



شماره گواهینامه:

۱۰۰۷۲

گواهی می‌شود مقاله‌ای با مشخصات ذیل

آزمون روند آشوب با استفاده از مدل تقریب چند جمله‌ای موضعی در پیش‌بینی بازده سهام بورس اوراق بهادار تهران

محمد رضا اولی، مهدی جباری نوقابی، محمد مهدی روستی

در بخش ارائه شفاهی کنفرانس بین‌المللی حسابداری و مدیریت مورخ ۳۰ تیرماه سال ۱۳۹۵ پذیرفته شده است.

موفقیت روز افزون شمارا در عرصه‌های علمی و اجرایی کشور عزیزمان آرزو مندیم.

رئیس کنفرانس
دکتر حسن اسامعی پور



دبیر علمی کنفرانس
دکتر نجمه مبینی



آزمون روند آشوب با استفاده از مدل تقریب چند جمله‌ای موضعی در پیش‌بینی بازده سهام بورس اوراق بهادار تهران

محمد رضا اولی

عضو هیات علمی گروه حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

مهدی جباری نوقابی

استادیار، عضو هیات علمی گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد

محمد مهدی رونقی*

کارشناس ارشد حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

چکیده

امروزه اهمیت پیش‌بینی و منافع حاصل از آن، برای تصمیم‌گیری و سیاست‌گذاری از ابعاد مختلف، بر کسی پوشیده نیست. در این راه بطور طبیعی، روش‌هایی قابلیت ماندگاری و کاربردی مناسب دارند که دارای کمترین خطای ممکن در پیش‌بینی باشند. در سال‌های اخیر، مدل‌های ساختاری که در تبیین وضع موجود به طور نسبی موفق بوده‌اند، سابقه چندانی در زمینه پیش‌بینی نداشته‌اند. به همین جهت آزمون‌های دیگری توسعه یافته‌اند که مهم‌ترین آنها آزمون معروف سری‌های زمانی با استفاده از روش تقریب چند جمله‌ای موضعی است. این آزمون جهت بررسی وجود روندهای آشوبی در سری‌های زمانی روزانه بازده سهام بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۸۶ تا سال ۱۳۹۲ مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاکی از وجود چنین روندی در مسیر تحول این شاخص است.

واژگان کلیدی: آشوب، بازده سهام، تقریب چند جمله‌ای موضعی، سری‌های زمانی .

*نویسنده مسئول



۱- مقدمه

اصولاً، در اکثر مطالعات، فرض بر این است که متغیر مورد بررسی یک روند خطی مشخص دارد که با یک روند تصادفی ((نوفه سفید))^۱ همراه می‌شود. به طور خلاصه، به این گونه مدل‌ها عنوان خطی- تصادفی داده می‌شود. برخی نیز مدل‌های غیرخطی را بر این متغیرها اعمال کرده‌اند که از این دست می‌توان به مدل‌های ARCH و GARCH که به طور ساده مدل غیر خطی را در واریانس پسماندها اعمال می‌کند، اشاره کرد. که همه یک جز تصادفی را نیز در مدل متصور می‌شوند. به این مدل‌ها اصطلاحاً غیرخطی- تصادفی اطلاق می‌شود.

در علم ریاضیات به این روندهای غیرخطی تصادفی نما (آشوب)^۲ اطلاق می‌شود و روند منتج از آنها آشوبی است. به طور خلاصه، یک آشوب سیستمی (۱) غیر خطی است (۲) پویا است (۳) در کمال سادگی به خلق روندهای پیچیده می‌انجامد و (۴) نسبت به وجود انحراف از شرایط اولیه بسیار حساس است به این ترتیب تصادفی به نظر می‌رسد. براساس نظریه آشوب، نگرشی جدید، یعنی فرضیه بازارهای فراکتال مطرح شد. این فرضیه برای توضیح پدیده‌های بازارهای مالی در مقابل فرضیه بازارهای کارا است. اطمینان یافتن از برقراری فرضیه بازارهای فراکتال در گرو اجرای آزمون حداکثر نمای لیاپونوف و بررسی معکوس حداکثر نمای لیاپونوف به دست آمده است. گفتنی است که آزمون حداکثر نمای لیاپونوف برای اطمینان از پیش‌بینی‌پذیر بودن سری بررسی شده براساس مدل‌های غیرخطی و بررسی معکوس حداکثر نمای لیاپونوف به دست آمده برای تعیین زمان پیش‌بینی‌پذیر است. همچنین نکته مهم آن است که در صورت تایید آشوبی بودن رفتار یک سری در دوره بررسی شده، دیگر نمی‌توان بر اساس مدل‌های خطی آنها را مدل‌سازی و پیش‌بینی کرد. به بیان دیگر، مدل‌های خطی نتایج خوبی ندارند.

تئوری آشفتگی یا آشوب برای اولین بار از سال ۱۹۶۵ توسط دانشمندی بنام ادوارد لورنز^۳ در هواشناسی به کاربرده شده و آنرا به یک علم تبدیل نمود و سپس در حیطه تمام علوم و مباحث تجربی؛ ریاضی؛ رفتاری؛ مدیریتی و اجتماعی وارد شد و اساس تغییرات بنیادی در علوم به ویژه هواشناسی؛ نجوم؛ مکانیک؛ فیزیک؛ ریاضی؛ زیست‌شناسی؛ اقتصاد و مدیریت را فراهم آورد (سلامی، بهداد، ۱۳۸۲، ص ۷۰).

