



Date : 2017-09-10

Temporary Certificate

Dear Mojtaba Alipour Nodehi, Ali Asghar Beheshti, Abbas Rohani

It is hereby certified that your paper entitled "Prediction of scour depth around pile groups using artificial neural network model based on radial basis function and adaptive neuro-fuzzy inference system.", with the code "BHB-00596-AB", has been accepted by the referee committee of The Contemporary Iran on Civil Engineering, Architecture and Urban Development (www.iranianconf.ir) which will be held in Shahid Beheshti University, Tehran on the 16th of August 2017 This certification is temporary and only issued upon the request of the above mentioned participant for information purposes.

This certification is valid until receiving the conference main certification.

پیش بینی عمق آبشستگی در گروه پایه ها به کمک شبکه عصبی مصنوعی مبتنی بر تابع پایه شعاعی و مدل سیستم استنتاج فازی

مجتبی علیپورنودهی^۱، علی اصغر بهشتی^{۲*}، عباس روحانی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه های آبی دانشگاه فردوسی مشهد، mojtaba.alipournodehi71@stu.um.ac.ir

۲- استادیار گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد، beheshti@um.ac.ir

۳- استادیار گروه مهندسی مکانیک بیوسیستم دانشگاه فردوسی مشهد، arohani@um.ac.ir

چکیده

پیش بینی عمق آبشستگی در اطراف پایه های پل یکی از مهمترین عوامل طراحی پل می باشد. تاکنون معادلات تجربی فراوانی برای تخمین عمق آبشستگی با استفاده از داده های آزمایشگاهی و روش های موسوم به داده کاوی به دست آمده است. اکثر این معادلات برای تخمین عمق آبشستگی در تک پایه هاست و برای کاربرد آن برای گروه پایه نیاز به اصلاح روابط و یا ارائه رابطه جدید دارد. در این مطالعه داده های بسیار ارزشمندی از آزمایشات مختلف در گروه پایه ها با آرایش های مختلف و بازه ی وسیع پارامترهای موثر جمع آوری شد که در مجموع ۳۶۵ آزمایش موجود می باشد. بر این اساس، شش رابطه ی موجود و یک رابطه ی تصحیح شده در این مطالعه مورد ارزیابی قرار گرفتند که نشان دهنده ی دقت رابطه ی تصحیح شده نسبت به روابط قبلی است. در تخمین عمق آبشستگی با استفاده از دو مدل شبکه عصبی مصنوعی بر پایه شعاعی (RBF) و مدل سیستم استنتاج فازی (ANFIS) نتایج حاکی از دقت بالای این دو مدل بوده و با استفاده از آنالیز حساسیت متغیرهای با بعد n ، s و b_p و نیز متغیرهای بی بعد n و $\frac{S}{b_p}$ بیشترین تاثیر را در تخمین عمق آبشستگی دارند.

واژه های کلیدی: عمق آبشستگی، گروه پایه، شبکه عصبی مصنوعی با پایه شعاعی (RBF)، مدل سیستم استنتاج فازی (ANFIS)

۱- مقدمه

آبشستگی اطراف پایه های پل، یک اتفاق معمول در تخریب پل ها می باشد. برآورد عمق آبشستگی برای طراحی ایمن و مقرون به صرفه پایه های پل بسیار مهم و ضروری می باشد. طبق تحقیقات صورت گرفته ۶۰٪ از کل پل های تخریب شده در مسیر جریان آب، مربوط به تضعیف پایه های پل تحت آبشستگی و فرسایش بستر کانال می باشد. [1] اکثر پل های تخریب شده دارای فونداسیون ساده (تک پایه) بوده اند و این مهندسی را بر آن داشت گروه پایه را که در معرض تخریب (آبشستگی) کمتری نسبت به تک پایه قرار می گیرند جایگزین تک پایه نمایند. این دلایل اقتصادی و ملاحظات هیدرولیکی گروه پایه را جایگزین تک پایه در فونداسیون پل ها قرار داد.

طراحی مطمئن و اقتصادی فونداسیون پایه ها در پل های بزرگ، مستلزم تخمین دقیقی از حداکثر عمق آبشستگی در اطراف پایه های پل می باشد. معادلات و روابطی که برای تخمین عمق آبشستگی در گروه پایه ها ارائه شده اند شامل روابطی هستند که



یا به صورت گسترده استفاده می‌گردند (مانند HEC-18) یا روابطی هستند که ضرایب این معادلات گسترده را تصحیح می‌نمایند (مانند عطایی آشتیانی و بهشتی (۲۰۰۶) [2]). و همچنین در سال‌های اخیر روش‌های هوش مصنوعی برای تخمین عمق آبستگي مورد استفاده قرار گرفته اند (مانند قائمی (۲۰۱۳) [3]). در ادامه تعدادی از مطالعات صورت گرفته مرور می‌گردد.

رضانی مقدم و حسانی کرمانی (۱۳۹۰) با استفاده از روش‌های هوشمند FFBP, RBF, و ANFIS و خودسازمانده GMDH و FSORBF, برای مدل‌سازی پدیده آبستگي استفاده کردند. نتایج نشان داد، در مرحله آموزش و ارزیابی، مدل‌های مبتنی بر هوش مصنوعی نسبت به روابط تجربی دقت بهتری داشته‌اند و همچنین مدل‌های هوش مصنوعی با داده‌های با بعد آموزش بهتری نسبت به مدل‌های بدون بعد داشته‌اند و طبق آنالیز حساسیت قطر پایه پل، حساسیت بیشتری در تخمین عمق آبستگي نسبت به دیگر پارامترها داشته است. [4] رحمتی و قادری (۱۳۹۴) به بررسی ارزیابی دقت روش‌های مبتنی بر هوش مصنوعی، در مقایسه با روابط تجربی در شرایط استفاده از داده‌های یکسان برای تمامی مدل‌ها پرداختند. طبق نتایج شبکه‌های RBF بهترین نتایج را در مرحله آموزش و ارزیابی داشته و همچنین شبکه‌های هوش مصنوعی در مقایسه با روابط تجربی دقت بیشتری داشته‌اند. آنالیز حساسیت نیز نشان داد که قطر پایه پل، حساسیت بیشتری در تخمین عمق آبستگي نسبت به دیگر پارامترها داشته است. [5] باطنی و همکاران (۲۰۰۷) آبستگي پایه پل را با استفاده از نروفازی و شبکه عصبی تخمین زدند. آنها به این نتیجه رسیدند که نروفازی دقت بالاتری نسبت به دیگر مدل‌ها در تخمین پارامترهای آبستگي دارد و از دو مدل شبکه عصبی، مدل MLP از مدل RBF جواب بهتری می‌دهد. [6] ذونعمت و همکاران (۲۰۰۸) به عملکرد ANN, ANFIS و RBF برای پیش‌بینی عمق آبستگي اطراف گروه پایه‌ها پرداختند. آنها از دو ترکیب داده‌های ورودی با و بدون بعد برای آموزش شبکه استفاده کردند. ایشان آموزش و تست داده‌های تجربی در آبستگي موضعی در گروه پایه را از منابع متعدد و معتبر انتخاب کردند و نتایج شبکه عصبی را با نتایج حاصل از روش‌های تجربی در نظر گرفته، مقایسه کردند. نتایج آزمون عددی نشان داد که مدل FFBP-NN پیش‌بینی بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد. همچنین تجزیه و تحلیل حساسیت نشان داد که قطر پایه در متغیرهای با بعد و نسبت فاصله به قطر پایه در پارامترهای بدون بعد، مهم‌ترین پارامترها در عمق آبستگي می‌باشد. [7]

