

5th

International Conference on Geotechnical Engineering and Soil Mechanics

November 15 - 17 | Tehran - Iran | www.icgesm2016.ir

Certificate of Presentation

This is to certify that the paper entitled:

Investigation Plastic Concrete Behavior in Triaxial Tests using an Elasto-Plastic Constitutive Model

By

Masoud Mehmandoust Kollar , Ali Akhtarpour , Morteza Salary

has been accepted for poster presentation at the

5th International Conference on Geotechnical Engineering and Soil Mechanics,

which was held in November 15-17, 2016, in Milad Tower, Tehran, Iran.

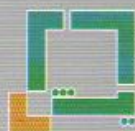
Prof. Behrouz Gatmiri

President of the Iranian Geotechnical Society



Prof. S. Mohsen Haeri

Chairman of the 5th International Conference
on Geotechnical Engineering and Soil Mechanics



5th

پنجمین همایش بین‌المللی مهندسی ژئوتکنیک و مکانیک خاک

International Conference on Geotechnical Engineering and Soil Mechanics

۲۵-۲۷ آبان ماه ۱۳۹۵ مرکز همایش‌های بین‌المللی برج میلاد تهران

November 15-17, 2016, Tehran, Iran

www.ICGEM2016.ir



انجمن ژئوتکنیک ایران

بررسی رفتار بتن پلاستیک در آزمایش سه محوری با استفاده از یک مدل الاستوپلاستیک

مسعود مهماندوست^۱، علی اخترپور^۲، مرتضی سالاری^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران-مکانیک خاک و پی دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

۲- استادیار گروه عمران دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

۳- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران-مکانیک خاک و پی دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی

مشهد

akhtarpour@um.ac.ir

خلاصه

بتن پلاستیک مصالحی با شکل پذیری نسبتاً زیاد می باشد که برای آن مدل رفتاری مناسبی که بتواند رفتار تنش-کرنش و کرنش حجمی-محوری مصالح بتن پلاستیک را پیش بینی نماید به کار گرفته نشده است. در این مطالعه با استفاده از نتایج آزمون های سه محوری زهکشی شده بر روی مصالح بتن پلاستیک دیوار آب بند سد سومبار، رفتار مصالح با یک مدل الاستو-پلاستیک بر پایه زاویه اصطکاک و اتساع بسیج شده در نرم افزار تفاضل محدود FLAC، شبیه سازی شده است. نتایج بیانگر آن است که تابع پیشنهاد شده برای زاویه اصطکاک بسیج شده مصالح ژئوتکنیکی، با دقت مناسبی تغییرات تنش در برابر کرنش را پیش بینی می نماید اما تابع پیشنهاد شده ژئوتکنیکی برای زاویه اتساع بسیج شده (سطح پتانسیل مدل)، توانایی پیش بینی تغییرات حجمی مصالح بتن پلاستیک را با دقت و صحت کافی ندارد. بنابراین اصلاحاتی بر روی سطح پتانسیل مدل انجام شده است. نتایج حاصل از مدل اصلاح شده، سازگاری نسبتاً مناسبی را با داده های آزمایشگاهی در زمینه کرنش های محوری و حجمی نشان می دهد.

کلمات کلیدی: مدل رفتاری الاستو-پلاستیک، بتن پلاستیک، آزمایش سه محوری، سد سومبار

۱. مقدمه

با پیشرفت چشمگیر فناوری محاسباتی، امروزه شاهد مدل سازی های پیچیده و کارآمدی از رفتار بتن هستیم. توان بالای ریاضیات روز، موجب گردیده تا مباحثی چون مدل سازی رفتار غیرخطی به راحتی توسط محققین انجام گیرند. ادغام معادلات ساختاری، حل معادلات غیرخطی، تعیین معیارهای شکست، تسلیم و پتانسیل مناسب و غیره مسائل اصلی در میان محققان می باشد. طیف وسیعی از تحقیقات با ریشه های آنالیز عددی مانند روش اجزا محدود خطی و غیر خطی، روش المان مرزی و غیره گزارش شده است انتخاب یک مدل ساختاری مناسب در پژوهش و طراحی بسیار مهم است به طوری که دقت طراحی تا حد زیادی تحت تاثیر قرار می گیرد [۱-۵].