آشوب در لغت به معنای هرج و مرج، درهم‌ریختگی، شلوغی، آشفتگی و بی‌نظمی آمده است. در مباحث فلسفی نیز این واژه به وضعیتی اطلاق می‌شود که در آن، تصادف حکم فرماست. همچنین در مباحث نظری، آن را به معنای نظم موجود در بی‌نظمی توصیف کرده‌اند و عمدتاً از شناخت رموز و قوانین موجود در طبیعت نشئت گرفته است. تعبیر بسیاری به منظور تفهیم هرچه بیشتر آشوب به کار رفته است. برای نمونه اگر به

¹ White Noise

² Chaos

³ Edvard Lorenz



شکل دود سیگار توجه کنیم، ابتدا دود حلقه‌های منظمی را تشکیل داده و سپس این جریان رو به بالا، به آشفستگی و بی‌نظمی میل می‌کند. نکته درخور توجه آنکه رفتار آشوب گونه، رفتاری تصادف گونه نیست، بلکه رفتاری قطعی است؛ اما از دیدگاه ناظری که از ساختار و عملکرد مولد سیگنال آشوب گونه بی‌اطلاع است یا اطلاع عمیقی از آن ندارد، نمی‌توان این سیگنال را از سیگنالی واقعاً تصادفی بازشناخت و با استفاده از آزمون‌های آماری کاملاً تفکیک کرد (حاجی کریمی، بابک، ۱۳۸۳، ص ۳۵).

۲- مروری بر مبانی نظری و پیشینه تحقیق

سیستم‌های آشوبی را می‌توان سیستم‌های دینامیکی غیرخطی دانست که اول، حساسیت بسیاری به وضعیت نخست داشته؛ دوم، جذب‌کننده‌های^۱ عجیب و پیچیده‌ای دارند؛ سوم، شکستگی‌های ناگهانی ساختاری ساختاری در مسیر زمانی آنها به خوبی رویت می‌شود. با این حال برای درک عمیق‌تر شالوده این گونه سیستم‌ها ذکر ۲ نکته اساسی است (اسکوارز، استیون، ۲۰۱۲، ص ۸۳۰):

(۱) گر چه این سیستم‌ها ظاهری تصادفی دارند، رفتارشان معین و مقطعی است. به این معنا که به رغم قوانین و معادلات قطعی و معین که منابع ایجاد آشوب و نیز کل رفتار این گونه سیستم‌ها بر پایه آنها استوار است، به علت به کارگیری اندازه‌گیری برای مدل‌سازی چنین رفتاری، مطمئناً قطعیت و تقریب نداشتن، هر چند کوچک، ایجاد خواهد شد.^۲

(۲) اگر چه این قطعیت نداشتن بسیار ناچیز است، برای مثال^۳ ۱۰^{-۶} واحد، قرار گرفتن این مقادیر ناچیز به عنوان ((مقادیر نخست))^۴ سیستم آشوبی، با توجه به اینکه این سیستم‌ها حساسیت بسیاری به وضعیت نخست دارند، موجبات قبض و بسط این اختلالات هر چند کوچک در طی زمان را فراهم می‌کند. در نتیجه، اختلاف مقادیر اندازه‌گیری شده با مقادیر محاسبه شده به تدریج افزایش خواهد یافت. این تفاوت در زمان‌های بلند مدت، به مقادیر بزرگتری منتهی می‌شود. بنابراین نتایج مدل‌سازی‌ها و پیش‌بینی‌های رایانه‌ای، حتی نزدیک به مقدار واقعی نیست. براین اساس رفتار سیستم، ظاهری تصادف‌گونه داشته و در بلندمدت پیش‌بینی ناپذیر خواهد شد.

در طول سال‌های اخیر، به کاربرد مدل‌های شبکه عصبی و مدل‌های ترکیبی توجه بسیاری شده است، گفتنی است این توجه به دلیل نتایج دقیق و صحیح این مدل‌ها در قیاس با سایر مدل‌هاست. با توجه به این موضوع، گورسن و همکاران (۲۰۱۱)^۴ در مقاله‌ای با عنوان ((کاربرد مدل شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی

۱- مسیرهای زمانی همه سری‌های پویای پایدار اعم از معمولی یا آشوبی، حدی دارند که به آن تعادل یا جذب‌کننده می‌گویند.

۳- این قطعیت نداشتن ناشی از خطای اندازه‌گیری در انسان‌ها، حتی با به کارگیری رایانه‌های بسیار پیشرفته بر طرف نخواهد شد.

³Initial Value

⁴Gursen & Kayakutlu & Daim



شاخص بازار سهام)) بر پایه ایده‌ای مبنی بر پویا و مؤثرتر کردن مدل شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی شاخص سهام، کوشیده‌اند عملکرد مدل‌های خطی و غیرخطی سنتی را بهبود بخشند. بینگ وی و همکاران (۲۰۱۱)^۱ نیز با به کارگیری مدل شبکه عصبی فازی بازارهای سهام تایوان را بررسی کرده‌اند. نتایج این پژوهش بیانگر برتری مدل‌های شبکه عصبی فازی بر مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی و مدل‌های آماری از جمله مدل‌های سری زمانی بوده است.

اصفهان‌پور و آقامیری (۲۰۱۰)^۲ شاخص قیمت بازار سهام تهران را با استفاده از مدل‌های شبکه عصبی فازی پیش‌بینی کرده‌اند. نتایج این مطالعه نشان داد که پیش‌بینی انجام شده تقریباً ۹۷/۸ درصد با واقعیت سازگاری داشته است.