مزمیل و ایوب (۲۰۱۰) عمق آبستگي پایه پل را در بستر با رسوبات غیریکنواخت بررسی کردند. آنها از سه الگوریتم FFBP¹, FFCC² و RBF³ استفاده کردند. نتایج آنها نشان داد که در مرحله آموزش RBF بهترین عملکرد را دارد حال آن که در مرحله اعتبارسنجی FFBP عمل کرد بهتری از خود نشان می‌دهد. همچنین نتایج حاصل از رگرسیون معمولی را با سیستم استنتاج فازی مقایسه کردند و نشان دادند که سیستم استنتاج فازی پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به رگرسیون معمولی ارائه می‌دهد. آنالیز حساسیت نشان داد که در داده‌های گروه بندی شده، نسبت عرض پایه عمود بر جریان به عمق آب (b/h) و عمق آب (h) به ترتیب بیشترین و کمترین تاثیر را بر عمق آبستگي دارند، در حالی که در داده‌های خام، قطر پایه نسبت به سایر پارامترها تاثیر بیشتری بر عمق آبستگي دارد. [9] آکب و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از روش‌های رگرسیون خطی و سیستم استنتاج عصبی- فازی به پیش‌بینی عمق آبستگي در پایه‌های پل پرداختند. نتایج برتری روش سیستم استنتاج عصبی- فازی را نسبت به روش رگرسیون خطی ساده نشان داد. [10]

تحقیقات انجام گرفته در ارتباط با گروه پایه ها و نتایج حاصله از آنها کاملاً قابل اعتماد نبوده است. دلیل این امر استفاده از داده های کم، ناقص و اشتباه بوده و به تبع آن نتیجه گیری های حاصله نادرست می باشند. این مهم، یک مطالعه با داده های معتبر را برای ارزیابی روش های موجود در تخمین عمق آبستگي الزامی می سازد.

1-1 آنالیز ابعادی

1- Feed Forward Back Propagation
2- Feed Forward Cased Correlation
3- Radial Basis Function

طبق آزمایشات انجام شده و مطالعات صورت گرفته پارامترهای موثر بر عمق آبستگی در گروه پایه‌ها شامل ویژگی‌های جریان، ویژگی‌های رسوب، هندسه و آرایش گروه پایه می‌باشد. بنابراین عمق آبستگی تابعی است از:

$$y_s = f(V, V_c, g, y, m, n, S_n, S_m, b_p, K_s, d_{50}, t) \quad (1)$$

که در آن، t زمان انجام آزمایش، d_{50} قطر متوسط ذرات، K_s فاکتور شکل، b_p قطر پایه، S_m فاصله بین پایه‌ها در جهت جریان، S_n فاصله بین پایه‌ها در حالت عمود بر جریان، n تعداد پایه‌ها در جهت عمود بر جریان، m تعداد پایه‌ها در جهت جریان، y عمق جریان بالادست، g شتاب ثقل، V_c سرعت بحرانی جریان و V سرعت جریان بالادست می‌باشند.

اکنون با استفاده از آنالیز ابعادی، معادله (۱) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{y_s}{b_p} = f\left(\frac{V}{V_c}, \text{or } F_r, \frac{y}{b_p}, m, n, \frac{S_n}{b_p}, \frac{S_m}{b_p}, K_s, \frac{b_p}{d_{50}}, \frac{Vt}{b_p}\right) \quad (2)$$

که در آن F_r عدد فرود جریان می‌باشد.

۲- مواد و روش‌ها

۱-۲ داده‌ها

داده‌های استفاده شده در این مطالعه شامل ۲۷ مجموعه داده آزمایشگاهی حاوی ۳۶۵ داده با زاویه جریان صفر درجه می‌باشند که برای بررسی عملکرد روش‌های شبکه عصبی مصنوعی بر پایه شعاعی (RBF) و مدل سیستم استنتاج فازی (ANFIS) به کار رفته‌اند. (جدول ۱)

جدول ۱: منابع و تعداد داده‌های گروه پایه

تعداد داده‌ها	منابع	تعداد داده‌ها	منابع
1	عطایی آشتیانی و اصلانی کردکانی (۲۰۱۲)	19	هانا (۱۹۷۸) از راودکیوی (۱۹۹۸)
1	فرارو و همکاران (۲۰۱۳)	3	ژانو و شپارد (۱۹۹۸)
72	امینی و همکاران (۲۰۱۲)	1	مارتین-واید و همکاران (۱۹۹۸)
30	لانسا و همکاران (۲۰۱۳)	3	اسمیت (۱۹۹۹)
6	اسماعیل و دیگران (۲۰۱۳)	3	شپارد (۲۰۰۳)
2	نوری و همکاران (۲۰۱۳)	5	اولیوتو (۲۰۰۴)
26	گائو و همکاران (۲۰۱۳)	3	کولمن (۲۰۰۵)
6	موحدی و همکاران (۲۰۱۳)	14	شپارد و رینا (۲۰۰۵)
2	سلمان اوغلو و همکاران (۲۰۱۴)	100	عطایی آشتیانی و بهشتی (۲۰۰۶)
1	مورنو و همکاران (۲۰۱۴)	8	حاج زمان (۲۰۰۸) برگرفته از بهشتی و همکاران (۲۰۱۳)
18	خیبیل و همکاران (۲۰۱۴)	1	گیرملدی و کاردوسو (۲۰۱۰)
1	مورنو و همکاران (۲۰۱۵)	2	حیدرپور و همکاران (۲۰۱۰)
30	شرستا (۲۰۱۵)	3	عطایی آشتیانی و همکاران (۲۰۱۰)
		4	کرتیس و همکاران (۲۰۱۲)

در این مطالعه سعی بر این است که شش معادله موجود و مهم همراه با یک معادله تصحیح شده (که در جدول ۲ آمده است) با کمک هوش مصنوعی مقایسه و بررسی شود. این روابط به اختصار توضیح داده خواهند شد. [11,12,13,14,15]

