



ISME

# Certificate



## «کوهی ارائه مقاله»

با اهدای سلام و احترام، بدینوسیله کوهی شود فریفته گرامی با سرکار خانم اجتاب آقای  
مرتضی قاسمی، عبدالرحمان جامی الاحمدی

در رتبه نخست و نهمین کنفرانس سازه بین المللی مهندسی مکانیک ایران ISME2017، که از تاریخ ۱۶ تا ۱۴ اردیبهشت ۱۳۹۶ در

دانشگاه تربیت مدرس با همکاری انجمن مهندسان مکانیک ایران برگزار شد حضور داشته و مقاله خود را با عنوان

تحلیل پایداری تاتو ورق‌های ساخته شده از گرافین با لایه‌های بی‌زوالکتریک بر اساس تئوری‌های تغییر شکل برشی و عمودی و الاستیسیته غیرمحملی

در رتبه علمی کنفرانس ارائه نموده اند. امیدوار است که به تلاش بین المللی مهندسی مکانیک ایران در سال های آینده نیز شاهد حضور ارزنده حضرتعالی باشد.

پژوهشگر

دکتر غلامحسین ریاضت  
رئیس هیئت مدیره



دکتر اکبر علی بیگلری  
رئیس هیئت مدیره

## تحلیل پایداری نانو ورق‌های ساخته شده از گرافین با لایه‌های پیزوالکتریک براساس تئوری‌های تغییر شکل برشی و عمودی و الاستیسیته غیرمحلی

مرتضی قاسمی<sup>۱</sup>، عبدالرحمان جامی الاحمدی<sup>۲</sup>

دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، میدان آزادی

### چکیده

در این مقاله، رفتار کمانشی نانو ورق هوشمند چند لایه از جنس گرافین با دو لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات تعادل حاکم بر نانو ورق هوشمند بر پایه تئوری‌های الاستیسیته غیرمحلی و تغییر شکل برشی و عمودی، با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل و معادله ماکسول به دست آمده‌اند. در حوزه حل الکتریکی به منظور بررسی اثر لایه‌های پیزوالکتریک، از معادله ماکسول به عنوان معادله مورد نیاز برای متغیرهای الکتریکی استفاده شده است. با استفاده از معیار تعادل همسایگی، معادلات پایداری حاکم بر نانو ورق هوشمند استخراج شده‌اند. معادلات حاصل با فرض تکیه‌گاه ساده روی هر چهار لایه به صورت تحلیلی حل شده است و بارهای بحرانی کمانش داده شده‌اند. در پایان، پس از بررسی صحت نتایج ارائه شده، نتایج عددی برای اثر پارامترهای مختلف بر بار بحرانی کمانش با جزئیات مورد مطالعه قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل کمانش - نانو ورق هوشمند - تئوری تغییرشکل برشی و عمودی - تئوری الاستیسیته غیرمحلی

### مقدمه

از میان سازه‌های پر کاربرد در صنعت می‌توان به نانو ورق‌ها اشاره کرد که به طور وسیع در شاخه‌های مختلف مهندسی و مکانیک کاربرد دارند. نانو ورق‌ها به علت آرایش اتمی مخصوص به خود باعث بهبود خواص الکتریکی، استحکام و افزایش انعطاف پذیری مواد می‌شود. از نانو ورق‌ها در خازن‌ها، سویچ‌های قطع و وصل جریان برق، سنسورهای ملکولی و سیستم‌های الکترومکانیکی استفاده می‌شود. بار صفحه‌ای در نانو ورق‌ها به کمانش و ناپایداری آن‌ها می‌انجامد که به دلیل تغییر شکل‌های بزرگ در این وضعیت، نانو ساختار وامانده می‌شود. از این رو، تحلیل کمانش نانو ورق‌ها یکی از موضوعات مهم و مورد توجه در مهندسی است [۱].

