**ISME2018** 

بررسی جریان کاویتاسیون حول یک هیدروفویل با استفاده از مدلهای آشفتگی مختلف

# ابوالفضل موحدیان<sup>1</sup>، محمود پسندیده فرد<sup>2</sup>، احسان روحی<sup>3</sup>

abolfazl.movahedian@mail.um.ac.ir <sup>1</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد مشهد <sup>2</sup>استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد مشهد fard\_m@um.ac.ir <sup>3</sup>دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد مشهه e.roohi@um.ac.ir

## چکیدہ

در این مقاله شبیه سازی جریان همراه با کاویتاسیون حول هیدروفویل NACA16012 با استفاده از مدلهای آشفتگی 'LES و LES از مدل زیر شبکه-ای تنظیم لزجت گردابهای متناسب با دیواره<sup>۲</sup> به منظور تعیین تنش-های مقیاس زیر شبکه ای<sup>۲</sup> بهره گرفته شده است. معادله انتقال جرم زوارت گربر بلامیری <sup>†</sup> مورد استفاده و همچنین مدل سازی نرخ انتقال جرم که به صورت فرآیندهای تبخیر و تقطیر انجام می گردد ارائه شده است. برای اعمال مدل کاویتاسیونی، جریان به شکل سیال واحد و همگن در حالت مخلوط دو فازی در نظر گرفته شده است. شبیه سازی برای رژیم کاویتاسیون ابری  $\sigma = 0.87$  در زاویه حمله 4 درجه انجام شده است. در این تحقیق با مقایسه کانتور کسر حجمی بخار و سایر نتایج شبیه سازی معین گردید که مدل LES نسبت به مدل – k - 3 در رهگیری جزئیات جریان، نتایج بهتر و دقیق تری از دینامیک کنده شدن حباب را نشان می دهد.

# واژه های کلیدی

کاویتاسیون ابری، شبیهسازی گردابههای بزرگ، مدل انتقال جرم

#### 1–مقدمه

رفتار کنده شدن کاویتی در رژیم کاویتاسیون جزئی، توجه محققین زیادی را به خود جلب کرده است، زیرا به طور جدی بر عملکرد هیدرودینامیکی تیغهها و پروانهها تاثیر میگذارد. اتنظار میرود که با کنترل آن، عملکرد و قابلیت اطمینان سیستمهای هیدرولیکی بهبود یابد. در دهههای گذشته، تحقیقات زیادی، از جمله آزمایشات و شبیهسازیهایی، برای شناخت مکانیزم کنده شدن کاویتیهای ناپایدار انجام شده است. محدودیتهای مختلف روشهای اندازه گیری منجر به تلاشهای قابل توجه در استفاده از شبیه سازی جریان همراه با کاویتاسیون در سالهای اخیر شده است. بسیاری از مدلهای کاویتاسیون براساس فرض تعادلی همگن پیشنهاد شده توسط کابوتا و همکاران [1] که در این فرض لغزش بین فازهای مایع و بخار نادیده گرفته شده، و مخلوط مایع/ بخار به صورت سیال تک فاز فرض شده

است. یک نکته کلیدی در این نوع مدل چگونگی تعریف دانسیته مخلوط است. دلانوی و کائنی[2] یک معادله حالت باروترپیک<sup>۵</sup> که چگالی را به مخلوط فشار استاتیک مرتبط می کند را استفاده کردند. کاتیر-دلگشا و همکاران[3] یک معادله حالت باروتروپیک مشابه با لزجت آشفتگی اصلاح شده را استفاده کردند که به طور موفقیت آمیزی کنده شدن ابر کاویتی را در یک ونتوری شبیه سازی کردند. مدل دیگر یک مدل مخلوط چند فاز کاویتاسیون مبتنی بر معادله انتقال به منظور تغییر فاز بود. مرکل و همکاران[4] یک معادله اضافی برای کسر حجمی بخار ( یا مایع) شامل ترمهای تبخیر و تقطیر (بعنوان مثال رشد حباب و فروپاشی) معرفی کردند. کانز و همکاران[5]، ساویر و سوئر[6] و سینگهال و همکاران[7] روشهای مشابهی با ترمهای مذکور استفاده کردند.