جدول ۲: روش‌های مرسوم برای تخمین عمق آبستگی اطراف گروه پایه

نام معادله به اختصار	محقق	معادله
----------------------	------	--------

$K_{smn} = \left(1 - \frac{4}{3} \times (1 - n^{-1}) \left[1 - \left(\frac{S_n}{b_p}\right)^{-0.6}\right]\right) \times \left(0.9 + 0.1m - 0.0714(m-1) \left[2.4 - 1.1 \left(\frac{S_n}{b_p}\right) + 0.1 \left(\frac{S_n}{b_p}\right)^2\right]\right)$	آرسون و همکاران (۲۰۱۲)، (HEC-18)	M1
$K_{smn} = [1 - 4/3(1 - n^{-1})(1 - (S/b_p)^{-0.6})] \times [0.045m + 0.96]$	کلن (۲۰۰۵)	M2
$K_{smn} = 1.11m^{0.0396}n^{-0.5225}(G/b_p)^{-0.1153}$	شپارد و رینا (۲۰۰۵)، (FDOT)	M3
$K_{smn} = 1.31m^{0.05}n^{-0.44}(S/b_p)^{-0.38}$	عطایی آشتیانی و بهشتی (۲۰۰۶)، (AAB-H)	M4
$K_{smn} = 0.7m^{0.38}n^{-0.95}(S/b_p)^{-0.387} + 0.42$	امینی و دیگران (۲۰۱۲)	M5
$K_{smn} = 0.85m^{0.18}n^{-0.71}(S/b_p)^{-0.6} + 0.48$	بهشتی و دیگران (۲۰۱۳)	M6
	تصحیح شده بهشتی و دیگران (۲۰۱۳)	M7

نکته: G در این جا فاصله بین دو پایه می باشد. $G = S - b_p$

۲-۲ شبکه عصبی مصنوعی با پایه شعاعی

شبکه عصبی مصنوعی با پایه شعاعی به عنوان یک روش تقریب تابع، متشکل از سه لایه است که به ترتیب شامل لایه ورودی، لایه مخفی و لایه خروجی است (شکل ۱). نرون ها در لایه اول همان متغیرهای مستقل مورد مطالعه هستند. به ترتیب تعداد متغیرهای مستقل در حالت با بعد و بی بعد برابر با ۸ و ۷ می باشد. تعیین ساختار یا تعداد نرون های لایه مخفی (L2) یکی از مراحل مهم در طراحی شبکه عصبی RBF است. در این مطالعه از روش سعی و خطا برای محاسبه آن استفاده شد. هر یک از گره های لایه مخفی، دارای تابع فعالیت از نوع گاوسی می باشند.

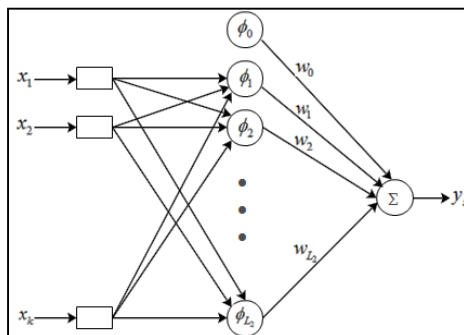
$$z_j(x) = \exp\left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{2\sigma_j^2}\right), z_0(x) = 1 \quad (3)$$

که در رابطه ۳، X بردار ورودی، z مرکز تابع گاوسی در گره jام، σ_j عامل کنترل ویژگی صافی می باشند. به ترتیب، y_s/b_p و یا خروجی مدل RBF می باشد. خروجی شبکه، حاصل جمع وزنی خروجی های لایه مخفی است:

$$y_s = \sum_{j=0}^{L_2} w_j z_j(x) \quad (4)$$

که در آن، wj برابر با وزن سیناپسی بین گره لایه مخفی و خروجی شبکه می باشد.

یادگیری رفتار تغییرات خروجی بر حسب ورودی به کمک روش یادگیری پس انتشار^۴ (BPL) انجام می گیرد که به آن یادگیری تحت نظارت گفته می شود. در این مطالعه از معیار میانگین مربعات خطا (MSE) و از الگوریتم پس انتشار لونبرگ-مارکوارت^۵ برای آموزش شبکه عصبی RBF استفاده شد.



۴ - back-propagation learning

5 -Levenberg-Marquardt back-propagation

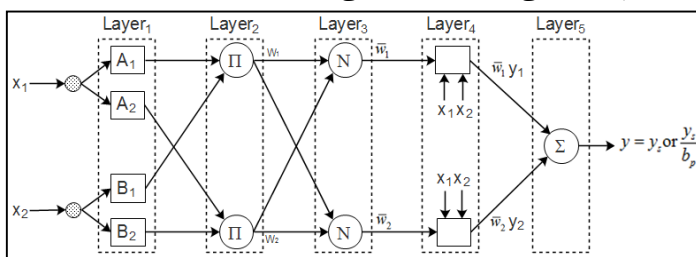
شکل ۱: ساختار شبکه عصبی RBF

۳-۲ مدل سیستم استنتاج فازی

مدل سیستم استنتاج فازی (ANFIS) به عنوان یکی دیگر از روش‌های محاسبات نرم، یک مدل چند لایه پیش‌خور می‌باشد. ANFIS طی مرحله آموزش از طریق اصلاح پارامترهای هر گره، قوانین حاکم بر روابط بین ورودی‌ها و خروجی را پیدا می‌کند. ساختار ANFIS برای دو ورودی (x_1, x_2) در شکل ۲ نشان داده شده است. خروجی آن می‌تواند عمق آبخستگی در دو حالت با بعد (y_s) یا بی بعد ($\frac{y_s}{b_p}$) باشد. برخلاف شبکه عصبی RBF، ANFIS از پنج لایه تشکیل شده است که شامل لایه fuzzify، لایه محصول، لایه نرمال شده، لایه defuzzifier و لایه خروجی کل می‌باشد. اگر برای هر ورودی x_1 و x_2 دو تابع عضویت در نظر گرفته شود، در این حالت شبکه عصبی سیستم استنتاج فازی را مرتبه اول TSK می‌گویند. قانون نام ANFIS به شکل زیر قابل بیان است:

$$\text{Rule } i: \text{ If } (x_1 \text{ is } A_i) \text{ and } (x_2 \text{ is } B_i) \text{ THEN } (y_i = p_i x_1 + q_i x_2 + r_i), i=1, 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

که در آن، n تعداد قوانین و p_i, q_i, r_i پارامترهایی هستند که در طی مرحله آموزش مقادیر بهینه آنها تعیین می‌شود.



