اندازه‌گیری آنتروپی برای ارزیابی شاخص‌های بورس بی‌ثبات

محمد تقی زاده[۱]، غلامرضا محتشمی برزادران، محمد امینی
دانشکده علوم ریاضی، گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده: آنتروپی به عنوان یک معیار برای اندازه گیری اختلال یا عدم قطعیت یک سیستم است، ما در این مقاله از این مفهوم آنتروپی استفاده کردیم تا در بورس اوراق بهادار تهران شاخص های سهام فرار را بررسی کنیم چرا که مفهوم آنتروپی مشابه ویژگی نوسانات بازار سهام می‌باشد. دراین مقاله داده های ماهیانه و فصلی چهار شاخص در بورس اوراق بهادار تهران را درنظر گرفتیم و آنتروپی شانون برای برآوردگرهای مختلف، آنتروپی تسالیس وآنتروپی رنی (برای مقادیر مختلف پارامتر)، آنتروپی سیمپسون تعمیم یافته، آنتروپی HCDT و شاخص جینی- سیمپسون را محاسبه و نتایج را ارائه دادیم و در ادامه واگرایی کولبک- لیبلر و واگرایی جنسن- شانون را برای این چهار شاخص برای داده‌های ماهیانه و فصلی نیز محاسبه شده و تحلیل آن ارائه گردیده است.

واژه‌های کلیدی: آنتروپی، آنتروپی رنی، آنتروپی تسالیس، شاخص جینی- سیمپسون، آنتروپی سیمپسون تعمیم‌یافته، واگرایی، شاخص بورس.
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62B10، 62B10.

۱ مقدمه

آنتروپی یک معیاربرای اندازه گیری عدم قطعیت متغیر تصادفی است که اولین بار شانون آن را در سال (۱۹۴۸) معرفی کرد. هر یک از محققین با تعمیم این آنتروپی معیار های دیگری برای اندازه گیری عدم قطعیت بیان کردند که از جمله آنها می توان به آنتروپی رنی (۱۹۶۱)، آنتروپی تسالیس(۱۹۸۸) وغیره اشاره کرد. آنتروپی و نظریه احتمال در زمینه های مختلف گسترش یافته است که از جمله آنها می توان به اقتصاد اشاره کرد. از مفهوم آنتروپی برای بررسی شاخص های سهام بی ثبات استفاده می شود. نظریه قیمت گذاری آنتروپی توسط گولکو(۱۹۹۵)، به عنوان روشی جایگزین برای ساخت احتمالی ریسک بدون تکیه بر محاسبات اتفاقی معرفی شد. یکی از مباحث مرتبط که مبتنی بر آنتروپی است، واگرایی کولبک ـ لیبلر است. آنتروپی نسبی اولین بارتوسط کولبک و لیبلر (۱۹۵۱) معرفی شد. این اندازه اطلاع، میزان همگرایی دو جرم احتمال را نشان می دهد هرچه دو جرم احتمال به هم نزدیک ترباشند آنتروپی نسبی به صفر نزدیک ترمی شود. ساختار این مقاله به شرح زیر است: درادامه توضیحی درمورد بورس اوراق بهادار تهران وشاخص های مختلف آن داده شده. دربخش دوم به تعاریف آنتروپی شانون (۱۹۴۸)، رنی (۱۹۶۱)، تسالیس (۱۹۸۸)، آنتروپی سیمپسون تعمیم یافته (۲۰۱۰)، آنتروپی HCDT[1] (۱۹۷۳)، شاخص جینی – سیمپسون (۱۹۴۹)، واگرایی کولبک – لیبلر (۱۹۵۱) و واگرایی جنسن – شانون (۱۹۹۱) می پردازیم. در بخش سوم ودر قسمت اول نتایج محاسباتی برای تجزیه و تحلیل داده های چهار شاخص بورس اوراق بهادارتهران را ارائه می دهیم و درقسمت دوم به مقایسه ی واگرایی کولبک – لیبلر و جنسن –

[1] Havrda Charvat Daroczy Tsallis

[۱] **محمد تقی زاده:** mohammadtaghizadeh2442@gmail.com

شانون می پردازیم و در نهایت در بخش چهارم به نتیجه گیری خواهیم پرداخت. بورس اوراق بهادار تهران شاخص‌هایی مختلفی نظیر شاخص کل قیمت، شاخص صنعت و مالی، شاخص سهام آزاد شناور، شاخص بازار اول و بازار دوم، شاخص پنجاه شرکت برترو... می‌باشد. شاخص کل قیمت نشان‌دهنده تغییرات سطح عمومی قیمت‌ها در کل بازار است و میانگین افزایش یا کاهش قیمت سهام در بازار را بیان می‌کند این تغییرات نسبت به تاریخ مبدا که در سال (۱۳۶۹) است، بیان می‌شود.

۲ مفاهیمی از نظریه اطلاعات

تعاریف مقدماتی اندازه گیری آنتروپی ها و واگرایی های مختلف را که قراراست در محاسبات از آنها بهره ببریم را بیان می کنیم.

