری ضعف‌ها از جمله محدودیت افزایش نسبت چگالی هستند. بنابراین تلاش‌های زیادی برای از بین بردن و یا کاهش ضعف‌های مدل‌های مذکور انجام شده است که منجر به ارائه مدل‌های بهبود یافته جدیدی گردیده است.

مطالعات موجود در منابع که در ارتباط با شبیه‌سازی برخورد قطره بر روی سطح مایع با استفاده از روش شبکه بولتزمن باشند، اندک است. لی و لین [19] با اصلاح مدل هی توانستند به نسبت چگالی‌های بالا دست یابند. آن‌ها برخورد قطره مایع بر روی فیلم نازک را بصورت دوبعدی شبیه‌سازی کردند، با این وجود تنها به بررسی تاثیر عدد رینولدز در محدوده‌ی کمتر از 500 بسنده کردند. گاو و ونگ [20] بر اساس مدل هی به بررسی تاثیر نسبت چگالی در مختصات دوبعدی پرداختند و دریافتند که شکل تاج در نسبت چگالی‌های پایین دارای یک خم به سمت داخل است. چنگ و لو [21] با استفاده از مدل انرژی آزاد به بررسی برخورد سه‌بعدی و مایل قطره به فیلم نازک مایع در نسبت چگالی 100 و اعداد رینولدز به بزرگی 2000 پرداختند. خاتون آبادی و اشرفی زاده [22] نیز با استفاده از مدل پتانسیل شان و چن برخورد قطره بر روی فیلم نازک مایع را در دو بعد شبیه‌سازی کردند.

اگرچه کارهای آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی زیادی بر روی برخورد یک قطره بر روی فیلم مایع انجام گرفته است اما تعداد تحقیقات انجام شده در

[1] Ohnesorge
[2] Ohnesorge
[3] Splashing
[4] Bouncing
[5] Capillary waves
[6] Crown
[7] Capillary number
[8] Viscosity length
[9] Methoxy-nonafluorobutane
[10] HFE 7100

رابطه با مکانیزم برخورد بیش از یک قطره بر روی سطح مایع بسیار کم است. رمان و همکاران [23] و لی و همکاران [24] با استفاده از مدل لی و لین [18] برخورد همزمان دو قطره موازی هم بر روی سطح مایع را شبیه‌سازی کردند. بر اساس اطلاع نویسنده شبیه‌سازی برخورد همزمان دو قطره موازی بر روی فیلم مایع با استفاده از روش پتانسیل شان و چن انجام نگرفته است. اساس این مدل دوفاز، مدل‌سازی نیرویی است که در دماهایی کمتر از دمای بحرانی سیال منجر به جداشدن فازهای مایع و گاز می‌شود. مزیت مدل پتانسیل شان و چن نسبت به سایر مدل‌ها سادگی و هزینه محاسباتی پایین آن است. با این وجود این مدل دارای محدودیت‌های متعددی از جمله محدودیت رسیدن به نسبت چگالی‌های بالا، وابستگی مقدار کشش سطحی به نسبت چگالی، ناپایداری در لزجت‌های کم و وجود سرعت‌های غیرفیزیکی[1] در سطح مشترک است. مدل توسعه داده شده در این مقاله تقریبا تمامی مشکلات ذکر شده را برطرف کرده و یا کاهش داده است و بنابراین توانایی شبیه‌سازی جریان‌هایی با نسبت چگالی به بزرگی 1000 و لزجت‌های پایین را دارا بوده و امکان تنظیم مقدار کشش سطحی مستقل از نسبت چگالی نیز وجود دارد. در این پژوهش بر اساس مدل یک جزیی- دوفاز شان و چن در شبکه بولتزمن و استفاده از تابع برخورد با چند زمان آرامش[2]، برخورد همزمان دو قطره موازی بر روی فیلم نازک مایع به همراه بررسی تأثیر کشش سطحی، فاصله‌ی بین دو قطره و لزجت سینماتیک گاز به عنوان سه پارامتر بسیار مهم در برخورد مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

2- مدل عددی

معادله شبکه بولتزمن با استفاده از عملگر برخورد مشهور باهاتنگار- گروس - کروک [25] و در حضور نیروی خارجی عبارت است از [26]:

$$f_\alpha(x+e_\alpha\delta t, t+\delta t)-f_\alpha(x,t) = -\frac{1}{\tau}\left(f_\alpha(x,t)-f_\alpha^{\mathrm{eq}}(x,t)\right)+\delta t F_\alpha \quad (1)$$

در معادله (1)، x مکان ذره، e_α مولفه سرعت شبکه در جهت α، δt گام زمانی، τ زمان آرامش، F_α ترم نیرو و f_α و f_α^{eq} به ترتیب بیانگر تابع توزیع و تابع توزیع تعادلی ذره در جهت α می‌باشند. برای جریان‌های تراکم ناپذیر (محدوده عدد ماخ پایین) تابع توزیع تعادلی از رابطه (2) بدست می‌آید [27]:

$$f_\alpha^{\mathrm{eq}} = \omega_\alpha\rho\left[1+\frac{e_\alpha\cdot V}{c_s^2}+\frac{(e_\alpha\cdot V)^2}{2c_s^4}-\frac{V\cdot V}{2c_s^2}\right] \quad (2)$$

در معادله (2)، ω_α ضریب وزنی در جهت α بوده و c_s سرعت صوت در شبکه و برابر با $c/\sqrt{3}$ است. $c=\delta x/\delta t=1$ و گام زمانی و مکانی برابر با یک می‌باشند. ρ و V نیز به ترتیب چگالی و سرعت ماکروسکوپیک می‌باشند.

برای شبکه D2Q9 مورد استفاده در این پژوهش، مؤلفه‌های سرعت و ضرایب وزنی عبارتند از [27]:

$$e_\alpha=\begin{bmatrix}0&1&0&-1&0&1&-1&-1&1\\0&0&1&0&-1&1&1&-1&-1\end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\omega_\alpha=\begin{cases}\frac{4}{9}, & \alpha=0\\ \frac{1}{9}, & \alpha=1,2,3,4\\ \frac{1}{36}, & \alpha=5,6,7,8\end{cases} \quad (4)$$

برای وارد کردن نیروی خارجی در معادله‌ی شبکه بولتزمن نیاز به یک طرح نیرویی[3] است. گاو و همکاران [26] با در نظر گرفتن تأثیر شبکه بولتزمن گسسته بر روی جمله نیرو، توانستند طرحی ارائه کنند که بسط معادله‌ی شبکه بولتزمن حاصل از آن منجر به رسیدن به معادلات بقای جرم و ناویر- استوکس در ابعاد ماکروسکوپیک می‌شود. با این وجود استفاده از این طرح نیرویی در مدل دوفاز پتانسیل شان و چن برای نسبت چگالی‌های نسبتا بالا کارا نیست و منجر به ناپایداری حل می‌شود [28,27]. لی و همکاران [28] با اصلاح ترم سرعت در روش گاو، طرحی ارائه کردند که در نسبت چگالی‌های بالاتر نیز پایدار است. این طرح نیرویی بصورت رابطه (5) بیان می‌شود [28]:

$$F_\alpha=\omega_\alpha\delta t\left(1-\frac{1}{2\tau}\right)\left[\frac{e_\alpha-V'}{c_s^2}+\frac{(e_\alpha\cdot V')}{c_s^4}e_\alpha\right]\cdot F \quad (5)$$

در رابطه (5)، $V'=V+\epsilon F/((\tau-0.5)\psi^2)$ و ϵ یک عدد ثابت است که به منظور دست‌یابی به مقادیر چگالی منطبق بر مقادیر حاصل از ترمودینامیک تنظیم می‌شود (با صفر قرار دادن مقدار ϵ، مدل گاو حاصل می‌شود). ψ تابع جرم مؤثر[4] نام دارد که تابع چگالی محلی است و F مجموع تمام نیروهای وارد شده بر هر ذره سیال (هر گره شبکه) است. در این پژوهش $F=F_1+F_2$ که در آن F_1 نیروی برهمکنش بین سیال- سیال و F_2 نیروی برهمکنش بین سیال - جامد است. در این مقاله تمرکز بر روی مراحل اولیه برخورد قطره بوده و لذا تأثیر نیروی جاذبه ناچیز است [19,5].