شکل ۲: ساختار ANFIS

۳-۲ معیارهای ارزیابی:

برای ارزیابی مدل‌ها و مقایسه آن‌ها با یکدیگر از شاخص‌های عملکرد میانگین مطلق درصد خطا (MAPE)، بازده مدل (EF)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب تبیین بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده (R^2) استفاده شد.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_{sa} - y_{sp}}{y_{sa}} \right| \times 100 \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{sa} - y_{sp})^2}{n}} \quad (7)$$

$$EF = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_{sa} - y_{sp})^2}{\sum_{i=1}^n (y_{sa} - \bar{y}_{sa})^2} \quad (8)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_{sa} - y_{sp})^2}{\sum_{i=1}^n (y_{sa} - \bar{y}_{sa})^2} \quad (9)$$

که در معادلات بالا، y_{sa} و y_{sp} مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده مدل و \bar{y}_{sa} و \bar{y}_{sp} مقادیر میانگین آن‌ها هستند. بهترین عملکرد مدل‌ها برای تخمین عمق آبخستگی زمانی بدست می‌آید که معیارهای خطا شامل MAPE و RMSE و حداقل و معیارهای عملکردی شامل EF و R^2 حداکثر و نزدیک به یک باشد. علاوه بر این موارد، برای ارزیابی توافق بین مقادیر

واقعی و پیش بینی شده از خط رگرسیونی ($y_{sa} = a + by_{sp}$) بین آن‌ها نیز استفاده شد. بر اساس این معیار، بهترین حالت زمانی است که شیب خط نزدیک به یک ($b \cong 1$) و عرض از مبدا ($a \cong 1$) آن نیز نزدیک به صفر باشد. تاکنون در منابع مربوط به تخمین عمق آبخستگی تنها از معیارهای ذکر شده در بالا برای ارزیابی مدل‌ها استفاده شده است. ولی برای اولین بار در این مطالعه از دیدگاه آماری نیز مدل‌ها ارزیابی شده است. براساس این دیدگاه، بهترین مدل وقتی به دست می‌آید که دو مجموعه داده واقعی و پیش بینی شده مشابه یکدیگر باشند. شباهت دو مجموعه داده را از طریق آزمون برابری میانگین (۱۰)، واریانس (۱۱) و توزیع آماری (۱۲) آنها ارزیابی می‌شود. به ترتیب برای ارزیابی فرض‌های آماری آورده شده در معادله ۱۰ تا ۱۲ از آزمون‌های T زوج (paired t-test)، آزمون F (F-test) و آزمون کولموگروف-سمیرنوف (Kolmogorov-Smirnov test) استفاده شد. حد آستانه معنی‌داری فرض‌ها برابر با ۰,۰۵ در نظر گرفته شد. بنابراین دو سری داده زمانی یکسان هستند که $p\text{-value} > 0.05$ باشد.

$$\begin{cases} H_0 : \bar{y}_{sa} = \bar{y}_{sp} \\ H_1 : \bar{y}_{sa} \neq \bar{y}_{sp} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} H_0 : \sigma_{sa}^2 = \sigma_{sp}^2 \\ H_1 : \sigma_{sa}^2 \neq \sigma_{sp}^2 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} H_0 : dis_{sa} = dis_{sp} \\ H_1 : dis_{sa} \neq dis_{sp} \end{cases} \quad (12)$$

۳- نتایج و بحث

۳-۱ مقایسه روش‌های مرسوم

در این بخش شش مدل ارائه شده در جدول ۲ به همراه مدل Beheshti و همکاران (۲۰۱۳) که براساس ۳۶۵ داده تصحیح شد (معادله ۱۳) برای تخمین عمق آبخستگی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

$$K_{smn} = 0.85m^{0.18}n^{-0.71}(S/b_p)^{-0.6} + 0.48 \quad (13)$$

مرجع [16] به بررسی و مقایسه مدل‌های مرسوم بر اساس دیدگاه‌های آماری (میانگین، واریانس و توزیع آماری) و معیارهای ارزیابی پرداخت. نتایج حاصل از این بررسی‌ها در جداول ۳ و ۴ آورده شده است. بر اساس دیدگاه آماری، مدل‌های HEC-18 و مدل اصلاح شده Beheshti و همکاران (۲۰۱۳) بهترین عملکرد را داشتند و بر اساس معیارهای خطا، چهار مدل HEC-18, AAB_H, Beheshti و Beheshti-Modified را می‌توان برای تخمین عمق آبخستگی انتخاب کرد.

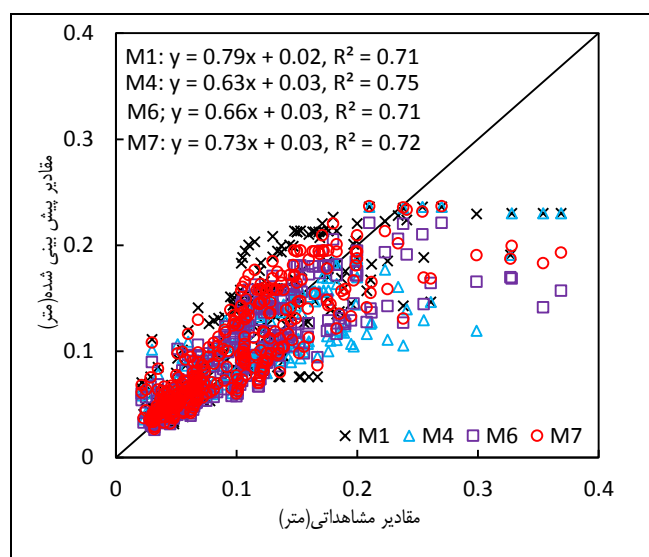
جدول ۳: مقدار P-value به دست آمده از مقایسه آماری مقدار واقعی و پیش بینی شده عمق آبخستگی با استفاده از روش

های مرسوم				
مدل	میانگین	واریانس	توزیع	
HEC-18	0.419	0.221	0.035	(M1)
Coleman	0.000	0.000	0.000	(M2)
FDOT	0.000	0.000	0.000	(M3)
AAB_H	0.000	0.000	0.035	(M4)
Amini	0.000	0.000	0.000	(M5)
Beheshti	0.051	0.000	0.191	(M6)
Beheshti-Modified	0.944	0.004	0.191	(M7)

جدول ۴: عملکرد روش های مرسوم

مدل	RMSE (m)	MAPE (%)	TSSE (m ²)	EF (%)
HEC-18	0.03	25.29	0.39	0.70
Coleman	0.06	36.24	1.27	0.02
FDOT	0.06	50.97	1.36	0.00
AAB_H	0.03	19.63	0.37	0.71
Amini	0.04	23.07	0.54	0.58
Beheshti	0.03	21.45	0.40	0.69
Beheshti-Modified	0.03	23.99	0.36	0.72

پراکندگی دو مجموعه داده واقعی و پیش بینی شده توسط چهار مدل M1, M4, M6 و M7 حول خط ۴۵ درجه با شیب یک و عرض از مبدا صفر در شکل ۳ نشان داده شده است. بر اساس این معیار هر چه قدر خط واصل بین دو مجموعه داده واقعی و پیش بینی شده به خط ۴۵ درجه نزدیک تر باشد، بهتر است. بنابراین از این لحاظ مدل M1 دارای بهترین وضعیت است، زیرا در مقایسه با سایر مدل ها دارای ضریب تبیین تقریباً بالا (0.71)، عرض از مبدا پایین تر (0.02) و شیب نزدیکتر به یک (0.79) است.



شکل ۳: همبستگی میان مقادیر مشاهده‌ای و پیش بینی شده عمق آبشستگی با استفاده از روش های مرسوم

۳-۲ مدل شبکه عصبی مصنوعی با پایه شعاعی

در این تحقیق، به دلیل سادگی، سرعت بالای یادگیری و قدرت بالای تقریب تابع شبکه عصبی مصنوعی با پایه شعاعی (RBF) در مقایسه با سایر شبکه‌های عصبی دیگر از جمله شبکه عصبی چند لایه پرسپترون (MLP)، از آن برای تخمین عمق آبشستگی استفاده شد. تعداد نرون‌های لایه مخفی و مقدار پارامتر گسترش (spread)، دو پارامتر بسیار مهم در طراحی شبکه عصبی RBF می‌باشد.