در تحقیقی دیگر با استفاده از تجزیه موجک و مدل ARIMA پیش‌بینی داده‌های سری زمانی را تجزیه و تحلیل کرده‌اند. ایشان به ورود تبدیل‌های موجک در علمی همچون فیزیک، مهندسی، ریاضی و آمار (اقتصادسنجی) اشاره می‌کنند و در پژوهش خود، مزایا و برتری تبدیل موجک در بررسی و پیش‌بینی داده‌های سری زمانی را بیان داشته‌اند. ایشان در جهت اثبات هدف خود، از داده‌های روزانه سهام عمان استفاده کرده‌اند (الوادی و طاهر اسماعیل، ۲۰۱۱، ص ۳۲۰). شوارتز (۲۰۱۰)^۳ با به کارگیری آزمون‌های آشوب، جوانب مختلف پیچیدگی‌های بازارهای مالی و اثر آنها بر سرمایه‌گذاری را بررسی کرده است. لنتو (۲۰۰۹)^۴ نیز با استفاده از روش‌های آزمون آشوب هرست، رابطه میان وابستگی‌های بلندمدت و سود در بازارهای مالی کانادا را بررسی کرده است. به طور کلی، پترز (۱۹۹۶)^۵، ملیگان و لامباردو (۲۰۰۴)^۶، کارنلیس و یالامووا (۲۰۰۴)^۷، اونالی و گودارد (۲۰۰۹)^۸، و هانگ (۲۰۱۰)^۹ به این نکته اشاره کرده‌اند که اخیراً برای مدل سازی بازارهای بورس، توجه سیاست‌گذاران اقتصادی به مدل‌های غیرخطی‌ای جلب شده است که از علوم فیزیک و ریاضیات وارد اقتصادسنجی شده‌اند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به آزمون‌های آشوب، روش تجزیه فرکانس موجک و ... اشاره کرد (سلیمی فر و شیرزور، ۱۳۸۹، ص ۳۵).

عباسی نژاد و نادری (۱۳۹۱) با مطالعه پیش‌بینی بازدهی شاخص قیمت و بازده نقدی بورس اوراق بهادار تهران، آشوب را تحلیل و پیش‌بینی‌پذیری را بررسی کرده و نیز عملکرد انواع مدل‌های شبکه عصبی را با کمک داده‌های تجزیه‌شده با روش موجک ارزیابی کرده است. به همین منظور، از داده‌های سری زمانی روزانه و سری بازدهی شاخص قیمت و بازده نقدی بورس طی دوره زمانی ۵ فروردین ۱۳۸۸ تا ۱۸ اردیبهشت ۱۳۹۱ استفاده

¹ Ying Wei & Liang Chen & Hwa Ho

² Esfahanipour & Aghamiri

³ Schwarcz

⁴ Lento

⁵ Peters

⁶ Mulligan & Lombardo

⁷ Cornelis & Yalamova

⁸ Onali & Goddard

⁹ Huang



شده است. براساس نتایج این مطالعه، سری بازدهی بورس در دوره بررسی‌شده، پیش‌بینی‌پذیر بوده و آثار غیرخطی معین و آشوبی داشته است.

سلامی (۱۳۸۱) از آزمون BDS، بعد همبستگی گراسبرگر و پروکاجیا و اغتشاش (آنتروپی) کولموگروف جهت بررسی وجود روندهای آشوبی در سری زمانی روزانه شاخص قیمت‌های بازار اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۷۵ تا سال ۱۳۸۰، استفاده نمود. نتایج حاکی از وجود چنین روندی در مسیر تحول این شاخص است.

۳- روش آزمون

همان‌طور که در بخش‌های گذشته بیان شد مسئله تمایز بین پویایی تعیین‌پذیر و پویایی‌های اساساً تصادفی بسیار اهمیت دارد. آنچه در این بخش مرور خواهد شد، نشان می‌دهد که فرآیند تفکیک و یا تشخیص فرآیندی دقیق و مشکل است که برخی اوقات نیز به جواب مطلوب و مشخص نمی‌رسد. اما به هر حال، این روش‌ها هر روز در حال تکمیل و دقیق‌تر شدن هستند و مطالعات وسیعی در مورد آنها انجام می‌شود. در پیشینه نظریه آشوب، آزمون‌های متعددی برای تشخیص فرآیند آشوبی از فرآیندهای تصادفی مطرح شده است. بعضی از این آزمون‌ها تصادفی بودن فرآیند را می‌سنجد، در حالی که بعضی دیگر یکی از خصوصیات فرآیندها آشوبی را می‌آزمایند. در گروه نخست این آزمون‌ها را آزمون‌های غیرمستقیم و گروه دوم آنها را آزمون‌های مستقیم گویند. در آزمون‌های غیرمستقیم، مانند آزمون BDS، معمولاً تصادفی بودن پسماندهای رگرسیون خطی یا غیرخطی را می‌آزمایند. در نتیجه، رد فرضیه تصادفی بودن جملات پسماند، لزوماً به معنای آشوبی بودن یک فرآیند نیست. چرا که این مسئله به علت نوع تصریح مدل خطی و غیرخطی استفاده شده در آزمون است.

مفهوم نمای لیاپونوف پیش از ظهور نظریه آشوب، برای مشخص کردن پایداری سیستم‌های خطی و غیر خطی به کار می‌رفت. محاسبه توان لیاپونوف از طریق اندازه‌گیری مقدار کشیدگی یا خمیدگی رخ داده در هر سیستم انجام می‌شود.

روش‌های متعددی برای محاسبه نمای لیاپونوف وجود دارد که از میان آنها می‌توان به روش‌های مستقیم و روش ماتریس ژاکوبی^۱ سیستمی اشاره کرد. در حقیقت نمای لیاپونوف، متوسط نرخ هم‌گرایی یا واگرایی مسیرهای مجاور در فضای حالت‌اند و برای اندازه‌گیری حساسیت به تغییر وضعیت نخست هر فرآیند به کار گرفته می‌شوند. مقدار مثبت نمای لیاپونوف از ویژگی‌های سیستم آشوب گونه بوده و در مقابل، مقدار منفی آن، بیانگر وضعیت سیستم دینامیک میر است. در نهایت این که معکوس حداکثر نمای لیاپونوفی که محاسبه شد، می‌تواند بیانگر حد فاصل معین و تصادفی قرا داشتن سری مرتبط را تعیین کند. است (مشیری، مروت، ۱۳۸۵ ص. ۲۶۰).