در اکثر تحقیقات قبلی انجام شده، جهت بررسی اندرکنش دیوار آب بند با مصالح مجاور، با فرضیات ساده کننده ای، مدل رفتاری موهر کولمب را برای بتن پلاستیک در نظر گرفته اند که این مسئله می تواند در پاسخ های اندرکنش دیوار آب بند بتن پلاستیک با مصالح مجاور تاثیر گذار باشد. جهت ارزیابی رفتار غیر خطی این مصالح توسط روش های عددی، باید یک مدل رفتاری مناسب را برای مصالح در نظر بگیریم و پارامترهای مربوط به آن را تعیین نماییم. در این پژوهش از یک سری آزمایش های سه محوری انجام شده بر روی نمونه از بتن پلاستیک دیوار آب بند سد خاکی سومبار واقع در شمال خراسان شمالی [۶] استفاده گردیده است. این آزمایش ها، رفتاری مشابه با رفتار خاک ها تحت آزمایش سه محوری را از خود نشان می دهند. به همین سبب رفتار مصالح بتن پلاستیک با یک مدل رفتاری سخت شونده/نرم شونده کرنشی بر پایه زاویه اصطکاک و اتساع بسیج شده در نرم افزار FLAC، با توجه به

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران-مکانیک خاک و پی دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

^۲ استادیار گروه عمران دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

^۳ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران-مکانیک خاک و پی دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

5th

پنجمین همایش بین‌المللی مهندسی ژئوتکنیک و مکانیک خاک

International Conference on Geotechnical Engineering and Soil Mechanics

۲۵-۲۷ آبان ماه ۱۳۹۵ مرکز همایش‌های بین‌المللی برج میلاد تهران

November 15-17, 2016, Tehran, Iran

www.ICGESM2016.ir



انجمن ژئوتکنیک ایران

نتایج آزمایشات سه محوری شبیه سازی شده است. پارامترهای مدل با انجام آنالیز برگشتی بر روی داده های آزمایش سه محوری تعیین شده و رفتار تنش- کرنش و همچنین کرنش حجمی- کرنش محوری بتن پلاستیک تحت آزمایش های سه محوری توسط توابع پیشنهاد شده شبیه سازی گردیده است. با افزایش و با کاهش این پارامترها نسبت به کرنش برشی پلاستیک، رفتار سخت شونده و نرم شونده مدلسازی می شود. اصلاحاتی در مشخصات و معادلات مدل جهت بهبود توانایی مدل عددی که بتواند با دقت و صحت بالایی رفتار غیر خطی بتن پلاستیک را شبیه سازی نماید انجام گردیده است.

۲. مشخصات مصالح بتن پلاستیک

۱.۲. طرح اختلاط بتن پلاستیک

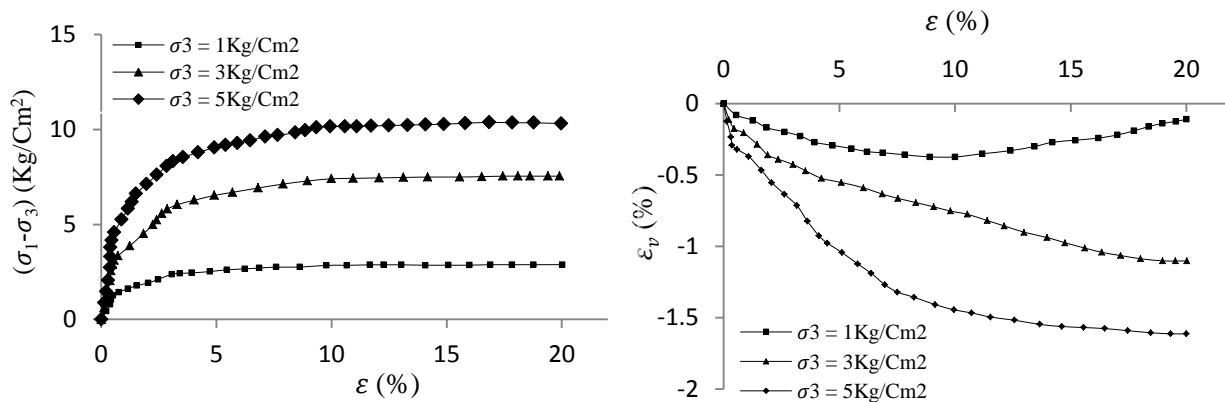
بتن پلاستیک، بتنی با مقاومت بسیار کمتر از بتن معمولی، شکل پذیری بالا و نفوذ پذیری پایین می باشد. مواد تشکیل دهنده بتن پلاستیک سیمان، سنگدانه، دوغاب بنتونیت و مواد افزودنی همچون رس و چودر آهک هیدراته است. در این تحقیق از آزمایش های سه محوری نمونه هایی با طرح اختلاط مطابق با جدول ۱ استفاده شده است [۶].

