محاسبات اختلالی بر روی متغیر تراست با استفاده از معادله‌ی بازبهنجارش

صالح مقدم، ریحانه[۱و۲]؛ زمردیان، محمد ابراهیم[۱]

[۱] دانشکده علوم پایه، دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی، ۱۴۳۶-۹۱۷۷۵، مشهد

[۲] گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی مشهد، الهیه، مشهد

چکیده

در این مقاله به بررسی ثابت جفت‌شدگی به عنوان یکی از پارامترهای اصلی در نظریه‌ی QCD می‌پردازیم. این کار را با مقایسه‌ی مقادیر به‌دست آمده از دو روش مختلف انجام می‌دهیم. در روش اول، ثابت جفت‌شدگی از طریق معادله‌ی بهنجارش تا مرتبه‌ی NNLO قابل محاسبه است. همچنین در روش دوم، محاسبات با برازش مدل پراکندگی بر روی توزیع متغیرهای شکل رویداد انجام می‌شود. با بررسی و تحلیل نتایج در هر دو روش مشاهده می‌کنیم که این مقادیر در محدوده‌ی خطاهای آماری با یکدیگر و نیز با پیش‌بینی QCD همخوانی دارند. توضیح این نتایج در متن بیان شده است.

Perturbative calculations of the Thrust distribution by using the renormalization equation

Saleh M oghaddam, Reihaneh[1, 2]; Zomorrodian, Mohammad Ebrahim[1]

[1]Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad, 91775-1436, Mashhad, Iran
[2]Department of Physics, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran

Abstract

We study the coupling constant as a basic parameter of QCD theory in the present paper. This work has done by comparing the obtained results in two different models. First the coupling constant is calculated by using the normalization equation. In the second method, the calculations are done by using the dispersive model and event shape distributions. We observe that the results obtained from both methods are consistent with each other and also with the QCD predictions. We will explain all these features in this paper.

PACS No.13.66.Bc; 34.80.-I; 12.38.Cy

مقدمه

به منظور بررسی و مطالعه‌ی QCD[۱]، یکی از رایج‌ترین و موفق‌ترین روش‌ها،تحقیق درباره‌ی چگونگی توزیع متغیرهای شکل رویداد در فرآیند نابودی الکترون- پوزیترون و تولید هادرون‌ها می‌باشد. بررسی دقیق این پدیده در گستره‌ی انرژی‌های مرکز جرم متفاوت می‌تواند روشی مفید برای ارزیابی ثابت جفت‌شدگی در فرآیندهای دینامیک کوانتومی رنگ باشد.

مانع اصلی برای دستیابی به مقدار دقیق ثابت جفت‌شدگی (α_s) با استفاده از این توزیع‌ها، خطاهای قابل ملاحظه‌ای است که در محاسبه‌ی نظریه‌ی توزیع‌ها وجود دارند. اثرات اختلالی با محاسبات اولیّه قابل تشخیص نیستند، امّا می‌توان آن‌ها را از طریق محاسبات توانی (مرتبه‌های بالاتر LO) در مقیاس‌های انرژی قابل دسترس در آزمایشگاه به‌دست آورد.

یکی از رایج‌ترین متغیرهای شکل رویداد، تراست است. در مورد توزیع تراست تحقیقات نشان می‌دهند در یک انرژی مرکز جرم

[۱] Quantum Chromo-Dynamics

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.psi.ir/?physics96 معتبر است.

معیّن (Q)، رابطه‌ی بین پارامتر غیراختلالی α_0 و جفت‌شدگی مؤثر (α_{eff})[۲] از طریق رابطه‌ی $\alpha_0 = \frac{1}{\mu_I}\int_0^{\mu_I} \alpha_{eff}(\mu)\, d\mu$ تعریف می‌شود. در این رابطه α_0 ثابت جفت‌شدگی را به صورت شیفتی از ثابت جفت‌شدگی در ناحیه‌ی اختلالی نشان می‌دهد.