به روش سعی و خطا برای دو حالت با بعد و بی بعد، به ترتیب مقدار تعداد نرون‌های لایه مخفی و spread برابر با ۱۰ و ۳ به دست آمد. در جدول ۵ برای دو حالت با بعد و بی بعد در مقادیر مختلف اندازه مجموعه آموزش (۲۰، ۴۰، ۶۰ و ۸۰ درصد کل داده‌ها)، نتایج حاصل از دو مرحله آموزش و آزمایش شبکه عصبی RBF آمده است. مقادیر میانگین، انحراف معیار شاخص‌های عملکرد شبکه (MAPE، RMSE و R²) حاصل از ۱۰۰ اجرا (Run) در این جدول آمده است. همچنین بهترین نتیجه از بین ۱۰۰ تکرار آموزش شبکه گزارش شده است. با کاهش اندازه مجموعه آموزش، نتایج مرحله آموزش بهبود می‌یابد ولی نتایج مرحله

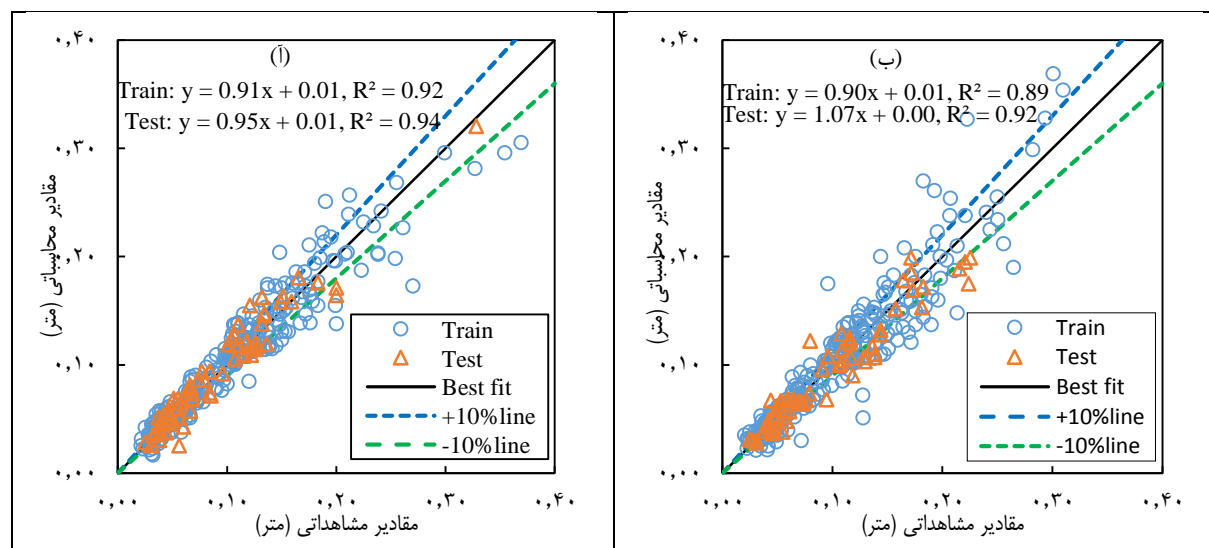
آزمایش ضعیف تر می گردد، زیرا قابلیت تعمیم پذیری شبکه کاهش می یابد. همچنین نتایج حاصل از حالت با بعد بهتر از حالت بی بعد شده است. در حالت با بعد، مدل RBF با داشتن ۶۰ درصد از کل داده ها نیز می تواند نتایج تقریباً مشابه با ۸۰ درصد از کل داده ها تولید کند.

جدول ۵: ارزیابی نتایج قابلیت تعمیم مدل RBF با استفاده از روش اعتبار سنجی ضربداری ۵ باره

فاز آزمایش			با بعد				TS* (%)
EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE	فاز آموزش	
0.80±0.22	16.59±2.35	0.03±0.01	0.92±0.00	12.96±0.72	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	80
0.91	14.42	0.02	0.92	12.31	0.02	بهترین	
0.73±0.23	18.45±3.05	0.03±0.01	0.92±0.01	13.08±1.04	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	60
0.89	15.41	0.02	0.93	12.81	0.02	بهترین	
0.66±0.24	21.74±4.49	0.03±0.01	0.92±0.01	13.62±1.48	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	40
0.88	17.47	0.02	0.93	12.90	0.02	بهترین	
0.02±3.03	31.87±17.57	0.05±0.03	0.92±0.01	13.39±2.01	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	20
0.80	21.84	0.03	0.92	12.16	0.02	بهترین	
فاز آزمایش			بدون بعد				TS* (%)
EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE	فاز آموزش	
0.75±0.22	17.47±2.87	0.03±0.01	0.88±0.01	13.92±0.60	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	80
0.90	12.53	0.02	0.89	14.48	0.02	بهترین	
0.64±0.35	19.16±3.05	0.03±0.01	0.89±0.01	13.85±0.78	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	60
0.86	15.24	0.02	0.89	13.03	0.02	بهترین	
0.51±0.51	21.41±3.12	0.04±0.01	0.89±0.02	13.77±0.99	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	40
0.81	17.79	0.02	0.91	14.61	0.02	بهترین	
0.15±1.35	26.68±5.32	0.05±0.02	0.89±0.02	13.39±1.57	0.02±0.00	$\bar{x} \pm sd$	20
0.77	17.99	0.03	0.88	13.29	0.02	بهترین	

TS: درصد داده های آموزش یافته

به ترتیب در شکل های (آ) و (ب) ۴، پراکندگی داده های پیش بینی شده و واقعی در دو حالت با بعد و بی بعد را نشان می دهد. نتایج موید آن است که توافق بین مقادیر واقعی و پیش بینی شده در حالت با بعد بهتر از حالت بی بعد است زیرا ضریب تبیین خط رگرسیونی در حالت با بعد بیشتر از حالت بی بعد است. همچنین در حالت بی بعد تعداد داده های خارج از دو خط ۱۰٪ و ۱۰٪- بیشتر از حالت با بعد است.



شکل ۴: نمودار پراکندگی داده های واقعی در برابر عمق آبهستگی پیش بینی شده RBF با استفاده از

(آ) مجموعه داده با بعد و (ب) مجموعه داده بدون بعد

جدول ۶، مقایسه آماری بین مقادیر واقعی و پیش بینی شده جهت ارزیابی فرض صفر یکسان بودن دو سری داده را نشان می دهد. نتایج، نشان دهنده این موضوع است که بین میانگین، واریانس و توزیع آماری بین دو سری داده برای هر دو مرحله آموزش و تست در سطح یک درصد اختلاف معنی داری با یکدیگر ندارند. بنابراین مقایسه آماری پیش بینی مدل RBF برای عمق آبخستگی را تایید می کند.