جدول ۱- طرح اختلاط بتن پلاستیک سدخاکی سومبار

| نام سد | آب Kg/m^3 | سیمان Kg/m^3 | بتونیت Kg/m^3 | ماسه Kg/m^3 | شن Kg/m^3 |
|--------|--------------------|-----------------------|------------------------|----------------------|--------------------|
| سومبار | ۴۲۰ | ۱۰۰ | ۴۰ | ۵۳۵ | ۴۶۵ |

۲.۲. آزمایش های سه محوری

تعیین پارامترهای مقاومتی و تغییر شکلی بتن پلاستیک با آزمایش سه محوری، از اقدامات متداول در طراحی و بررسی رفتار بتن پلاستیک می باشد. همانطور که ذکر شد در این تحقیق از نتایج آزمایش های سه محوری تحکیم یافته زهکشی شده (CD) بتن پلاستیک دیوار آب بند سدخاکی سومبار [۶] استفاده شده است. سن این نمونه ها ۲۸ روزه می باشند که این نمونه ها ابتدا اشباع شده اند و سپس با سرعت ۰/۱ میلی متر بر دقیقه تحت آزمایش سه محوری قرار گرفته اند. نتایج حاصل از آزمایش سه محوری تحکیم یافته زهکشی شده مطابق نمودار شکل ۱ می باشد.



شکل ۱- منحنی های تنش تفاضلی- کرنش محوری و کرنش حجمی- کرنش محوری بتن پلاستیک دیوار آب بند سد سومبار

۳. خصوصیات و اصلاحات مدل رفتاری

ارتباط تنش- کرنش بتن پلاستیک تحت شرایط بارگذاری، باربرداری و بارگذاری مجدد، همانند خاک ها بسیار پیچیده می باشد. یک مدل رفتاری مناسب برای بتن پلاستیک باید قادر باشد مقاومت برشی حداکثر، رفتار سخت شونده/نرم شونده و تغییر سختی وابسته به تنش همه جانبه را در نظر بگیرد. در این تحقیق با اصلاح یک مدل رفتاری سخت شونده/نرم شونده کرنشی موجود در برنامه تفاضل محدود FLAC و با استفاده از قابلیت برنامه نویسی FISH



موجود در برنامه [۷] سعی شده است ویژگی‌های فوق‌منظور گردد. جهت تعریف رفتار غیر خطی بتن پلاستیک، برخی اصلاحات شامل در نظر گرفتن سختی وابسته به تنش، رفتار سخت‌شوندگی و اتساعی انجام شده است که در ادامه تشریح می‌گردد.

۱.۳. وابستگی مدول الاستیک به تنش همه جانبه

تقریباً در همه مصالح ژئوتکنیکی وابستگی سختی به تنش همه جانبه مشاهده می‌گردد. رابطه (۱) که ابتدا توسط دانکن و چانگ [۸] پیشنهاد گردیده است جهت تعریف این وابستگی مورد استفاده قرار گرفت. محققینی نیز اعتبار این معادله را برای انواع خاک‌ها و سنگ‌ها تحت شرایط متفاوت آزمایشگاهی و صحرایی به اثبات رسانده‌اند [۹].

$$E_i = K \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n \quad (1)$$

در رابطه (۱)، E مدول یانگ، K پارامتر مدول الاستیک، P_a فشار اتمسفر و n توان وابستگی مدول به تنش همه جانبه می‌باشند. ضریب پواسون در تحلیل ثابت در نظر گرفته شده است که در محدوده رفتار الاستیک منجر به نتایج قابل قبولی می‌گردد. با توجه به نتایج آزمون سه محوری، می‌توان مقدار ضریب پواسون را نیز تابعی از تنش همه جانبه بدست آورد.