نسل جدیدی از مواد، به نام ساختارهای هوشمند، در عصر حاضر به دنیای صنعت معرفی شده‌اند. ساختارهای هوشمند نوعاً از یک یا تعداد بیشتری ماده فعال (Active Materials) تشکیل شده‌اند. از میان مواد فعال موجود، پیزوالکتریک‌ها جزء رایج‌ترین مواد فعال استفاده شده، محسوب می‌شوند. برای تحلیل رفتار غیرمحلی نانو ساختارها از روش‌های اتمی و روش‌های آزمایشی استفاده می‌شود. تئوری الاستیسیته غیرمحلی (Nonlocal Elasticity) [۲]، تئوری بر پایه مکانیک محیط‌های پیوسته ای است که اثرات مقیاس کوچک را در نظر می‌گیرد و برای تحلیل مکانی-

کی نانو ساختارها از دقت بسیار خوبی برخوردار است. فرج پور و همکارانش کمانش نانو ورق‌های با ضخامت متغیر تحت بار دو محوره فشاری را با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرمحلی، به کمک روش گالرکین تحلیل کردند [۳].

### مبانی تئوریک

تاکنون روش‌های متفاوتی برای تحلیل نانو ورق‌ها از جمله تحلیل با تئوری الاستیسیته سه‌بعدی و تئوری‌های دوبعدی، ارائه شده‌است. تحلیل با استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی اگرچه روشی پایه‌ای و دقیق محسوب می‌شود، اما با پیچیدگی‌ها و دشواری‌هایی همراه است. برای کاهش این دشواری‌ها، تئوری‌هایی دیگر ارائه شده‌اند که دقت آن‌ها به تعداد جملات نگاه داشته شده در بسط میدان جابجایی وابسته است. تئوری‌های کلاسیک و برشی به دلیل در نظر نگرفتن به ترتیب اثر کرنش‌های برشی و عمودی، با جواب‌های دقیق فاصله دارند. برای رفع این مشکل و بالا بردن حداکثری دقت، تئوری دقیقی به نام تئوری تغییر شکل برشی و عمودی (Shear and Normal Deformable Theory) توسط باترا (Batra) و ویدولی (Vidoli) [۴] معرفی شده‌است. این تئوری، کامل کننده تئوری‌های قبلی بوده و هر دو اثر تغییر شکل برشی و عمودی را در نظر می‌گیرد.

### روش حل و فرضیه‌ها

روابط ساختاری برای یک لایه پیزوالکتریک که در راستای Z پلاریزه شده به صورت زیر نوشته می‌شود،

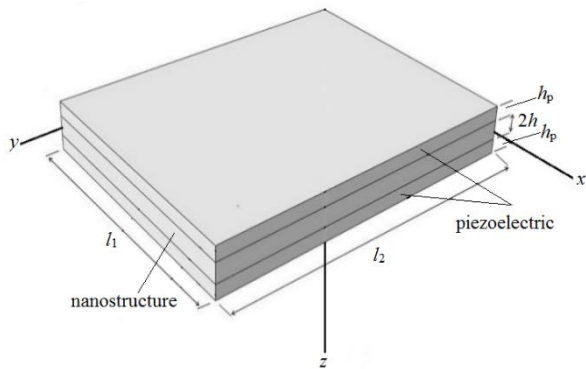
$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{12} & C'_{11} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C'_{13} & C'_{13} & C'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C'_{11} - C'_{12}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}$$

که در آن  $\sigma_{ij}^1$  مولفه‌های تنش محلی،  $\{E\}$  بردار میدان الکتریکی،  $[C']$  ماتریس صلبیت ماده پیزوالکتریک و  $[e]$ ، عامل کوپل الکترومکانیکی، ماتریس ثوابت شارژ ماده پیزوالکتریک می‌باشند.

۱- دانشجوی دکترا، ۰۵۱۷۲۷۶۴۶۸، mortezaghaseemi@mail.um.ac.ir

۲- استادیار



شکل ۱- نمای شماتیک نانو ورق

با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل و معیار تعادل همسایگی، معادلات پایداری نانو ورق هوشمند به صورت رابطه (۷) بیان می‌شوند،

$$\delta v_1^a : M_{11,1}^{al} + M_{12,2}^{al} - D_{ab} T_1^{bl} = 0$$

$$\delta v_2^a : M_{12,1}^{al} + M_{22,2}^{al} - D_{ab} T_2^{bl} = 0 \quad (7)$$

$$\delta w^a : (1 - (e_0 l)^2 \nabla^2) (M_{01}^{ab} w_{,11}^b + M_{02}^{ab} w_{,22}^b) + T_{1,1}^{al} + T_{2,2}^{al} - D_{ab} T_3^{bl} = 0$$