جدول ۶: مقدار به دست آمده p-value از مقایسه آماری مقادیر واقعی و پیش بینی شده با استفاده از روش RBF

مدل	آموزش			آزمایش		
	توزیع	واریانس	میانگین	توزیع	واریانس	میانگین
با بعد	0.88	0.27	0.89	0.96	0.97	0.81
بدون بعد	0.93	0.42	0.89	0.75	0.38	0.73

نتایج تحلیل حساسیت مدل RBF در دو حالت با بعد و بی بعد به ترتیب در جداول ۷ و ۸ آورده شده است. بر اساس نتایج حاصل از مدل با بعد، به ترتیب متغیرهای S ، b_p ، V_c و n بیشتر تاثیر را در تخمین عمق آبخستگی به کمک مدل RBF نشان می دهد. همچنین می توان بیان کرد که به ترتیب متغیرهای بی بعد $\frac{S}{b_p}$ ، n ، $\frac{y}{b_p}$ و $\frac{y}{d_{50}}$ بیشترین تاثیر را در تخمین عمق آبخستگی در حالت بی بعد دارند. همان طور که ملاحظه می شود، نتایج حذف هر یک از این متغیرها در مرحله تست شبکه عصبی RBF بیشتر احساس می شود که این موضوع قابلیت تعمیم پذیر شبکه را خدشه دار می کند. لازم به ذکر است که این موضوع در بیشتر منابع بدین صورت پرداخته نشده است و تحلیل حساسیت تنها برای کل داده ها انجام شده است.

جدول ۷: تجزیه و تحلیل حساسیت نتایج مدل RBF برای داده های با بعد

مدل	متغیرهای ورودی	فاز آموزش			فاز آزمایش		
		EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE
کل	$d_{50}, y, v, v_c, b_p, m, n, s$	0.92	12.31	0.02	0.91	14.42	0.02
آنالیز حساسیت	همه متغیرها به جز d_{50}	0.92	12.82	0.02	0.92	12.64	0.01
	همه متغیرها به جز y	0.92	12.42	0.02	0.91	13.83	0.02
	همه متغیرها به جز V	0.92	12.55	0.02	0.89	14.87	0.02
	همه متغیرها به جز V_c	0.92	13.83	0.02	0.85	16.96	0.02
	همه متغیرها به جز b_p	0.92	15.49	0.02	0.84	19.52	0.02
	همه متغیرها به جز m	0.92	13.09	0.02	0.92	13.24	0.01
	همه متغیرها به جز n	0.92	12.45	0.02	0.87	14.70	0.02
	همه متغیرها به جز S	0.84	12.62	0.02	0.01	61.17	0.16
دیگر	v, v_c, b_p, n, s	0.92	13.56	0.02	0.89	15.47	0.02

جدول ۸: تجزیه و تحلیل حساسیت نتایج مدل RBF برای داده های بدون بعد

مدل	متغیرهای ورودی	فاز آموزش			فاز آزمایش		
		EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE
کل	$\frac{v}{v_c}, F_r, \frac{y}{b_p}, m, n, \frac{s}{b_p}, \frac{b_p}{d_{50}}$	0.89	14.49	0.02	0.90	12.53	0.02
آنالیز حساسیت	همه متغیرها به جز v/v_c	0.88	14.13	0.02	0.86	15.19	0.02
	همه متغیرها به جز F_r	0.89	14.55	0.02	0.89	13.97	0.02
	همه متغیرها به جز y/b_p	0.90	14.63	0.02	0.84	15.11	0.02

0.88	11.79	0.02	0.90	14.23	0.02	همه متغیرها به جز m
0.66	19.00	0.03	0.89	14.09	0.02	همه متغیرها به جز n
0.39	18.44	0.04	0.82	12.87	0.03	همه متغیرها به جز S/bp
0.78	16.06	0.02	0.88	13.59	0.02	همه متغیرها به جز bp/d50
0.88	14.96	0.02	0.90	13.05	0.02	دیگر $\frac{v}{v_c}, F_r, n, \frac{s}{b_p}, \frac{b_p}{d_{50}}$

۴-۴ مدل شبکه عصبی مصنوعی بر پایه نروفازی

یکی دیگر از اهداف این مطالعه، ارزیابی مدل شبکه عصبی مصنوعی بر پایه نروفازی^۶ (ANFIS) به عنوان یک روش جایگزین دیگر برای تخمین عمق آبستستگی گروه پایه‌ها می‌باشد که تاکنون بدین شکل انجام نشده است. نتیجه بکارگیری مدل ANFIS در دو مرحله آموزش و تست، با استفاده از ۱۰۰ مجموعه داده‌ای که قبلاً به روش k-fold تولید شده بود در چهار سطح از مجموعه آموزش در جدول ۹ آورده شده است. نکته قابل توجه از مقایسه نتایج ANFIS با مدل RBF (جدول ۵) آن است که اگر چه نتایج مدل ANFIS در مرحله آموزش بهتر از مدل قبلی شده است ولی نتایج مرحله تست آن وابستگی بسیار زیادی به مجموعه داده‌های آموزش دارد. زیرا انحراف معیار شاخص‌های ارزیابی مدل در مرحله تست بسیار بیشتر از مدل قبلی است و همچنین میانگین نتایج ANFIS در این مرحله ضعیف‌تر از مدل قبلی شده است. دوباره هر چه اندازه مجموعه آموزش کوچکتر شود، این موضوع بیشتر ملموس‌تر خواهد شد، چراکه با کاهش اندازه مجموعه آموزش نتایج مرحله آموزش بهبود می‌یابد ولی در مقابل نتایج مرحله تست به شدت افت می‌کند. با وجود تمام موارد ذکر شده، اگر بهترین مجموعه داده برای آموزش ANFIS انتخاب شود، می‌تواند علاوه بر داشتن نتایج آموزش خوب، نتایج مرحله تست آن نیز بسیار رضایت بخش باشد. لذا همان‌طور که از نتایج بر می‌آید، در حالت کلی بهترین نتیجه حاصل شده از ANFIS بهتر از مدل RBF شده است. به طور مثال برای داده‌های با بعد، MAPE مرحله تست برای اندازه مجموعه آموزش برابر با ۸۰ درصد، به ترتیب برای ANFIS و RBF برابر با ۱۱٫۶۷ و ۱۴٫۴۲ درصد شده است. همچنین به ترتیب MAPE داده‌های بی‌بعد در مرحله تست برای ANFIS و RBF برابر با ۱۰٫۹۷ و ۱۲٫۵۳ درصد شد.