به منظور دست‌یابی به مدل عددی پایدارتر و درنتیجه نسبت چگالی‌های بزرگتر و لزجت‌های کم‌تر، از تابع برخورد با چند زمان آرامش استفاده می‌گردد. معادله‌ی شبکه بولتزمن با زمان آرامش چندتایی بصورت رابطه (6) قابل بیان است [29] :

$$f_\alpha(x+e_\alpha\delta t, t+\delta t)-f_\alpha(x,t) = -\sum_i\Lambda_{\alpha i}\left(f_i-f_i^{\mathrm{eq}}\right)+\delta t\left(s_\alpha-\frac{1}{2}\sum_i\Lambda_{\alpha i}s_i\right) \quad (6)$$

در رابطه (6)، Λ ماتریس زمان آرامش و s ترم نیرو است. با مقایسه معادله‌ی (6) با معادلات (1) و (5)، ترم نیرو s برابر است با [30] :

$$s_\alpha=\omega_\alpha\left[\frac{e_\alpha-V'}{c_s^2}+\frac{(e_\alpha\cdot V')}{c_s^4}e_\alpha\right]\cdot F \quad (7)$$

به طور معمول راحت‌تر آن است که مرحله برخورد در فضای مومنتم انجام گیرد، بنابراین سمت راست[5] معادله‌ی (6) با ضرب در ماتریس تبدیل M به فضای مومنتم انتقال می‌یابد:

$$M\cdot(\text{RHS of Eq. (6)})=m=-\sum_i\hat{\Lambda}_{\alpha i}\left(\hat{f}_i-\hat{f}_i^{\mathrm{eq}}\right)+\delta t\sum_i\left(I_{\alpha i}-\frac{1}{2}\hat{\Lambda}_{\alpha i}\right)\hat{s}_i \quad (8)$$

ماتریس تبدیل M در مدل D2Q9 ذکر شده برابر است با [31]:

$$M=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\-4&-1&-1&-1&-1&2&2&2&2\\4&-2&-2&-2&-2&1&1&1&1\\0&1&0&-1&0&1&-1&-1&1\\0&-2&0&2&0&1&-1&-1&1\\0&0&1&0&-1&1&1&-1&-1\\0&0&-2&0&2&1&1&-1&-1\\0&1&-1&1&-1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&-1&1&-1\end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\hat{f}=Mf \quad (10)$$

[1] Spurious currents
[2] Multi Relaxation Time
[3] Forcing scheme
[4] Effective mass
[5] Right Hand Side (RHS)

با ضرب ماتریس تبدیل در ماتریس تابع توزیع تعادلی (رابطه (2)) داریم [32]:

$$\hat{f}^{\mathrm{eq}} = Mf^{\mathrm{eq}} = \rho(1, -2 + 3|V|^2, 1 - 3|V|^2, v_x, -v_x, v_y, -v_y, v_x^2 - v_y^2, v_x v_y)^{\mathrm{T}} \quad (11)$$

v_x, v_y در معادله (11) مؤلفه‌های سرعت ماکروسکوپیک می‌باشند. در معادله (8)، I ماتریس واحد و $\hat{\Lambda}$ ماتریس زمان آرامش قطری در فضای مومنتم است که بصورت رابطه (12) بیان می‌گردد [32]:

$$\hat{\Lambda} = M\Lambda M^{-1} = \mathrm{diag}(s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9) = \mathrm{diag}(\tau_\rho^{-1}, \tau_e^{-1}, \tau_\zeta^{-1}, \tau_j^{-1}, \tau_q^{-1}, \tau_j^{-1}, \tau_q^{-1}, \tau^{-1}, \tau^{-1}) \quad (12)$$

در رابطه (12)، ρ کمیت چگالی، e انرژی و ζ مرتبط با مجذور انرژی است. j مومنتم و q شار انرژی است. τ همان زمان آرامش مورد استفاده در مدل برخورد باهاتنگار- گروس – کروک است. نکته قابل توجه این است که با تبدیل ماتریس زمان آرامش به یک ماتریس قطری در فضای مومنتم، زمان-های آرامش مربوط به متغیرهای فیزیکی مختلف مذکور از یکدیگر مستقل شده‌اند.

عضوهای s_1، s_4 و s_6 برابر با یک می‌باشند. s_2 و s_9 = s_8 به ترتیب به لزجت حجمی[1] و لزجت سینماتیک مرتبط می‌شوند [32]:

$$\lambda = \left(\frac{1}{s_2} - 0.5\right) c_s^2 \quad (13)$$

$$\upsilon = (\tau - 0.5) c_s^2 \quad (14)$$

اثبات شده است که زمان آرامش مرتبط با لزجت سینماتیک، تابعی از چگالی سیال است که در این پژوهش توسط میانیابی خطی ارائه شده در فرمول (15) محاسبه می‌شود [33]:

$$\tau = \tau_g + \frac{\rho - \rho_g}{\rho_l - \rho_g}(\tau_l - \tau_g) \quad (15)$$

در رابطه (15)، τ_g، τ_l، ρ_g، ρ_l و ρ به ترتیب عبارتند از: زمان آرامش فاز گاز، زمان آرامش فاز مایع، چگالی گاز، چگالی مایع و چگالی محلی در میدان جریان دو فاز. با توجه به معادله‌ی (15) اگر چگالی سیال برابر با چگالی هر یک از فازها باشد، زمان آرامش کلی برابر با زمان آرامش متناظر آن فاز خواهد بود. لزجت سینماتیک متناظر هر فاز نیز از رابطه (14) براحتی محاسبه می‌گردد. بدین ترتیب امکان متفاوت بودن ویسکوزیته سینماتیک (در نتیجه ویسکوزیته دینامیک) فازها فراهم می‌شود.

چگالی و سرعت ماکروسکوپیک نیز از تابع توزیع مطابق رابطه (16) محاسبه می‌گردند [32]:

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha \quad , \quad \rho V = \sum_\alpha f_\alpha e_\alpha + \frac{\delta t}{2} F \quad (16)$$

در معادله (16)، رابطه چگالی و سرعت به ترتیب بیانگر قانون بقای جرم و بقای مومنتم می‌باشند.

لی و همکاران [32] رابطه (17) را برای ترم نیرو در فضای مومنتم پیشنهاد کردند:

$$\hat{s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6(v_x F_x + v_y F_y) + \dfrac{12\epsilon|F|^2}{\psi^2(1/s_2 - 0.5)} \\ -6(v_x F_x + v_y F_y) - \dfrac{12\epsilon|F|^2}{\psi^2(1/s_3 - 0.5)} \\ F_x \\ -F_x \\ F_y \\ -F_y \\ 2(v_x F_x - v_y F_y) \\ v_x F_y - v_y F_x \end{bmatrix} \quad (17)$$

به منظور ایجاد قابلیت تنظیم مقدار کشش سطحی مستقل از نسبت چگالی، لی و همکاران [34] یک جمله‌ی چشمه به سمت راست معادله‌ی شبکه بولتزمن با زمان آرامش چندتایی اضافه کردند. در نتیجه معادله‌ی (8) بصورت رابطه (18) اصلاح می‌گردد [34]:

$$m_{\mathrm{new}} = -\sum_i \hat{\Lambda}_{\alpha i}\left(\hat{f}_i - \hat{f}_i^{\mathrm{eq}}\right) + \delta t \sum_i \left(I_{\alpha i} - \frac{1}{2}\hat{\Lambda}_{\alpha i}\right)\hat{s}_i + \delta t C_\alpha \quad (18)$$

در رابطه (18) جمله‌ی چشمه C عبارتست از [34]:

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5\tau_e^{-1}(Q_{xx} + Q_{yy}) \\ -1.5\tau_\zeta^{-1}(Q_{xx} + Q_{yy}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\tau^{-1}(Q_{xx} - Q_{yy}) \\ -\tau^{-1}Q_{xy} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Q_{xx}، Q_{xy} و Q_{yy} نیز از رابطه‌ی (20) محاسبه می‌شوند [34]:

$$Q = \kappa\frac{G}{2}\psi(x,t)\left[\sum_\alpha w(|e_\alpha|^2)\begin{bmatrix}\psi(x+e_\alpha,t)\\ -\psi(x,t)\end{bmatrix} e_\alpha e_\alpha\right] \quad (20)$$

در رابطه (20)، κ ضریبی است که با تغییر آن می‌توان مقدار کشش سطحی را مستقل از نسبت چگالی تغییر داد. G = -1 بوده و $w(1) = \frac{1}{3}$ و $w(2) = \frac{1}{12}$ ضرایب وزنی هستند (اگر این ضرایب در c_s^2 ضرب شوند همان ضرایب معادله (4) بدست می‌آیند).

مرحله انتشار در همان میدان سرعت انجام می‌گیرد. بنابراین پس از انجام برخورد در فضای مومنتم، ترم برخورد یعنی معادله‌ی (18) بایستی به میدان سرعت بازگردد که این کار با ضرب ترم برخورد در معکوس ماتریس تبدیل M محقق می‌شود. در نتیجه مرحله انتشار عبارت است از [32]:

$$f_\alpha(x + e_\alpha\delta t, t + \delta t) = M^{-1}(\hat{f} + m_{\mathrm{new}}) \quad (21)$$

نیروی برهمکنش بین ذرات سیال و تابع جرم مؤثر ψ عبارتند از [32]:

$$F_1(x,t) = -G\psi(x,t)\left[\sum_\alpha w(|e_\alpha|^2)\psi(x+e_\alpha,t)\, e_\alpha\right] \quad (22)$$

$$\psi = \sqrt{\frac{2(P_{EOS} - \rho c_s^2)}{Gc^2}} \quad (23)$$

مقدار c در رابطه (23) همانطور که قبلا ذکر شد برابر با یک است. در این

[1] Bulk viscosity

پژوهش از معادله حالت کارناهان – استارلینگ استفاده می‌شود [27]:

$$P_{EOS} = \rho RT\frac{1+\frac{b\rho}{4}+\left(\frac{b\rho}{4}\right)^2-\left(\frac{b\rho}{4}\right)^3}{\left(1-\frac{b\rho}{4}\right)^3}-a\rho^2 \quad (24)$$

در رابطه (24)، $a = 0.4963\frac{R^2T_c^2}{P_c}$ و $b = 0.18727\frac{RT_c}{P_c}$ است. بنابراین دمای بحرانی برابر با $T_c = 0.3773\frac{a}{(bR)}$ خواهد بود. P_c نیز فشار بحرانی است. در این مقاله $R = 1$, $b = 4$ انتخاب شده است. کاهش پارامتر a موجب افزایش ضخامت سطح مشترک و در نتیجه کاهش سرعت‌های غیرفیزیکی در سطح مشترک می‌شود [31]. در نتیجه در این مقاله مقدار a در نسبت چگالی‌های بزرگ نظیر 1000 برابر 0.25 و برای نسبت‌های کوچک نظیر 10 برابر با 0.5 در نظر گرفته می‌شود.

