

مدلسازی جریان گذرا، غیر همدمما و تراکم پذیر در خط لوله انتقال گاز طبیعی

حامد عامری

دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی شاهرود
Hamed321amery@gmail.com

محمود فرزانه گرد

استاد، دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود
Mahmood.farzaneh@yahoo.co.uk

چکیده

جهت تحلیل و مدلسازی دینامیکی جریان گذرا و مادون صوت گاز طبیعی در خطوط لوله، دستگاهی از معادلات مشتق جزئی غیرخطی بوسیله روشهای عددی حل شده است. در این مقاله از روش تفاضل محدود کاملاً ضمنی، جهت حل معادلات پیوستگی، مومنتوم، انرژی و معادله حالت برای جریان گاز طبیعی در خط لوله استفاده شده است. در حل معادلات بر خلاف کار سایر محققان از ترم اینرسی در معادله پایستگی مومنتوم صرف نظر نشده است. همچنین ضریب تراکم پذیری گاز به عنوان تابعی از دما و فشار در نظر گرفته شده است. استفاده از روش ضمنی برای گسسته سازی معادلات حاکم، دارای این مزیت می باشد که پایداری را در حل مسئله برای گامهای زمانی بزرگ تضمین نموده و این موضوع در صنعت گاز بسیار مفید می باشد. نتایج نشان می دهد که استفاده از مدل غیرهمدمما جهت دقت محاسبات مربوط به جریان گاز در خط لوله بویژه در فرآیندهای سریع گذرا بسیار مهم می باشد. طبق نتایج بدست آمده ترم اینرسی نقش مهمی در تحلیل جریان گاز داشته و نمی توان در محاسبات از آن صرف نظر شود.

کلمات کلیدی: غیرهمدمما، روش کاملاً ضمنی، جریان تراکم پذیر، خط لوله

فهرست علائم

علائم	
A	سطح مقطع لوله (m^2)
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت (J/kgK)
D	قطر لوله (m)
f	ضریب اصطکاک
g	شتاب گرانشی (m/s^2)
L	طول لوله (m)
\dot{m}	دبی جرمی (kg/s)
P	فشار گاز (Pa)
t	زمان (s)
T	دما ($^{\circ}K$)
Δt	گام زمانی (s)
Z	ضریب تراکم پذیری
R	ثابت گازها (J/kg)
w	سرعت جریان (m/s)
q	نرخ انتقال حرارت (W/kg)
h	آنتالپی ویژه (J/kg)
u	انرژی درونی ویژه (J/kg)
حروف یونانی	
α	زاویه مربوط به شیب خط لوله
ρ	چگالی گاز (kg/m^3)

۱- مقدمه

امروزه در طراحی، بهینه سازی و تحلیل عملکرد سیستم های انتقال گاز از مدل های ریاضی به طور گسترده استفاده می شود و محققان به توسعه مدل های ریاضی ناپایدار در بررسی سیستم هایی با طبیعت ناپایدار می پردازند. در بررسی مسئله جریان تراکم پذیر

گاز طبیعی در خط لوله انتقال، روش مشخصه ها، روشهای تفاضل محدود و حجم محدود بوسیله محققان بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است. محیط پور و همکاران [۱] شبیه سازی دینامیکی را برای طراحی و بهینه سازی سیستم های انتقال گاز ارائه نمودند. آنها در تحقیق خود توضیح دادند حل پایدار برای شرایط عملکردی که در آن نرخ جرمی جریان دچار تغییر نمی شود قابل اعتماد است. اما حقیقت این است که نرخ جرمی جریان با زمان تغییر می کند. وایلی و همکاران [۲] یک روش تفاضل محدود ضمنی را استفاده نمودند و نشان دادند این روش در مقایسه با روش مشخصه ها برای گام های زمانی بزرگ بسیار دقیق می باشد. یک روش جدید برای حل معادلات تک بعدی و گذرای جریان گاز در لوله های افقی بدون صرف نظر کردن از ترم های جابجایی در معادله مومنتوم توسط ژو و آدوومی [۳] ارائه گردید. در شبیه سازی خطوط انتقال گاز بسیاری از محققان در گذشته از ترم اینرسی موجود در معادله مومنتوم صرف نظر کرده بودند و از روش هایی مانند روش مشخصات و تفاضل محدود برای حل معادلات استفاده می کردند. در صورتیکه صرف نظر کردن از ترم اینرسی در معادله مومنتوم منجر به کاهش دقت نتایج شبیه سازی می شود. کیوچی [۴] با استفاده از روش تفاضل محدود کاملاً ضمنی معادلات جریان همدمای تراکم پذیر گاز در داخل لوله را حل کرد. او این روش را با روش های دیگری مانند لکس و اندراف، کرنک نیکلسون و ... مقایسه کرد و نشان داد که این روش برای گام های زمانی بزرگ و گام های مکانی کوچک از دقت زیادی نسبت بقیه روش ها برخوردار است. گونزالس [۵] با استفاده از سیمولینک نرم افزار متلب و تهیه توابع مورد نیاز در این محیط جریان گذرا در شبکه های گاز را شبیه سازی نمود. ردی و همکاران [۶] با استفاده از توابع انتقال لاپلاس به شبیه سازی خطوط لوله و شبکه های انتقال گاز پرداختند. آنها با استفاده از تئوری کانولوشن سری های حل مسئله را در بازه زمانی مربوط به دست آوردند.