تعریف ۱.۲. *آنتروپی شانون: اگر X یک متغیر تصادفی گسسته با تابع جرم احتمال $p = (p_1, p_2, \cdots, p_n)$ که $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ و $0 \leq p_i \leq 1$ ، $p_i = P(X = x_i)$ ، بنابراین آنتروپی متغیر گسسته به صورت*

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) log p(x_i)$$

می باشد و حداکثر مقدار آن وقتی $H(X) = log_2 n$ برای توزیع یکنواخت به دست می آید و $0 = \lim_{p \to 0^+} plogp$ است. معمولا پایه لگاریتم ۲ یا e (عدد نپر) است. اگرپایه ۲ باشد واحد اندازه گیری بیت واگر e باشد واحد اندازه گیری نت خواهد بود.

تعریف ۲.۲. *آنتروپی رنی: اولین و بهترین تعمیم آنتروپی شانون توسط رنی (۱۹۶۱) ارائه شد که آنتروپی ازمرتبه ی α برای متغیر تصادفی گسسته X به فرم زیر است*

$$H_{R_\alpha}(X) = \frac{1}{1-\alpha} log \sum_{i=1}^{n} p_i^\alpha$$

تعریف ۳.۲. *آنتروپی تسالیس: درسال (۱۹۶۱) تسالیس آنتروپی ازمرتبه ی α را برای متغیر تصادفی گسسته X به شکل زیر بیان کرد*

$$H_{T_\alpha}(X) = \frac{1}{\alpha - 1}[1 - \sum_{i=1}^{n} p_i^\alpha]$$

تعریف ۴.۲. *آنتروپی سیمپسون تعمیم یافته : فرض کنید $l_1, l_2, \cdots, l_s$ گونه هایی در یک جامعه باشند و فرض کنید p_s نسبت افراد متعلق به گونه ی l_s باشد. لزوما $0 \leq p_s \leq 1$ و $\sum_{s=1}^{S} p_s = 1$ می باشد، وقتی که نمونه برداری یک فرد از جامعه مد نظر است می توان بیان کرد که به عنوان احتمال دیدن یک فرد از گونه l_s می باشد. آنتروپی سیمپسون تعمیم یافته φ_r یک خانواده از شاخص های تنوع برابر*

$$\varphi_r = \sum_{s=1}^{S} p_s (1 - p_s)^r$$

است.

تعریف ۵.۲. *آنتروپی $HCDT$: با توجه به این که می دانیم*

$${}^qT = \frac{\sum_{s=1}^{S} p_s^q - 1}{1 - q}$$

که در آن اگر $q \to 1$ آنگاه خواهیم داشت $T = \sum_{s=1}^{S} p_s log p_s$ که در این صورت تعداد موثر گونه ها برای آنتروپ$HCDT$ برابر

$${}^qD^T = (\sum_{s=1}^{S} p_s^q)^{\frac{1}{1-q}}$$

می باشد. در این حالت نیز اگر $q \to 1$ آنگاه ${}^1D^T = e^{{}^1T}$ خواهد شد توجه داشته باشید که این مقدار تنوع را $HCDT$ می نامند، اگر چه در ادبیات آن را اغلب به نام تنوع هیل نامیده می شود.

تعریف ۶.۲. *شاخص جینی ـ سیمپسون : شاخص اصلی سیمپسون λ برابر با احتمال این است که دو نهاد به طور تصادفی از مجموعه داده های مورد علاقه (با جایگزینی) به صورت تصادفی نمایش داده می شوند. اگرشاخص اصلی سیمپسون را به $\lambda - ۱$ تبدیل کنیم بنابراین برابر با احتمال این است که دو نهاد انواع مختلفی را نشان می دهند. این اندازه گیری نیز در محیط زیست به عنوان احتمال برخورد متقابل و شاخص جینی سیمپسون شناخته شده است که*

$$۱ - \lambda = ۱ - \sum_{s=۱}^{S} p_s^۲$$

می باشد.شاخص گیبز- مارتین مطالعات جامعه شناسی، روانشناسی و مدیریت، که همچنین به عنوان شاخص بلوز شناخته می شود، همان اندازه از شاخص جینی- سیمپسون است.

تعریف ۷.۲. *واگرایی کولبک – لیبلر: آنتروپی نسبی بین دوجرم احتمال $p(x)$ و $q(x)$ بر یک متغیر تصادفی گسسته X به شکل $D_{KL}(p||q)$ نمایش داده می شود و داریم*

$$D_{KL}(p||q) = \sum_{x \in S_x} p(x) log \frac{p(x)}{q(x)}$$

که درآن S_x تکیه گاه متغیر تصادفی می باشد.

تعریف ۸.۲. *واگرایی جنسن – شانون: این واگرایی به صورت $JSD(P||Q)$ نمایش داده می شود که تعریف آن بین دو توزیع احتمالی P و Q به فرم*

$$JSD(P||Q) = \frac{۱}{۲}[KL(P||R) + KL(Q||R)]$$

است که درآن $R = \frac{۱}{۲}(P+Q)$ نقطه میان بردارهای احتمالات P و Q، همچنین $KL(P||Q)$ و $KL(Q||R)$ به ترتیب نشان دهنده واگرایی کولبک – لیبلر P و R و نیز Q و R می باشد.