نیروی برهمکنش سیال- جامد نیز به طور مشابه به صورت معادله (25) مدل‌سازی می‌گردد [27]:

$$F_2(x,t) = -G\psi(x,t)\left[\sum_{\alpha} w(|e_\alpha|^2)\psi(\rho_w)S(x+e_\alpha)\,e_\alpha\right] \quad (25)$$

در رابطه (25)، ρ_w چگالی مجازی سطح جامد است که تنها هدف از آن تغییر میزان آب‌دوست یا آبگریز بودن سطح جامد است. در این مقاله مقدار این چگالی سطح برابر با چگالی مایع فرض می‌شود تا سطحی کاملا خیس شونده ایجاد گردد. تابع S نیز روی سطح جامد برابر با یک و در غیر آن برابر با صفر است.

3- اعتبارسنجی مدل عددی

3-1- سازگاری ترمودینامیکی

به منظور ارزیابی سازگاری ترمودینامیکی[1] مدل عددی (یکسان بودن مقادیر چگالی فازها در روش عددی و حل ترمودینامیکی)، مقادیر چگالی بدست آمده از شبیه‌سازی با نتایج حاصل از حل تحلیلی ماکسول[2] در ترمودینامیک مقایسه می‌شوند. بدین منظور یک فیلم مایع به ضخامت 50 سلول در وسط یک شبکه‌ی 200 × 200 با استفاده از رابطه (26) قرار داده می‌شود [35]:

$$\rho = \rho_g + \frac{\rho_l-\rho_g}{2}\left[\tanh(y_1)-\tanh(y_2)\right] \quad (26)$$

در رابطه (26)، $y_1 = \frac{2(y-75)}{5}$ و $y_2 = \frac{2(y-125)}{5}$ است. شرط مرزی پریودیک به هر چهار مرز اعمال شده است. زمان‌های آرامش برای هر دو سیال عبارتند از $\tau = 0.6$, $s_2 = s_3 = 0.51$, $s_5 = s_7 = 1.1$ مقدار ϵ نیز برابر با 0.114 انتخاب شده است. پارامتر a در معادله‌ی حالت برای نسبت دماهای کمتر از 0.6 برابر با 0.25 و برای سایر نسبت دماها 0.5 است. پس از گذشتن 10000 گام زمانی به منظور رسیدن به حالت تعادل، مقادیر چگالی فازها ثبت می‌شود. در شکل 1 مقادیر چگالی بدست آمده از شبیه‌سازی با نتایج حل تحلیلی ماکسول برای نسبت دماهای مختلف مقایسه شده است. همانطور که از شکل 1 پیداست، تطابق بسیار خوبی بین نتایج شبیه‌سازی و حل تحلیلی وجود دارد. بعضی از این مقادیر چگالی برای درک بهتر در جدول 1 آورده شده‌اند.

3-2- قانون لاپلاس

مورد دوم در نظرگرفته شده برای اعتبارسنجی مدل عددی، ارزیابی قانون لاپلاس، $\Delta P = \frac{\sigma}{R_0}$ است که در آن ΔP اختلاف فشار بین داخل و خارج قطره مایع، σ کشش سطحی و R_0 شعاع قطره می‌باشد. قانون لاپلاس دلالت بر این موضوع دارد که اختلاف فشار بین داخل و خارج قطره به صورت خطی با معکوس شعاع قطره تغییر می‌کند بطوریکه شیب این خط معرف مقدار کشش سطحی است. برای ارزیابی صحت این قانون در مدل حاضر، یک قطره مایع در وسط شبکه‌ی ذکر شده بوسیله‌ی توزیع چگالی اولیه حاصل از رابطه (27) قرار داده می‌شود [27]:

$$\rho = \frac{\rho_l+\rho_g}{2} - \frac{\rho_l-\rho_g}{2}\left\{\tanh\left[\frac{2\left(\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}-R_0\right)}{5}\right]\right\} \quad (27)$$

در رابطه (27)، x_0 و y_0 مختصات مرکز شبکه حل و برابر با 100 می‌باشند. سایر پارامترهای ورودی (τ, s_2=s_3, s_5=s_7, ϵ, a) مشابه قسمت 1-3 است. شکل 2 نتایج شبیه‌سازی را در نسبت دمای 0.48 که متناظر با نسبت چگالی حدود 1000 است، نشان می‌دهد. با توجه به شکل 2، بین اختلاف فشار و معکوس

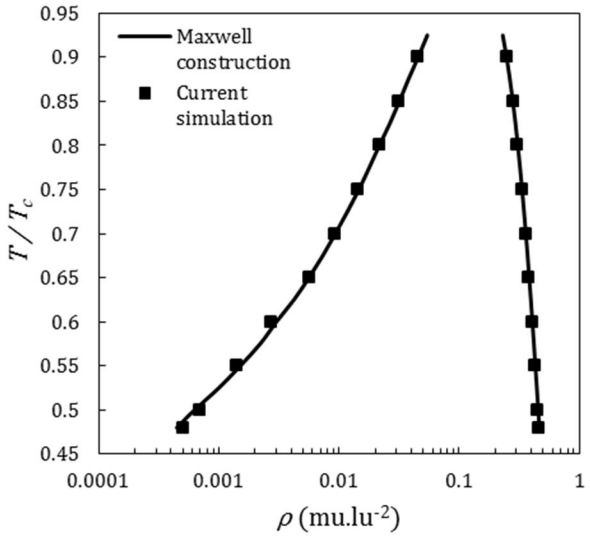

Fig. 1 Comparison of densities obtained from simulations and those of Maxwell construction.

شکل 1 مقایسه مقادیر چگالی حاصل از شبیه‌سازی و نتایج تحلیلی ماکسول

جدول 1 مقایسه کمی بعضی از مقادیر چگالی بدست آمده از مدل عددی و حل تحلیلی ماکسول

Table 1 Quantitative comparison of some densities obtained from the numerical model and Maxwell construction.

نسبت دما	نسبت چگالی مایع به گاز: نتایج مدل عددی حاضر	نسبت چگالی مایع به گاز: حل تحلیلی ماکسول
0.7	0.358 / 0.00921	0.358 / 0.0093
0.65	0.38236 / 0.005687	0.3823 / 0.0056
0.6	0.4062 / 0.00273	0.4061 / 0.003
0.55	0.43 / 0.0014	0.43 / 0.0015
0.48	0.4638 / 0.000483	0.464 / 0.000445

[1] Thermodynamic consistency
[2] Maxwell construction

شعاع قطره در مقادیر مختلف κ، یک رابطه‌ی خطی برقرار است. بنابراین نتایج شبیه‌سازی با نتایج حاصل از قانون لاپلاس همخوانی دارد و به طور همزمان امکان تغییر کشش سطحی مستقل از نسبت چگالی نیز در مدل عددی حاضر فراهم است.

3-3- برخورد یک قطره به سطح مایع

به منظور اعتبارسنجی توانایی مدل عددی در شبیه‌سازی جریان‌های دینامیکی، برخورد یک قطره به سطح مایع در نظر گرفته شده است. بدین منظور ابتدا یک زمان بی بعد بصورت $\left(t^* = \frac{tV}{D}\right)$ تعریف می‌شود که در آن $V =$ 0.12 سرعت برخورد قطره و $D = 80$ قطر آن در ابعاد شبکه بولتزمن[1] است. شکل 3 دینامیک برخورد قطره را روی یک فیلم نازک مایع در نسبت چگالی 1000 نشان می‌دهد. قطره در زمان $t = 0$ با سطح مایع برخورد می‌کند. ضخامت بی بعد فیلم مایع $\left(H^* = \frac{H}{D}\right)$ برابر با 0.25 است. H ضخامت فیلم مایع و برابر با 20 سلول شبکه می‌باشد. لزجت سینماتیک مایع $\nu_l =$ $(0.0067\ (lu^2.ts^{-1})$ بوده که منجر به عدد رینولدزی برابر با، $Re = \frac{VD}{\nu_l} =$ 1440 می‌شود. با انتخاب $\kappa = 0.6$ مقدار کشش سطحی برابر با $\sigma =$ $(0.003\ (lu.mu.ts^{-2})$ بدست می‌آید و در نتیجه، $We = \frac{\rho_l V^2 D}{\sigma} = 178$ خواهد بود. با مشخص شدن اعداد وبر و رینولدز عدد اونسورگ، $Oh = \frac{\mu_l}{(\rho_l \sigma D)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{We}/Re$ برابر با 0.0093 می‌گردد. نسبت ویسکوزیته سینماتیک گاز به مایع نیز برابر با 5 است که نتیجه‌ی انتخاب $\tau_g = 0.6$ و $\tau_l = 0.52$ می‌باشد. دیگر زمان‌های آرامش و مقدار ϵ مشابه مقادیر ذکر شده در قسمت 3-1 است. شرط مرزی عدم لغزش بونس بک[2] به دیواره‌های بالا و پایین و شرط مرزی پریودیک به مرزهای جانبی شبکه‌ای با ابعاد 300×400 اعمال شده است. همانطور که در شکل 3 مشاهده می‌شود، قطره با برخورد به سطح مایع سبب بالا آمدن آن و شکل‌گیری تاج می‌گردد که قطر و ارتفاع این تاج با گذر زمان افزایش می‌یابد. لبه‌ی تاج معمولا ناپایدار است و بعد از مدت مشخصی قطره‌های ثانویه از آن جدا می‌شوند. شکل 4 تغییرات شعاع تاج