جدول ۹: ارزیابی نتایج قابلیت تعمیم مدل ANFIS با استفاده از روش اعتبار سنجی ضربدری ۵ باره

فاز آزمایش			با بعد				TS* (%)
EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE	$\bar{x} \pm sd$	
21.02±210.34	19.21±20.31	0.07±0.27	0.96±0.01	8.66±0.58	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	80
0.94	11.67	0.01	0.95	9.74	0.01	بهترین	
-3.34±11.68	25.44±17.61	0.08±0.09	0.96±0.01	7.92±0.65	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	60
0.91	12.32	0.02	0.95	8.95	0.01	بهترین	
-8.44±24.46	34.64±24.47	0.12±0.14	0.97±0.01	6.52±0.78	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	40
0.84	17.17	0.02	0.95	6.17	0.01	بهترین	
-20.68±56.49	85.36±76.80	0.21±0.18	0.99±0.01	2.78±0.95	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	20
0.42	29.03	0.05	0.99	2.05	0.00	بهترین	
بدون بعد			بدون بعد				TS* (%)
EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE	$\bar{x} \pm sd$	
0.70±0.38	15.84±3.75	0.03±0.01	0.95±0.01	8.97±0.76	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	80
0.94	10.97	0.02	0.94	8.74	0.01	بهترین	
-1.44±10.12	19.38±6.37	0.06±0.07	0.95±0.01	8.12±0.73	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	60
0.87	12.76	0.02	0.95	9.65	0.01	بهترین	
-7.90±53.11	26.00±11.6	0.08±0.15	0.96±0.01	6.73±0.67	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	40
0.86	14.88	0.02	0.95	9.59	0.01	بهترین	

6- adaptive network-based fuzzy inference system

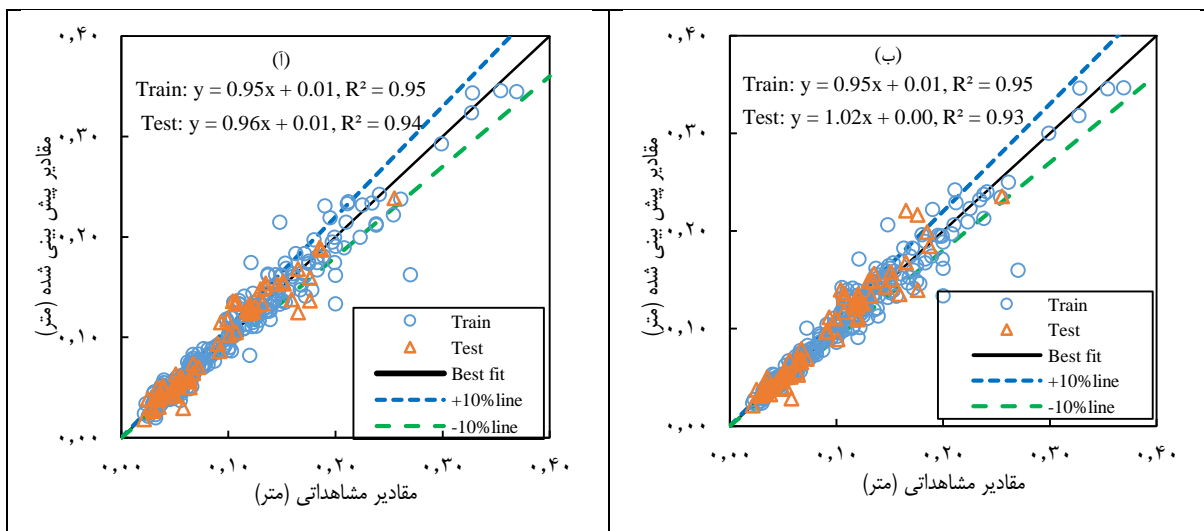
-10.54±28.22	56.35±45.92	0.16±0.13	0.99±0.01	3.11±0.73	0.01±0.00	$\bar{x} \pm sd$	20
۰٫۷۳	۲۱٫۰۸	۰٫۰۳	۰٫۹۸	۶٫۲۳	۰٫۰۱	بهترین	TS: درصد داده های آموزش یافته

نتیجه مقایسه آماری بین دو سری داده واقعی و پیش بینی شده در دو حالت با بعد و بی بعد و برای اندازه مجموعه آموزش ۸۰ درصد به کمک مدل ANFIS در جدول ۱۰ برای دو مرحله آموزش و تست نشان داده شده است. همان طور که نتایج نشان می دهد، مقادیر p-value تمام مقایسات بیشتر از ۰٫۰۵ می باشد، لذا میانگین، واریانس و توزیع آماری بین دو سری داده در دو مرحله آموزش و تست اختلاف معنی داری با یکدیگر ندارند.

جدول ۱۰: مقدار به دست آمده p-value از مقایسه آماری مقادیر واقعی و پیش بینی شده با استفاده از روش ANFIS

مدل	آموزش			آزمایش		
	توزیع	واریانس	میانگین	توزیع	واریانس	میانگین
با بعد	0.76	0.65	0.99	0.18	0.96	0.80
بدون بعد	0.93	0.61	0.99	0.47	0.70	0.80

در شکل ۵، چگونگی توافق بین مقادیر واقعی و پیش بینی شده را در دو حالت با بعد و بی بعد برای دو مرحله آموزش و تست نشان می دهد. همانطور که دیده می شود، به ترتیب شیب خط رگرسیونی و عرض از مبدا آن در تمام حالات تقریباً برابر با یک و صفر است. همچنین آن ها دارای عرض از مبدا بالایی هستند. بعلاوه، بر این اساس، وضعیت مدل ANFIS در مقابل مدل RBF بهتر شده است.



شکل ۵: نمودار پراکندگی داده های واقعی در برابر عمق آبشستگی پیش بینی شده ANFIS با استفاده از (آ) مجموعه داده با بعد و (ب) مجموعه داده بدون بعد

براساس نتایج تحلیل حساسیت مدل ANFIS (جدول ۱۱ و ۱۲)، متغیرهای b_p ، n ، d_{50} و S و متغیرهای بی بعد $\frac{S}{b_p}$ و n ، m حساسیت بالایی در تخمین عمق آبشستگی نشان دادند. تاثیر منفی نبود این متغیرها جزء مجموعه متغیرهای ورودی باعث کاهش عملکرد مدل ANFIS در مرحله آزمایش خواهد شد. همچنین با در نظر گرفتن نتایج تحلیل حساسیت مدل های

RBF و ANFIS می‌توان گفت متغیرهای با بعد n ، s و b_p و نیز متغیرهای بی بعد n و $\frac{s}{b_p}$ بیشترین تاثیر را در تخمین عمق آبشستگی دارند.