۲.۳. سطوح تسلیم و توابع پتانسیل

در مدل پیشنهادی این تحقیق رفتار سخت‌شوندگی با استفاده از تغییر پارامترهای مدل موهر-کولمب به صورت تابعی از کرنش برشی پلاستیک تعریف شده است. سطح تسلیم در این مدل بر اساس رابطه (۲) تعریف شده است:

$$f' = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} + 2C_m \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m}} \quad (2)$$

که در آن f' تابع تسلیم بوده و σ_1 و σ_3 تنش‌های اصلی بزرگتر و کوچکتر می‌باشند. قانون جریان در برش از نوع غیر وابسته و در کشش از نوع وابسته می‌باشد. تابع پتانسیل پلاستیک به صورت رابطه (۳) در مدل تعریف گردیده‌اند.

$$Q^S = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{1 - \sin \psi_m}{1 + \sin \psi_m} \quad (3)$$

که در این رابطه ψ_m زاویه اتساع بسیج شده می‌باشد.

در توابع پتانسیل مفروض رفتار سخت‌شوندگی با توجه به تغییر در زاویه اتساع بسیج شده قابل مدلسازی خواهد بود. در بتن پلاستیک، سخت‌شوندگی اصطکاکی و رفتار اتساعی مصالح بر پایه مفهوم پارامترهای بسیج شده تعریف گردیده است که در ادامه تشریح می‌گردد.

۳.۳. سخت‌شوندگی اصطکاکی

ورمر و دبورست [۱۰] رابطه (۴) را برای سخت‌شوندگی اصطکاکی برای مصالح ژئوتکنیکی پیشنهاد نمودند که در آن زاویه اصطکاک بسیج شده، φ_m ، به کرنش پلاستیک، ε_p ، وابسته بوده و تا رسیدن به مقدار حداکثر، φ_p ، به تدریج افزایش می‌یابد. در این رابطه پارامتر φ_0 را جهت کنترل رفتار الاستیک مولفین به آن اضافه نموده‌اند:

$$\begin{cases} \sin \varphi_m = \sin \varphi_0 + 2 \frac{\sqrt{\varepsilon_p \times \varepsilon_f}}{\varepsilon_p + \varepsilon_f} (\sin \varphi_p + \sin \varphi_0) & \text{for } \varepsilon_p \leq \varepsilon_f \\ \sin \varphi_m = \sin \varphi_p & \text{for } \varepsilon_p > \varepsilon_f \end{cases} \quad (4)$$

در روابط فوق، ε_f کرنش پلاستیک در زاویه اصطکاک حداکثر، φ_p ، و φ_0 زاویه اصطکاک اولیه می‌باشد.

5th**۴.۳. رفتار اتساعی**

اصل حداکثر کار پلاستیک نشان می‌دهد که تغییر شکل پلاستیک با یک افزایش حجم همراه می‌باشد که این پدیده به عنوان اتساع شناخته شده است که می‌توان آن را با استفاده از آزمون‌های سه محوری توسط محاسبه کرنش پلاستیک حجمی-محوری اندازه‌گیری نمود.

راو [۱۱] همبستگی را برای محاسبه زاویه اتساع بسیج شده در مصالح ژئوتکنیکی بر اساس زاویه اصطکاک بسیج شده و زاویه اتساع حداکثر ψ_p ، به شرح روابط (۵) و (۶) ارائه نمود:

$$\sin\psi_m = \frac{\sin\varphi_m - \sin\varphi_{cv}}{1 - \sin\varphi_m \sin\varphi_{cv}} \quad (5)$$

$$\sin\varphi_{cv} = \frac{\sin\varphi_p - \sin\psi_p}{1 - \sin\varphi_p \sin\psi_p} \quad (6)$$