در این مقاله برای مطالعه و بررسی ثابت جفت‌شدگی از دو روش استفاده شده است: در روش اوّل ثابت جفت‌شدگی را با استفاده از آنالیز بهنجارش [۱] به‌دست می‌آوریم. در روش دوم که هر دو ناحیه‌ی اختلالی و غیراختلالی را شامل می‌شود (مدل پراکندگی)، محاسبات را با بهره‌گیری از روابط وابسته به این مدل انجام می‌دهیم. با بکارگیری این مدل ثابت جفت‌شدگی اختلالی (α_s) و همچنین پارامتر غیراختلالی (α_0) را محاسبه می‌کنیم.

همان‌گونه که قبلاً ذکر گردید، متغیر شکل رویداد تراست را که از اهمیّت بالایی برخوردار است مورد مطالعه قرار می‌دهیم. متغیرهای شکل رویداد حالت‌های فیزیکی ذرّات تولید شده در نابودی الکترون–پوزیترون را توصیف می‌کنند، از این‌رو در ادامه ابتدا به معرفی این متغیر می‌پردازیم [۲].

متغیر تراست بیان کننده‌ی اندازه‌ی توزیع تکانه‌ی حالت نهایی هادرون‌ها است. به‌طوری‌که محور تراست، محوری در امتداد برآیند بیشینه‌ی مؤلفه‌ی طولی ذرّات نسبت به حاصل‌جمع تکانه‌ی تمامی ذرات می‌باشد:

$$T = max\left(\frac{\sum_i |\vec{p_i}.\vec{n}|}{\sum_i |\vec{p_i}|}\right) \qquad (۱)$$

چنانچه ذرّات در یک راستا قرار گیرند، رویدادی دوجتی خواهیم داشت. در این حالت مقدار تراست برابر با یک است.از طرف دیگر با افزایش تعداد جت ها مقدار این کمیت از یک فاصله گرفته و به سمت ۰/۵ میل می‌کند.

معمول است که برای همخوانی با دیگر متغیرهای شکل رویداددر محاسبات بجای تراست از متغیر $t = 1 - T$ استفاده کنند.

آنالیز بهنجارش:

در این روش به منظور بررسی نتایج و مقایسه‌ی آن‌ها با آزمایش، توزیع فراوانی متغیر تراست $(\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dT})$ را به‌دست می‌آوریم.

در این رابطه σ معرف سطح مقطع کل برای فرآیند نابودی $e^+e^- \to hadrons$ می‌باشد.

سطح مقطع بهنجار شده‌ی تراست عبارتست از:

$$R(t) = \int_0^t dt \frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dt} = \int_{1-t}^1 dT\ \frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dT} \qquad (۲)$$

بر طبق بسط اختلالی، سطح مقطع تراست بهنجار شده برابر است با:

$$R(t) = 1 + \bar{\alpha}_s R_1(t) + \bar{\alpha}_s^2 R_2(t) + \bar{\alpha}_s^3 R_3(t) + \cdots \qquad (۳)$$

$R_1(t)$ معرف ضریب LO[۳]، $R_2(t)$ ضریب NLO[۴] و $R_3(t)$ نشان‌دهنده‌ی ضریب NNLO[۵] می‌باشد. همچنین در این رابطه $\bar{\alpha}_s$ برابر با $\frac{\alpha_s}{2\pi}$ است. با حل معادله‌ی گروه بازبهنجارش برای جفت‌شدگی تا مرتبه‌ی NNLO داریم:

$$\alpha_s(\mu_R) = \frac{2\pi}{\beta_0 L}\left(1 - \frac{\beta_1 \ln L}{\beta_0^2 L} + \frac{1}{\beta_0^2 L^2}\left[\frac{\beta_1^2}{\beta_0^2}(\ln^2 L - \ln L - 1) + \frac{\beta_2}{\beta_0}\right]\right) \qquad (۴)$$