¹ Jacobian Matrix



۴- آزمون حداکثر نمای لیاپونوف

نماهای لیاپونوف که به نام ریاضی‌دان روسی ا.م. لیاپونوف نامگذاری شده‌اند، برای تعیین اندازه‌ای یا معیاری از حساسیت وابستگی جواب معادله $(\frac{du}{dt} = f(u), u \in D \subset \mathbb{R}^n)$ به شرایط اولیه مورد استفاده قرار می‌گیرند. نماهای لیاپونوف حالتی عمومی از مقادیر ویژه یک نقطه ثابت هستند. معادله خطی شده، $\frac{dy}{dt} = \frac{\partial f}{\partial u}(\Phi(u_0))y$ ، به دست می‌آید که در آن $u_0 = u(t=0)$. جواب این سیستم می‌تواند به صورت، $y(t) = U_{u_0}^t y_0$ ، نوشته شود که در آن ماتریس اساسی معادله خطی شده است. ماتریس اساسی در قاعده زنجیره‌ای $U_{u_0}^{t+s} = U_{u_0}^t \circ U_{u_0}^s$ صدق می‌کند. رفتار مجانبی ماتریس اساسی برای حالتی که $t \rightarrow \infty$ می‌تواند با نماهای زیر مشخص گردد:

$$\lambda(V^k, u_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \ln \frac{U_{u_0}^t e_1 \wedge U_{u_0}^t e_2 \wedge \dots \wedge U_{u_0}^t e_n}{\| e_1 \wedge e_2 \wedge \dots \wedge e_n \|}$$

فرض کنیم $m_1(t), \dots, m_n(t)$ مقادیر ویژه جواب ماده،

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = A(x_0)y_0 \\ y(t) = e^{A(x_0)t}, \end{cases}$$

باشند که در آن $A(x_0) = \frac{\partial f}{\partial u}(x_0)$. نماهای لیاپونوف x_0 عبارتند از:

$$\lambda(x_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |m_i(t)|$$

وقتی که حد موجود باشد.

به نماهای لیاپونوف نقطه ثابت u^* از سیستم دینامیکی $\frac{du}{dt} = f(u)$ توجه نمائید. اگر $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ مقادیر ویژه معادله خطی شده $\frac{du}{dt} = A(u^*)$ باشند، آنگاه $m_i(t) = e^{\lambda_i t}$ و

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |e^{\lambda_i t}| = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \operatorname{Re}[\lambda_i].$$

همانطور که در مدل بالا مشاهده می‌شود، نماهای لیاپونوف، برابر با قسمت‌های حقیقی مقادیر ویژه نقاط بحرانی هستند. آنها نشانگر سرعت انقباض (وقتی $\lambda_i < 0$) یا سرعت انبساط (وقتی $\lambda_i > 0$) نزدیک به نقاط ثابت هستند. زیر فضاهایی که در آنها انبساط یا انقباض اتفاق می‌افتد با بردارهای ویژه مناسب $A(\alpha)$ تعیین می‌شوند. نماهای لیاپونوف یک بعدی مثبت به این معنا است که دو مسیر نزدیک (مسیرهایی برای شرایط اولیه با اختلاف اندک) به صورت نمایی واگرا می‌شوند. کاربرد مستقیم تعریف نماهای لیاپونوف برای محاسبات مربوطه، بر پایه انتگرال‌گیری از معادله خطی شده،



$$\frac{dy}{dt} = A(x_0)y \quad (۴-۱)$$

برای $y(0) = (1, 1, \dots, 1)$ همراه با معادلات حرکت است. اگر انتگرال‌گیری برای یک زمان نسبتاً طولانی T انجام گیرد، آنگاه:

$$\lambda_i = \frac{1}{T} \ln[m_i(T)].$$

این تقریب خیلی توانا نیست، زیرا وقتی که حداقل یک نمای لیاپونوف مثبت داشته باشیم، $y(t)$ وقتی که $t \rightarrow \infty$ بی‌کران شده و مشکلات عددی جدی از انتگرال‌گیری معادله (۴-۱) منتج می‌شوند.

یک روش بسیار مناسب، از این حقیقت که تقریباً هر اختلال اولیه سیستم بطور متوسط رشد نمایی دارد، استفاده می‌کند. در اینجا، چگونگی محاسبه بزرگ‌ترین نمای لیاپونوف یک بعدی را توصیف می‌کنیم. یک مقدار اولیه x_0 و یک اختلال اولیه δx_0 را انتخاب می‌کنیم. فرض می‌کنیم،

$$y^{(0)} = y_0, \quad u^{(0)} = \frac{y_0}{\|\delta y_0\|}.$$

معادله خطی شده را از $u^{(0)}$ برای زمان T انتگرال‌گیری می‌نمائیم. خواهیم داشت:

$$y^{(1)} = y(T, u^{(0)}, y^{(0)}) = y(u^{(0)}, T)u^{(0)}.$$

فرض می‌کنیم،

$$u^{(1)} = y^{(1)} / \|\delta y^{(1)}\|$$

حالت نرمال شده $\delta y^{(1)}$ باشد. از معادله خطی شده $u^{(1)}$ برای زمان T انتگرال می‌گیریم تا

$$y^{(2)} = y(T, u^{(1)}, y^{(1)}) = y(u^{(1)}, T)u^{(1)}$$

را به دست آوریم، که در آن $y^{(1)} = y(x^{(0)}, T)$. تکرار این روش برای k بار،

$$y(KT, y_0, u_0) = \|y^{(k)}\| \dots \|y^{(1)}\| u^{(k)}$$

به دست می‌آید و وقتی که K به اندازه کافی بزرگ باشد،

$$\lambda_1 = \frac{1}{KT} \ln \|y(KT, y_0, u_0)\| = \frac{1}{KT} \ln \prod_{k=1}^k \|y^{(k)}\| = \frac{1}{KT} \sum_{k=1}^k \ln \|y^{(k)}\|.$$



