



اثر اندازه یون در جریان الکترواستمیک سیال غیرنیوتونی در پتانسیل زتا بالا

پیام فدائی^۱، حمید نیازمند^۲

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی

چکیده

برخی از وسایل میکروفلوئیدیک در پتانسیل‌های زتا بالا عمل می‌کنند. به طوری که اندازه یون قابل صرف نظر شدن نیست. پژوهش حاضر به بررسی اثر اندازه یون در رفتار هیدرودینامیکی جریان الکترواستمیک سیال غیر نیوتونی همراه با گرادیان فشار در میکروکانال مستطیلی می‌پردازد. معادلات پواسون و کوشی-مومنوم به صورت بدون بعد درآمده‌اند. سپس به روش تفاضل محدود و در یک شبکه غیریکنواخت حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن اندازه یون باعث کاهش غلظت یون‌های مخالف نزدیک دیواره می‌شود. در نتیجه نیروی حجمی الکترواستمیک کاهش یافته و عموماً باعث کاهش سرعت جریان می‌شود. در نظر گرفتن اندازه یون باعث کاهش لزجت موثر سیال می‌شود. سیالات اتساعی نسبت به شبه پلاستیک مقاومت بیشتری نسبت به تغییرات نشان داده‌اند. همچنین برای سیالات شبه پلاستیک در گرادیان فشار معکوس باعث ایجاد جریان برگشتی شده است. دبی جریان برای سیالات شبه پلاستیک کاهش چشمگیری داشته اما اثر زیادی بر روی سیالات اتساعی نشان نمی‌دهد.

واژه‌های کلیدی: میکروفلوئیدیک - جریان الکترواستمیک - سیال غیرنیوتونی - اثر اندازه یون

مقدمه

انتقال مایعات در تراشه‌های آزمایشگاهی نیازمند کنترل دقیق دبی جریان و میدان الکتریکی است. جریان الکترواستمیک به وسیله اعمال میدان الکتریکی خارجی در راستای کانال به یون‌های الکترولیت نزدیک دیواره باردار ایجاد می‌شود. نیروی حجمی عمدتاً به ناحیه نزدیک دیواره که تجمع یون‌ها لایه دوگانه الکتریکی را تشکیل می‌دهند وارد می‌شود. در نتیجه بررسی دقیق پتانسیل الکتریکی نزدیک دیواره در پتانسیل‌های زتا بالا اهمیت زیادی دارد. کارهای قبلی که بر روی هیدرودینامیک جریان‌های الکتروکینتیک انجام شده است یون‌ها را به صورت بارهای نقطه‌ای در نظر گرفته‌اند. اگرچه که این فرض برای الکترولیت‌های رقیق درست است، اما در غلظت‌های بالا و میدان الکتریکی بالا خطای قابل توجهی ایجاد می‌شود. خیلی از سیالاتی که در تراشه‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار می‌گیرند رفتار غیر نیوتونی دارند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که اندازه یون در کاربردهای تجربی به دلیل پدیده هیدراسیون، رابطه بین یونی (Ion-ion correlation) و همچنین کاهش شدید گذردهی الکتریکی الکترولیت در لایه‌های بسیار نزدیک دیواره باردار بسیار بیشتر از اندازه قطر یون‌هاست و در پتانسیل‌های زتا بالا تا چند نانومتر می‌تواند افزایش یابد.

فرمول‌بندی مسئله

در مقاله حاضر رفتار غیرخطی جریان الکترواستمیک همراه با گرادیان فشار در پتانسیل زتا بالا و میکروکانال مستطیلی با نسبت عرض به ارتفاع $\alpha = W/H$ بررسی شده است. دستگاه مختصات در مرکز کانال قرار گرفته است. از روش عددی تفاضل محدود برای حل معادلات پواسون و مومنوم در یک شبکه غیریکنواخت استفاده شده است. جریان پایا، آرام و توسعه یافته و سیال دارای خواص ثابت است. پتانسیل دیواره ثابت در نظر گرفته شده و لایه دوگانه الکتریکی با یکدیگر تداخل ندارد. همچنین تغییرات دمایی در کانال قابل صرف نظر کردن است. نسبت حجمی هر یون در بالک سیال به صورت $\nu = a^3 n_0$ است. توزیع پتانسیل الکتریکی در نزدیکی دیواره با در نظر گرفتن اثر اندازه یون و ایجاد فرم بدون بعد به صورت زیر درمی‌آید [1].