در این معادلات، ترم‌های  $M_{\alpha\beta,\beta}^a$  و  $M_{\alpha\beta,\beta}^{ab}$  با  $a, b \geq 2$  در نتیجه‌های برون صفحه‌ای از مرتبه  $a$  هستند. پارامتر  $eol$  خصوصیت مکانیکی جدیدی از ماده است که به پارامتر مقیاس کوچک یا پارامتر غیرمحلی مشهور است و  $\nabla^2$  اپراتور لاپلاس می‌باشد. همچنین مؤلفه‌های الکتریکی ماده پیزوالکتریک باید معادله ماکسول (Maxwell's Equation) را در فرم انتگرالی ارضا کنند. در این چهار معادله، اگر تنش‌ها برحسب مؤلفه‌های میدان جابجایی نوشته شوند، معادلات حاکم بر پایداری نانو ورق هوشمند استخراج می‌شوند. در معادلات حاکم بر پایداری نانو ورق هوشمند، مؤلفه‌های میدان جابجایی و پتانسیل الکتریکی تنها مجهولات مسئله هستند و تنها تابع مختصات درون صفحه‌ای می‌باشند. به منظور حل آن‌ها، از شرایط مرزی ورق کمک گرفته می‌شود. یک نانو ورق هوشمند مستطیلی با طول  $a$  و عرض  $b$  و تحت بارهای فشاری درون صفحه‌ای که به طور یکنواخت در دو جهت  $x$  و  $y$  توزیع شده‌اند، در نظر گرفته می‌شود. بنابراین نیروهای برآیند پیش‌کمانش با استفاده از شرایط تعادل به صورت رابطه زیر به دست می‌آیند،

$$M_{11}^{a0} = -L_a(0)q_1, \quad M_{22}^{a0} = -L_a(0)q_2 \quad (8)$$

که در آن  $q_1$  و  $q_2$  نیروهای وارد شده در صفحه میانی بر واحد طول می‌باشند. به منظور حل معادلات حاکم، شرایط مرزی روی چهار لبه نانو ورق هوشمند مورد نیاز است. برای یک نانو ورق هوشمند با تکیه‌گاه ساده، شرایط مرزی به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$M_{11}^a = 0, \quad M_{12}^a = 0, \quad w^a = 0 \quad \text{on} \quad x_1 = 0, l_1 \quad (9)$$

$$M_{22}^a = 0, \quad M_{21}^a = 0, \quad w^a = 0 \quad \text{on} \quad x_2 = 0, l_2$$

با در نظر گرفتن روش حل ناویر و معادلات حاکم بر پایداری نانو ورق هوشمند، شرایط مرزی الکتریکی نیز به صورت زیر بیان می‌شود،

$$\varphi = 0 \quad \text{on} \quad x_1 = 0, l_1, \quad x_2 = 0, l_2 \quad (10)$$

مؤلفه‌های میدان جابجایی و تابع پتانسیل الکتریکی تنها تابع مختصات درون صفحه‌ای هستند. به منظور اعمال شرط مرزی تکیه‌گاه ساده و حل معادلات حاکم بر پایداری، از روشی موسوم به روش ناویر (روش سری‌های دوگانه) استفاده می‌شود. این روش، تابعیت میدان جابجایی از مختصات درون صفحه‌ای را به صورت مجموعی از جملات

توزیع تابع پتانسیل الکتریکی برای به دست آوردن میدان الکتریکی، در راستای ضخامت تابعی مرتبه دوم فرض می‌شود. بر سطوح بالا و پایین لایه‌های پیزوالکتریک الکترودهایی نصب شده‌است، که در استفاده از مواد پیزوالکتریک به عنوان حسگر و یا عملگر نقش دارند و در واقع شرایط مرزی الکتریکی ما را تشکیل می‌دهند. چنانچه دو الکترود به یکدیگر متصل باشند و یا دو سر مدار به سطوح پتانسیل صفر وصل گردد، هیچ‌گونه اختلاف پتانسیلی بین دو سطح الکترودها به وجود نمی‌آید. به این حالت اتصال کوتاه یا مدار بسته گفته می‌شود. شرایط مرزی الکتریکی بر دو سطح به صورت زیر است،