۳ اندازه گیری آنتروپی ها و واگرایی ها درشاخص های بورس تهران

۱.۳ اندازه گیری آنتروپی ها

دراین بخش از مفهوم آنتروپی در امور مالی برای محاسبه ی آنتروپی شانون و تعمیم های مختلف آن استفاده خواهیم کرد. قیمت های ماهیانه و فصلی چهار شاخص بورس اوراق بهادار تهران مانند شاخص کل ، شاخص بازار اول، شاخص مالی، شاخص میانگین پنجاه شرکت برتر را برای سالهای ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ در نظر گرفتیم که تعداد داده های ماهیانه ۱۰۸ وداده های فصلی ۳۶ می باشد. در مرحله ی اول برآوردگرهای مختلف برای اندازه گیری آنتروپی شانون مانند (ML)[۲] ، (MM)[۳] ، (Jeffreys)[۴] ، (SG)[۵] ، (Minimax) ، (CS)[۶] و (Sherink)[۷] را مد نظر قرار دادیم، در مراحل بعدی به ترتیب اندازه گیری آنتروپی رنی وآنتروپی تسالیس را برای مقادیر مختلف پارامترα ، آنتروپی سیمپسون تعمیم یافته برای مقادیر مختلف پارامترr ، آنتروپی HCDT و شاخص جینی – سیمپسون را در نظر گرفتیم، نتایج حاصل شده در جدول های ۸ـ۱ ارائه شده است.

تحلیل

باتوجه به جداول، ملاحظه می‌شود همه مقادیر آنتروپی ها مثبت هستند. مقادیر جدول های ۱ تا ۴ که مربوط به داده های هفته‌ای می‌باشد، نشان می‌دهند که دربین شاخص ها، شاخص مالی ارزشمند تر است چون مقادیر آنتروپی شانون برای برآوردگرهای مختلف و همچنین تعمیم های مختلف آن، نسبت به سه شاخص دیگر بیشتر است پس میتوان گفت بیشترین بی‌ثباتی را دارد، همچنین شاخص میانگین پنجاه شرکت برتر

[2] Maximom Liklihood
[3] Miller-Madow entropy. (۱۹۵۵)
[4] Krichevsky،R.E.،and V. K.Trofimov. (۱۹۸۱)
[5] Schurmann، T.، and P. Grassberger. (۱۹۹۶)
[6] Choe shen entropy. (۲۰۰۳)
[7] Sherink entropy. (۲۰۰۹)

جدول ۱: نتایج آنتروپی ها برای دادهای ماهانه بورس تهران : شاخص کل

$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$	${}^qD^T$		φ_r		$H_{T_\alpha}(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H(X)$	
مقدار	مقدار	q	مقدار	r	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	برآوردگرها
۰/۹۸۶۹	۱۰۷/۷۰۹۴	۰	۰/۹۸۶۸۵۶۶	۱	۱۰۲/۸۱۳۴	۰	۴/۶۷۹۴۳۷	۰	۴/۴۵۹۸۱۱	ML
	۸۶/۴۷۱۷۵	۱	۰/۹۷۳۹۱۱۹	۲	۴۱/۲۱۳۹۹	۰/۲۵	۴/۶۱۷۲۴۶	۰/۲۵	۴/۴۵۹۸۲۳	MM
	۷۶/۰۸۳۶۲	۲	۰/۹۶۱۱۶۲۷	۳	۱۷/۵۳۶۱۳	۰/۵	۴/۵۵۸۲۳۷	۰/۵	۴/۴۵۹۸۱۷	$Jeffreys$
	۷۰/۹۳۶۰۵	۳	۰/۹۴۸۶۰۶	۴	۸/۳۳۸۵۵	۰/۷۵	۴/۴۵۹۸۱۸	۱	۴/۴۵۹۸۲۳	$Laplas$
	۶۸/۰۵۸۵۸	۴	۰/۹۳۶۲۳۸۷	۵	۴/۴۵۹۸۱۸	۱	۴/۳۳۱۸۳۳	۲	۴/۴۵۹۸۱۱	SG
	۶۶/۲۴۸۷۷	۵	۰/۹۲۴۰۵۷۷	۶	۲/۶۷۵۱۹۵	۱/۲۵	۴/۲۶۱۷۷۹	۳	۴/۴۶۰۰۴۲	$Minimax$
	۶۴/۹۹۸۴۷	۶	۰/۹۱۲۰۶۰۱	۷	۱/۷۷۶۸۴	۱/۵	۴/۲۲۰۳۶۹	۴	۴/۴۵۹۸۱۱	CS
	۶۴/۰۷۰۹۱	۷	۰/۹۰۰۲۴۲۹	۸	۱/۲۸۲۵۳۸	۱/۷۵	۴/۱۹۳۴۱۷	۵	۴/۴۵۹۸۳۹	$Sherink$
	۶۳/۴۶۸۹۷	۸	۰/۸۸۸۶۰۳۴	۹	۰/۹۸۶۸۵۶۶	۲	۴/۱۷۴۳۶۴	۶		