در شبیه سازی جریان کاویتاسیون، مدل آشفتگی بسیار حائز اهمیت است و همچنین تعامل قوی بین سطح کاویتی و لایه مرزی در طی گسترش کاویتی لازمست. اگرچه روش متوسط گیری معادلات ناویر استوکس RANS ، معادله رینولدز کنونی به طور گستردهای برای مدلسازی جریانهای آشفتگ در صنعت استفاده شده است، مدلهای RANS با مدلهای آشفتگی لزجت-گردابهای دارای قابلیت محدودی برای شبیهسازی جریانهای کاویتاسیون هستند و نیاز به اصلاحات دارند[8-12]. بنابراین تلاشهایی برای ناپایداریهای جریان کاویتاسیون با استفاده از LES پیش بینی شده است. انتظار میرود که مدل Sدابههای آشفته در مقیاس بزرگ را با دقت بهتری از برخی نتایچ، که قبلا به دست آمده میدهد[13, 14]

به منظور اعتبارسنجی نتایج شبیه سازی عددی، نتایج حاصل با داده های مرجع [15] مقایسه گردید. هدف از تحقیق حاضر مقایسه LES(WALE) آشفتگی (LES(WALE) و  $k - \varepsilon(RNG)$  و حول هیدروفویل در رژیم کاویتاسیون ابری است.

2-مدل رياضی 2-1-معادلات حاکم

Large Eddy Simulation<sup>1</sup>

Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity<sup>2</sup>

Sub-Grid Scale <sup>3</sup>

Zwart-Gerber-Belamri<sup>4</sup>

Barotropic 5

معادلات حاکم اندازه حرکت و پیوستگی برای جریان مخلوط چند فاز به صورت زیر تعریف میشوند:

$$\partial_t (\rho \vartheta) + \nabla (\rho \vartheta \times \vartheta) = -\nabla p + \nabla . s, \qquad (1)$$
  
$$\partial_t + \nabla . (\rho \vartheta) = 0.$$

همچنین نرخ تانسور تنش به صورت زیر بیان میشود:

$$D = \frac{1}{2} (\nabla \vartheta + \nabla \vartheta^T)$$
<sup>(2)</sup>

تغییر فاز از مایع به بخار تحت کاویتاسیون اتفاق می افتد، بنابراین مدلسازی مخلوط چند فاز برای توصیف جریان باید به کار گرفته شود. در این مطالعه روش مخلوط دوفاز در نظر گرفته شده، که از یک معادله انتقال کسر حجمی بخار و ترمهای تبخیر و تقطیر، که برای محاسبه نرخ انتقال جرم، که در طی آن کاویتاسیون رخ میدهد، به صورت معادله زیر بیان میشود:

$$\partial_t \gamma_\vartheta + \nabla . (\gamma_\vartheta \bar{v}) = \dot{m}$$
 (3)  
که در آن  $\dot{m}$  نرخ انتقال جرم بین فازها است.  
دانسیته مخلوط  $\rho$  و لزجت  $\mu$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\mu = \gamma_l \mu_l + (1 - \gamma_l) \mu_{\vartheta}$$
  

$$\rho = \rho_l \gamma_l + (1 - \gamma_l) \rho_{\vartheta}$$
(4)

که در آن زیرنویس lو  $\vartheta$  به ترتیب نمایانگر فازهای مایع و بخار هستند.

#### 2-2-مدل انتقال جرم

مدل مورد استفاده در این مطالعه توسط زوارت گربر بلامیری ارائه شده است[16]. فرآیند کاویتاسیون توسط معادله انتقال جرم زیر کنترل می گردد.