$$\Phi(z = \pm h) = 0, \quad \Phi(z = \pm(h + h_p)) = 0 \quad (2)$$

برای داشتن تابعی از مرتبه دوم و ارضا کردن شرایط مرزی (۲)، از رابطه زیر برای تابع پتانسیل الکتریکی استفاده می‌شود،

$$\Phi(x, y, z) = \begin{cases} \varphi(x, y) \left[ 1 - \left( \frac{z - h - h_p / 2}{h_p / 2} \right)^2 \right] & , h \leq z \leq h + h_p \\ \varphi(x, y) \left[ 1 - \left( \frac{-z - h - h_p / 2}{h_p / 2} \right)^2 \right] & , -h - h_p \leq z \leq -h \end{cases} \quad (3)$$

هنگامی که سطوح خارجی لایه‌های پیزوالکتریک در تماس با محیطی با نفوذپذیری پایین، مانند هوا و یا خلأ باشد، محیط همچون عایق الکتریکی عمل کرده و بردار جابجایی الکتریکی در راستای عمود بر سطوح لایه‌های خارجی پیزوالکتریک صفر خواهد شد. به این وضعیت که مدار باز گفته می‌شود، سطوح داخلی به پتانسیل صفر متصل می‌شوند. در این حالت شرایط مرزی الکتریکی بر دو سطح به صورت زیر است،

$$\Phi(z = \pm h) = 0, \quad D_z(z = \pm(h + h_p)) = 0 \quad (4)$$

برای داشتن تابعی از مرتبه دوم و ارضا کردن شرایط مرزی (۴)، از رابطه زیر برای تابع پتانسیل الکتریکی استفاده می‌شود،

$$\Phi(x, y, z) = \begin{cases} \varphi(x, y) \left[ 1 - \left( \frac{z - h - h_p / 2}{h_p / 2} \right)^2 \right] + (Az + B) & , h \leq z \leq h + h_p \\ \varphi(x, y) \left[ 1 - \left( \frac{-z - h - h_p / 2}{h_p / 2} \right)^2 \right] + (A'z + B') & , -h - h_p \leq z \leq -h \end{cases} \quad (5)$$

در رابطه (۵) ثوابت مجهول  $A, A', B, B'$  از مختصات  $x, y$  بوده که به کمک شرایط مرزی الکتریکی (۴) به دست می‌آیند. میدان الکتریکی منفی گرادینان تابع پتانسیل الکتریکی تعریف می‌شود.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi \quad (6)$$

پس مؤلفه‌های میدان الکتریکی برای لایه‌های بالا و پایین پیزوالکتریک استخراج شده و در روابط ساختاری (۱) اعمال می‌شوند. با استفاده از چند جمله‌ای‌های لژاندر می‌توان مؤلفه‌های میدان جابجایی در تئوری تغییرشکل برشی و عمودی را بسط داد [۴، ۵] که با جای‌گذاری آن‌ها در روابط غیرخطی کرنش-جابجایی، مؤلفه‌های کرنش بر حسب جابجایی در این تئوری استخراج می‌شوند.

نانو ورقی به طول  $a$  و عرض  $b$  و ضخامت کل  $2(h + h_p)$  در شکل ۱ در نظر می‌گیریم. لایه میانی از گرافین به ضخامت  $2h$  ساخته شده که سطوح آن با لایه‌های پیزوالکتریک به ضخامت  $h_p$  پوشانده شده‌است.

هارمونیک در نظر می‌گیرد. این تابعیت باید به گونه‌ای در نظر گرفته شود که شرایط مرزی نانو ورق هوشمند را ارضا کند.

