۲۵ امین کنفرانس سالانه بین المللی مهندسی مکانیک ایران
تهران-دانشگاه تربیت مدرس – ۱۲ تا ۱۴ اردیبهشت ماه ۱۳۹۶
ISME2017-1553

طراحی توپولوژی سازه با در نظر گرفتن قید تنش بهبود یافته و رویکرد کمینه‌کردن وزن

حبیب صفار نجیب [۱]، نیما یعقوبی [۲]، بهروز حسنی [۳]
دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی، ایران

چکیده

در این مقاله به بررسی و بهینه‌سازی جرم سازه دوبعدی با استفاده از قید تنش می‌پردازیم. برای مدل‌سازی مسئله از روش اجزا محدود (FEM) استفاده شده است. همچنین تابع چگالی مصنوعی (SIMP) برای فرمول‌بندی بهینه‌سازی و جلوگیری از تشکیل مناطق خاکستری به‌کار رفته‌است. به‌منظور کاهش تعداد قیدهای تنش و متعاقباً کاهش هزینه محاسبات، مقادیر تنش در المان‌های مختلف در یک قید سراسری تنش تجمیع شده‌اند. یک روش جدید برای بالا بردن صحت مقادیر تنش در المان‌های مختلف نسبت به پژوهش‌های پیشین ارائه شده است. به‌منظور حل مسئله بهینه‌سازی روش حرکت مجانب‌ها (MMA) مورد استفاده قرار گرفته است. برای صحت‌سنجی، مسئله دوبعدی تنش صفحه‌ای مورد تحلیل و بهینه‌سازی قرار داده‌ایم. نتایج عددی صحت و برتری روش مورد استفاده را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: *بهینه‌سازی توپولوژی سازه - قید تنش - جریمه تنش - MMA - SIMP*

مقدمه

امروزه به علت محدود بودن منابع و انرژی در دسترس انسان، استفاده مؤثرتر از آن‌ها حائز اهمیت است و از مهم‌ترین اهداف مهندسی به شمار می‌رود در این رابطه بهینه‌سازی به‌عنوان فرآیند جستجو برای «بهترین» به‌عنوان یک ابزار ارزشمند تعریف شده است. به‌عبارت‌دیگر هدف اصلی طراحی مهندسی پیدا کردن بهترین حل ممکن برای یک مسئله خاص می‌باشد، بنابراین بهینه‌سازی قلب مهندسی است [۱].

در طراحی‌های متداول توپولوژی بیشتر تحقیقات معطوف به بهینه-سازی سختی سازه‌ها برای دستیابی به مقدار مشخصی از جرم بوده است و عموماً تمرکز تنش در گوشه‌ها و نواحی دیگر مشاهده می‌شود. با پیشرفت روزافزون سیستم‌های محاسباتی، طراحی توپولوژی سازه‌ها بر اساس فرکانس‌ها [۲] و تنش مورد توجه قرار گرفته است. بهینه‌سازی سازه‌ها با در نظر گرفتن قید تنش به دلیل مواجهه با سه چالش پیچیده ازجمله پدیده تکینگی تنش، طبیعت محلی قیدها و رفتار بشدت غیرخطی تنش، از اهمیت زیادی برخوردار است [۳]. پدیده تکینگی زمانی به وجود می‌آید که المان‌هایی که چگالی (متغیر طراحی) آن‌ها به سمت صفر میل می‌کند، همچنان می‌توانند کرنش داشته باشند که منجر به افزایش بعضاً قابل‌ملاحظه تنش می‌شود درحالی‌که با خالی شدن المان اثر تنش آن باید صفر شود [۴]. مسئله وابستگی محلی قیدهای تنش به این دلیل است که در محیط پیوسته قیدهای تنش باید در هر نقطه از ماده بررسی شوند. در بهینه‌سازی توپولوژی مقادیر تنش در هر المان محاسبه می‌شوند. راه‌حل مناسب برای جلوگیری از افزایش تعداد قیدهای تنش و متعاقباً کاهش هزینه محاسبات، جایگزینی قیدهای محلی با یک قید سراسری است.

وابستگی شدید و غیرخطی تنش به تغییرات چگالی در نواحی مجاور به دلیل وجود گرادیان‌های بالای تنش در نواحی بحرانی مانند گوشه‌ها مورد توجه قرار گرفته است [۳].

در این مقاله روش متفاوتی برای افزایش صحت محاسبه تنش برای طراحی توپولوژی سازه بر پایه تنش ارائه شده است. این مسئله بهینه‌سازی توپولوژی به علت پیچیدگی با استفاده از روش حرکت مجانب‌ها (MMA) [۵] حل شده است. در پایان به جمع‌بندی نتایج حاصل و مقایسه با پژوهش‌های دیگران پرداخته شده است.

