IRANIAN STATISTICAL SOCIETY 1990

دانشگاه بین المللی امام خمینی

IMAM KHOMEINI INTERNATIONAL UNIVERSITY

for all $A \subset S$

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$$

$$P(S) = 1$$

$A_i \cap A_j = \emptyset,\ i \neq j$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

یازدهمین
سمینار احتمال و فرایندهای تصادفی

11th Seminar on Probability and Stochastic Processes

۸ و ۹ شهریور ۱۳۹۶

30-31 August 2017

آدرس صفحه وب سمینار:
https://spsp11.conf.ikiu.ac.ir
ایمیل سمینار:
spsp11@conf.ikiu.ac.ir

آدرس دبیرخانه:
قزوین، دانشگاه بین المللی امام خمینی، دانشکده علوم پایه
تلفن و دورنویس دبیرخانه ۳۳۹۰۱۳۷۹-۰۲۸

کنکاشی بر شاخص‌های اقتصادی

محیا قاسمی، بتول عباسیان حصارسرخ، مهدی جباری نوقابی

گروه آمار، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده: امروزه شاخص‌های نابرابری اقتصادی به طور گسترده در اقتصاد و زمینه‌های دیگر کاربرد دارند و این شاخص‌ها معیاری برای ارزیابی عملکرد اقتصادی کشورها در خصوص توزیع درآمد محسوب می‌شوند. این شاخص‌ها به مرور زمان به دلیل کارآیی مختلف یا درصد ارائه شدن شاخص موجود (راحتی در نحوه محاسبه) ارائه شده‌اند. در این مقاله به معرفی منحنی‌ها و شاخص‌های نابرابری می‌پردازیم و در انتها از داده‌های مرکز آمار ایران مربوط به سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ برای نشان دادن کاربرد عملی این شاخص‌ها استفاده خواهیم کرد.

واژه‌های کلیدی: منحنی لورنتس، منحنی بن فرونی، ضریب جینی، شاخص تایل، شاخص زنگا.

۱ مقدمه

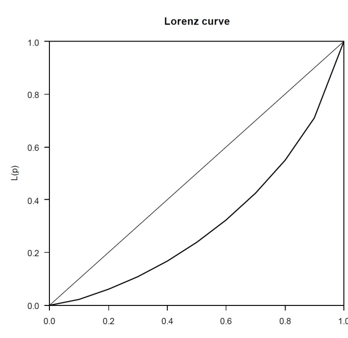
مبحث نابرابری اقتصادی را می‌توان از دیدگاه عدالت اجتماعی که به مفهوم تخصیص منصفانه منابع و فرصت در یک جامعه است، مورد بررسی قرار داد. امروزه یکی از مباحث مهم در اقتصاد مسأله توزیع عادلانه ثروت بر مبنای توانایی افراد مختلف است، اما به طور معمول چنین نیست و توزیع درآمد به طور متناسب صورت نمی گیرد در چنین حالتی توزیع درآمد در جامعه ناعادلانه است. در این وضعیت نابرابری اقتصادی گریبانگیر جامعه خواهد بود، به همین علت دانشمندان علم اقتصاد برای بررسی و اندازه گیری آن ابزار گرافیکی و به علاوه شاخص‌هایی را معرفی کرده‌اند که در این مقاله به آن می‌پردازیم. برای اولین بار ماکس او تو لورنتس[۱] در سال (۱۹۰۵) در رساله خود منحنی لورنتس را برای بررسی نابرابری اقتصادی معرفی کرد، که به طور معمول برای نشان دادن نحوه توزیع درآمد به کار می رود. این منحنی جز مهم ابزار گرافیکی می‌باشد که به وسیله آن شدت نابرابری اقتصادی در جوامع مختلف نمایان

[۱] Max Otto Lorenz

می‌شود. در سال (۱۹۱۲) کوواردو جینی [۲] به کمک منحنی لورنتس ضریب جینی را معرفی نمود. درسال (۱۹۳۰)کارلو بن فرونی[۳] با کمک منحنی لورنتس منحنی دیگری را با عنوان منحنی بن‌فرونی معرفی کرد. درسال (۱۹۶۷) تایل [۴]شاخص جدیدی براساس مفهوم آنتروپی معرفی نمود و در سال (۱۹۷۰) آتکینسون [۵]شاخص جدیدی بر اساس تابع رفاه اجتماعی را معرفی نمود.