معمولاً T را ۱۰ تا ۲۰ بار بزرگ‌تر از دوره تناوب طبیعی سیستم انتخاب می‌شود. خیلی کوچک یا خیلی بزرگ بودن T مشکلات عددی جدی را به وجود می‌آورد. تمام n نمای لیاپونوف را می‌توان با روشی مشابه محاسبه نمود. با استفاده از این حقیقت که توان‌های لیاپونوف سرعت انقباض و انبساط را اندازه می‌گیرند، از آنها می‌توان به عنوان معیاری ساده برای تشخیص بین سیستم‌های اتلافی^۱ و ابقایی^۲ استفاده نمود. برای،

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 0$$

حجم جواب در فضای فاز حفظ می‌شود و در این حالت یک سیستم ابقایی را داریم. در سیستم‌های اتلافی فضای فاز با

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i < 0$$

منقبض می‌شود. توجه کنید که یک سیستم دینامیکی دارای جاذب است فقط وقتی که،

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \leq 0$$

زیرا برای،

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i > 0$$

سیستم انبساط یافته و ممکن است هرگز به هیچ جاذبی نرسد.

نماهای لیاپونوف به تشخیص انواع مختلف جاذب‌ها و سیستم‌های دینامیکی کمک می‌کنند اگر یک سیستم اتلافی یک بعدی داشته باشیم، تنها جاذب ممکن $(-)$ $\lambda_1 = (-)$ (نشان‌دهنده علامت λ_1 است) توسط یک نقطه (ثابت) در فضای فاز ارائه می‌شود. برای سیستم اتلافی در فضای فاز دو بعدی، دو نمای لیاپونوف مورد توجه قرار می‌گیرد، ترکیب $(-, -)$ $(\lambda_1, \lambda_2 = -)$ یک جاذب شبیه نقطه را و $(\lambda_1, \lambda_2 = 0, -)$ یک دور حدی در فضای فاز را نشان می‌دهد که متناظر با جواب متناوب است. برای یک سیستم اتلافی سه بعدی، سه حالت پایدار جواب ممکن وجود دارد. $(-, -, -)$ جاذب نقطه مانند، $(0, -, -)$ دور حدی و $(0, 0, -)$ شبه متناوب^۳ دو فرکانسی کانونی می‌شود. به علاوه جاذب‌های غیربدیعی (ناپیوسته^۴) با $(+, 0, -)$ وجود دارند هرگاه،

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i < 0$$

¹ Dissipative

² Conservative

³ Quasi periodic

⁴ Nontrivial attractor



جاذب‌ها با نماهای لیاپونوف مثبت جاذب‌های آشوبناک عجیب^۱ نامیده و جواب معادله (۲-۵) آشوبناک نامیده می‌شود، اگر حداقل یکی از نماهای لیاپونوف یک بعدی مثبت باشد. در جاذب آشوبناک عجیب، نمای لیاپونوف مثبت، باز شدن نمایی درون جاذب را در جهت متقاطع با جریان نشان می‌دهد و توان منفی نشان‌دهنده انقباض نمایی در برون جاذب می‌باشد (بهین، جمشید، ۱۳۸۴، ص ۳۵-۳۱).

$$\frac{du}{dt} = f(u), \quad u(t_0) = u_0, \quad u \in D \subset \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}^+ \quad (۴-۲)$$

۵- مدل تقریب چند جمله‌ای موضعی

(تقریب چند جمله‌ای موضعی LPA) با روش تطبیقی جدید برای انتخاب پهنای باندهای مختلف در نظر گرفته می‌شود. این الگوریتم به راحتی قابل اجراست و با وجود عامل N در ریسک نقطه به نقطه برای برآورد تابع و مشتق آن تقریباً بهینه است. پهنای باند مختلف تطبیقی، الگوریتم را قادر می‌سازد به طور فضایی قابل تطبیق با طیف گسترده‌ای از انواع توابع را داشته باشد، به این معنا که کیفیت آن نزدیک به چیزی باشد که اگر همواری تابع برآورد شده از پیش شناخته شده باشد، بتوان به آن دست یافت. به طور خاص، شبیه سازی نشان می‌دهد که الگوریتم تطبیقی همراه با پارامتر آستانه تنظیم شده بهتر از برآوردگری مویک عمل می‌کند.

فرض می‌کنیم که داده‌های نویزی یک سیگنال $Y(X)$ داده شده است:

$$Z_\delta = y(x_\delta) + \varepsilon_\delta, \quad \delta = 1, 2, \dots, N \quad (۵-۱)$$

که در اینجا ε_δ i. i. d, $E(\varepsilon_\delta) = 0, E(\varepsilon_\delta^2) = \sigma^2$, فرض می‌شود که $Y(X)$ به دسته‌ی غیرپارامتری تابع نقطه به نقطه پیوسته‌ی دارای مشتق m تعلق دارد.

$$\mathcal{F} = \{|y^{(m)}(x)| \leq L_m\}$$

هدف ما این است که تابع $ys = y(xs)$ را که به مشاهدات $(z_\delta)_{\delta=1}^N = 1$ وابسته است با میانگین مربع خطاها به صورت نقطه به نقطه که تا حد امکان کوچک است، تخمین بزنیم. تابع زیر در تقریب چندجمله‌ای موضعی (LPA) خطی استاندارد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$J_h(x) = \sum_{\delta=1}^N \rho_h(x_\delta - x) (z_\delta - C^T \phi(x_\delta - x))^2 \quad (۵-۲)$$

¹ Strange chaotic attractor



$$\phi(x) = (1, x, x^2/2, \dots, x^{m-1}/(m-1)!)',$$

$$C = (C_0, C_1, \dots, C_{m-1})',$$

که x مرکز و m ترتیب LPA می‌باشد. باند $\rho_h(x) = \rho(x/h)/h$ تابعی است که خواص کنوانسیون تخمین " کرنل " را برآورده می‌کند و به طور خاص $\rho(x) \geq 0, \rho(0) = \max_x \rho(x), \rho(x) \rightarrow 0$ عنوان $\int_{-\infty}^{\infty} \rho(u) du = 1$ و $|x| \rightarrow \infty$ در اینجا h پهنای باند می‌باشد.