مدل‌سازی ریاضی

در مسائل بهینه‌سازی توپولوژی موانعی همچون وابستگی نتیجه به مش و پدیده شطرنجی ظاهر می‌شود. برای مقابله با این موانع تکنیک فیلترکردن چگالی به‌کار گرفته شده است. در این روش پارامتر طراحی $\boldsymbol{x}$ برای تعریف چگالی المان مربوط فیلتر می‌شود. این فیلتر به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho_i = \frac{\sum_{j\in\Omega_i} w_j x_j}{\sum_{j\in\Omega_i} w_j} \qquad (۱)$$

که $\boldsymbol{\Omega_i}$ همه المان‌هایی که داخل شعاع r_0 المان i نسبت به مرکز این المان قرار بگیرند را شامل می‌شود و $\boldsymbol{w_j}$ برابر است با:

$$w_j = \frac{\boldsymbol{r_0} - \boldsymbol{r_j}}{\boldsymbol{r_0}} \qquad (۲)$$

بر طبق تحلیل اجزا محدود، معادله تعادل عبارت است از:

$$\boldsymbol{K}(\rho(x))\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F} \qquad (۳)$$

که $\boldsymbol{\rho(x)}$ چگالی (متغیر طراحی) فیلترشده، $\boldsymbol{K(\rho(x))}$ ماتریس سختی کل سازه، $\boldsymbol{u}$ بردار جابجایی سراسری گره‌ها و $\boldsymbol{F}$ بردار بارهای خارجی اعمالی می‌باشد.

جهت جلوگیری از به وجود آمدن نواحی خاکستری در نتایج توپولوژی، مقادیر متوسط چگالی توسط تابع چگالی مصنوعی (SIMP) به‌صورت زیر جریمه می‌شوند:

$$\eta_k(\rho_e(x)) = (\rho_e(x))^3 \qquad (۴)$$

بنابراین ماتریس سختی کلی سازه به شکل زیر بیان می‌شود.

$$\boldsymbol{K}(\rho(x)) = \sum_{e=1}^{N_e} \eta_k(\rho_e(x))\,\widehat{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{e}} \qquad (۵)$$

که N_e تعداد کل المان‌های سازه می‌باشد. روابط تابع هدف و قیدها به‌صورت ذیل است:

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک
۳- استاد گروه مکانیک، ۰۹۱۲۱۷۳۲۳۱۲ ، b_hassani@um.ac.ir (نویسنده مخاطب)

$$\begin{cases} \text{تابع هدف} \quad \min\limits_{x} \sum\limits_{e=1}^{N_e} m_e \rho_e(x) \\ \text{قیدها} \begin{cases} \sigma^{PN}(\boldsymbol{x}) \le \bar{\sigma} \\ \underline{x}_e \le x_e \le 1 \,. \quad e = 1.\cdots.N_e \end{cases} \end{cases} \qquad (۶)$$

که N_e تعداد متغیرهای طراحی و m_e جرم المان کامل برای المان مربوط به e است و $\underline{x}_e = \epsilon$ که ϵ عدد مثبت و کوچکی برای اجتناب از منفرد شدن ماتریس سختی استفاده شده است. $\bar{\sigma}$ حد نهایی تنش مجاز و $\sigma^{PN}(\boldsymbol{x})$ تنش اصلاح‌شده بر اساس تنش فون‌میسز محاسبه شده می‌باشد:

$$\sigma^{PN}(\boldsymbol{x}) = \left(\frac{1}{N_e} \sum_{e=1}^{N_e} \left(\sigma_a^{vM}(\boldsymbol{x})\right)^8 \right)^{\frac{1}{8}} \qquad (۷)$$

لازم به ذکر است برای جلوگیری از خطای عددی ناشی از بزرگی مقدار تنش قید، آن را با $\bar{\sigma}$ نرمال‌سازی می‌نماییم.

روش پیشنهادی

در پژوهش‌های گذشته، برای کاهش حجم محاسبات تنش‌ها صرفاً در مرکز هر المان محاسبه شده است. برای افزایش دقت محاسبات در این پژوهش تنش‌ها در نقاط گوس محاسبه شده‌اند. سپس با میانگین‌گیری تنش نقاط گوس، مقدار آن در نقاط گره‌ای به دست می‌آید. سرانجام تنش مربوط به هر المان با میانگین‌گیری مقادیر آن در گره‌ها به دست می‌آید. پرواضح است که محاسبه حساسیت قید تنش در مقایسه با پژوهش‌های گذشته از پیچیدگی بیشتر برخوردار است. در ادامه به بررسی نتایج حاصل از این روش می‌پردازیم.