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} = K^2 \frac{\sinh \psi^*}{1 + 4\nu \sinh^2(\psi^*/2)} \quad (1)$$

که شرط مرزی برای معادله (۱) به صورت زیر است.

$$\left. \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=0} = 0 \quad (2)$$

$$\psi^*|_{y^*=1} = \psi^*|_{z^*=\alpha} = \zeta^* \quad (3)$$

پارامترهای بدون بعد در روابط بالا، پتانسیل بدون بعد $\zeta^* = Ze\zeta/(K_B T)$ ، پتانسیل زتا بدون بعد دیواره $\psi^* = Ze\psi/(K_B T)$ ، ارتفاع بدون بعد کانال $y^* = y/H$ ، عرض بدون بعد کانال $z^* = z/H$ و پارامتر بدون بعد دیبای-هوکل $K = H/\lambda_D$ می‌باشند. معادله حاکم در میدان جریان معادله پیوستگی $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ و کوشی - مومنوم $\rho D\mathbf{u}/Dt = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{F}$ است که در آن \mathbf{F} بردار نیروی حجمی است. معادله مومنوم به صورت زیر بدون بعد شده است [2].

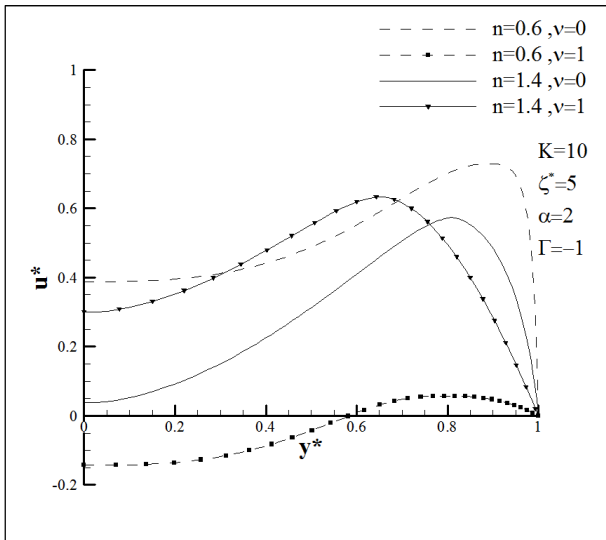
$$A_1(y^*, z^*, u^*) \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + A_2(y^*, z^*, u^*) \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} + A_3(y^*, z^*, u^*) \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^* \partial z^*} = -\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \Gamma + \frac{K^{n+1}}{n^n \zeta^*} \frac{\sinh \psi^*}{1 + 4\nu \sinh^2(\psi^*/2)} \quad (4)$$

که n شاخص رفتار جریان و Γ فشار بدون بعد می‌باشد. ضرایب معادله به صورت زیر درخواهند آمد.

$$A_1(y^*, z^*, u^*) = \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-3}{2}} \left[n \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] \quad (5)$$

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد

۲- استاد، niazmand@um.ac.ir (نویسنده مخاطب)



شکل ۲- توزیع سرعت بدون بعد با گرادبان فشار مخالف

سرعت سیال به سرعت هلمهولتز-اسمولوکوفسکی بی‌بعد شده است که برای سیالات شبه پلاستیک بسیار بیشتر از سیالات اتساعی است. در نتیجه سرعت برای سیال شبه پلاستیک بسیار بیشتر از سیال اتساعی است. همان‌طور که از شکل ۱ و ۲ مشاهده می‌شود گرادبان سرعت و در نتیجه تنش نزدیک دیواره برای بار نقطه‌ای بیشتر است. دبی جریان برای سیالات شبه پلاستیک کاهش چشمگیری دارد اما اثر زیادی بر روی سیالات اتساعی نشان نداده است.

جدول ۱- اعتبارسنجی نتایج با سرعت در مرکز کانال

u^*	u^*	
۰.۹۳۴۲۵	۱.۳۲۳۰۷	کار حاضر
۰.۹۳۳۳۳	۱.۳۳۵۶۳	مرجع ۱

نتیجه‌گیری

نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن اندازه یون از افزایش غلظت بیش‌ازحد الکترولیت در نزدیکی دیواره جلوگیری می‌کند و در نتیجه نیروی حجمی الکترواستاتیک و سرعت را به‌طور کلی کاهش می‌دهد. دبی جریان برای سیالات شبه پلاستیک کاهش چشمگیری داشته اما اثر زیادی بر روی سیالات اتساعی نشان نمی‌دهد.