سپس مینیمم سازی $J_h(x)$ با توجه به C :

$$\hat{C}(x, h) = \arg \min_{C \in R^m} J_h \quad (5-3)$$

$\hat{y}_k(x) \triangleq \hat{C}_k(x, h)$ را تخمینی از $Y(x)$ و $k = 1, \dots, m-1$ را به عنوان تخمینی از مشتق $y^{(k)}(x)$ در نظر گرفته می‌شود. این تخمین‌ها را به شکل فیلتر خطی زیر می‌توان نمایش داد.

$$\hat{y}_k(x, h) = \sum_{\delta} g_k(x, x_{\delta}, h) y_{\delta}, \quad (5-4)$$

که

$$\begin{aligned} \sum_{\delta} g_k(x, x_{\delta}, h) x' &= k!. \delta_{l,k}, k, l \\ &= 0.1, \dots, m-1, \end{aligned} \quad (5-5)$$

نشان می‌دهد که تبدیل خطی (5-4) با توجه به اجزای چند جمله‌ای $Y(x)$ تا درجه‌ی $m-1$ خواص باز تولید دقیق دارد.

برآوردگرهای (5-4) و (5-5) ابزار مشهوری در پردازش سیگنال و آمارگیری می‌باشند با کاربردهای گسترده‌ای در زمینه‌های هموارسازی، فیلتر کردن، درون‌یابی و برون‌یابی دارد. می‌دانیم که انتخاب پهنای باند برای بازده برآوردگرهای LPA مسئله‌ای حیاتی است. به طور خاص، تغییرات لازم در انحنای x در $Y(x)$ نیازمند یک پهنای باند فضایی متغیر می‌باشد که: $h = h(x)$

این گونه که نشان داده شده است LPA با پهنای باند تطبیقی خاصی تجهیز شده که به طور همزمان دارای بسیاری از خواص مجانبی جذب کننده می‌باشد، که عبارتند از: (۱) با وجود عامل N در خطر نقطه به نقطه برای تخمین تابع و مشتقات آن تقریباً بهینه است. (۲) به طور فضایی قابل تطبیق با طیف گسترده‌ای از کلاس‌های $Y(x)$ را داشته باشد، به این معنا که کیفیت آن نزدیک به چیزی باشد که اگر همواری $Y(x)$



برآورد شود، از پیش شناخته شده باشد. تقاطع فاصله اطمینان (ICI) از برآوردها با پهنای باند مختلف در (۴-
۵) برای انتخاب پهنای باند ارائه شده است. در این مقاله تقریب چندجمله‌ای موضعی چند باند به همراه تنظیم
داده محور پارامتر آستانه‌ی انتخاب پهنای باند ICI مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان داده است که این
تنظیم حاصل بهبود دقیق ارزشمندی از برآورد تطبیقی $Y(X)$ می‌باشد (کاتکونیک، ولادمیر، ۲۰۰۱، ص ۱).

۶- پیش‌بینی با استفاده از مدل تقریب چند جمله‌ای موضعی

فرض می‌کنیم که بردار T حالتی از زمان است:

$$\mathbf{X}_T = (\mathbf{X}_T, \mathbf{X}_{T-\tau}, \dots, \mathbf{X}_{T-(m-1)\tau})$$

پارامترها با منحنی اتصالات در یک منطقه کوچک با استفاده از روش چند جمله‌ای موضعی به دست
آمده، و پس از آن پیش‌بینی داده‌ها از طریق مدل چند جمله‌ای موضعی با استفاده از فرمول زیر محاسبه
می‌گردد:

$$\hat{\mathbf{X}}_{T+p} = F(\mathbf{X}_T) = f_0 + \sum_{k_1=0}^{m-1} f_{1k_1} \mathbf{X}_{T-k_1\tau} + \sum_{\substack{k_2=k_1 \\ k_1=0}}^{m-1} f_{2k_1k_2} \mathbf{X}_{T-k_1\tau} \mathbf{X}_{T-k_2\tau} \quad (۶-۱)$$

$$+ \dots + \sum_{\substack{k_s=k_{s-1}, \dots, k_2=k_1 \\ k_1=0}}^{m-1} f_{sk_1k_2} \mathbf{X}_{T-k_1\tau} \mathbf{X}_{T-k_2\tau} \dots \mathbf{X}_{T-k_s\tau}$$

K نقاط مجاور هستند و $\mathbf{X}_{a_1}, \mathbf{X}_{a_2}, \dots, \mathbf{X}_{a_k}$ اگر سیستم پایدار باشد، هنگامی که \mathbf{X}_T نزدیک می‌شود به
 \mathbf{X}_{a_k} است \mathbf{X}_{T+p} .