(5) 
$$\partial_t \gamma_{\vartheta} + \nabla \cdot (\gamma_{\vartheta} \overline{v}) = \dot{m}^+ + \dot{m}^-$$
  
که در آن  $\gamma_{\vartheta}$  کسرحجمی بخار است، ترمهای $\dot{m}^+$  و  
 $\dot{m}^-$  اثرات تبخیر و چگالش را در طی فرآیند تغییر فاز نشان میدهند.  
و از معادلهی دینامیکی رایلی-پلاست<sup>2</sup> استخراج شده است.

$$\dot{m} = \begin{cases} \frac{-F_e 3r_{nuc}(1-\gamma_{\vartheta})\rho_{\vartheta}}{R_b} \sqrt{\frac{2(P_{\vartheta}-P)}{3\rho_l}} \\ if P < P_{\vartheta} \\ \frac{F_c 3\gamma_{\vartheta}\rho_{\vartheta}}{R_b} \sqrt{\frac{2(P-P_{\vartheta})}{3\rho_l}} \\ if P > P_{\vartheta} \end{cases}$$
(6)

Rayleigh-Plesset<sup>6</sup>

در معادلات بالا،  $P_{\theta}$  فشار بخار و  $r_{nuc}$  کسر حجمی مرکز هسته و مقدار آن  $F_{c} = F_{c}$  است.  $R_{b}$  شعاع حباب و مقدار آن  $10^{-6}$ ، و  $F_{c} = F_{c}$  و  $F_{c}$  برای فرآیند تبخیر و چگالش ضرائب تجربی هستند که مقادیر آنها به برای فرآیند تبخیر و چگالش ضرائب تجربی هستند که مقادیر آنها به ترتیب 50 و 0.01 است والبته بسته به نوع مدل امکان دارد تغییرکند.

### k - arepsilon(RNG)مدل آشفتگی-3-2

مدل آشفتگی $k - \varepsilon(RNG)$  با روابط بهبود رفتار در نزدیک دیواره انتخاب شده است، انرژی جنبشی k مطابق با مطابق با معادله(7) تعریف می شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}(\rho k u_{i}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[ \alpha_{k} \mu_{eff} \frac{\partial}{\partial x_{j}} k \right] + G_{k} + G_{b} - \rho \varepsilon - Y_{M} + S_{k}$$

$$+ S_{k} = S_{k} = S_{k} + S$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}(\rho\varepsilon u_{i}) = 
\frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\alpha_{k}\mu_{eff}\frac{\partial}{\partial x_{j}}\varepsilon\right] + C_{1\varepsilon}(G_{k} + G_{3\varepsilon}G_{b}) 
- G_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^{2}}{k} - R_{\varepsilon} + S_{\varepsilon}$$
(8)

در این معادلات،  $G_k$  نمایانگر تولید انرژی جنبشی توربولانسی به دلیل گرادیان سرعت متوسط،  $G_b$  نمایانگر تولید انرژی جنبشی آشفتگی به دلیل اثرات گرانش،  $Y_M$  نشان دهنده سهم نوسانات در جریان اغتشاشی تراکمپذیر نسبت به اتلافات کلی،  $\alpha_k$  و  $\alpha_\epsilon$  معکوس اعداد پرانتل اغتشاشی برای k و 3 و نهایتا  $S_k$  و 3 ترمهای چشمه می باشند.

#### 4-2–مدل آشفتگی (LES(WALE

معادلات حاکم شامل معادلات بقاء جرم و مومنتوم به شرح زیر است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) 
= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$$
(10)

که در آن  $u_i$  مولفه سرعت در جهت  $i e^{0}$  فشار مخلوط است.  $\mu$  لزجت جریان،  $\rho$  دانسیته مخلوط که در بخش معادلات (4) و (5) تعریف شده است، اعمال یک فیلترینگ<sup>9</sup> بر روی روابط ذکر شده معادلات LES را به صورت زیر میدهد:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{u}_j)}{\partial x_j} = 0$$
<sup>(11)</sup>

Enhanced wall treatment 7

Dissipation <sup>8</sup> Filtering <sup>9</sup>

$$\frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$
(12)

که در آن علامت بار کمیت فیلتر شده است. معادله(12) یک ترم غیر-خطی دارد که در معادله (10) رخ نمیدهد.

$$\tau_{ij} = \rho \left( \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \right) \tag{13}$$