μ_R مقیاس بازبهنجارش در نظر گرفته شده است. در این مقاله مقدار آن را برابر با $\mu_R = Q$ در نظر می‌گیریم. همچنین ضرایب β به ترتیب عبارتند از:

$$\beta_0 = \frac{11N - 2N_F}{6}, \qquad (۵)$$

$$\beta_1 = \frac{17N^2 - 5NN_F - 3C_F N_F}{6},$$

$$\beta_2 = \frac{1}{432}(2857N^3 + 54C_F^2 N_F - 615NC_F N_F - 1415N^2 N_F + 66C_F N_F^2 + 79NN_F^2).$$

[۲] Effective coupling

[۳] Leading Order
[۴] Next to Leading Order
[۵] Next to Next to Leading Order

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.psi.ir/?physics96 معتبر است.

در این روابط N تعداد رنگ‌های کوارک ($N = ۳$) و N_F تعداد طعم‌های فعال کوراک‌ها ($N_F = ۵$) می‌باشد، ضریب رنگ برابر با $C_F = \frac{N^2-1}{2N} = \frac{4}{3}$ است [۲].

کمیّت L در رابطه‌ی (٤) برابر است با

$$L = \ln(\mu_R^2/\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)\,2}) \qquad (٦)$$

$\Lambda_{\overline{MS}}^{(5)}$ مقیاس QCD در پنج طعم در الگوی اصلاح شده‌ی بازبهنجارش است و مقدار عددی آن در محاسبات QCD برابر با ۰/۲۰٤GeV می‌باشد [۱].

در ادامه مقادیر به‌دست آمده برای ثابت جفت‌شدگی طبق این روابط را با مقادیر حاصل از مدل پراکندگی مقایسه می‌نماییم. بنابراین ابتدا به شرح مختصری از این مدل می‌پردازیم.

مدل پراکندگی

این مدل بر پایه‌ی میانگین‌گیری بر روی متغیرهای شکل رویداد استوار است، یعنی حاصل‌جمع میانگین آن‌ها در ناحیه‌ی اختلالی و ناحیه‌ی غیراختلالی [۳].

$$\langle y\rangle = \langle y^{pert}\rangle + \langle y^{pow}\rangle = \frac{1}{\sigma_{tot}}\int y\frac{dy}{d\sigma}d\sigma \qquad (٧)$$

$$\langle y^{pert}\rangle = \bar{A}_f\left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right) + \left(\bar{B}_f + \bar{A}_f\beta_0\log\left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right)\right)\left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right)^2 \qquad (٨)$$

$$\langle y^{pow}\rangle = a_y.\ \frac{4c_F}{\pi^2}\mathcal{M}\frac{\mu_I}{Q}\times[\alpha_0(\mu_I) - \alpha_s(\mu^2) - 2\beta_0{\alpha_s}^2(\mu^2)\left(log\left(\frac{\mu}{\mu_I}\right) + 1 + \frac{k}{4\pi\beta_0}\right)] \qquad (٩)$$

با استفاده از رابطه‌ی۸ می‌توان ثابت جفت‌شدگی اختلالی $\alpha_s(\mu_I)$ و با استفاده از رابطه‌ی۹ پارامترغیراختلالی $\alpha_0(\mu_I)$ را به‌دست آورد.

در این روابط داریم[٤]:

$$\bar{A}_f = A_f, \qquad \bar{B}_f = B_f - \left(\frac{3}{2}\right)C_F\,A_f \qquad (١٠)$$

$$\beta_0 = \frac{33-2N_f}{12\pi} \qquad (١١)$$

$$Q/2 \le \mu \le 2Q\,, \quad \mu_I = 2GeV \qquad (١٢)$$

$$k = \left(\frac{67}{18} - \frac{\pi^2}{6}\right)C_A - \frac{5}{9}N,\ \mathcal{M} = 1.49 \pm 20\% \qquad (١٣)$$

در ادامه با استفاده از این مدل به رسم نمودارها با بهره‌گیری از داده‌های مونت کارلو و بیان نتایج فیزیکی می‌پردازیم.