### ارایه نتایج و بحث

در جدول ۱، بار بحرانی کمانش بر اساس تئوری مورد استفاده، برای نانو ورق مربعی به ازای ابعاد مختلف استخراج شده و با نتایج بر اساس دینامیک مولکولی در مرجع [۶] مقایسه شده‌اند. در نتایج این جدول، خواص ماده پیزوالکتریک، خواص PZT-4 انتخاب شده و برای گرافین از خواص مکانیکی و هندسی زیر استفاده شده است،

$$E = 1 \text{ TPa}, \nu = 0.16, 2h = 0.34 \text{ nm}$$

جدول ۱- مقایسه بارهای بحرانی کمانش نانو ورق‌ها با نتایج حاصل از دینامیک مولکولی در مرجع [۶]

$e_0l = \sqrt{1.78}$	$e_0l = \sqrt{1.76}$	$e_0l = \sqrt{1.73}$	[۶]	$a(\text{nm})$
۱/۰۷۳۲	۱/۰۸۳۵	۱/۰۹۶۱	۱/۰۸۳۷	۴/۹۹
۰/۶۵۰۲	۰/۵۶۳۶	۰/۶۵۸۷	۰/۶۵۲۶	۸/۰۸
۰/۴۳۱۶	۰/۴۳۴۰	۰/۴۳۵۹	۰/۴۳۳۱	۱۰/۷۷
۰/۲۶۰۸	۰/۲۶۱۶	۰/۲۶۲۳	۰/۲۶۰۹	۱۴/۶۵
۰/۱۷۱۹	۰/۱۷۲۲	۰/۱۷۲۳	۰/۱۷۱۴	۱۸/۵۱
۰/۱۱۹۷	۰/۱۱۹۸	۰/۱۲۰۱	۰/۱۱۹۱	۲۲/۳۵
۰/۰۸۹۱	۰/۰۸۹۴	۰/۰۸۹۹	۰/۰۸۸۹	۲۶/۲۲
۰/۰۶۹۶	۰/۰۶۹۹	۰/۰۷۰۵	۰/۰۶۹۱	۳۰/۰۴
۰/۰۵۵۹	۰/۰۵۵۹	۰/۰۵۶۱	۰/۰۵۵۴	۳۳/۸۵
۰/۰۴۵	۰/۰۴۵۲	۰/۰۴۵۵	۰/۰۴۴۹	۳۷/۸۱
۰/۰۳۷۱	۰/۰۳۷۲	۰/۰۳۷۴	۰/۰۳۷۲	۴۱/۷۸
۰/۰۳۱۵	۰/۰۳۱۵	۰/۰۳۱۶	۰/۰۳۱۵	۴۵/۶۶

### جدول‌ها

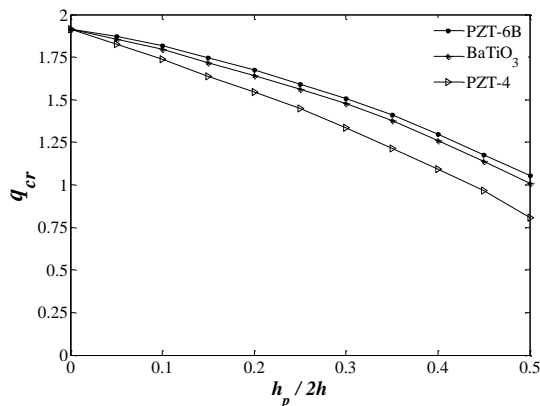
مقادیر بارهای بحرانی کمانش بی‌بعد در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

جدول ۲- مقادیر بارهای بحرانی بی‌بعد کمانش نانو ورق‌های هوشمند به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مقیاس کوچک و نسبت ضخامت لایه پیزوالکتریک به ضخامت گرافین