که تنش زیر شبکه ای نامیده میشود و باید مدلسازی گردد. یکی از مدلهای زیر شبکهای که معمولا استفاده میشود، مدل لزجت-گردابه -ای است، که فرض بر این است که تنش زیر شبکهای متناسب با نرخ تانسور کرنش، *آن*، که از مقیاس بزرگ جریان فیلتر شده است.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij} \tag{14}$$

که در آن  $\overline{S}_{ij}$  نرخ تانسور کرنش برای مقیاس حل بوده و لزجت آشفتگی زیر شبکه  $\mu_t$ ، توسط مدل زیر شبکهای (تنظیم لزجت گردابهای متناسب با دیواره) بسته شده است. لزجت آشفتگی زیر شبکه  $\mu_t$  و نرخ تانسور کرنش برای مقیاس حل شده،  $\overline{S}_{ij}$ ، به صورت زیر در مدل WALE تعریف شده است:

$$\mu_t = \rho L_s^2 \frac{\left(S_{ij}^d S_{ij}^d\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}\right)^{\frac{5}{2}} + \left(S_{ij}^d S_{ij}^d\right)^{\frac{5}{4}}}$$
(15)

$$S_{ij}^{d} = \frac{1}{2} \left( \bar{g}_{ij}^{2} + \bar{g}_{ji}^{2} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{g}_{kk}^{2}$$
(16)

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$
(17)

$$\bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad L_s = \min\left(kd, C_s V^{\frac{1}{3}}\right)$$
 (18)

که در آن طول $L_s$  اختلاط برای مقیاس زیر شبکه، kثابت ون-کارمن، d فاصله نزدیکترین دیواره، V حجم سلول محاسباتی و ضریب $C_s$  در این مدل، با استفاده از جریان اغتشاشی همگن همسانی که آزادانه در حال اضمحلال میباشد، کالیبره شده است. مقدار پیش فرض0.5 می- باشد.

#### 3-نتايج

## 3–1–روش شبيەسازى

معادلات وابسته به زمان در هر دو حوزه مکان و زمان گسسته شده اند. ترم های جابه جایی و پخشی به ترتیب با طرح های بالادست مرتبه دوم و تفاضل مرکزی مرتبه دوم گسسته شده اند. همچنین گسسته سازی ترم های فشار و کسر حجمی بخار از طرح PRESTO و

QUICK استفاده شده است. ترم زمانی با استفاده از طرح ضمنی مرتبه دوم گسسته شده است. روش عددی مورد استفاده در این تحلیل براساس الگوریتم فشار مبنا و بر پایه الگوریتم سیمپل بوده و برای حل معادلات ناویر استوکس از نرم افزار انسیس فلوئنت15 استفاده شده است. شبیه سازی جریان کاویتاسیون ناپایا از یک حل اولیه که به صورت جریان بدون کاویتاسیون و پایا آغاز شده. سپس به منظور شبیه سازی جریان همراه با کاویتاسیون حل گر ناپایا و مدل کاویتاسیونی روشن شدند. همچنین دوعدد بدون بعد مهم استفاده شده اعداد رینولدز و کاویتاسیون است که بصورت زیر تعریفمی شود:

$$Re = \frac{U_{\infty}.c}{\vartheta}, \qquad \sigma = \frac{P - P_{\infty}}{\rho . U_{\infty}^2}$$
 (19)

که در آن P فشار،  $P_{\infty}$  فشار بخار جریان آزاد، و سرعت جریان آزاد معادل با 8 متر برثانیه است. عدد کاویتاسیون 0.87، و گام زمانی  $10^{-5}$  ثانیه درنظر گرفته شده است.

دامنه محاسباتی در شکل1 نشان داده شده است. هیدروفویل NACA16012 با زاویه حمله 4درجه و طول وتر c=1m است. لبه ی حمله از ابتدای دامنه 3m فاصله دارد. ارتفاع دامنه 6m فاصله دارد. و از انتهای دامنه 6m فاصله دارد. فشار استاتیک به ترتیب در ورودی و خروجی دامنه و شرط دیواره (غیر لغزشی) در دیواره های بالا، پایین و هیدروفویل تعیین گردید.