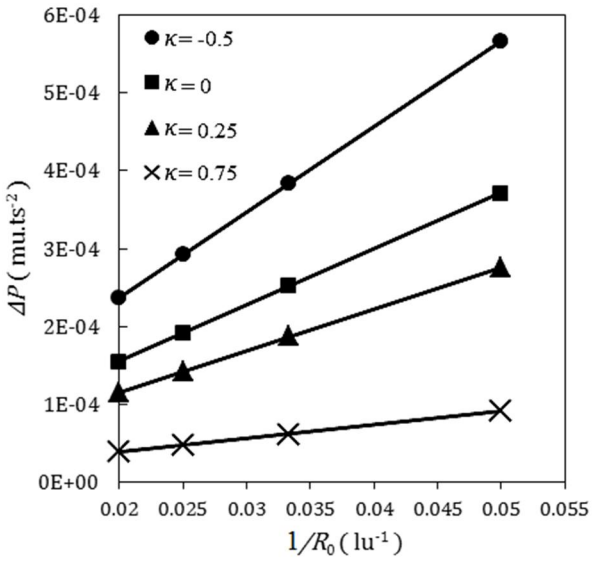

Fig. 2 Evaluation of Laplace law at temperature ratio of 0.48, (corresponding to density ratio of 1000).

شکل 2 ارزیابی قانون لاپلاس در نسبت دمای 0.48 (متناظر با نسبت چگالی 1000).

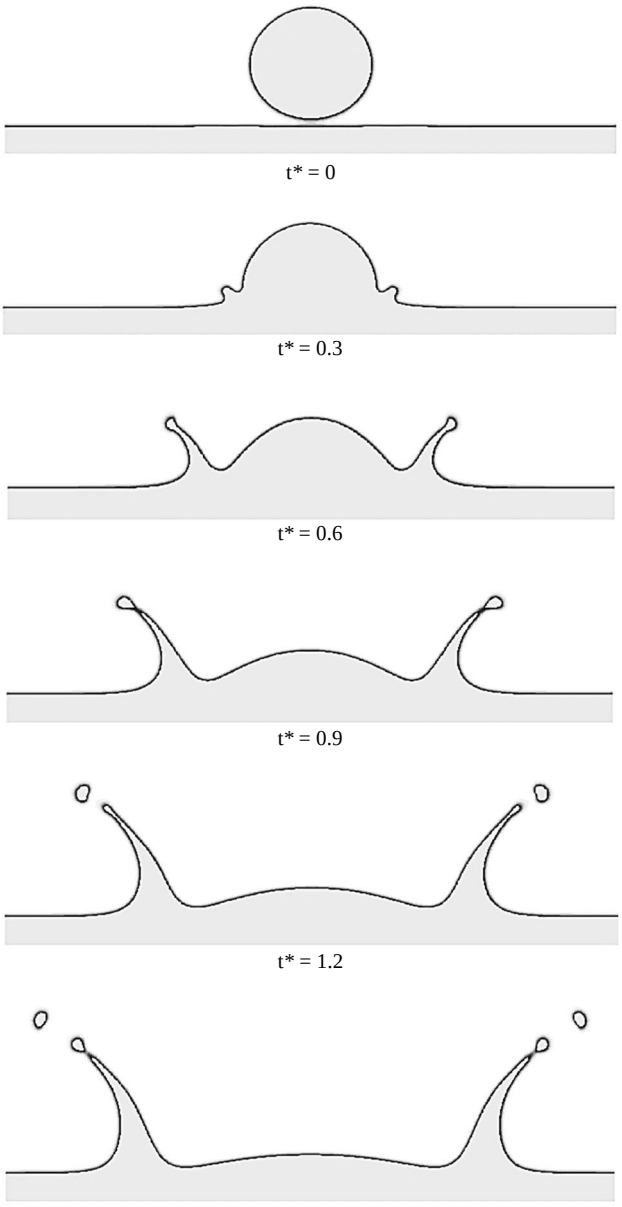

Fig. 3 Time evolution of a droplet impact onto a thin liquid film. $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000$, $\frac{\nu_g}{\nu_l} = 5$, $H^* = 0.25$, $Re = 1440$, $We = 178$ $Oh = 0.0093$

شکل 3 تغییرات زمانی برخورد یک قطره روی فیلم نازک مایع، $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000$، $\frac{\nu_g}{\nu_l} = 5$، $H^* = 0.25$، $Re = 1440$، $We = 178$ $Oh = 0.0093$

بی‌بعد شده، $\left(\frac{r_c}{D}\right)$ را نسبت به زمان بی‌بعد نشان می‌دهد. r_c شعاع تاج می‌باشد که محل اندازه گیری آن (نیمه‌ی ارتفاع عمودی تاج) بصورت شماتیک در شکل 5 آورده شده است، بدین ترتیب که ابتدا ارتفاع عمودی تاج از سطح فیلم مایع اندازه‌گیری و مکانی که ارتفاع تاج نصف است در قسمت بیرونی تاج تعیین می‌گردد. فاصله‌ی افقی این مکان تا مرکز برخورد (مرکز قطره) به عنوان شعاع تاج در نظر گرفته شده است. بهترین منحنی که از نتایج شبیه-سازی عبور می‌کند، منحنی با معادله $\frac{r_c}{D} = 1.29(t^*)^{0.5}$ می‌باشد که به قانون توان[3] معروف است. این منحنی به خوبی با نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی موجود در منابع [6,5,2] تطبیق دارد. به عنوان نمونه یارین و ویس [6] رابطه

[1] Lattice units (lu)
[2] Bounce back
[3] Power law

تحلیلی زیر را بدست آورده‌اند (رابطه (8.8) مقاله آن‌ها) :

$$\frac{r_c}{D} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{V^{\frac{1}{2}}}{D^{\frac{1}{4}}H^{\frac{1}{4}}} t^{\frac{1}{2}} \quad (28)$$

با ضرب صورت و مخرج رابطه (28) در $D^{\frac{1}{4}}$ و جایگذاری رابطه $t^* = \frac{tV}{D}$ داریم:

$$\frac{r_c}{D} = \left(\frac{2D}{3H}\right)^{\frac{1}{4}} (t^*)^{0.5} \quad (29)$$

با جایگذاری مقدار $D = 80$ و $H = 20$ که در شبیه‌سازی حاضر در نظر گرفته شد، رابطه (30) حاصل می‌شود:

$$\frac{r_c}{D} = 1.278(t^*)^{0.5} \quad (30)$$

منحنی رابطه (30) نیز در شکل 4 رسم شده است که نشان از تطابق بسیار خوب نتایج شبیه‌سازی با حل تحلیلی دارد.

4- نتایج و بحث

4-1- دینامیک برخورد دو قطره موازی

در شکل 6 دینامیک برخورد دو قطره موازی بر روی فیلم نازک مایع در نسبت چگالی 1000 نشان داده شده است. ارتفاع فیلم مایع $H = 15$، قطر هر قطره $D = 60$، ضخامت بی‌بعد $H^* = 0.25$ و فاصله‌ی بین مراکز دو قطره $\Delta x = 2D$ است. $\kappa = 0.75$ انتخاب گردید که منجر به مقدار کشش سطحی $\sigma = 0.0017$ می‌شود. سرعت برخورد $V = 0.12$ و لزجت سینماتیک مایع $\nu_l = 0.0067$ است. بنابراین عدد رینولدز برابر با $\mathrm{Re} = 1080$ و عدد وبر مساوی $\mathrm{We} = 236$ محاسبه می‌شوند. نسبت لزجت سینماتیک گاز به مایع نیز برابر با $\frac{\nu_g}{\nu_l} = 15$ است. اندازه شبکه 300×600 و شرایط مرزی مشابه شبیه‌سازی برخورد یک قطره در قسمت 3-3 است. همانطور که در شکل‌های 6(a) مشاهده می‌شود پس از برخورد قطره‌ها بر روی فیلم مایع، دو جت زاویه دار در گوشه‌های هر قطره شروع به شکل‌گیری می‌کنند. دو جت روبروی هم که به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند با یکدیگر برخورد کرده و سبب شکل‌گیری یک جت مرکزی می‌شوند. ارتفاع این جت مرکزی با نفوذ بیش‌تر قطره‌ها در