در این روابط ψ_m و ψ_p به ترتیب زاویه اتساع بسیج شده و زاویه اتساع حداکثر می‌باشند. پارامتر φ_{cv} زاویه اصطکاک در حالت تخلخل بحرانی و یا زاویه اصطکاک حجم ثابت مصالح می‌باشد. از آنجاکه تابع راو (رابطه ۹) برای مصالح ژئوتکنیکی پیشنهاد شده است در این مقاله برای مصالح بتن پلاستیک جهت شبیه‌سازی رفتار حجمی آن با دقت نسبتاً مناسبی، تابع ذیل که در واقع شکل اصلاح شده ای از تابع راو می‌باشد به شرح رابطه (۷) توسط مولفین پیشنهاد می‌گردد. در این رابطه ضریب F اضافه شده است.

$$\sin\psi_m = \begin{cases} \sin(F \cdot \theta) & F \cdot \theta \leq \psi_p \\ \sin\psi_p & F \cdot \theta > \psi_p \end{cases} \quad (7)$$

که θ از رابطه (۸) بدست می‌آید:

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin\varphi_m - \sin\varphi_{cv}}{1 - \sin\varphi_m \sin\varphi_{cv}} \right) \quad (8)$$

در روابط فوق $\psi_p \leq +90^\circ$ و F نیز یک عدد حقیقی مثبت می‌باشد. پارامتر F می‌تواند بر اساس نتایج آزمایشات سه محوری تعیین گردد. در واقع F پارامتری است که نرخ افزایش زاویه اتساع بسیج شده را نشان می‌دهد و تابعی از تنش همه‌جانبه می‌باشد. در ادامه کارایی مدل رفتاری تابع پتانسیل پیشنهادی مولفین برای بتن پلاستیک سد خاکی سومبار مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴. شبیه‌سازی عددی

مدلسازی عددی آزمایش سه محوری با استفاده از نرم افزار FLAC صورت گرفته است. کلیه توابع معرفی شده در بخش قبل با استفاده از قابلیت برنامه نویسی نرم افزار (FISH) به مدل رفتاری اعمال گردیده است. مدلسازی بر روی یک تک‌المان در شرایط تقارن محوری با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب انجام پذیرفته است. برنامه نوشته شده در هر گام از تحلیل، کرنش‌های برشی پلاستیک را محاسبه نموده و بر اساس توابع تعریف شده کلیه پارامترهای مدل بروزرسانی می‌گردد. بر اساس این روش کلیه آزمایشات سه محوری مدلسازی گردیده و پارامترهای نهایی به شرح جدول ۲ حاصل گردیدند. کلیه پارامترهای معرفی شده در جدول به روش سعی و خطا و بر اساس حصول حداکثر تطبیق بین مدل عددی و نتایج آزمایشگاهی تعیین گردیده است. همانطور که ملاحظه می‌شود مقدار برخی از این پارامترها، تابعی از تنش همه‌جانبه می‌باشند. چرا که خصوصیات مصالح بتن پلاستیک دیوار آب‌بند سد سومبار، به مصالح ژئوتکنیکی نزدیک می‌باشد. با توجه به مقادیر بدست آمده ی این پارامترها در تنش‌های همه‌جانبه مختلف و برازش یک خط از آن‌ها، مقادیر این پارامترها به صورت تابعی از تنش همه‌جانبه بدست آمده است. برخی از این پارامترها مانند ضریب پواسون، چسبندگی اولیه، زاویه اصطکاک حداکثر و اولیه و زاویه اتساع حداکثر با افزایش تنش همه‌جانبه، کاهش یافته‌اند و پارامتر F نیز با افزایش تنش همه‌جانبه، افزایش یافته است.