۲ منحنی لورنتس

منحنی لورنتس شکلی از توزیع تجمعی نسبی درآمد را نشان می‌دهد، محور عمودی در این منحنی نشانگر درصد تجمعی درآمد و محور افقی نشانگر درصد تجمعی جمعیت است. وقتی توزیع درآمد به طور کامل با توزیع جمعیت هم‌تراز باشد، منحنی لورنتس بر روی خط نیمساز ربع اول (خط برابری) قرار می‌گیرد، که این امر در واقعیت غیرممکن است. هرچه قدر منحنی از خط برابری بیش تر فاصله بگیرد نشان دهنده نابرابری بیشتر است.



[۲] Corrdo Gini
[۳] Carlo Emilio Bonferroni
[۴] Theil
[۵] Atkinson

۱.۲ منحنی لورنتس برای داده‌های گسسته

فرض کنیم $x_{1}, \cdots, x_n$ یک نکونه تصادفی به حجم n از جامعه یا نمونه باشند، که در دسترس هستند. آنها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و با نماد $x_{1:1}, \cdots, x_{n:n}$ نشان می‌دهیم اگر K عضوی از $0, 1, 2, \cdots, n$ باشد، برای نسبت $\frac{k}{n}$ از داده‌ها منحنی لورنتس با $L(\frac{k}{n})$ نشان داده می‌شود برابر است با:

$$L(\frac{k}{n}) = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_{i:n}}{\sum_{i=1}^{n} x_{I:n}}$$

۲.۲ منحنی لورنتس برای داده های پیوسته

فرض کنید درآمد افراد در جامعه، یک متغیر تصادفی نامنفی مانندX با تابع توزیع و چگالی $F(x)$ و $f(x)$ و میانگین μباشد. $p = F(x)$ نسبتی از جامعه است که درآمدی کمتر یا مساوی با x دارند. تابع $L(p)$نشان می‌دهد این نسبت از جامعه چه نسبتی ازدرآمد کل جامعه را به خود اختصاص می‌دهد:

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_{0}^{F^{-1}(p)} t f(t) dt \quad p \in [0, 1]$$

به علاوه با تغییر متغیر $t = f^{-1}(u)$ ، می‌توان شکل دیگری برای منحنی لورنتس بدست آورد. (گاست ویرث[۶] (۱۹۷۱)))

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_{0}^{p} F^{-1}(u) du \quad p \in [0, 1]$$

خواص منحنی لورنتس

منحنی لورنتس که در بخش ۲ معرفی شده، دارای خواص زیر است:

۱ـ منحنی لورنتس در یک مجموعه واحد قرار می‌گیرد که در آن $L(0) = 0$ و $L(1) = 1$

۲ـ L در بازه $[0, 1]$ محدب، پیوسته و صعودی است.

۳ـ منحنی لورنتس نسبت به تغییر مقیاس ها پایاست.

[۶] Gastwirth

۴ـ اگر به درآمد تمامی افراد c واحد اضافه شود منحنی لورنتس به خط برابری نزدیکتر می‌شود.

۳ منحنی لورنتس تعمیم یافته

درصورتی که منحنی لورنتس دو جامعه متقاطع باشند برای مقایسه آن دو برای اولین بار منحنی لورنتس تعیم یافته توسط شروکس [۷] (۱۹۸۳) و کاکائونی [۸] (۱۹۸۴) معرفی شده است. تابع لورنتس تعمیم یافته در حالت گسسته در قالب زیر حاصل می شود.

$$GL(\frac{k}{n}) = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_{i:n}}{n}, \quad k = 1, 2, \cdots, n$$

درحالت پیوسته این تابع را با نماد $GL(u)$ نشان می دهیم و برابر است با:

$$GL(u) = E(x) \times L(u) = \int_{0}^{u} F^{-1}(t)dt \quad u \in [0, 1]$$

خواص منحنی لورنتس تعمیم یافته

منحنی لورنتس تعیمیم یافته که در بخش ۳ معرفی شد دارای خواص زیر است

۱ـ در این تابع $GL(0) = 0$ و $GL(1) =$

۲ـ این منحنی محدب ، صعودی و پیوسته در فاصله $[0, 1]$ است.

۳ـ برخلاف منحنی لورنتس، این منحنی پایای مقیاس نیست.