جدول ۱۱: تجزیه و تحلیل حساسیت نتایج مدل ANFIS برای داده‌های با بعد

فاز آزمایش			فاز آموزش			متغیرهای ورودی	مدل
EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE		
0.94	11.67	0.01	0.95	9.74	0.01	$d_{50}, y, v, v_c, b_p, m, n, s$	کل
0.94	12.72	0.01	0.95	8.52	0.01	همه متغیرها به جز d_{50}	آنالیز حساسیت
0.94	11.61	0.01	0.96	7.39	0.01	همه متغیرها به جز y	
0.93	11.67	0.01	0.96	7.71	0.01	همه متغیرها به جز v	
0.94	11.98	0.01	0.95	8.77	0.01	همه متغیرها به جز v_c	
0.90	16.07	0.01	0.95	10.15	0.01	همه متغیرها به جز b_p	
0.93	11.66	0.01	0.95	7.74	0.01	همه متغیرها به جز m	
0.92	12.96	0.01	0.94	8.66	0.02	همه متغیرها به جز n	
0.83	17.13	0.02	0.84	12.22	0.02	همه متغیرها به جز s	
0.93	13.11	0.01	0.95	9.14	0.01	v, v_c, b_p, n, s	دیگر

جدول ۱۲: تجزیه و تحلیل حساسیت نتایج مدل ANFIS برای داده‌های بدون بعد

فاز آزمایش			فاز آموزش			متغیرهای ورودی	مدل
EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE		
0.94	10.97	0.02	0.94	8.74	0.01	$\frac{v}{v_c}, F_r, \frac{y}{b_p}, m, n, \frac{s}{b_p}, \frac{b_p}{d_{50}}$	کل
0.94	9.90	0.01	0.95	7.90	0.01	همه متغیرها به جز v/v_c	آنالیز حساسیت
0.94	9.97	0.01	0.96	7.46	0.01	همه متغیرها به جز F_r	
0.94	10.13	0.01	0.94	9.17	0.01	همه متغیرها به جز y/b_p	
0.93	11.97	0.01	0.94	9.92	0.02	همه متغیرها به جز m	
0.92	11.72	0.01	0.91	10.73	0.02	همه متغیرها به جز n	
0.93	12.19	0.01	0.92	10.92	0.02	همه متغیرها به جز s/b_p	
0.95	10.07	0.01	0.95	7.74	0.01	همه متغیرها به جز b_p/d_{50}	دیگر
0.95	10.07	0.01	0.95	7.74	0.01	$\frac{v}{v_c}, F_r, n, \frac{s}{b_p}, \frac{b_p}{d_{50}}$	

۴- نتیجه گیری

در این مطالعه به بررسی عملکرد هفت رابطه برای پیش بینی عمق آبشستگی در گروه پایه استفاده شد. از دیدگاه آماری (میانگین، واریانس و توزیع آماری) و بر اساس معیارهای خطا (EF و RMSE, MAPE, TSSE) این مدل‌ها مورد بررسی قرار گرفتند. طبق دیدگاه آماری، بین دو مجموعه داده مشاهداتی و پیش بینی شده، مدل‌های M1 و M7 کارایی بهتری نسبت به دیگر مدل‌ها داشتند و حداکثر بازده متعلق به مدل M7 بود. برای ارزیابی بهتر قابلیت دو مدل هوش مصنوعی (RBF و ANFIS)، از روش اعتبار سنجی چند لایه ای استفاده شد. نتایج نشان داد عملکرد مدل‌ها در مرحله آموزش، وابسته به مجموعه داده‌های انتخاب شده می‌باشد. علاوه بر این اندازه‌های مختلف

مجموعه داده های آزمایش برای ارزیابی تحمل و قابلیت تعمیم (capability generalization) بررسی شد. نتایج حاکی از این بود که هرچه اندازه مجموعه داده آزمایش کمتر شود، میانگین عملکرد مدل ها در مرحله آزمایش بهبود می یابد ولی در مرحله آزمایش کمتر می شود. همچنین با در نظر گرفتن آنالیز حساسیت مدل های RBF و ANFIS، می توان گفت متغیرهای با بعد n ، s و b_p و نیز متغیرهای بی بعد n و $\frac{s}{b_p}$ بیشترین تاثیر را در تخمین عمق آبشستگی دارند.

مراجع

- [1] Garg, V, Setia, B. Verma. D. Temporal Variation Of scour Around Circular Bridge Pier With Protection Device, Hydro International Conference, IIT Madras, INDIA, 2013.
- [2] Ataie-Ashtiani B, Beheshti AA. Experimental investigation of clear-water local scour at pile groups. Journal of Hydraulic Engineering, 132(10):1100-4, 2006.
- [3] Ghaemi, N., Etemad-Shahidi, A., & Ataie-Ashtiani, B. Estimation of current-induced pile groups scour using a rule-based method. Journal of Hydroinformatics, 15(2), 516-528, 2013.
- [۴] رضائی مقدم، م. و حسانی کرمانی، م.س. تخمین عمق آبشستگی موضعی پایه پل بوسیله هوش مصنوعی. ششمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ۱۳۹۰.
- [۵] رحمتی هولاسوم، و قادری، ج. ارزیابی آبشستگی پایه پل ها با استفاده از شبکه عصبی هوشمند، دهمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ۱۳۹۴.
- [۶] Bateni, S. M., Jeng, D. S., Estimation of pile group scour using adaptive neuro-fuzzy approach. Ocean Engineering. 34, 1344-1354, 2007.
- [۷] Zounemat-Kermani, M., Beheshti, A. A., Ataie-Ashtiani, B., Sabbagh-Yazdi, S. R., Estimation of current-induced scour depth around pile groups using neural network, adaptive neuro-fuzzy inference system. Applied Soft Computing, 9, 746-755, 2009.
- [۸] Muzzammil, M., ANFIS approach to the scour depth prediction at a bridge abutment. Journal of Hydroinformatics. 12 (4), 474-485, 2010.
- [۹] Muzzammil, M., Ayyub, M., ANFIS-based approach for scour depth prediction at piers in non-uniform sediments. Journal of Hydroinformatics. 12(3), 303-317, 2010.
- [۱۰] Akib, S., Mohammadhassani, M., Jahangirzadeh, A., Application of ANFIS and LR in prediction of scour depth in bridges. Computers & Fluids. 91, 77-86, 2014.
- [11] Arneson, L. A., Zevenbergen, L. W., Lagasse, P. F., and Clopper, P. E. Evaluating scour at bridges, 4th Ed. Hydraulic Engineering Circular No. 18 (HEC-18), Federal Highway Administration, Washington, DC, 2012.
- [12] Coleman, S. Clearwater Local Scour at Complex Piers. J. Hydraul. Eng., 10.1061/(ASCE) 0733-9429131:4(330), 330-334, 2005.
- [13] Sheppard, D. M., and Renna, R. Bridge scour manual, Florida Dept. of Transportation, Tallahassee, FL, 2005.
- [1۴] Amini, A., Melville, B., Ali, T., and Ghazali, A. "Clear-Water Local Scour around Pile Groups in Shallow-Water Flow." J. Hydraul. Eng., 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000488, 177-185. 2012.
- [۱۵] Beheshti, A., Ataie-Ashtiani, B., and Khanjani, M. Discussion of "Clear-Water Local Scour around Pile Groups in Shallow-Water Flow" by Ata Amini, Bruce W. Melville, Thamer M. Ali, and Abdul H. Ghazali." J. Hydraul. Eng., 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000688, 679-680, 2013.
- [16] علیپورنودهی، م. بهشتی، ع.ا. روحانی، ع. تخمین عمق آبشستگی در گروه پایه ها به کمک روش های رگرسیون و ماشین بردار پشتیبان، پانزدهمین کنفرانس ملی هیدرولیک ایران. دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره). قزوین، ۱۳۹۵.