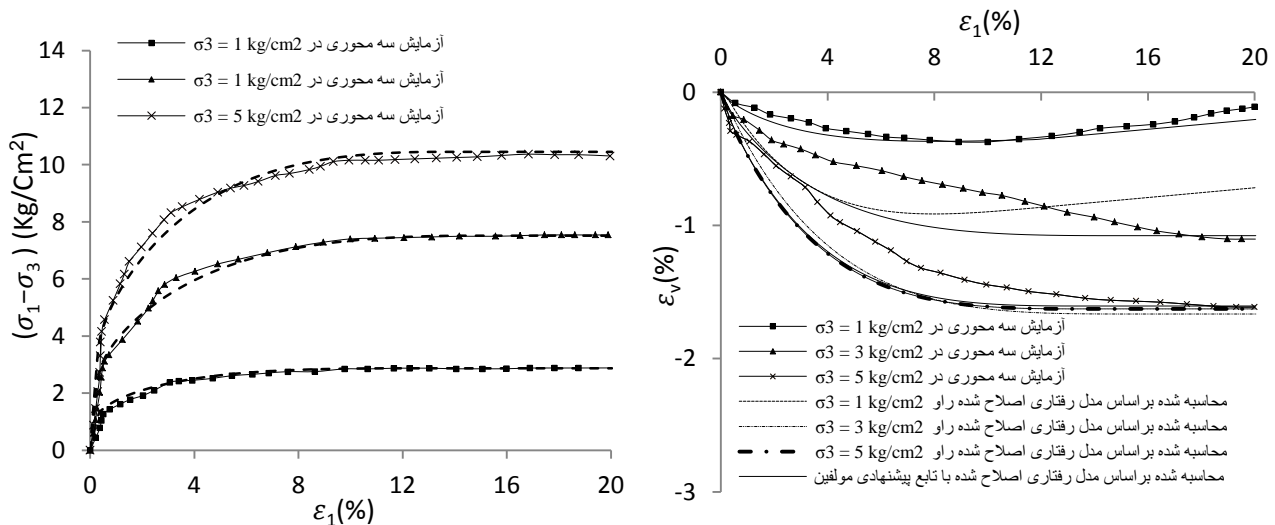


۱.۴. نتایج شبیه‌سازی

منحنی‌های تنش انحرافی و کرنش حجمی در برابر کرنش محوری حاصل از آزمایشات سه محوری و مدل عددی برای نمونه‌های بتن پلاستیک در شکل ۲ آورده شده است. نمودارهای کرنش حجمی در برابر کرنش محوری در دو حالت ارائه گردیده است. در حالت اول تابع پتانسیل بر پایه تابع پیشنهادی مولفین (رابطه ۷) بوده و در حالت دوم تابع پیشنهادی راو (رابطه ۵) به مدل معرفی گردیده است. لازم به ذکر است که کلیه پارامترها به جز F در دو حالت تحلیل مشابه در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به نمودارهای کرنش حجمی-کرنش محوری بتن پلاستیک می‌توان دریافت که تابع پتانسیل پیشنهادی راو دقت کافی را در مدلسازی رفتار حجمی بتن پلاستیک ندارد. در حالیکه تابع پیشنهادی مولفین سبب افزایش قابلیت شبیه‌سازی مدل رفتاری اصلاح شده گردیده است. مقدار زاویه اتساع حداکثر ψ_p در مقادیر پایین تنش همه جانبه معمولاً بزرگتر از صفر می‌باشد در حالیکه مقدار این زاویه در تنش‌های همه جانبه زیاد معادل صفر است. پارامتر F زیر یک بوده و با افزایش تنش همه جانبه، افزایش می‌یابد. نمودارهای تنش انحرافی-کرنش محوری نیز بیانگر قابلیت شبیه‌سازی مناسب رفتار تنش-کرنش بتن پلاستیک بر اساس تابع پتانسیل زاویه اصطکاک بسیج شده (رابطه ۴) در تنش‌های همه جانبه مختلف، می‌باشد.

جدول ۲ - پارامترهای مدل رفتاری اصلاح شده برای بتن پلاستیک

| پارامتر | بتن پلاستیک سد سومبار |
|---------------------------------------|--|
| $\rho \left(\frac{gr}{cm^3} \right)$ | ۲ |
| n | ۰/۶۵ |
| K | ۴۲۰ |
| ν | $-0.274 \log \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right) + 0.41$ |
| $\varepsilon_f (\%)$ | ۱۲ |
| F | $0.715 \log \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right) + 0.256$ |
| φ_p | $-3 \log \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right) + 32.85$ |
| φ_0 | $-5.93 \log \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right) + 18.28$ |
| ψ_p | $0.52^\circ \quad \frac{\sigma_3}{P_a} < 3$ $0^\circ \quad \frac{\sigma_3}{P_a} \geq 3$ |