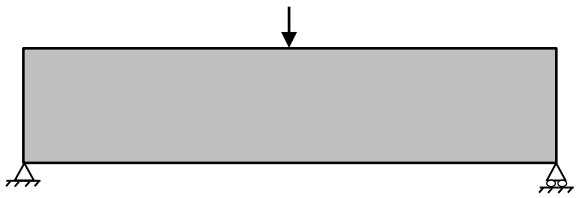
آرام‌سازی تنش (Relaxation Stress)

در این قسمت برای عدم مواجهه با پدیده تکینگی در بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها با قید تنش که در مقدمه اشاره شد؛ تنش المان‌ها همانند چگالی جریمه می‌شوند. تابع جریمه تنش با توجه به آنچه در مقاله‌های [۳, ۴] ارائه شده به‌صورت زیر تعریف می‌شود و در مقدار تنش ضرب می‌شود.

$$\eta_S\left(\rho_e(\boldsymbol{x})\right) = \left(\rho_e(\boldsymbol{x})\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۸)$$

نتایج عددی

برای اعتبارسنجی روش ارائه‌شده، به بهینه‌سازی توپولوژی تیر دوسرگیردار ساده MBB شکل ۱ می‌پردازیم. برای تحلیل اجزا محدود از المان چهار گره‌ای تنش صفحه‌ای استفاده می‌کنیم. مشخصات فیزیکی و هندسی به شرح زیر است: طول، عرض و ضخامت تیر به ترتیب ۲۴۰ و ۴۰ و ۱ سانتی‌متر، مدول یانگ $E=1\ MPa$، ضریب پواسون $\upsilon = 0.3$ و $\bar{\sigma} = 1.5\ MPa$ می‌باشد. طراحی توپولوژی بهینه در شکل ۲ نشان داده شده است. جرم سازه حاصل تقریباً ۳۹٪ جرم سازه کامل است که حاکی از ۶۱ درصد کاهش جرم است و مطابقت بسیار خوبی با پژوهش [۳] دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود سازه حاصل کاربردی‌تر از نتایج [۳] شکل ۳ و [۶] است.



شکل ۱- نمونه تیر MBB

شکل ۲- طراحی توپولوژی تیر MBB با روش ارائه‌شده

شکل ۳- طراحی توپولوژی تیر MMB [۳]

نتیجه‌گیری

در این مقاله حل مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی سازه بر پایه تنش به کمک روش حرکت مجانب‌ها (MMA) انجام‌شده است. روشی بهبودیافته برای ارزیابی تنش المان‌ها ارائه شده که مقدار دقیق‌تری از تنش در گره‌ها را محاسبه می‌نماید. همچنین توجه ویژه‌ای به مشکل تکینگی تنش و تمرکز بالای تنش شده است. نتایج مثال عددی نشان می‌دهد که روش ارائه شده توأم با کاهش مقدار تنش سراسری به حد مجاز تعیین‌شده، سازه‌ای کاربردی‌تر برای ساخت، ایجاد کرده است. بنابراین برای تحقیقات آینده، کاربرد این روش را می‌توان به مسائل سه‌بعدی گسترش داد.

تقدیر و تشکر

از مرکز محاسبات سنگین دانشگاه فردوسی مشهد، که محاسبات این تحقیق در آن انجام شد و همچنین از پروفسور سوانبرگ (Svanberg) به جهت فراهم آوردن کد روش حرکت مجانب‌ها (MMA)، بدین‌وسیله تقدیر و تشکر می‌شود.

مراجع منتخب

[1] Hassani, B., Hinton, B., 1999. *Homogenization and structural topology optimization: theory, practice and software*. Springer, Verlag Berlin Heidelberg New York.

[2] Yaghoobi, N., Hassani, B., 2017. "Topological optimization of vibrating continuum structures for optimal natural eigenfrequency". *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, 7(1), January, pp. 1-12.

[3] Le, C., Norato, J., Bruns, T., Ha, C., and Tortorelli, D., 2010. "Stress-based topology optimization for continua". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(4), April, pp. 605-620.

[4] Holmberg, E., Torstenfelt, B., and Klarbring, A., 2013 "Stress constrained topology optimization". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 48(1), July, pp. 33-47.

[5] Svanberg, K., 1987. "The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization". *International journal for numerical methods in engineering*, 24(2), February, pp. 359-373.

[6] Kiyono, C.Y., Vatanabe, S.L., Silva, E.C.N., and Reddy, J.N., 2016. "A new multi-p-norm formulation approach for stress-based topology optimization design". *Composite Structures*, 156, November, pp. 10-19.