جدول ۲: نتایج آنتروپی ها برای دادهای ماهانه بورس تهران : شاخص بازاراول

$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$	${}^qD^T$		φ_r		$H_{T_\alpha}(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H(X)$	
مقدار	مقدار	q	مقدار	r	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	برآوردگرها
۰/۹۸۷۴	۱۰۷/۷۵۳	۰	۰/۹۸۷۴۲۰۶	۱	۱۰۲/۸۵۵۱	۰	۴/۶۷۹۸۴۲	۰	۴/۴۹۱۴۲	ML
	۸۹/۲۴۹	۱	۰/۹۷۵۰۲۲۵	۲	۴۱/۵۲۵۷۳	۰/۲۵	۴/۶۲۶۹۸	۰/۲۵	۴/۴۹۱۴۳۶	MM
	۷۹/۴۹۵۳۵	۲	۰/۹۶۲۸۰۲۷	۳	۱۷/۷۱۶۶	۰/۵	۴/۵۷۶۶۲۷	۰/۵	۴/۴۹۱۴۲۷	$Jeffreys$
	۷۴/۲۹۵۳۲	۳	۰/۹۵۰۷۵۸۶	۴	۸/۴۱۸۱۰۳	۰/۷۵	۴/۴۹۱۴۳	۱	۴/۴۹۱۴۳۴	$Laplas$
	۷۱/۲۲۶۲۱	۴	۰/۹۳۸۸۸۷۴	۵	۴/۴۹۱۴۳	۱	۴/۳۷۵۶۹۹	۲	۴/۴۹۱۴۲	SG
	۶۹/۲۱۹۹۵	۵	۰/۹۲۷۱۸۶۷	۶	۲/۶۸۷۱۳	۱/۲۵	۴/۳۰۸۰۴۸	۳	۴/۴۹۱۶۴۸	$Minimax$
	۶۷/۷۹۳۵۲	۶	۰/۹۱۵۶۵۳۷	۷	۱/۷۸۱۲۱۹	۱/۵	۴/۲۶۵۸۶۱	۴	۴/۴۹۱۴۲	CS
	۶۶/۷۰۹۶۱	۷	۰/۹۰۴۲۸۵۹	۸	۱/۲۸۴۱۱۸	۱/۷۵	۴/۲۳۷۲۸۹	۵	۴/۴۹۱۴۵۷	$Sherink$
	۶۵/۹۸۹۳۵	۸	۰/۸۹۳۰۸۰۸	۹	۰/۹۸۷۴۲۰۶	۲	۴/۲۱۶۴۶۷	۶		

جدول ۳: نتایج آنتروپی ها برای دادهای ماهانه بورس تهران : شاخص مالی

$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$	${}^qD^T$		φ_r		$H_{T_\alpha}(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H(X)$	
مقدار	مقدار	q	مقدار	r	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	برآوردگرها
۰/۹۸۷۷	۱۰۷/۷۷۶۴	۰	۰/۹۸۷۶۵۵۱	۱	۱۰۲/۸۷۷۴	۰	۴/۶۸۰۰۵۹	۰	۴/۵۰۶۵۳۷	ML
	۹۰/۶۰۷۸۲	۱	۰/۹۷۵۴۸۴۹	۲	۴۱/۶۸۹۳۱	۰/۲۵	۴/۶۳۲۰۵۹	۰/۲۵	۴/۵۰۶۵۴۲	MM
	۸۱/۰۰۵۱۵	۲	۰/۹۶۳۴۸۶۷	۳	۱۷/۸۰۸۶۴	۰/۵	۴/۵۸۵۹۴۲	۰/۵	۴/۵۰۶۵۳۹	$Jeffreys$
	۷۵/۶۶۶۳۶	۳	۰/۹۵۱۶۵۷۹	۴	۸/۴۵۷۴۲	۰/۷۵	۴/۵۰۶۵۴۱	۱	۴/۵۰۶۵۴۱	$Laplas$
	۷۲/۴۷۲۶۱	۴	۰/۹۳۹۹۹۶۱	۵	۴/۵۰۶۵۴۱	۱	۴/۳۹۴۵۱۳	۲	۴/۵۰۶۵۳۷	SG
	۷۰/۴۰۲۰۸	۵	۰/۹۲۸۴۹۸۶	۶	۲/۶۹۲۶۳۹	۱/۲۵	۴/۳۲۶۳۳۴	۳	۴/۵۰۶۶۲	$Minimax$
	۶۸/۹۶۰۵۹	۶	۰/۹۱۷۱۶۳۱	۷	۱/۷۸۳۱۷	۱/۵	۴/۲۸۳۲۰۹	۴	۴/۵۰۶۵۳۷	CS
	۶۷/۸۹۴۱۹	۷	۰/۹۰۵۹۸۷	۸	۱/۲۸۴۷۹۷	۱/۷۵	۴/۲۵۴۲۲۳	۵	۴/۵۰۶۵۵	$Sherink$
	۶۷/۲۰۹۷۴	۸	۰/۸۹۴۹۶۸۱	۹	۰/۹۸۷۶۵۵۱	۲	۴/۲۳۳۵۳۵	۶		