به سمت \mathbf{X}_{a_k+p} نزدیک می‌گردد. سپس، تبدیل ضرایب با استفاده از مدل موزون اصلی حداقل مربعات محاسبه
می‌گردد:

$$\sum_{k=1}^k P_k |\mathbf{X}_{a_k+p} - \hat{\mathbf{X}}_{T+p}|^2 = \sum_{k=1}^k P_k |\mathbf{X}_{a_k+p} - F(\mathbf{X}_T)|^2$$

$$= \min \quad (۶-۲)$$

$$\mathbf{y} = [\mathbf{X}_{a_1+p}, \mathbf{X}_{a_2+p}, \dots, \mathbf{X}_{a_k+p}]^T \in \mathbb{R}^K$$

$$\mathbf{f} = [f_0, f_{10}, \dots, f_{1(m-1)}, f_{200}, \dots, f_{s(m-1)\dots(m-1)}]^T \in \mathbb{R}^J$$



$$X = \begin{bmatrix} 1 & P_1 X_{a_1} & \cdots & P_1 X_{a_1-(m-1)\tau_1} & P_1 X_{a_1}^2 & \cdots & P_1 X_{a_1-(m-1)\tau_1}^s \\ 1 & P_2 X_{a_2} & \cdots & P_2 X_{a_2-(m-1)\tau_1} & P_2 X_{a_2}^2 & \cdots & P_2 X_{a_2-(m-1)\tau_1}^s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & P_K X_{a_K} & \cdots & P_K X_{a_K-(m-1)\tau_1} & P_K X_{a_K}^2 & \cdots & P_K X_{a_K-(m-1)\tau_1}^s \end{bmatrix} \in R^{K \times J}$$

ضریب مورد نیاز $J, m, s!$ است، و P_i وزن از نقطه مجاور می‌باشد. ضرایب در معادلات ماتریس به شرح زیر است:

$$y = Xf$$

به منظور به دست آوردن یک نتیجه پایدار، لازم است که $K \geq J$ و اگر ماتریس $X^T X$ را معکوس نماییم، نتیجه به شرح زیر خواهد شد:

$$f = (X^T X)^{-1} X^T y$$

بدیهی است، روش پیش‌بینی چند جمله‌ای موضعی گسترش روش پیش‌بینی خطی موضعی است که می‌توان با استفاده از ویژگی‌های غیرخطی آن روند یک جریان را منعکس نمایند (جنی، زونگ، ۲۰۰۸، ص ۷۱).

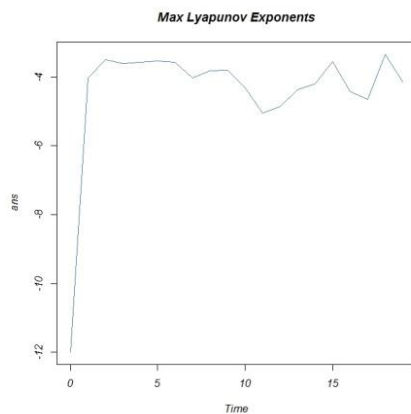
۷-تفسیر نتایج

در این تحقیق، پیش‌بینی روند بازده روزانه سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران مورد بررسی قرار گرفت. در این میان در انتهای جمع‌آوری داده‌ها، روزهایی که حجم معاملات در آنها صفر بود و همچنین روزهایی که بازده روزانه محاسبه شده آنها دارای مقادیر صفر بودند از مدل حذف شدند. جدول ۱، آمار توصیفی سری‌های روزانه بازده سهام را به تفکیک سال برای شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران نشان می‌دهد. در این تحقیق نیز، با استفاده از سه مدل پیش‌بینی بررسی روند آشوب صورت گرفته است که نتایج آن در جدول ۲ آمده است. در این مطالعه، آشوب تحلیل شده و عملکرد مدل‌های آشوب با استفاده از مدل تقریب چند جمله‌ای موضعی برای پیش‌بینی بازده سهام بورس اوراق بهادار تهران ارزیابی شد. این نتایج حاکی از این است که در سطح خطای ۵ درصد وجود روند آشوبی در سری بازدهی سهام بورس اوراق بهادار تهران مورد تأیید قرار گرفت. براساس نتایج این مطالعه، پیش‌بینی‌پذیر بودن، یعنی Martingale بودن و نیز غیرخطی بودن این سری نیز تأیید شد. بنابراین فرضیه بازارهای کارا درباره این سری رد می‌شود. همچنین سری مطالعه شده نیز آشوبی است و از این رو فرضیه بازارهای فراکتال درباره سری بازدهی بورس تأکید می‌شود.

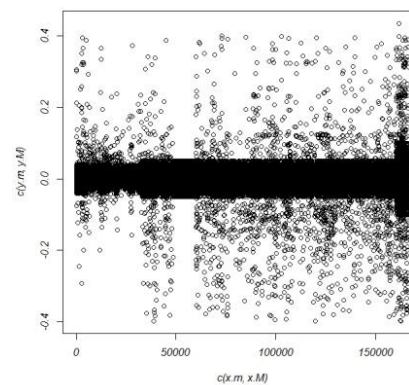


جدول ۱. آمار توصیفی سری‌های روزانه بازده سهام به تفکیک سال
 برای شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران

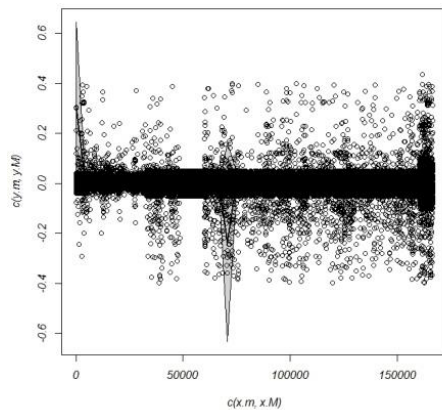
سال	Mean \pm SD
۱۳۸۶	$0.028799 \pm 3/811676$
۱۳۸۷	$0.03564 \pm 0/169521$
۱۳۸۸	$0/971213 \pm 98/3987$
۱۳۸۹	$0/002781 \pm 0/014956$
۱۳۹۰	$0/038487 \pm 9/53924$
۱۳۹۱	$0/000537 \pm 0/056608$
۱۳۹۲	$0/008495 \pm 0/163849$
کل	$0/005621 \pm 0/089242$