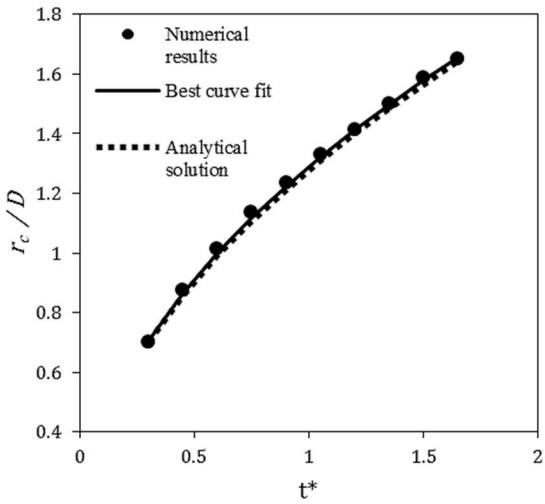

Fig. 4 Comparison between numerical and analytical solutions for time evolutions of non-dimensional crown radius. Best curve fitted on numerical results is: $\frac{r_c}{D} = 1.29(t^*)^{0.5}$ $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \frac{\nu_g}{\nu_l} = 5, \mathrm{H}^* = 0.25, \mathrm{Re} = 1440, \mathrm{We} = 178$

شکل 4 مقایسه حل عددی و تحلیلی برای تغییرات زمانی شعاع تاج بی‌بعد. بهترین منحنی تطابق داده شده بر نتایج عددی عبارت است از: $\frac{r_c}{D} = 1.29(t^*)^{0.5}$ $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000,\ \frac{\nu_g}{\nu_l} = 5,\ \mathrm{H}^* = 0.25, \mathrm{Re} = 1440, \mathrm{We} = 178$

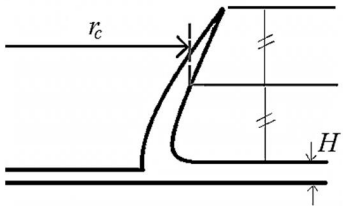

Fig. 5 A schematic picture showing the measured crown radius (r_c) in this paper.

شکل 5 شماتیکی از محل اندازه‌گیری شعاع تاج در پژوهش حاضر

فیلم مایع به طور پیوسته افزایش می‌یابد. با افزایش ارتفاع جت مرکزی قطره‌های ثانویه به تدریج از نوک آن جدا می‌شوند. این موضوع در مورد جت‌های کناری (تاج) نیز صادق است. علت افزایش پیوسته ارتفاع جت‌ها و شکل‌گیری قطره‌های ثانویه غلبه نیروی اینرسی بر کشش سطحی است. به عبارت دیگر عدد وبر که بیانگر نسبت دو نیروی ذکر شده است، از مقدار بحرانی منجر به پاشش بزرگتر است. در اعداد وبر فوق بحرانی نوک جت معمولا ناپایدار است که در نهایت منجر به شکل‌گیری قطره‌های ثانویه می‌شود. علت این ناپایداری و جدا شدن قطره‌های ثانویه نظریه ناپایداری رایلی-تیلور[1] و یا رایلی-پلاتو[2] گزارش شده است. شکل 6(b) مکانیزم برخورد را در یک شکل نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌شود با گذر زمان میزان پخش‌شدگی قطره‌ها روی سطح (قطر تاج) و هم چنین ارتفاع جت‌های کناری و مرکزی به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

شکل 7 میدان سرعت متناظر با نتایج شکل 6 را در سه زمان مختلف نشان می‌دهد. به منظور وضوح بیشتر، نتایج تنها برای نیمه‌ی سمت راست ارائه شده‌اند. همچنین بردار سرعت در گره‌های شبکه بصورت چند در میان (به منظور پرهیز از ازدحام خطوط) رسم شده است. نکته‌ی مهم در این نتایج، عدم حضور سرعت‌های مجازی شدید در سطح مشترک و درون مایع است. به عبارت دیگر سرعت‌های مجازی مقداری از سطح مشترک فاصله داشته و به طور عمده در فاز گاز قرار دارند. این موضوع تنها سبب می‌شود که سرعت این ذرات گاز که ناشی از حرکت قطره و جت‌های مایع است در راستای حرکت آن‌ها مقداری افزایش یابد که به نظر می‌رسد به دلیل فاصله از سطح مشترک تأثیری بر حرکت فاز مایع ندارد، به خصوص که اختلاف چگالی نسبتا زیادی بین فاز مایع و گاز وجود دارد.

4-2- بررسی پایستاری جرم

سطح مشترک در مدل حاضر بر خلاف روش‌های ماکروسکوپیک مانند روش حجم سیال دیگر یک مرز ریاضی تقریبی و بسته نیست بلکه انتقال جرم از طریق آن می‌تواند صورت گیرد. در نتایج این پژوهش نیز این موضوع برای قطره‌های ثانویه مشاهده شده است، بطوریکه با گذر زمان اندازه آن‌ها کاهش می‌یابد که نشان از انتقال جرم (تغییر فاز) به فاز گازی است. به منظور اطمنان از پایستاری جرم در کل شبکه، مجموع چگالی کلیه گره‌های شبکه در طول زمان (مرتبط با نتایج شبیه‌سازی شکل 6) محاسبه شده و نتایج در جدول 2 آورده شده است. اعداد بدست آمده نشان از برقراری قطعی پایستاری جرم در طول زمان است. بنابراین اگرچه اندازه قطره‌های ثانویه جدا شده از جت‌ها به مرور زمان کاهش می‌یابد اما این جرم مایع از بین نرفته بلکه به فاز گازی تغییر حالت داده است.

[1] Rayleigh-Taylor instability
[2] Rayleigh-Plateau instability

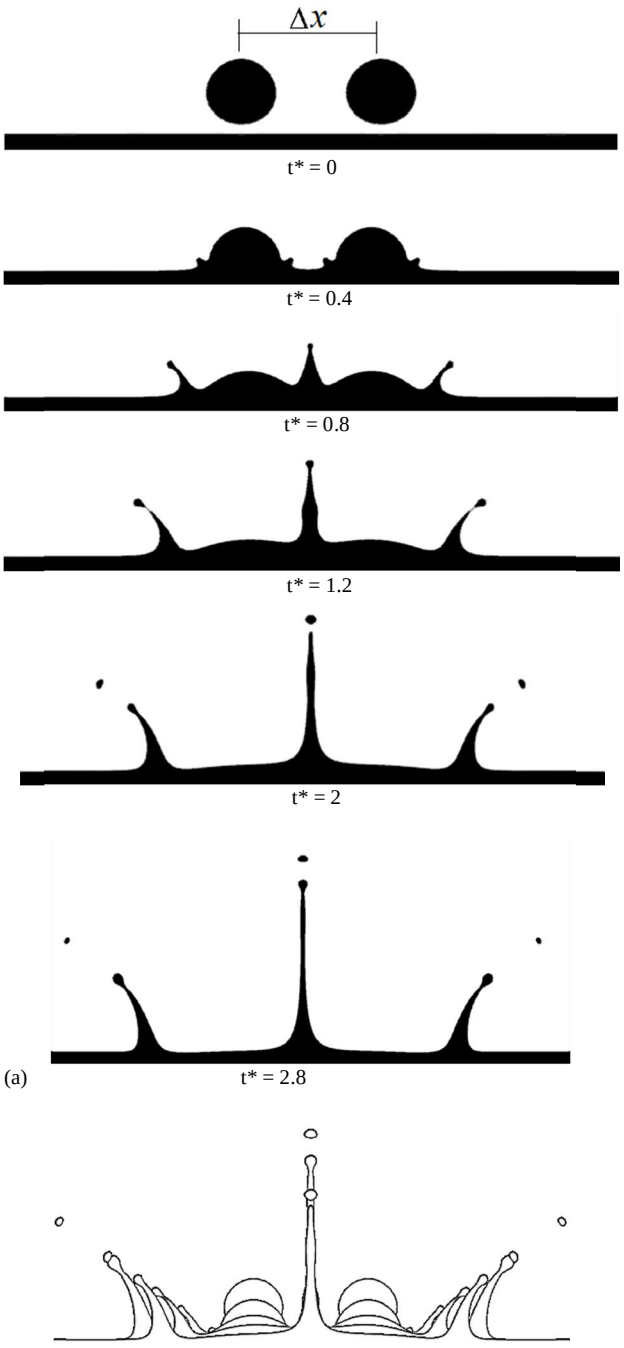

Fig. 6 Time evolution of two parallel droplets impact on a thin liquid film. (a): Impact snapshots. (b): Impact snapshots in a single image. $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \frac{\nu_g}{\nu_l} = 15, H^* = 0.25, \Delta x = 2D, \mathrm{Re} = 1080,$ $\mathrm{We} = 236, \mathrm{Oh} = 0.0142$

شکل 6 تغییرات زمانی برخورد دو قطره موازی بر روی فیلم نازک مایع. (a): تصاویر برخورد بصورت مجزا. (b): تصاویر برخورد در قالب یک عکس. $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \frac{\nu_g}{\nu_l} = 15, H^* = 0.25, \Delta x = 2D, \mathrm{Re} = 1080$ $\mathrm{We} = 236, \mathrm{Oh} = 0.0142$