جدول ۴: نتایج آنتروپی ها برای دادهای ماهانه بورس تهران :شاخص میانگین پنجاه شرکت برتر

$H(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H_{T_\alpha}(X)$		φ_r		${}^qD^T$		$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$
برآوردگرها	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	r	مقدار	q	مقدار	مقدار
ML	۴/۳۵۰۵۰۲	۰	۴/۶۷۷۸۵۷	۰	۱۰۲/۶۵۱۲	۱	۰/۹۸۴۹۵۰۷	۰	۱۰۷/۵۳۹۴	۰/۹۸۵
MM	۴/۳۵۰۵۰۹	۰/۲۵	۴/۵۸۰۱۴	۰/۲۵	۴۰/۰۴۶۲۲	۲	۰/۹۷۰۱۶۱۴	۱	۷۷/۵۱۷۵۷	
$Jeffreys$	۴/۳۵۰۵۰۸	۰/۵	۴/۴۹۰۱۹۳	۰/۵	۱۶/۸۸۲۶۶	۳	۰/۹۵۵۶۲۷۶	۲	۶۶/۴۴۸۱	
$Laplas$	۴/۳۵۰۵۱۳	۱	۴/۳۵۰۵۰۵	۰/۷۵	۸/۰۵۸۰۵۲	۴	۰/۹۴۱۳۴۴۷	۳	۶۲/۰۰۴۹۳	
SG	۴/۳۵۰۵۰۲	۲	۴/۱۹۶۴۲۱	۱	۴/۳۵۰۵۰۵	۵	۰/۹۲۷۳۰۸	۴	۵۹/۸۰۳۷۴	
$Minimax$	۴/۳۵۰۷۷۸	۳	۴/۱۲۷۲۱۴	۱/۲۵	۲/۶۳۴۴۷۱	۶	۰/۹۱۳۵۱۳۳	۵	۵۸/۵۰۵۴۵	
CS	۴/۳۵۰۵۰۲	۴	۴/۰۹۱۰۶۸	۱/۵	۱/۷۶۲۰۱۴	۷	۰/۸۹۹۵۶۱	۶	۵۷/۶۳۶۸۶	
$Sherink$	۴/۳۵۰۵۱۹	۵	۴/۰۶۹۱۲	۱/۷۵	۱/۲۷۷۲۰۵	۸	۰/۸۸۶۶۳۲۳	۷	۵۷/۰۰۱۶۲	
		۶	۴/۰۵۴۱۶۲	۲	۰/۹۸۴۹۵۰۷	۹	۰/۸۷۳۵۳۷۵	۸	۵۶/۵۶۳۸۹	

جدول ۵: نتایج آنتروپی ها برای دادهای فصلی بورس تهران : شاخص کل

$H(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H_{T_\alpha}(X)$		φ_r		${}^qD^T$		$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$
برآوردگرها	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	r	مقدار	q	مقدار	مقدار
ML	۳/۳۶۵۷۱۲	۰	۳/۵۸۰۸۶۹	۰	۳۳/۹۸۱۵۹	۱	۰/۹۶۰۸۳۹۸	۰	۳۵/۹۰۴۷۲	۰/۹۶۰۸
MM	۳/۳۶۵۷۲۴	۰/۲۵	۳/۵۱۹۷۹۷	۰/۲۵	۱۷/۳۴۸۰۹	۲	۰/۹۲۳۴۴۲۶	۱	۲۸/۹۵۴۲۸	
$Jeffreys$	۳/۳۶۵۷۱۸	۰/۵	۳/۴۶۱۹۸۹	۰/۵	۹/۲۹۲۵۳۴	۳	۰/۸۸۷۷۲۴۲	۲	۲۵/۵۳۶۱۵	
$Laplas$	۳/۳۶۵۷۲۴	۱	۳/۳۶۵۷۱۸	۰/۷۵	۵/۳۸۳۴۹۳	۴	۰/۸۵۳۶۰۵	۳	۲۳/۸۱۷۰۱	
SG	۳/۳۶۵۷۱۲	۲	۳/۲۴۰۰۹۵	۱	۳/۳۶۵۷۱۸	۵	۰/۸۲۱۰۰۸۹	۴	۲۲/۸۳۷۴۶	
$Minimax$	۳/۳۶۶۱۰۴	۳	۳/۱۷۰۴	۱/۲۵	۲/۲۵۸۷۹	۶	۰/۷۸۹۸۶۳۷	۵	۲۲/۲۰۸۱۶	
CS	۳/۳۶۵۷۱۲	۴	۳/۱۲۸۴۰۲	۱/۵	۱/۶۱۴۶۳۷	۷	۰/۷۶۰۱۰۰۷	۶	۲۱/۷۶۳۷۸	
$Sherink$	۳/۳۶۵۷۳۹	۵	۳/۱۰۰۴۶	۱/۷۵	۱/۲۱۸۱۰۹	۸	۰/۷۳۱۶۵۴۶	۷	۲۱/۴۲۷۰۱	
		۶	۳/۰۸۰۲۴۷	۲	۰/۹۶۰۸۳۹۸	۹	۰/۷۰۴۴۶۳۳	۸	۲۱/۱۵۸۱۹	