شکل ۲- نتایج مدلسازی شده برای بتن پلاستیک دیوار آب بند سد سومبار

5th

پنجمین همایش بین‌المللی مهندسی ژئوتکنیک و مکانیک خاک

International Conference on Geotechnical Engineering and Soil Mechanics

۲۵-۲۷ آبان ماه ۱۳۹۵ مرکز همایش‌های بین‌المللی برج میلاد تهران

November 15-17, 2016, Tehran, Iran

www.ICGEM2016.ir



انجمن ژئوتکنیک ایران

۵. نتیجه‌گیری

تمرکز اصلی این تحقیق بر ارائه یک رویکرد، جهت شبیه سازی رفتار بتن پلاستیک توسط یک مدل رفتاری الاستوپلاستیک بر پایه زاویه اصطکاک و اتساع بسیج شده بوده است که در آن برای شبیه سازی مناسب تر رفتار انقباضی بتن پلاستیک، تابع جدیدی برای تغییرات زاویه اتساع بسیج شده گنجانده شده است. اگرچه این مدل اصولاً برای مصالح ژئوتکنیکی توسعه یافته است ولی نتایج حاکی از آن است که این مدل اصلاح شده می تواند با دقت مناسبی جهت پیش بینی رفتار مصالح بتن پلاستیک در فضای تنش انحرافی- کرنش محوری و کرنش حجمی- کرنش محوری مورد استفاده قرار گیرد. مطابق نتایج حاصل از شبیه سازی عددی نتایج آزمایشگاهی، منحنی های تنش- کرنش حاصل از تحلیل عددی با دقت کافی منطبق به نتایج آزمایشگاهی بوده و منحنی های کرنش حجمی- محوری حاصل از تابع پتانسیل اصلاحی، انطباق نسبتاً قابل قبولی را نشان می دهد. همچنین از مزایای این مدل پیشنهادی می توان به مدلسازی همزمان رفتار سخت شونده/نرم شونده با انجام اصلاحاتی و فقط با در نظر گرفتن یک تابع پیوسته برای سطح تسلیم و پتانسیل اشاره نمود.

۶. مراجع

- [۱] Z. P. Bažant and C.-L. Shieh, "Endochronic model for nonlinear triaxial behavior of concrete," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 47, pp. 305-315, 1978.
- [۲] R. M. Roosta and A. Alizadeh, "Simulation of collapse settlement in rockfill material due to saturation," *International Journal of Civil Engineering*, vol. 10, pp. 93-99, 2012.
- [۳] J. Zhang, L. Hu, J. Pu, and K. Yin, "Behavior of plastic concrete diaphragm walls in three gorges project," *Tsinghua Science and Technology*, vol. 4, pp. 1367-1370, 199۹.
- [۴] X. Zhao and M. Cai, "A mobilized dilation angle model for rocks," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 47, pp. 368-384, 2010.
- [۵] ر. م. روستا، "شبیه سازی رفتار سخت شونده در سنگهای نرم با استفاده از مدل‌های چندصفحه‌ه،" سومین کنفرانس مکانیک سنگ ایران دانشگاه صنعتی امیرکبیر- تهران- ایران، ۱۳۸۶.
- [۶] طرح احداث سد مخزنی بر روی رودخانه سومبار، گزارش طراحی بدنه سد، "شرکت مهندسی مشاور مهار آب" ۱۳۸۶.
- [۷] "Itasca consulting group.(1998):," *FLAC, Fast Lagrangian Analysis of Continua*, vol. Minneapolis, Minnnsota, USA.
- [۸] J. M. Duncan and C.-Y. Chang, "Nonlinear analysis of stress and strain in soils," *Journal of the soil mechanics and foundations division*, vol. 96, pp. 1629-1653, 1970.
- [۹] I. Escuder, J. Andreu, and M. Rechea, "An analysis of stress strain behaviour and wetting effects on quarried rock shells," *Canadian geotechnical journal*, vol. 42, pp. 51-60, 2005.
- [۱۰] P. A. Vermeer and R. De Borst, "Non-associated plasticity for soils, concrete and rock," *HERON*, 29 (3), 1984.
- [۱۱] P. Rowe, "Stress-dilatancy, earth pressures, and slopes," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 89, pp. 37-62, 1963.