۴ منحنی بن فرونی

کارلو بن‌فرونی (۱۹۳۰) به کمک منحنی لورنتس معیاری با عنوان ضریب بن‌فرونی را به منظور بررسی نابرابری اقتصادی معرفی نمود. این ضریب دارای خواص و ویژگی هایی است که آن را از سایر معیارهای

[۷] Shorrocks
[۸] KaKayvny

اندازه گیری نابرابری اقتصادی متمایز می کند. از جمله می توان به حساسیت این معیار نسبت به سطوح پایین توزیع درآمد اشاره کرد.

فرض کنید که x یک متغیر تصادفی نامنفی با تابع توزیع $F(x)$ باشد که مطلقا پیوسته و مشتق پذیر است.

هر نقطه از منحنی بن فرونی تبدیلی از منحنی لورنتس می باشد، بنابراین داریم:

$$B(p) = \frac{۱}{p\mu} \int_{۰}^{p} F^{-۱}(t)dt = \frac{L(p)}{p}$$

خواص منحنی بن فرونی

منحنی بن فرونی که در بخش ۴ معرفی کرده ایم دارای خواص زیر است:

۱ ـ شاخص بن فرونی عددی بین صفر تا یک است.

۲ ـ این معیار نسبت به تغییر مقیاس پایاست.

۳ـ این شاخص به افراد فقیر جامعه وزن بیشتری می دهد.

۴ ـ این شاخص دارای خاصیت تجزیه پذیری نمی باشد.

۵ شاخص جینی

کواردو جینی (۱۹۱۲) بر اساس منحنی لورنتس ضریب جینی را معرفی نمود. این ضریب از لحاظ هندسی دو برابر مساحت محصور بین منحنی لورنتس و خط برابری است. شایان ذکر است که برای محاسبه ضریب جینی روابط معینی بیان شده است که یکی از معروفترین آنها رابطه‌ای است که بر اساس منحنی لورنتس تعریف می‌شود.

برای هر متغیر تصادفی X با تابع لورنتس پیوسته $L(p)$ داریم (کلیبر و کاتز، ۲۰۰۳):

$$G = ۱ - ۲ \int_{۰}^{۱} L(p)dp$$

خواص شاخص جینی

شاخص جینی که در بخش ۵ معرفی کردیم دارای خواص زیر است:

۱ ـ ابن شاخص عددی بین صفر و یک است هرچه به صفر نزدیکتر باشد نشان دهنده نابرابری کمتر و افزایش آن به سمت یک نشان دهنده نابرابری بیشتر در جامعه می‌باشد.

۲ـ نسبت به تغییر مقیاس پایاست.

۳ـ اگر به درآمد افراد عدد c اضافه شود ضریب جینی کاهش می‌یابد.

۴ـ به دلیل آن که در منحنی لورنتس و ضریب جینی با درصدهای جمعیتی سروکار داریم این شاخص مستقل از اندازه جمعیت (تعداد کل جمعیت) می‌باشد.

۵ـ در بین شاخص‌های نابرابری ضریب جینی بیشترین عمومیت را دارد و اندازه آن برای کشورهای مختلف و سالهای متوالی موجود است . که این امر انجام مقایسه و تحقیق را میسر می‌سازد.

۶ شاخص زنگا

شاخص زنگا شاخص دیگری است که در زمینه نابرابری اقتصاد اخیراً مورد استفاده قرار گرفته است و تفاوت این شاخص با سایر شاخص‌ها در این است که رابطه فقیر و ثروتمند را به خوبی منعکس می کند.
رادائلی [۹] (۲۰۱۰) نشان داد در تجزیه شاخص ها به زیرگروه ها، شاخص زنگا نسبت به شاخص جینی دقیق‌تر است.

مافنینی و پولیسیچیو [۱۰] (۲۰۱۰) نشان دادند زمانی که یک درآمد مثبت را به همه‌ی درآمدها اضافه می‌کنیم، روی منحنی زنگا بیشتر از منحنی لورنتس اثر می‌گذارد که این یک ویژگی منحصر به فرد شاخص زنگا نسبت به شاخص‌های جینی و بن‌فرونی است.