جدول ۶: نتایج آنتروپی ها برای دادهای فصلی بورس تهران : شاخص بازاراول

$H(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H_{T_\alpha}(X)$		φ_r		${}^qD^T$		$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$
برآوردگرها	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	r	مقدار	q	مقدار	مقدار
ML	۳/۳۹۶۴۴۵	۰	۳/۵۸۱۲۶۵	۰	۳۳/۹۹۵۳۲	۱	۰/۹۶۲۴۶۴	۰	۳۵/۹۱۸۹۶	۰/۹۶۲۵
MM	۳/۳۹۶۴۶	۰/۲۵	۳/۵۲۹۳۰۹	۰/۲۵	۱۷/۴۸۱۸۴	۲	۰/۹۲۶۵۴۱۸	۱	۲۹/۸۵۸۰۲	
$Jeffreys$	۳/۳۹۶۴۵۱	۰/۵	۳/۴۷۹۹۲۷	۰/۵	۹/۳۹۴۲۷۲	۳	۰/۸۹۲۱۵۹۵	۲	۲۶/۶۴۱۱	
$Laplas$	۳/۳۹۶۴۵۸	۱	۳/۳۹۶۴۵۴	۰/۷۵	۵/۴۴۲۳۹۵	۴	۰/۸۵۹۲۴۶۷	۳	۲۴/۸۹۳۱۹	
SG	۳/۳۹۶۴۴۵	۲	۳/۲۸۲۴۵۵	۱	۳/۳۹۶۴۵۴	۵	۰/۸۲۷۷۳۶۵	۴	۲۳/۸۳۴۹۸	
$Minimax$	۳/۳۹۶۸۳۱	۳	۳/۲۱۴۵۹۴	۱/۲۵	۲/۲۷۴۰۲۱	۶	۰/۷۹۷۵۶۴۹	۵	۲۳/۱۲۲۹۸	
CS	۳/۳۹۶۴۴۵	۴	۳/۱۷۱۱۵۴	۱/۵	۱/۶۲۱۹۶۹	۷	۰/۷۶۸۶۷۱۲	۶	۲۲/۶۰۱۲۷	
$Sherink$	۳/۳۹۶۴۸	۵	۳/۱۴۰۸۲۷	۱/۷۵	۱/۲۲۱۵۷۸	۸	۰/۷۴۰۹۹۷۳	۷	۲۲/۱۹۳۱۶	
		۶	۳/۱۱۸۰۰۶	۲	۰/۹۶۲۴۶۴	۹	۰/۷۱۴۴۸۸۱	۸	۲۱/۸۵۷۸۵	

جدول ۷: نتایج آنتروپی ها برای دادهای فصلی بورس تهران : شاخص مالی

$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$	${}^qD^T$		φ_r		$H_{T_\alpha}(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H(X)$	
مقدار	مقدار	q	مقدار	r	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	برآوردگرها
۰/۹۶۲۹	۳۵/۹۲۴۳۹	۰	۰/۹۶۲۸۸۸۲	۱	۳۴/۰۰۰۵۶	۰	۳/۵۸۱۴۱۷	۰	۳/۴۰۶۲۱۴	ML
	۳۰/۱۵۱	۱	۰/۹۲۷۳۵۶۲	۲	۱۷/۵۳۰۹۴	۰/۲۵	۳/۵۳۲۷۸۴	۰/۲۵	۳/۴۰۶۲۲	MM
	۲۶/۹۴۵۴۸	۲	۰/۸۹۳۳۳۱۷	۳	۹/۴۲۹۹۶۱	۰/۵	۳/۴۸۶۱۸۲	۰/۵	۳/۴۰۶۲۱۷	$Jeffreys$
	۲۵/۱۶۴۰۵	۳	۰/۸۶۰۷۴۶۶	۴	۵/۴۶۲۰۷۸	۰/۷۵	۳/۴۰۶۲۱۸	۱	۳/۴۰۶۲۱۹	$Laplas$
	۲۴/۰۹۲۷۹	۴	۰/۸۲۹۵۳۶۱	۵	۳/۴۰۶۲۱۸	۱	۳/۲۹۳۸۲۹	۲	۳/۴۰۶۲۱۵	SG
	۲۳/۳۹۲۴	۵	۰/۷۹۹۶۳۸۲	۶	۲/۲۷۸۶۱۸	۱/۲۵	۳/۲۲۵۴۱۶	۳	۳/۴۰۶۴۳۳	$Minimax$
	۲۲/۸۹۹۵۸	۶	۰/۷۷۰۹۹۳۹	۷	۱/۶۲۴۰۷۳	۱/۵	۳/۱۸۱۹۱۳	۴	۳/۴۰۶۲۱۴	CS
	۲۲/۵۳۰۹۹	۷	۰/۷۴۳۵۴۶۷	۸	۱/۲۲۲۵۲۷	۱/۷۵	۳/۱۵۲۴۱۱	۵	۳/۴۰۶۲۲۷	$Sherink$
	۲۲/۲۴۱۴۳	۸	۰/۷۱۷۲۴۳۱	۹	۰/۹۶۲۸۸۸۵	۲	۳/۱۳۱۱۱۹	۶		