شکل 1:دامنه محاسباتی و شرایط مرزی

## 3-2-بررسي استقلال از دامنه و اعتبارسنجي

در این شبیه سازی از شبکه ساختار یافته حول هیدروفویل NACA16012 استفاده شده است. اندازه مش در مجاورت دیواره تاثیر بسزایی روی دینامیک کاویتاسیون دارد. . باتوجه به هندسه حل برای عدم وابستگی حل به شبکه عددی، از 2 شبکه مختلف که تعداد اسلول–های به کار رفته در آنها به ترتیب 124000 و 142000 سلول می–باشند، استفاده گردید. باتوجه به مدلهای آشفتگی مورد استفاده در این تحقیق، شبکه لایه مرزی مقدار  $y^+$  حدود یک انتخاب شده است، شبکه در نزدیک هیدروفویل مطابق با شکل 2 از تراکم بیشتری برخوردار است.



شكل 2:شبكه سازمانيافته در اطراف هيدروفويل

باتوجه به شکل 3 نتایج حاصل از دو شبکه اختلاف کمی با دادههای مرجع [15] دارند، بنابراین شبکه 124000 برای ادامه شبیهسازی مناسب است.



شکل3: نمودار ضریب فشار برای دوشبکه محاسباتی و مقایسه بامرجع[15]

## 3-3-نتایج شبیهسازی در رژیم کاویتاسیون ابری

دراین رژیم مکانیزم کنده شدن ابر بخار کاویتی اتفاق میافتد. بنابراین یک وظیفه ی اصلی مدل آشفتگی مناسب رهگیری و دینامیک کنده-شدن کاویتی میباشد. تمام نتایج به دست آمده در این بخش در لحظه -ای خاص ارائه شده و با یکدیگر مقایسه شده اند.

شکل 4 نشان دهنده ی شکل کاویتاسیون و کنده شدن ابر بخار کاویتی در عدد کاویتاسیون 0.87 می باشد که با استفاده از رهیافت LES(WALE) بدست آمده است. با توجه به مکانیزم کنده شدن کاویتی، جریان از یک ماهیت ناپایا برخوردار می باشد.



### شکل 4: کانتور کسر حجمی بخار با مدل(UES(WALE)

همچنین شکل 5 دینامیک جریان کاویتاسیون را که با استفاده از مدل آشفتگی  $(E,NG) = k - \epsilon$  بدست آمده را نشان میدهد، که مکانیزم ناپایداری و جدایش کاویتی را نشان نمیدهد. بنابراین مکانیزم کنده شدن کاویتاسیون رهگیری نمیشود و دارای نقصهای اساسی میباشد، که درتناقض با رژیم کاویتاسیون ابری است.



k-arepsilon(RNG) شکل 5:کانتور کسر حجمی بخار با

کانتور ضریب فشار در شکلهای 6 و 7 آورده شده است. منطقه فشار منفی در مدل (LES(WALE گستردهتر از مدل (*k – ε(RNG می–* باشد، که دلیل آن جدا شدن ابر کاویتی است.



شكل 6:كانتور ضريب فشار با مدل(ES(WALE)



شکل 7 کانتور ضریب فشار با (RNG) k−ε در شکلهای 8 و 9 کانتورهای سرعت و خطوط جریان، برای مدل LES(WALE) و مدل (*RNG k − ε (RNG* نمایش داده شده است.



شكل 8:كانتور سرعت با رهيافت (EES(WALE)



 $k - \varepsilon(RNG)$ شکل 9:کانتور سرعت با مدل

همچنین شکل 10 نمای نزدیکتری از شکل 8را نشان میدهد که در آن گردابهها شکل گرفته است، در حالیکه مدل ( $k - \varepsilon(RNG)$  آنها را نشان نمیدهد.