نتایج فیزیکی

ابتدا با استفاده از رابطه‌ی (٤) مقدار ثابت جفت‌شدگی α_s را برحسب پارامتر بازبهنجارش μ_R محاسبه می‌کنیم. مقادیر به‌دست آمده برای α_s برای مرتبه‌های NLO وNNLO به ترتیب در جدول های ۱ و ۲ آمده اند.

همان‌گونه که از نظریه‌ی QCD انتظار می‌رود مشاهده می‌کنیم که با افزایش انرژی مرکز جرم، مقدار ثابت جفت‌شدگی کاهش می‌یابد.

جدول۱ : مقادیر ثابت جفت‌شدگی از رابطه‌ی بهنجارشدر مرتبه‌ی NLO

$\mu_R(GeV)$	$\alpha_s(\mu_R)$
۹۱/۲	۰/۱۳۴۴
۱۳۳	۰/۱۲۶۵
۱۶۱	۰/۱۲۲۹
۱۷۲	۰/۱۲۱۷
۱۸۳	۰/۱۲۰۶
۲۰۶/۲	۰/۱۱۸۵

جدول۲: مقادیر ثابت جفت‌شدگیاز رابطه‌ی بهنجارشدر مرتبه‌ی NNLO

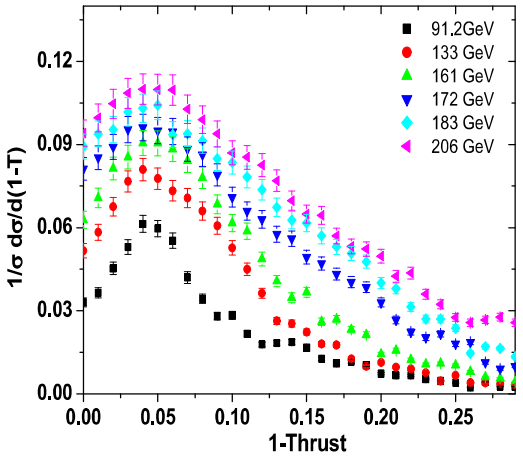
$\mu_R(GeV)$	$\alpha_s(\mu_R)$
۹۱/۲	۰/۱۱۷۸
۱۳۳	۰/۱۱۱۵
۱۶۱	۰/۱۰۸۵
۱۷۲	۰/۱۰۷۵
۱۸۳	۰/۱۰۶۶
۲۰۶/۲	۰/۱۰۴۹

میانگین‌گیری بر روی کلیه‌ی نتایج مقدار ۰/۱۱٦۷ را به دست می‌دهد. مشاهده می‌کنیم که این مقدار در محدوده‌ی خطاهای آماری با مقدار ثابت جفت‌شدگی پیش‌بینی شده در نظریه‌ی QCD ($\alpha_s = ۰/۱۱۸۱ \pm ۰/۰۰۲$) همخوانی دارد [۵].

اینک به محاسبه‌ی ثابت جفت‌شدگی با استفاده از مدل پراکندگی می‌پردازیم. برای این منظور ابتدا نمودار توزیع فراوانی متغیر $1\text{-}T$ را در انرژی‌های مختلف رسم می‌کنیم. با برازش مدل پراکندگی بر روی این منحنی‌ها، ثابت جفت‌شدگی در ناحیه‌ی اختلالی (α_s) و همچنین پارامتر غیراختلالی (α_0) به دست می‌آید.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.psi.ir/?physics96 معتبر است.

شکل ۱ این توزیع‌ها را نشان می‌دهد. مشاهده می‌کنیم که با افزایش انرژی مرکز جرم، منحنی‌ها پهن‌تر می‌شوند. دلیلش آن است که با بیشتر شدن انرژی، احتمال تابش گلوئون افزایش می‌یابد که این به نوبه‌ی خود به پهن‌شدگی بیشتر توزیع می‌انجامد. نتایج به دست آمده برای ثابت جفت‌شدگی با بکارگیری معادله‌ی (۱۰) در جدول ۳ آمده است.