جدول ۸: نتایج آنتروپی ها برای دادهای فصلی بورس تهران : شاخص میانگین پنجاه شرکت برتر

$1-\sum_{s=1}^{S} p_s^2$	${}^qD^T$		φ_r		$H_{T_\alpha}(X)$		$H_{R_\alpha}(X)$		$H(X)$	
مقدار	مقدار	q	مقدار	r	مقدار	α	مقدار	α	مقدار	برآوردگرها
۰/۹۵۵۳	۳۵/۸۴۸۲۹	۰	۰/۹۵۵۲۶۵	۱	۳۳/۹۲۷۱۴	۰	۳/۵۷۹۲۹۶	۰	۳/۲۵۸۰۶۳	ML
	۲۵/۹۹۹۱۷	۱	۰/۹۱۲۸۲۶۵	۲	۱۶/۸۳۹۳۴	۰/۲۵	۳/۴۸۲۹۸۳	۰/۲۵	۳/۲۵۸۰۷	MM
	۲۲/۳۵۳۸۸	۲	۰/۸۷۲۵۶۱۵	۳	۸/۹۱۸۹۴۶	۰/۵	۳/۳۹۴۷۰۵	۰/۵	۳/۲۵۸۰۶۸	$Jeffreys$
	۲۰/۸۶۷۷۲	۳	۰/۸۳۴۳۵۴	۴	۵/۱۷۳۰۳	۰/۷۵	۳/۲۵۸۰۶۵	۱	۳/۲۵۸۰۷۴	$Laplas$
	۲۰/۱۱۷۴	۴	۰/۷۹۸۰۹۴۱	۵	۳/۲۵۸۰۶۵	۱	۳/۱۰۷	۲	۳/۲۵۸۰۶۳	SG
	۱۹/۶۶۵۹۶	۵	۰/۷۶۳۶۷۸	۶	۲/۲۰۶۱۴۵	۱/۲۵	۳/۰۳۸۲۰۳	۳	۳/۲۵۸۵۳۲	$Minimax$
	۱۹/۳۵۷۸۸	۶	۰/۷۳۱۰۰۷۵	۷	۱/۵۸۹۴۷۷	۱/۵	۳/۰۰۱۵۸۵	۴	۳/۲۵۸۰۶۳	CS
	۱۹/۱۲۸۳۴	۷	۰/۶۹۹۹۸۹۶	۸	۱/۲۰۶۲۲۹	۱/۷۵	۲/۹۷۸۸۸۹	۵	۳/۲۵۸۰۸	$Sherink$
	۱۸/۹۴۶۵۳	۸	۰/۶۷۰۵۳۶۷	۹	۰/۹۵۵۲۶۵	۲	۲/۹۶۳۱	۶		

ارزش کمتری دارد زیرا مقادیرش از بقیه کمتراست. مقادیر آنتروپی های رنی و تسالیس نشان می دهد هر چه αبه یک نزدیک می شود مقادیر این دو آنتروپی به آنتروپی شانون میل می کند. درجدولهای ۵ تا ۸ که داده های ماهیانه مد نظر بود، دیده می شود که مقادیر آنتروپی شانون، رنی، تسالیس، آنتروپی سیمپسون تعمیم یافته، آنتروپی HCDT و شاخص جینی ـ سیمپسون نیز برای شاخص مالی بیشتر از دیگر شاخص هاست و این یعنی همه ی این تعمیم ها نتیجه ی آنتروپی شانون را تایید می کنند. همچنین دیده می شود که این مقادیر در شاخص میانگین پنجاه شرکت برتر از دیگر شاخص ها کمتر است.

۲.۳ اندازه گیری واگرایی ها

دراین قسمت نتایج واگرایی کولبک — لیبلر و واگرایی جنسن — شانون را برای داده های ماهیانه و فصلی طی دوره های۱۳۸۷ تا ۱۳۹۶ دربورس اوراق بهادار تهران برای چهار شاخص A : شاخص کل ، B : شاخص بازار اول ، C : شاخص مالی و D : شاخص میانگین پنجاه شرکت برتردر جدول های ۹ و ۱۰ ارائه شده است.

جدول ۹: نتایج واگرایی ها برای دادهای ماهیانه چهارشاخص بورس اوراق بهادار تهران

$JSD(P\|\|Q)$	$D_{KL}(p\|\|q)$
$JSD(A\|\|B) =$ ۰/۰۰۰۸۳۸۹۲۶۶	$D(A\|\|B) =$ ۰/۰۰۳۳۳۴۳۵۸
$JSD(A\|\|C) =$ ۰/۰۰۳۶۶۲۴۸۱۳	$D(A\|\|C) =$ ۰/۰۱۴۳۳۵۳۷
$JSD(A\|\|D) =$ ۰/۰۰۶۲۲۲۲۸۸	$D(A\|\|D) =$ ۰/۰۲۵۹۱۱۴۸
$JSD(B\|\|C) =$ ۰/۰۰۲۷۲۳۴	$D(B\|\|C) =$ ۰/۰۱۱۰۴۶۸
$JSD(C\|\|D) =$ ۰/۰۱۴۱۲۵۶۶	$D(C\|\|D) =$ ۰/۰۶۱۰۶۱۶۵