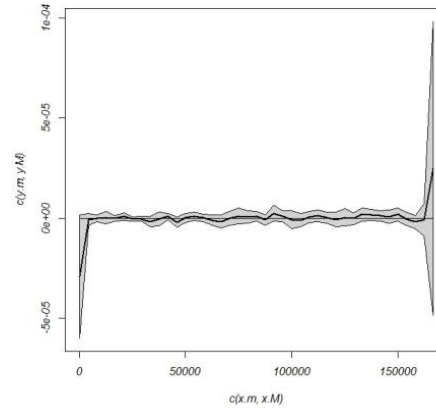
شکل ۱- حداکثر نمای لیاپونوف



شکل ۲- آزمون مدل چند جمله‌ای وزنی مرتبه‌ای موضعی



شکل ۴- آزمون مدل چند جمله‌ای موضعی بهبود یافته



شکل ۳- آزمون مدل چند جمله‌ای موضعی

جدول ۲- ارزیابی مدل‌های پیش‌بینی به همراه
ریشه دوم میانگین مربعات خطاها

RMSE (root-mean-square error)	مدل‌های پیش‌بینی
۰/۰۲۸۱۶۷۱۵	مدل چند جمله‌ای وزنی مرتبه‌ای موضعی
۰/۰۵۳۵۷۲۹۱۲	مدل چند جمله‌ای موضعی
۰/۰۲۸۱۷۷۴	مدل چند جمله‌ای موضعی بهبود یافته

همانطور که مشاهده می‌شود مدل چند جمله‌ای موضعی مرتبه‌ای و مدل تقریب چند جمله‌ای موضعی دارای RMSE پایین‌تری بوده و پیشنهاد می‌شود برای بررسی روند آشوبی از این دو مدل استفاده نمود.

۸- نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات

با استفاده از آزمون سری‌های زمانی تقریب چند جمله‌ای موضعی با درجه اطمینان بالا روند آشوبی در بازده سهام بورس تهران براساس محاسبات مبتنی بر شاخص کل سهام به صورت روزانه از سال ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۲ تأیید شد. پیشنهاد بر آمده از این تحقیق را می‌توان در قالب تبیین فرآیندی کارا برای ارائه شیوه‌ای مناسب در مدل‌سازی و پیش‌بینی‌های سری پیچیده و پر نوسان دانست. همچنین از سویی، در این فرآیند به



کار بستن روش سری‌های زمانی تقریب چند جمله‌ای موضعی برای سری‌هایی که آشوب گونه بودن آنها تأیید می‌شود نیز می‌تواند نتایج پیش‌بینی‌ها را بهبود بخشد. از سویی دیگر، به عنوان پیشنهادی تکنیکی نیز می‌توان قابلیت مدل‌های مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و مدل‌های رگرسیونی غیرخطی و مدل‌های فراکتالی را به عنوان اقسام پرکاربرد از مدل‌های غیرخطی در زمینه پیش‌بینی سری‌های آشوبی بررسی کرد.

فهرست منابع

[۱] بهداد سلامی امیر، ۱۳۸۲، "آزمون روند آشوبی در بازده سهام بازار اوراق بهادار تهران"، پژوهشنامه اقتصادی، صفحات ۷۳-۳۵.

[۲] بهین جمشید، ۱۳۸۴، "آشوب (کائو) برای مهندسی، نظریه، کاربرد، کنترل"، چاپ اول، ۱۳۸۴، صفحات ۳۱-۳۵.

[۳] حاجی کریمی بابک، ۱۳۸۳، "نظریه آشوب و کاربرد آن در تصمیم‌گیری‌های سازمانی"، صفحات ۴۶-۳۱.

[۴] سلیمی فر مصطفی، شیرزور زهرا، تابستان ۱۳۸۹، "بررسی کارایی اطلاعاتی بازار بورس به روش آزمون نسبت واریانس"، مجله دانش و توسعه، تابستان ۱۳۸۹، شماره ۱۷، صفحات ۵۷-۲۹.

[۵] عباسی نژاد حسین، نادری اسماعیل، ۱۳۹۱، "تحلیل آشوب، تجزیه موجک و شبکه عصبی در پیش‌بینی شاخص بورس تهران"، فصلنامه تحقیقات مدل‌سازی اقتصادی، صفحات ۱۴۰-۱۱۹.

[۶] مشیری سعید، مروت حبیب، ۱۳۸۵، "پیش‌بینی شاخص کل بازدهی سهام تهران با استفاده از مدل‌های خطی و غیرخطی"، فصلنامه پژوهشنامه بازرگانی، شماره ۴۱، زمستان ۱۳۸۵، صفحات ۲۷۶-۲۴۵.

[7] Ismail, Mohd Tahir, Al Wadia S, M Tahir Ismail, 2011, Selecting Wavelet Transforms Model in Forecasting Financial Time Series Data Based on ARIMA Model, Journal of Applied Mathematical Sciences, Volume 5, Issue 7, Pages 315-326.

[8] Jieni XUE, Zhongke, SHI, 2008, Short-Time Traffic Flow Prediction Based on Chaos Time Series Theory, JOURNAL OF TRANSPORTATION SYSTEMS ENGINEERING AND INFORMATION TECHNOLOGY, Volume 8, Issue 5, October 2008, pages 68-72.

[9] Katkovnik, Vladimir, 2001, "ON ADAPTIVE LOCAL POLYNOMIAL APPROXIMATION WITH VARYING BANDWIDTH" Department of Statistics, University of South Africa (UNISA).

[10] L, Steven, Schwarcz, 2012, Controlling Financial Chaos: The Power and Limits of Law, Wisconsin Law Review, No. 3, 2012, Pages 815-840.