این شاخص به صورت نسبت بین درآمد p٪ پایین جامعه $(۱-p)$٪ بالای جامعه تعریف می‌شود.
شاخص زنگا برابر است با اندازه مساحت بین منحنی و محور افقی (خط برابری کامل برای این شاخص)می‌باشد و عددی بین صفر و یک است.

$$Z = \int_{۰}^{۱} Z(p)dp$$

خواص منحنی و شاخص زنگا

منحنی زنگا که در بخش ۶ معرفی کردیم دارای خواص زیر است:

۱ ـ منحنی زنگا در یک مربع واحد قرار می‌گیرد.

[۹] Radaeli

[۱۰] Mafeeni , polesecho

۲ـ شاخص زنگا همواره عددی بین صفر و یک قرار می‌گیرد.

۳ـ شاخص زنگا نسبت به تغییر مقیاس پایاست.

۴ـ اگر به درآمد افراد عدد c اضافه شود شاخص زنگا افزایش می‌یابد.

۷ شاخص تایل

این شاخص توسط تایل (۱۹۶۷) بر اساس مفهوم آنتروپی در نظریه اطلاع به منظور اندازه گیری نابرابری اقتصادی طراحی شده است. شاخص تایل برابر با اختلاف بین مقدار واقعی و ماکسیمم آنتروپی است. فرض کنید متغیر تصادفی X یکی از مقادیر $x_۱, x_۲ \cdots, x_n$ با احتمال $p_۱, p_۲ \cdots, p_n$ انتخاب نماید. متوسط مقدار اطلاع برابر است با:

$$H(X) = \sum_{i=۱}^{n} p_i h(p_i)$$

۱.۷ شاخص تایل برای توزیع گسسته

درصورتی که متغیر درآمد گسسته باشد شاخص تایل را می‌توان بر اساس معیار آنتروپی تعمیم‌یافته با مقدار پارامتر مساوی یک به دست آورد، که به شاخص نوع اول معروف است:

$$T_۱ = \frac{۱}{n} \sum_{i=۱}^{n} \frac{x_i}{\overline{x}} log(\frac{x_i}{\overline{x}})$$

در صورتی که در تابع آنتروپی تعمیم یافته، مقدار پارامتر را مساوی صفر قرار دهیم، شاخص تایل نوع دوم به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$T_۲ = \frac{۱}{n} \sum_{i=۱}^{n} log(\frac{x_i}{\overline{x}})$$

۲.۷ شاخص تایل برای توزیع پیوسته

در صورتی که متغیر درآمد پیوسته باشد، شاخص تایل نوع اول با استفاده از آنتروپی تعمیم‌یافته به صورت زیر است:

$$T_1 = \int_0^\infty \frac{x}{\mu} log(\frac{x}{\mu}) dF(x)$$

به علاوه شاخص تایل نوع دوم برای توزیع های پیوسته برابر است با (کیلبر و کاتز، **(۲۰۰۳)**)

$$T_2 = \int_0^\infty log(\frac{x}{\mu} dF(x))$$

خواص شاخص تایل

شاخص تایل که در بخش ۷ معرفی کردیم دارای خواص زیر است:

۱ـ شاخص تایل بین صفر و $logn$ تغییر می کند.

۲ـ شاخص تایل مستقل از تعداد افراد جامعه بوده و یک شاخص نسبی است.

۳ـ شاخص تایل پایای مقیاس و مکان نیست.

۸ مقایسه شاخص‌ها

در این بخش ابتدا به ارتباط بین شاخص‌ها می پردازیم و سپس بعضی از شاخص ها را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم و در ادامه یک مثال کاربردی بیان می‌کنیم:

ارتباط بین منحنی لورنتس و بن‌فرونی

شاخص بن‌فرونی به صورت مساحت بین نیمساز ربع اول و منحنی بن‌فرونی تعریف می‌شود:

$$B(p) = 1 - \int_0^1 \frac{L(u)}{u}) du$$

ارتباط بین منحنی لورنتس و زنگا

فرمول زیر نشان دهنده ارتباط بین منحنی لورنتس و زنگا می‌باشد:

$$\widehat{Z}(p) = \frac{1}{p}\frac{p - L(p)}{1 - l(p)}$$

ارتباط بین منحنی بن فرونی و شاخص جینی

با در نظر گرفتن ارتباط بین توابع لورنتس و بن‌فرونی می‌توانیم شاخص جینی را بر اساس منحنی بن‌فرونی به صورت:

$$G = 1 - 2\int_0^1 pB(p)dp$$

نشان دهیم.