شکل 10: نمای نزدیک از کانتور سرعت بر روی سطح هیدروفویل با مدل LES(WALE)

### 4-نتيجەگىرى

5-منابع

در این مقاله شبیه سازی حول هیدروفویل NACA16012 با مدل های آشفتگی (UALE و  $k - \epsilon(RNG)$  به همراه معادله انتقال جرم زوارت گربر بلامیری بررسی گردید. مقایسه ی شکل های به دست آمده از LES(WALE و  $k - \epsilon(RNG)$  به دست آمده از مدل آشفتگی (LES(WALE نمی تواند LES(WALE) نمی تواند مکانیزم کنده شدن کاویتاسیون را رهگیری کند و دارای نقص های اساسی و عمده ای می بنایر این انتخاب مدل آشفتگی در پیش بینی درست مکانیزم دینامیک کنده شدن کاویتاسیون ناپایا بسیار حائز اهمیت

- [1] A. Kubota, H. Kato, and H. Yamaguchi, "A new modelling of cavitating flows: a numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section," *Journal of fluid Mechanics*, vol. 240, pp. 59-96, 1992.
  - [2] Y. Delannoy, J. L. Kueny, "Two phase flow approach in unsteady cavitation modelling," in *Proc. of Cavitation and Multiphase Flow Forum*, 1990, 1990.
  - [3] O. Coutier-Delgosha, J. Reboud, and Y. Delannoy, "Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating flows," *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 42, pp. 527-548, 2003.
  - [4] C. L. Merkle, J. Feng, and P. E. Buelow, "Computational modeling of the dynamics of sheet cavitation," in *3rd International symposium on cavitation, Grenoble, France*, 1998, pp. 47-54.
  - [5] R. F. Kunz, D. A. Boger, D. R. Stinebring, T. S. Chyczewski, J. W. Lindau, H. J. Gibeling, *et al.*, "A preconditioned Navier–Stokes method for twophase flows with application to cavitation prediction," *Computers & Fluids*, vol. 29, pp. 849-875, 2000.
  - [6] G. H. Schnerr and J. Sauer", Physical and numerical modeling of unsteady cavitation dynamics," in *Fourth international conference on multiphase flow*, *New Orleans*, USA, 2001.
  - [7] A. K. Singhal, M. M. Athavale, H. Li, and Y. Jiang, "Mathematical basis and validation of the full cavitation model," *Transactions-American Society* of Mechanical Engineers Journal of Fluids Engineering, vol. 124, pp. 617-624, 2002.
  - [8] H. Biao and W. Guo-Yu, "Evaluation of a filterbased model for computations of cavitating flows," *Chinese Physics Letters*, vol. 28, p. 026401, 2011.
  - [9] J. Bin, L. Xian-Wu, W. Yu-Lin, and X. Hong-Yuan, "Unsteady cavitating flow around a hydrofoil simulated using the partially-averaged Navier— Stokes Model," *Chinese Physics Letters*, vol. 29, p. 076401, 2012.

- [10] B. Huang and G-.Y. Wang, "Partially averaged Navier-Stokes method for time-dependent turbulent cavitating flows," *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, vol. 23, pp. 26-33, 2011.
- [11] B. Ji, X. Luo, Y. Wu, X. Peng, and H. Xu, "Partially-Averaged Navier–Stokes method with modified k–ε model for cavitating flow around a marine propeller in a non-uniform wake," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 6582-6588, 2012.
- [12] B. Ji, X. Luo, Y. Wu, X. Peng, and Y. Duan, "Numerical analysis of unsteady cavitating turbulent flow and shedding horse-shoe vortex structure around a twisted hydrofoil," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 51, pp. 33-43, 2013.
- [13] G. Wang and M. Ostoja-Starzewski, "Large eddy simulation of a sheet/cloud cavitation on a NACA0 015hydrofoil," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 31, pp. 417-447, 2007.
- [14] X. Luo, B. Ji, X. Peng, H. Xu, and M. Nishi, "Numerical simulation of cavity shedding from a three-dimensional twisted hydrofoil and induced pressure fluctuation by large-eddy simulation," *Journal of Fluids Engineering*, vol. 134, p. 041202, 2012.
- [15] F. Celik, Y. A. Ozden, and S. Bal, "Numerical simulation of flow around two-and threedimensional partially cavitating hydrofoils," *Ocean Engineering*, vol. 78, pp. 22-34, 2014.
- [16] C. E. Brennen, *Fundamentals of multiphase flow*: Cambridge university press, 2005.