شکل ۱: نمودار توزیع فراوانی متغیر شکل رویداد تراست در انرژی‌های مختلف

جدول ۳: مقادیر محاسبه شده در انرژی‌های مختلف برای ثابت جفت‌شدگی از مدل پراکندگی

$Q(GeV)$	$\alpha_s(\mu^2)$	$\alpha_0(\mu_I)$
۹۱/۲	۰/۱۱٤۱±۰/۰۰۱۱	۰/۵۵۹۵±۰/۰۱۱۵
۱۳۳	۰/۱۰۹۷±۰/۰۰۱٦	۰/۵٤۲۳±۰/۰۱۰٦
۱٦۱	۰/۱۰۷۲±۰/۰۰۱۷	۰/۵۳۹٦±۰/۰۱۱۷
۱۷۲	۰/۱۰٦۸±۰/۰۰۱۱	۰/۵۳۷٦±۰/۰۱۰۸
۱۸۳	۰/۱۰٦۱±۰/۰۰۱۲	۰/۵۳٤۰±۰/۰۱۰۸
۲۰٦/۲	۰/۱۰۵۰±۰/۰۰۱۰	۰/۵۲۹۹±۰/۰۱۰۷

مقادیر میانگین نتایج α_s و α_0 عبارتند از:

$$\alpha_s(\mu^2) = ۰/۱۰۸۲ \pm ۰/۰۰۱۳$$

$$\alpha_0(\mu_I) = ۰/۵٤۰۵ \pm ۰/۰۱۱۰$$

ملاحظه می‌کنیم این مقدار با نتیجه‌ی حاصل از معادله‌ی بهنجارش، که در روش اول به دست آمد، سازگار است. همچنین این مقادیر با پیش‌بینی QCD نیز مطابقت دارند.

نتیجه‌گیری

یکی از ویژگی‌های مهّم در تحلیل نظریه‌ی QCD، محاسبه‌ی مقدار ثابت جفت‌شدگی در ناحیه‌ی اختلالی و پارامتر غیر اختلالی می‌باشد. در این مقاله برای محاسبه‌ی α_s از دو روش مختلف استفاده شده است. در روش اوّل از معادله‌ی بهنجارش تا مرتبه‌ی NNLO استفاده می‌کنیم. همچنین روش مدل پراکندگی نیز مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش ابتدا نمودارهای مربوط به توزیع متغیر شکل رویداد را در انرژی‌های مختلف رسم می‌کنیم. آنگاه با استفاده از مدل پراکندگی و برازش آن با منحنی‌های مربوطه در دو ناحیه‌ی اختلالی و غیراختلالی به محاسبه‌ی ثابت‌های جفت‌شدگی می‌پردازیم. با مقایسه‌ی مقادیر به‌دست آمده نتیجه می‌گیریم که مقدار ثابت جفت‌شدگی از دو روش در محدوده‌ی خطاهای آماری با یکدیگر سازگارند. از طرف دیگر این مقادیر با پیش‌بینی QCD نیز مطابقت دارند که درستی نتایج ما را مورد تأیید قرار می‌دهند.

مرجع‌ها

[۱] R.A. Davison and B.R. Webber, *European Physical Journal C*. **59**, 1, 13–25 (2009).
[۲] R. Saleh Moghaddam and M. E. Zomorrodian, *JETP* LETTERS. **104,** 9, 601-608 (2016).
[۳] R. Saleh Moghaddam and M. E. Zomorrodian, *Pramana Journal of physics*.**81**, 5, 775-790 (2013).
[۴] O. Biebel, *phys. Rep*. **340**, 165 (2001)
[۵]G. Korchemsky, *Preprint LPTHE Orsay,Labor.Phys*. Theor. d'Orsay, 98 44 (1998).

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.psi.ir/?physics96 معتبر است.