جدول ۱۰: نتایج واگرایی ها برای دادهای فصلی چهارشاخص بورس اوراق بهادار تهران

$JSD(P\|\|Q)$	$D_{KL}(p\|\|q)$
$JSD(A\|\|B) =$ ۰/۰۰۰۸۵۲۳۶۹	$D(A\|\|B) =$ ۰/۰۰۳۳۸۸۷۳۱
$JSD(A\|\|C) =$ ۰/۰۰۳۰۰۱۴۲۳	$D(A\|\|C) =$ ۰/۰۱۱۸۶۱۳۷
$JSD(A\|\|D) =$ ۰/۰۰۶۲۰۴۱۴۶	$D(A\|\|D) =$ ۰/۰۲۵۸۱۷۳۸
$JSD(B\|\|C) =$ ۰/۰۰۲۴۳۶۳۶۱	$D(B\|\|C) =$ ۰/۰۰۹۹۲۴۳۴
$JSD(C\|\|D) =$ ۰/۰۱۱۱۵۱۰۷	$D(C\|\|D) =$ ۰/۰۵۵۹۵۰۳۶

باتوجه به نتایج ارائه شده در جدول های ۹ و ۱۰ ودرنظر گرفتن تعاریف واگرایی ها می توان گفت مقدار واگرایی کولبک ـ لیبلر بین شاخص کل و بازار اول در هر دو جدول خیلی کمتر از واگرایی بین شاخص های مختلف دیگر است که برای واگرایی جنسن — شانون نیز به همین صورت است پس می توان گفت که این دو شاخص خیلی به هم نزدیک هستند. بیشترین مقدار واگرایی های کولبک — لیبلر و جنسن — شانون دراین دو جدول بین شاخص مالی و شاخص پنجاه شرکت برتر می باشد.

بحث و نتیجه‌گیری

نتیجه می گیریم برای داده های هفته ای و ماهیانه شاخص مالی ارزشمند تر و بیشترین بی ثباتی را دارا است و شاخص میانگین پنجاه شرکت برتر کمترین بی ثباتی را دارد. باتوجه به مقادیربه دست آمده برای برآورد های مختلف آنتروپی و تعمیم های آنتروپی که در بخش ۲ بیان شد و در جدول ها ی بخش ۳ از آنها بهره بردیم، نتیجه میشود هرچه این مقادیر زیاد باشند شاخص بیشترین بی ثباتی را دارد و ارزشمند تر و بهتر است. درمورد واگرایی های کولبک ـ لیبلر و جنسن — شانون به این نتیجه رسیدیم که مقدار این دو واگرایی بین شاخص کل و بازار اول و همچنین شاخص بازار اول و مالی خیلی کمتر از مقدار واگرایی های دیگر است و می توان گفت این شاخص ها به هم نزدیک تر هستند. بیشترین مقدار نیز بین شاخص مالی و شاخص پنجاه شرکت برتر می باشد.

مراجع

Chao,A., and T.-J.Shen.(2003). Nonparametric estimation of Shannon's index of diversity whenthere are unseen species in sample. Environ. Ecol. Stat. 10:429-443.

Gulko(1995).The Entropy Theory of Bond Option Pricing, Working Paper, Yale School of Management,October,CT.

Hill MO(1973). Diversity and Evenness: A Unifying Notation and Its Consequences. Ecology. 1973 ; 54(2):427±432.

Hausser, J., and K. Strimmer. (2009). Entropy inference and the James-Stein estimator, with applicationto nonlinear gene association networks. J. Mach. Learn. Res. 10: 1469-1484.

Kullback,S.and Leibler(1951).On information and sufficiency. The Annals of Math. Stat., 22, 79-86.

Krichevsky,R.E.,and V. K.Trofimov(1981).The performance of universal encoding. IEEETrans.Inf. Theory 27:199-207.

Lin, J.(1991).: Divergence measures based on the shannon entropy. IEEE Trans. Infor. Theory 37, 145–151

Renyi,A.(1961). On measures of entropy and information.Proc.FourthBerkeley Symp.I.Berkeley, UC Press.,1,547–561.

Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory ofcommunication. Bell System Tech., 27, 379–423.

Simpson EH. (1949). Measurement of diversity. Nature.; 163(4148):688. doi: 10.1038 /163688a0

Schurmann, T., and P. Grassberger. (1996). Entropy estimation of symbol sequences. Chaos 6:41-427.

Miller, G. (1955). Note on the bias of information estimates. Info. Theory Psychol. Prob. MethodsII-B:95-100.

Muhammad Sheraza, Silvia Dedub, Vasile Predaa(2014).Entropy Measures for Assessing Volatile Markets.

Tsallis, C. (1988). Possible generalization of Boltzmann–Gibbs statistics. J. Stat. Phys., 52, 479-487.

Zhang Z, Zhou J.(2010). R-parameterization of multinomial distributions and diversity indices.Journalof StatistiCalPlanning and Inference.; 140(7):1731±1738. do i: 1 0.1016/j.j spi.2009.12.023