مراجع منتخب

- [1] Ahmadian Yazdi, A., 2015. "Steric effects on electrokinetic flow of non-linear biofluids". *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 484, November, pp. 394–401.
- [2] Vakili, M. A., 2014. "Pressure effects on electroosmotic flow of power-law fluids in rectangular microchannels". *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 28(4), November, pp. 409-426.
- [3] Kilic, M. S., 2007. "Steric effects in the dynamics of electrolytes at large applied voltages. I. Double-layer charging". *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 75, Feb, pp. 021502.
- [4] Kilic, M. S., 2007. "Steric effects in the dynamics of electrolytes at large applied voltages. II. Modified Poisson-Nernst-Planck equations". *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 75, Feb, pp. 021503.

$$A_2(y^*, z^*, u^*) = \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-3}{2}} \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + n \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] \quad (6)$$

$$A_3(y^*, z^*, u^*) = 2(n-1) \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right]^{\frac{n-3}{2}} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \quad (7)$$

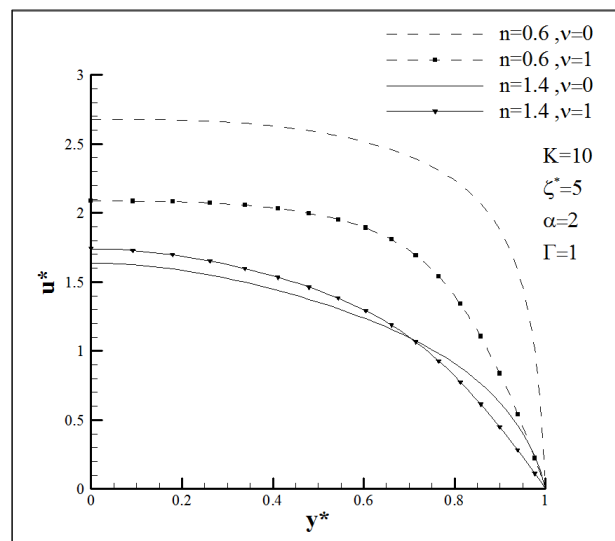
شرط مرزی برای معادله (۴) به‌صورت زیر است.

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=0} = 0 \quad (8)$$

$$u^*|_{y^*=1} = u^*|_{z^*=\alpha} = 0 \quad (9)$$

ارائه نتایج و بحث

جدول ۱ اعتبارسنجی کار عددی حاضر با مرجع ۱ را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتیجه پژوهش حاضر از دقت خوبی برخوردار است. پارامتر ν نسبت حجمی متوسط یون در بالک سیال به لایه استرن نزدیک دیواره است. معادله بهبودیافته پواسون حداکثر مقدار غلظت یون‌های مخالف در نزدیکی دیواره را صرف‌نظر از اندازه پتانسیل زتا دیواره $\alpha = C_{max}^{-1/3}$ در نظر می‌گیرد. درحالی‌که این مقدار برای معادله پواسون به‌طور نمایی با افزایش پتانسیل دیواره افزایش می‌یابد. در اینجا α قطر موثر یون است. همان‌طور که از شکل ۱ و ۲ مشاهده می‌شود، با در نظر گرفتن اندازه محدود یون‌ها، غلظت یون‌های مخالف نزدیک دیواره کاهش یافته و نیروی حجمی ناشی از میدان خارجی کاهش می‌یابد. در نتیجه سرعت نزدیک دیواره کاهش یافته است. کاهش سرعت در نزدیکی دیواره به علت کاهش لزجت موثر سیال است. در گرادبان فشار موافق سیالات شبه پلاستیک سرعت بیشتری نسبت به سیالات اتساعی دارد زیرا سیالات شبه پلاستیک لزجت کمتری در نزدیکی دیواره دارند. در نتیجه مقاومت کمتری در مقابل جاری شدن نشان می‌دهند. در شکل ۲ مشاهده می‌شود که سرعت بی‌بعد برای سیال شبه پلاستیک و اتساعی تقریباً یکسان است؛ اما نباید نتیجه گرفت که سرعت‌ها تقریباً یکسان است زیرا



شکل ۱- توزیع سرعت بدون بعد با گرادبان فشار موافق