$(2h/a = 0.03, E = 1949 \text{ GPa}, \nu = 0.201)$					
$e_0l$	$h_p/2h$	$q_{cr}$	$e_0l$	$h_p/2h$	$q_{cr}$
.	.	۲/۰۵۱۷	۰/۱۵	.	۱/۲۳۶۱
.	۰/۱	۱/۸۹۲۴	.	۰/۱	۱/۱۲۹۱
.	۰/۲	۱/۶۹۴۱	.	۰/۲	۰/۹۹۴۳
.	۰/۳	۱/۴۷۴۵	.	۰/۳	۰/۸۳۷۴
.	۰/۴	۱/۳۲۴۱	.	۰/۴	۰/۶۳۹۰
.	۰/۵	۰/۹۱۴۶	.	۰/۵	۰/۴۲۱۸
۰/۰۵	.	۱/۹۱۳۵	۰/۲	.	۰/۹۴۹۵
.	۰/۱	۱/۷۳۶۸	.	۰/۱	۰/۸۴۱۰
.	۰/۲	۱/۵۴۳۷	.	۰/۲	۰/۷۰۹۴
.	۰/۳	۱/۳۳۵۲	.	۰/۳	۰/۵۷۲۱
.	۰/۴	۱/۰۹۲۶	.	۰/۴	۰/۴۲۶۲
.	۰/۵	۰/۸۰۷۱	.	۰/۵	۰/۲۶۶۳
۰/۱	.	۱/۶۰۳۶	۰/۳	.	۰/۷۳۶۹
.	۰/۱	۱/۴۵۳۸	.	۰/۱	۰/۶۴۷۳
.	۰/۲	۱/۲۶۱۴	.	۰/۲	۰/۵۳۶۵
.	۰/۳	۱/۰۶۸۳	.	۰/۳	۰/۴۲۴۳
.	۰/۴	۰/۸۵۶۶	.	۰/۴	۰/۳۸۹۸
.	۰/۵	۰/۶۱۳۶	.	۰/۵	۰/۳۴۹۸

### شکل‌ها و نمودارها

تغییرات بار بحرانی کمانش بی‌بعد بر حسب تغییرات نسبت ضخامت لایه پیزوالکتریک به ضخامت گرافین در شکل ۲ رسم شده است.



شکل ۲- تغییرات بار بحرانی بی‌بعد کمانش بر حسب نسبت ضخامت لایه پیزوالکتریک به ضخامت گرافین و برای مواد پیزوالکتریک مختلف ( $2h/a = 0.03, e_0l/a = 0.05, E = 1949 \text{ GPa}, \nu = 0.201$ )

### نتیجه‌گیری

طبق نتایج ارائه شده، با افزایش پارامتر مقیاس کوچک و طول نانو ورق هوشمند، بار بحرانی کمانش کاهش و با افزایش نسبت ضخامت لایه پیزوالکتریک به ضخامت گرافین مقادیر بار بحرانی کمانش افزایش می‌یابد. افزایش نسبت ضخامت گرافین به طول مشخصه، باعث افزایش بار بحرانی کمانش می‌شود. همچنین با افزایش ضخامت لایه پیزوالکتریک، مقادیر بار کمانش بحرانی افزایش می‌یابند.

برای نانو ورق در شکل ۲، سه ماده تشکیل دهنده لایه پیزوالکتریک روی بار بحرانی کمانش از لحاظ کیفی تاثیری مشابه، اما از نظر کمی تاثیری متفاوت دارند. به طوری که بیشترین آن مربوط به PZT-6B و کمترین آن مربوط به PZT-4 است. مقادیر بار بحرانی برای دو ماده پیزوالکتریک PZT-6B و BaTiO3 بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند.

### مراجع منتخب

- [۱] ترابی، جلال و بازدید وحدتی، مجید، ۱۳۹۴. "تحلیل کمانش پوسته‌های مخروطی کامپوزیت‌های تقویت شده با توزیع هدفمند نانو لوله‌های کربنی"، مهندسی مکانیک مدرس، ۱۵(۱۰)، ۱۴۶-۱۳۷.
- [2] Eringen, AC., 2002. *Nonlocal continuum field theories*. Springer-Verlag, New York.
- [3] Farajpour, A., Danesh, M., Mohammadi, M., 2011. "Buckling analysis of variable thickness nanoplates using nonlocal continuum mechanics". *Physica E*, 44, pp. 719-727.
- [4] Batra, RC., Vidoli, S., 2002. "Higher order piezoelectric plate theory derived from a three-dimensional variational principle". *AIAA Journal*, 40, pp. 91-104.
- [۵] قاسمی، مرتضی و جامی الاحمدی، عبدالرحمان، ۱۳۹۴. "حل تحلیلی کمانش ورق‌های تابعی مدرج با لایه‌های پیزوالکتریک به کمک تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی و عمودی"، مهندسی مکانیک مدرس، ۱۵(۳)، ۳۹۷-۳۸۷.
- [6] Ansari, R., Sahmani, S., 2013. "Prediction of biaxial buckling behavior of single-layered graphene sheets based on nonlocal plate models and molecular dynamics simulations". *Appl Math Model*, 37, pp. 7338-7351.