3-4- تاثیر کشش سطحی (در قالب عدد وبر)

در این بخش به بررسی تاثیر مقدار کشش سطحی در قالب عدد وبر بر روی برخورد دو قطره‌ی موازی روی فیلم نازک مایع پرداخته می‌شود. همانطور که از شکل 8 قابل مشاهده است، با کاهش مقدار کشش سطحی (افزایش وبر)،

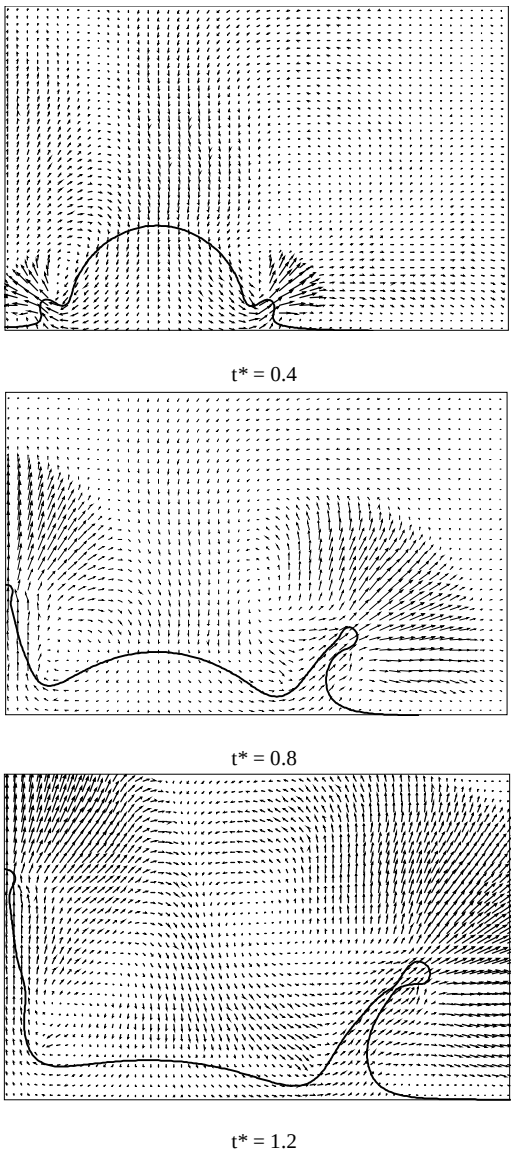

Fig. 7 Velocity field.

شکل 7 میدان سرعت.

جدول 2 بررسی پایستاری جرم برای نتایج شکل 6 به عنوان نمونه.

Table 2 Investigation of mass conservation for results of Fig. 6 as a sample.

t^*	$\sum \rho$	$\frac{\sum \rho}{\sum \rho_0}$
0	$\sum \rho_0 = 6737.2$	1
0.4	6736.6	0.9999
0.8	6736.6	0.9999
1.2	6736.7	0.9999
2	6737.3	1
2.8	6737.3	1
3.2	6737.2	1

اندازه متوسط قطره ثانویه جدا شده از نوک جت مرکزی کاهش می‌یابد.

نکته‌ی جالب توجه دیگری که در شکل 8 دیده می‌شود نتایج مربوط به عدد وبر 27 است که در آن جت‌های کناری پس از بالا آمدن از سطح مایع

دوباره به آن باز می‌گردند و در نتیجه پدیده آمیختگی برای جت‌های کناری رخ می‌دهد. این در حالی است که ارتفاع جت مرکزی در عدد وبر ذکر شده افزایش پیدا کرده است. علت این تفاوت بدون شک بیش‌تر بودن سرعت عمودی جت مرکزی (نیروی اینرسی) نسبت به جت‌های کناری است. زیرا جت مرکزی از ادغام جت‌های اولیه ایجاد شده و در نتیجه موجب افزایش سرعت آن می‌گردد. ضمن آنکه باید توجه کرد که سرعت جت‌های کناری (سرعت تاج) شامل دو مؤلفه افقی و عمودی است و بنابراین بخشی از سرعت آن‌ها که در جهت افقی است سبب پخش شدن قطره‌ها روی فیلم مایع می‌شود. در نهایت با مشاهده شکل 8(e) که تصاویر اعداد وبر مختلف را در یک شکل نشان می دهد، می‌توان به مستقل بودن شعاع تاج از عدد وبر پی برد. از سوی دیگر ارتفاع تاج و جت مرکزی با افزایش عدد وبر افزایش می‌یابد.

4-4- تاثیر فاصله بین مراکز دو قطره

در این بخش به بررسی تأثیر فاصله‌ی بین مراکز دو قطره بر روی برخورد پرداخته می‌شود. همانطور که در شکل 9 مشاهده می‌شود با افزایش فاصله بین دو قطره، میزان پخش‌شدگی (قطر تاج) افزایش ولی ارتفاع جت مرکزی کاهش می‌یابد.

از سوی دیگر با مراجعه به شکل 9(d) ملاحظه می‌شود که ارتفاع جت‌های کناری (ارتفاع تاج) مستقل از فاصله‌ی بین دو قطره بوده و برای تمامی فواصل بین دو قطره یکسان است.

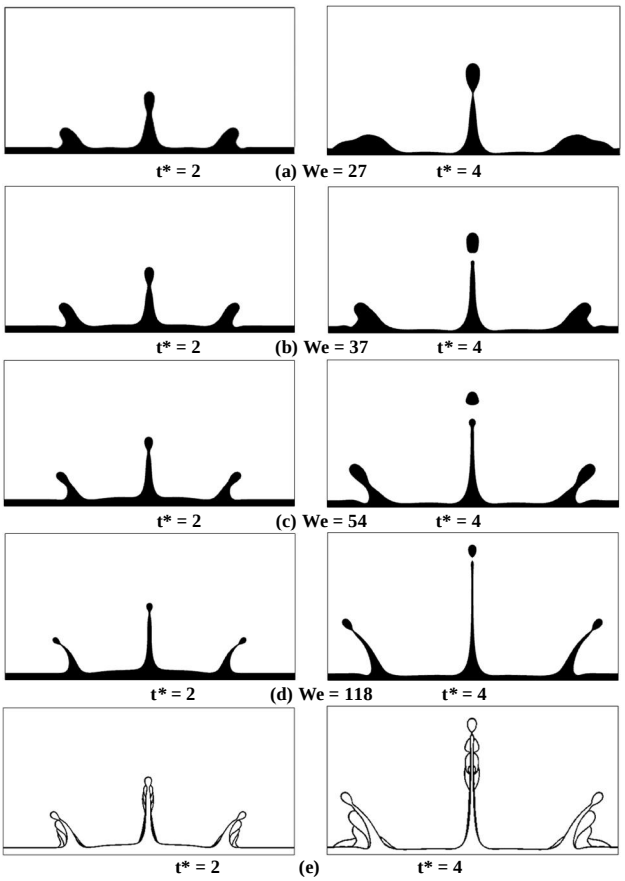

Fig. 8 Effect of the We number. $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, H^* = 0.25, \frac{\nu_g}{\nu_l} = 15, \Delta x = 2D, Re = 1080$

شکل 8 تاثیر عدد وبر. $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, H^* = 0.25, \frac{\nu_g}{\nu_l} = 15, \Delta x = 2D, Re = 1080$

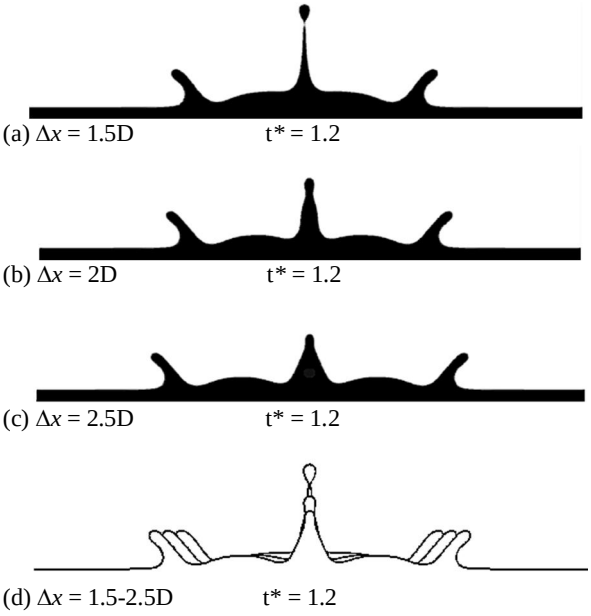

Fig. 9 Effect of the distance between two drops. $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \frac{\nu_g}{\nu_l} = 15, H^* = 0.25, We = 54, Re = 1080$

شکل 9 تاثیر فاصله بین دو قطره. $\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \frac{\nu_g}{\nu_l} = 15, H^* = 0.25, We = 54, Re = 1080$

4-5- تاثیر لزجت سینماتیک گاز

شکل 10 تاثیر افزایش لزجت سینماتیک گاز را نشان می‌دهد. لزجت مایع ثابت نگه داشته شده و بنابراین عدد رینولدز تغییری نمی‌کند. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش لزجت گاز، سرعت رشد جت مرکزی کاهش یافته و در نتیجه باعث به تعویق افتادن جداشدن قطره‌های ثانویه از نوک آن می‌گردد. این موضوع با مقایسه شکل‌های 10(a) و 10(c) به خوبی قابل مشاهده است. زیرا با افزایش لزجت گاز نیروی درگ اصطکاکی وارد شده به جت در حال رشد افزایش می‌یابد که در نتیجه منجر به کاهش سرعت بالا آمدن جت و تعویق زمان جدا شدن قطره‌های ثانویه از نوک آن می‌شود. نتایج مربوط به دو نسبت لزجت سینماتیک بصورت یکجا در شکل 10(e) آورده شده است که نشان از مستقل بودن شعاع تاج از لزجت گاز دارد.