ارتباط بین منحنی بن‌فرونی و زنگا

فرمول زیر نشان‌دهنده ارتباط بین منحنی بن‌فرونی و زنگا می باشد:

$$\widehat{Z}(p) = \frac{1 - B(p)}{1 - pB(p)}$$

۱.۸ مثال کاربردی بر اساس ضریب جینی، شاخص تایل و شاخص زنگا

پس از معرفی منحنی‌ها و شاخص های نابرابری اقتصادی می توانیم با استفاده از نرم افزار R این شاخص‌ها را برای سال های ۱۳۹۴ - ۱۳۹۰ تحلیل کنیم. اطلاعات مربوط به هزینه ناخالص سرانه خانواده شهری را از سایت مرکز ایران اخذ کردیم و سپس شاخص‌های نابرابری را محاسبه نموده‌ایم. مقادیر این شاخص‌ها در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱ . ضریب جینی، شاخص تایل و شاخص زنگا بر حسب هزینه ناخالص خانواده شهری

سال	ضریب جینی	شاخص تایل	شاخص زنگا
۱۳۹۰	۰,۳۷۹	۰,۲۳۸	۰,۷۴۲
۱۳۹۱	۰,۳۷۸	۰,۲۳۶	۰,۷۳۹
۱۳۹۲	۰,۳۷۴	۰,۲۳۳	۰,۷۳۵
۱۳۹۳	۰,۳۸۲	۰,۲۴۳	۰,۷۴۳
۱۳۹۴	۰,۳۸۶	۰,۲۵۰	۰,۷۴۶

ماخذ: نتایج تحقیق

محاسبات بیانگر آن است که طی سال ۹۰ تا ۹۲ تمامی شاخص‌ها کاهش داشته‌اند که این نشان دهنده کاهش نابرابری در این سال‌ها در بخش هزینه های ناخالص غیرخوارکی است اما متعاقبا تحت تاثیر سیاستهای اقتصادی میزان نابرابری در سال ۹۳ روند صعودی داشته است که دلالت بر افزایش نابرابری در بخش هزینه‌های ناخالص غیرخوارکی می‌باشد.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، ضمن معرفی شاخص‌ها و ارتباط نظری آن ها با یکدیگر با استفاده از داده‌های خام مرکز ایران، میزان نابرابری در توزیع درآمد در بحث هزینه های ناخالص غیرخوارکی خانواده های شهری در سال های ۱۳۹۰تا ۱۳۹۴ بررسی شده است. در یک نتیجه‌گیری کلی میتوان نتیجه گرفت که بین سال‌های ۹۱ تا ۹۲ این شاخص‌ها همگی کاهش یافته اند که نشان دهنده کاهش میزان نابرابری است. و برای سال‌های ۹۳ و ۹۴ این نابرابری‌ها در این بخش افزایش یافته است.که این موضوع حاکی از ناکارآمدی سیاست های اقتصادی اعمال شده می‌باشد.

با توجه به این که تقریبا نتایج بدست آمده از مقدار ضریب جینی، شاخص تایل و شاخص زنگا در این سالها یک روند افزایشی و کاهشی داشته است، بنابراین سیاستمداران می توانند از هر کدام از این شاخص‌ها استفاده کنند.

مراجع

Atkinson, A.B. (1970). On the Measurment of Inequality Jornal of Economic theory, 2, 244-263.

Chotikapanich, D. (2008). Modeling Income Distributions and Lorenz Curve.

Kleiber, Ch. (2005).The lorenz Curve in economics and econometrics. Invaliated Paper Gini-Lorenz centenial conference, Siena.

اطلاعات مرکز آمار ایران.

درخشش، ف. (۱۳۹۴) . مفاهیمی از شاخص جینی و نقش آن در مسائل بیمه، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد.

خراشادی زاده،ج. (۱۳۹۲). مشخصه هایی از شاخص زنگا، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد.

معصوم نژاد،ع. محتشمی برزادران، غ. (۱۳۹۲). شاخص‌های توزیع درآمد در ایران، مجله اقتصادی،شماره ۹ و ۱۰.

کاظمیان گلباغی، م. (۱۳۹۳). ویژگی هایی از ضریب بن فرونی و ارتباط آن با یکدیگر شاخص‌های نابرابری، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه فردوسی مشهد.