4-6- الگوی خطوط جریان

شکل 11 خطوط جریان را در طول زمان برای یک حالت خاص برخورد به عنوان نمونه نشان می‌دهد. همانطورکه مشاهده می‌شود قبل از تشکیل جت مرکزی یک جفت گردابه بصورت متقارن در گوشه قطره‌ها شکل می‌گیرد. علت پیدایش این گردابه‌ها بالا آمدن جت‌های میانی از گوشه قطره‌ها است. زیرا جریان بالا دست به سمت پایین و حرکت جت‌ها بصورت زاویه دار به سمت بالا است که سبب می‌شود ذرات گاز مجاور نیز به سمت بالا حرکت کنند. بنابراین این دو جریان مخالف هم در نزدیکی گوشه منحنی شکل هر قطره تشکیل یک گردابه می‌دهند. پس از تشکیل جت مرکزی گردابه‌ها همچنان حضور دارند و با افزایش ارتفاع جت گردابه‌ها از سطح فاصله گرفته و نسبت ارتفاع به قطر آن‌ها افزایش می‌یابد.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله تأثیر مقدار کشش سطحی، فاصله‌ی بین دو قطره و لزجت سینماتیک گاز بر برخورد همزمان دو قطره‌ی موازی بر روی فیلم نازک مایع

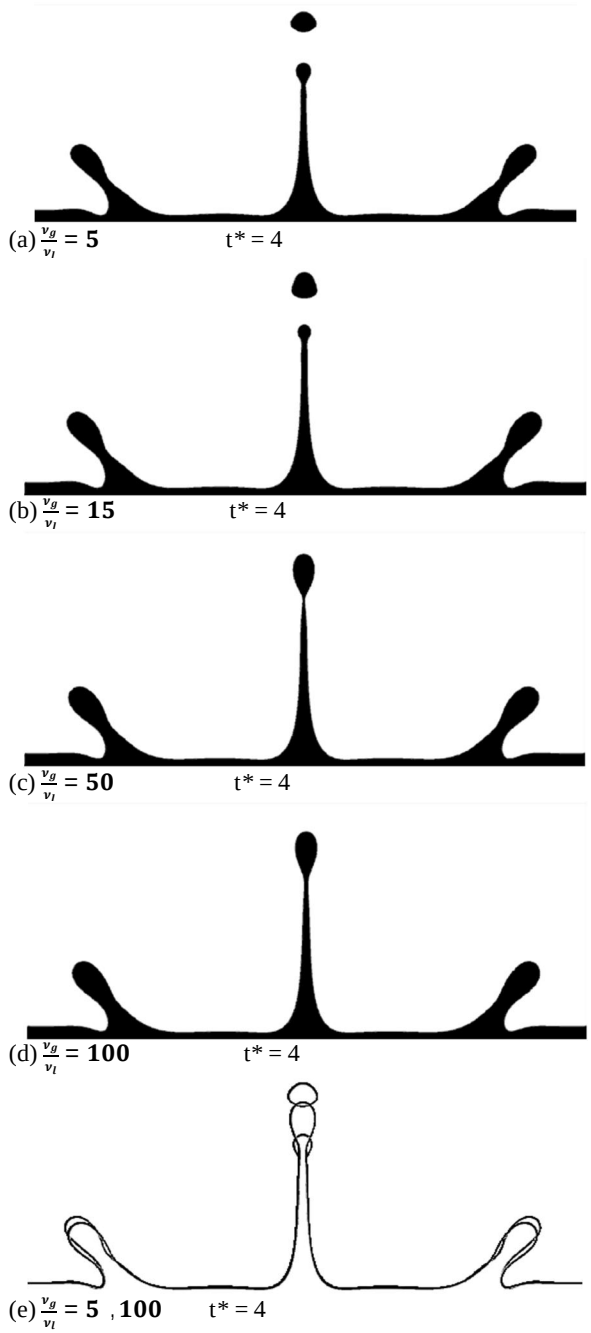

Fig. 10 Effect of gas kinematic viscosity.
$\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \Delta x = 2D,\ \mathrm{H}^* = 0.25, \mathrm{We} = 54, \mathrm{Re} = 1080$

شکل 10 تاثیر لزجت سینماتیک گاز.
$\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \Delta x = 2D,\ \mathrm{H}^* = 0.25, \mathrm{We} = 54, \mathrm{Re} = 1080$

با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار گرفت. مدل دوفاز توسعه داده شده که بر پایه‌ی مدل پتانسیل شان و چن است توانایی شبیه‌سازی جریان‌هایی با نسبت چگالی به بزرگی 1000 و لزجت‌های کم را دارا است. همچنین امکان تنظیم مقدار کشش سطحی مستقل از نسبت چگالی در یک محدوده‌ی نسبتا وسیع فراهم شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برخورد همزمان دو قطره موازی بر روی فیلم نازک مایع و تأثیر عوامل مورد بررسی را می‌توان در موارد زیر خلاصه نمود:

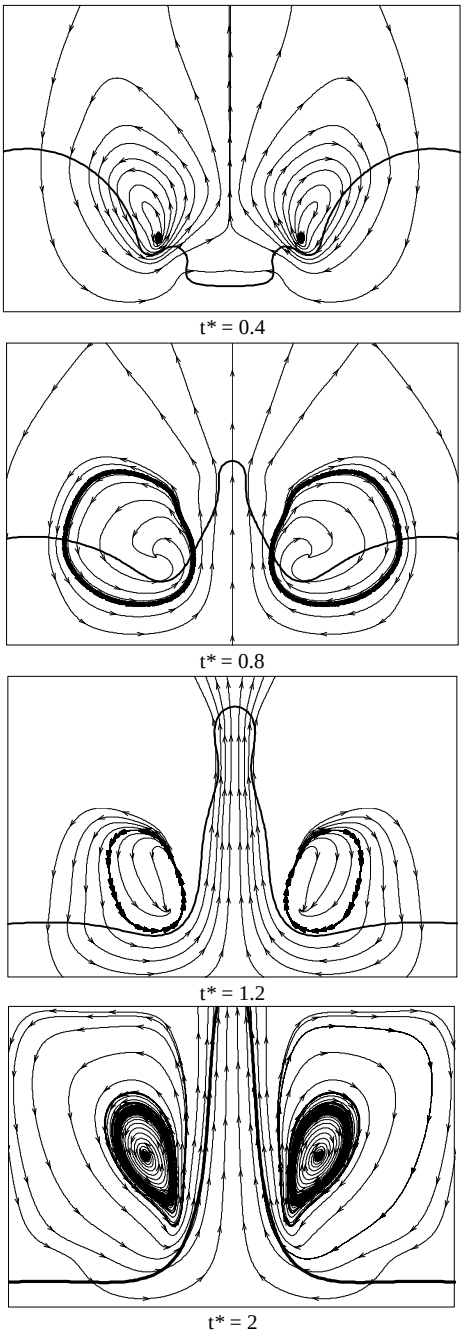

Fig. 11 Stream lines snapshots.
$\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \Delta x = 2D,\ \mathrm{H}^* = 0.25, \mathrm{We} = 54, \mathrm{Re} = 1080$

شکل 11 تصاویر خطوط جریان.
$\frac{\rho_l}{\rho_g} = 1000, \Delta x = 2D,\ \mathrm{H}^* = 0.25, \mathrm{We} = 54, \mathrm{Re} = 1080$

- با برخورد همزمان دو قطره بر روی سطح مایع دو جت میانی به یکدیگر پیوسته و سبب شکل‌گیری یک جت مرکزی می‌گردند. ارتفاع این جت مرکزی با گذر زمان افزایش می‌یابد.
- به دلیل ناپایدار بودن جت مرکزی، مقداری از سیال بصورت قطره‌های ثانویه از نوک آن جدا می‌شوند.
- با افزایش عدد وبر (کاهش مقدار کشش سطحی) ارتفاع جت مرکزی افزایش اما اندازه قطره‌های جدا شده از آن کاهش می‌یابد.

- ارتفاع جت مرکزی حتی در اعداد وبر پایین ($We = 27$) نیز با گذر زمان افزایش پیدا می‌کند در حالیکه جت‌های کناری دوباره به سطح مایع بازگشته و پدیده آمیختگی رخ می‌دهد.
- با افزایش فاصله‌ی بین دو قطره ارتفاع جت مرکزی کاهش اما شعاع تاج (میزان پخش‌شدگی قطره‌ها روی سطح) افزایش می‌یابد. ارتفاع تاج مستقل از فاصله بین دو قطره است.
- با افزایش لزجت سینماتیک گاز سرعت رشد جت مرکزی کاهش و در نتیجه جداشدن قطره‌های ثانویه از نوک آن به تعویق می‌افتد.
- پس از برخورد همزمان قطره‌ها، یک جفت گردابه بصورت متقارن در بین دو قطره و در گوشه‌های آن‌ها شکل می‌گیرد که پس از تشکیل جت مرکزی نیز همچنان باقی می‌مانند و در راستای ارتفاع جت به سمت بالا حرکت می‌کنند.

6- فهرست علایم

a , b	پارامترهای معادله حالت کارناهان - استارلینگ
C	جمله چشمه مربوط به تنظیم کشش سطحی
c	اندازه سرعت شبکه ($lu \cdot ts^{-1}$)
c_s	سرعت صوت در شبکه ($lu \cdot ts^{-1}$)
D	قطر قطره (lu)
e	بردار سرعت گسسته ($lu \cdot ts^{-1}$)
f	تابع توزیع ذره ($mu \cdot lu^{-3}$)
F_1	نیروی برهمکنش سیال - سیال ($mu \cdot lu \cdot ts^{-2}$)
F_2	نیروی برهمکنش سیال - جامد ($mu \cdot lu \cdot ts^{-2}$)
G	ضریب مرتبط با قدرت برهمکنش
H	ضخامت فیلم مایع (lu)
I	ماتریس واحد
m	ترم برخورد در فضای مومنتم
M	ماتریس تبدیل
Oh	عدد اونسورگ
P	فشار ($mu \cdot lu^{-1} \cdot ts^{-2}$)
P_c	فشار بحرانی ($mu \cdot lu^{-1} \cdot ts^{-2}$)
Q	ترم مربوط به کشش سطحی
R	ثابت گاز در معادله حالت
R_0	شعاع قطره (lu)
r_c	شعاع تاج (lu)
Re	عدد رینولدز
s	ترم نیرو
s_1 تا s_9	زمان‌های آرامش ماتریس آرامش قطری
t	زمان (ts)
T	دما (tu)
T_c	دمای بحرانی (tu)
V	بردار سرعت ماکروسکوپیک ($lu \cdot ts^{-1}$)
w	ضریب وزن
We	عدد وبر

علایم یونانی

x	بردار موقعیت مکانی
x	محور افقی
y	محور عمودی
Δx	فاصله بین مراکز دو قطره (lu)
υ	لزجت سینماتیک ($lu^2 \cdot ts^{-1}$)
λ	لزجت حجمی ($lu^2 \cdot ts^{-1}$)
ρ	چگالی ($mu \cdot lu^{-3}$)
τ	زمان آرامش
Λ	ماتریس زمان آرامش
κ	ضریب تنظیم مقدار کشش سطحی
σ	کشش سطحی ($mu \cdot ts^{-2}$)
ϵ	ضریب ترم اصلاح سرعت
ψ	تابع جرم مؤثر

بالانویس‌ها

eq	تعادلی
Λ	بیانگر فضای مومنتم
$*$	نماد مقدار بی‌بعد
$'$	مقدار اصلاح شده

زیرنویس‌ها

α	جهت
g	گاز
l	مایع
w	دیوار
e	انرژی
ζ	مجذور انرژی
j	مومنتم
q	شار انرژی

7- مراجع

[1] R. L. Vander Wal, G. M. Berger, S. D. Mozes, Droplets splashing upon films of the same fluid of various depths, *Experiments in Fluids*, Vol. 40, No. 1, pp. 33-52, 2006.

[2] G. Cossali, M. Marengo, A. Coghe, S. Zhdanov, The role of time in single drop splash on thin film, *Experiments in Fluids*, Vol. 36, No. 6, pp. 888-900, 2004.

[3] M. Rieber, A. Frohn, A numerical study on the mechanism of splashing, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 20, No. 5, pp. 455-461, 1999.

[4] M. Rein, Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 12, No. 2, pp. 61, 1993.

[5] A. Yarin, Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing…, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 38, pp. 159-192, 2006.

[6] A. Yarin, D. Weiss, Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 283, pp. 141-173, 1995.

[7] A.-B. Wang, C.-C. Chen, Splashing impact of a single drop onto very thin liquid films, *Physics of Fluids (1994-present)*, Vol. 12, No. 9, pp. 2155-2158, 2000.

[8] S. Manzello, J. Yang, An experimental study of a water droplet impinging on a liquid surface, *Experiments in Fluids*, Vol. 32, No. 5, pp. 580-589, 2002.

[9] T. Okawa, T. Shiraishi, T. Mori, Production of secondary drops during the single water drop impact onto a plane water surface, *Experiments in Fluids*, Vol. 41, No. 6, pp. 965-974, 2006.

[10] C. W. Hirt, B. D. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *Journal of computational physics*, Vol. 39, No. 1, pp. 201-225, 1981.

[11] M. Sussman, E. Fatemi, P. Smereka, S. Osher, An improved level set method for incompressible two-phase flows, *Computers & Fluids*, Vol. 27, No. 5, pp. 663-680, 1998.

[12] M. Passandideh Fard, A computational study of droplet impingement onto a thin liquid film, *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 34, No. 2B, pp. 505-517, 2009.

[13] S. H. Lee, N. Hur, S. Kang, A numerical analysis of drop impact on liquid film by using a level set method, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 25, No. 10, pp. 2567-2572, 2011.

[14] Y. Guo, L. Wei, G. Liang, S. Shen, Simulation of droplet impact on liquid film with CLSVOF, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 26-33, 2014.
[15] X. Shan, H. Chen, Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components, *Physical Review E*, Vol. 47, No. 3, pp. 1815, 1993.
[16] X. Shan, H. Chen, Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation, *Physical Review E*, Vol. 49, No. 4, pp. 2941, 1994.
[17] M. R. Swift, E. Orlandini, W. Osborn, J. Yeomans, Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems, *Physical Review E*, Vol. 54, No. 5, pp. 5041, 1996.
[18] X. He, S. Chen, R. Zhang, A lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh–Taylor instability, *Journal of Computational Physics*, Vol. 152, No. 2, pp. 642-663, 1999.
[19] T. Lee, C.-L. Lin, A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio, *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, No. 1, pp. 16-47, 2005.
[20] J.-h. GUO, X.-y. WANG, Simulation of the two phase flow of droplet impingement on liquid film by the lattice boltzmann method, *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, Vol. 24, No. 2, pp. 292-297, 2012.
[21] M. Cheng, J. Lou, A numerical study on splash of oblique drop impact on wet walls, *Computers & Fluids*, Vol. 115, pp. 11-24, 2015.
[22] S.M. Khatoonabadi, M. Ashrafizaadeh, Simulation of droplet impact on a thin liquid film using the pseudopotential multiphase model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 8-16, 2016. (in Persian فارسی)
[23] K. Raman, R. Jaiman, T. Lee, H. Low, On the dynamics of crown structure in simultaneous two droplets impact onto stationary and moving liquid film, *Computers & Fluids*, Vol. 107, pp. 285-300, 2015.
[24] L. Li, X. Jia, Y. Liu, M. Su, Simulation of double droplets impact on liquid film by a simplified lattice Boltzmann model, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 98, pp. 656-669, 2016.
[25] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, M. Krook, A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511, 1954.
[26] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, Vol. 65, No. 4, pp. 046308-1-046308-6, 2002.
[27] L. Chen, Q. Kang, Y. Mu, Y.-L. He, W.-Q. Tao, A critical review of the pseudopotential multiphase lattice Boltzmann model: Methods and applications, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 76, pp. 210-236, 2014.
[28] Q. Li, K. Luo, X. Li, Forcing scheme in pseudopotential lattice Boltzmann model for multiphase flows, *Physical Review E*, Vol. 86, No. 1, pp. 016709, 2012.
[29] M. E. McCracken, J. Abraham, Multiple-relaxation-time lattice-Boltzmann model for multiphase flow, *Physical Review E*, Vol. 71, No. 3, pp. 036701, 2005.
[30] D. Zhang, K. Papadikis, S. Gu, Three-dimensional multi-relaxation time lattice-Boltzmann model for the drop impact on a dry surface at large density ratio, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 64, pp. 11-18, 2014.
[31] D. Zhang, K. Papadikis, S. Gu, Investigations on the droplet impact onto a spherical surface with a high density ratio multi-relaxation time lattice-Boltzmann model, *Communications in Computational Physics*, Vol. 16, No. 04, pp. 892-912, 2014.
[32] Q. Li, K. Luo, X. Li, Lattice Boltzmann modeling of multiphase flows at large density ratio with an improved pseudopotential model, *Physical Review E*, Vol. 87, No. 5, pp. 053301, 2013.
[33] S. Mukherjee, J. Abraham, A pressure-evolution-based multi-relaxation-time high-density-ratio two-phase lattice-Boltzmann model, *Computers & fluids*, Vol. 36, No. 6, pp. 1149-1158, 2007.
[34] Q. Li, K. Luo, Achieving tunable surface tension in the pseudopotential lattice Boltzmann modeling of multiphase flows, *Physical Review E*, Vol. 88, No. 5, pp. 053307, 2013.
[35] A. Xu, T.S. Zhao, L. An, L. Shi, A three-dimensional pseudo-potential-based lattice Boltzmann model for multiphase flows with large density ratio and variable surface tension, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 56, pp. 261-271, 2015.