هدف این پژوهش، شبیه سازی جریان یک بعدی تراکم پذیر و غیر همدمای گاز طبیعی در خط لوله انتقال با در نظر گرفتن این جزئیات می باشد: (۱) ضریب تراکم پذیری تابعی از دما و فشار (۲) در نظر گرفتن ترم اینرسی در معادله مومنتوم. معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی با جایگزین نمودن سرعت با دبی جرمی (\dot{m}) نوشته شده اند. چرا که در خطوط انتقال گاز دانستن دبی جرمی به عنوان تابعی از زمان و مکان حائز اهمیت می باشد.

روش حل یک روش تفاضل محدود کاملاً ضمنی بوده که برای شبیه سازی خط لوله انتقال گاز با گامهای زمانی بزرگ و زمان محاسبات کم بسیار مناسب (کیوچی (۴)) است. الگوریتم حل نیز برای معادلات غیر خطی تفاضل محدود در لوله بر پایه روش نیوتن-رافسون می باشد.

۲- معادلات حاکم

معادلات مربوط به قوانین بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای توصیف جریان تراکم پذیر یک بعدی در خط لوله انتقال گاز عبارتند از:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(P + \rho w^2)}{\partial x} = -\frac{f \rho w |w|}{2D} - \rho g \sin \alpha \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(u + \frac{w^2}{2} \right) \rho \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(h + \frac{w^2}{2} \right) \rho w \right] = \rho q - \rho w g \sin \alpha \quad (3)$$

و معادله حالت عبارت است از:

$$\frac{P}{\rho} = ZRT \quad (۴)$$

ترم q مقدار گرمایی است که بین واحد جرم گاز و محیط اطراف بر واحد زمان مبادله می شود. برای بدست آوردن آنتالپی گاز h بر حسب p, ρ, T از رابطه زمانسکی [۷] و برای محاسبه ضریب تراکم پذیری گاز از رابطه درانچاک [۸] به صورت زیر استفاده می شود:

$$dh = C_p dT + \frac{dP}{\rho} + \frac{TdP}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (۵)$$

$$Z = 1 + \left(A_1 + \frac{A_2}{T} + \frac{A_3}{T^2} \right) \rho r + \left(A_4 + \frac{A_5}{T} \right) \rho r^2 + \frac{A_6}{T^2} \rho r^3 \quad (۶)$$

در نهایت دستگاه معادلاتی که به طور کامل جریان تراکم پذیر و گذرای گاز در خط لوله را توصیف می کند به صورت زیر بدست می آید:

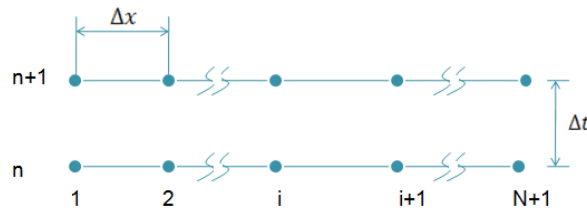
$$\frac{\partial P}{\partial t} = \left[\frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_P \right] \left[\frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_T \right]^{-1} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{ZRT}{PA} \left[\frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_T \right]^{-1} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} \quad (۷)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} = & -\frac{\dot{m}ZRT}{PA} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} + \dot{m} \left[\frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_T \right] \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\dot{m}ZRT}{PA} \frac{\partial P}{\partial x} \right) - \dot{m} \left[\frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_P \right] \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\dot{m}ZRT}{PA} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ & - A \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{fZRT\dot{m}|\dot{m}|}{2DAP} \end{aligned} \quad (۸)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = & -\frac{\dot{m}ZRT}{PA} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{RT}{C_v} \frac{\dot{m}ZRT}{PA} ZT \left[\frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_P \right] \\ & \times \left(\frac{1}{\dot{m}} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} - \left[\frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial P} \right)_T \right] \frac{\partial P}{\partial x} + \left[\frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_P \right] \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{f}{2C_v D} \left(\frac{ZRT|\dot{m}|}{AP} \right)^2 + \frac{q}{C_v} \end{aligned} \quad (۹)$$

۲-۱- گسسته سازی معادلات با استفاده از روش کاملاً ضمنی

برای تبدیل معادلات مشتق جزئی به معادلات جبری با استفاده از روش تفاضل محدود، مشتقات مکانی و زمانی در معادلات (۷-۹) به صورت معادلات (۱۰-۱۲) جایگزین می گردند. شکل (۱) شبکه مورد استفاده در این تبدیل را نشان می دهد که لوله به N گره و n باره زمانی تقسیم می شود.



شکل ۱: شبکه مورد استفاده در حل مسئله

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{(B_{i+1}^{n+1} + B_i^{n+1} - B_{i+1}^n - B_i^n)}{2\Delta t} O(\Delta t)^2 \quad (۱۰)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{(B_{i+1}^{n+1} - B_i^{n+1})}{\Delta x} O(\Delta x) \quad (11)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{(B_{i+1}^{n+1} + B_i^{n+1})}{2} \quad (12)$$

ترم های ثابت نیز به صورت زیر تخمین زده می شوند:

$$B = \frac{(B_{i+1}^{n+1} + B_i^{n+1})}{2} \quad (13)$$

که پارامتر B معرف P و \dot{m} , T می باشد. با انجام فرآیند ذکر شده برای هر گره سه سری معادله بدست می آید. بنابراین با در نظر گرفتن $N - 1$ بخش در لوله در مجموع $3N - 3$ معادله بدست می آید. تعداد مجهولات در مرتبه زمانی $n + 1$ که شامل فشار، دما و دبی جرمی در هر گره می باشد $3N$ است. بنابراین سه معادله دیگر از شرایط مرزی بدست می آید. برای حل معادلات مربوط به جریان گذرای تراکم پذیر و غیرهمدمای گاط طبیعی در لوله از روش نیوتن-رافسون استفاده می شود.

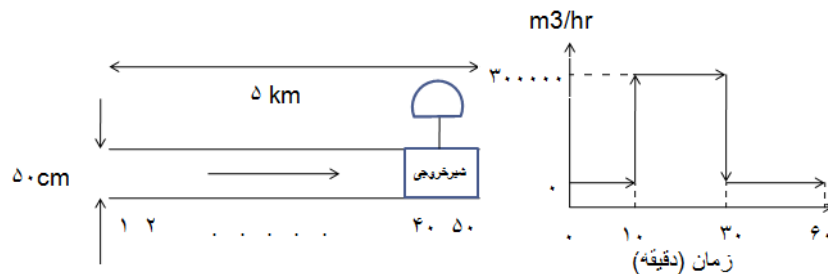
۳- نتایج و صحت سنجی

در این بخش ابتدا مدل بدست آمده در این مقاله با مدل کیوچی [۴] که از ترم اینرسی در معادله مومنتوم صرف نظر کرده بود مقایسه شده است. در ادامه به بررسی اثر ترم های اینرسی پرداخته شده و نتایج برای یک جریان غیر همدمای آورده شده است. در نهایت اثر محیط بر دبی جرمی و توزیع دما در لوله مورد مطالعه قرار گرفته است. کیوچی [۴] از یک روش تفاضل محدود کاملا ضمنی برای حل معادلات حاکم یک جریان همدمای که به صورت زیر می باشد استفاده کرد:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{ZRT}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

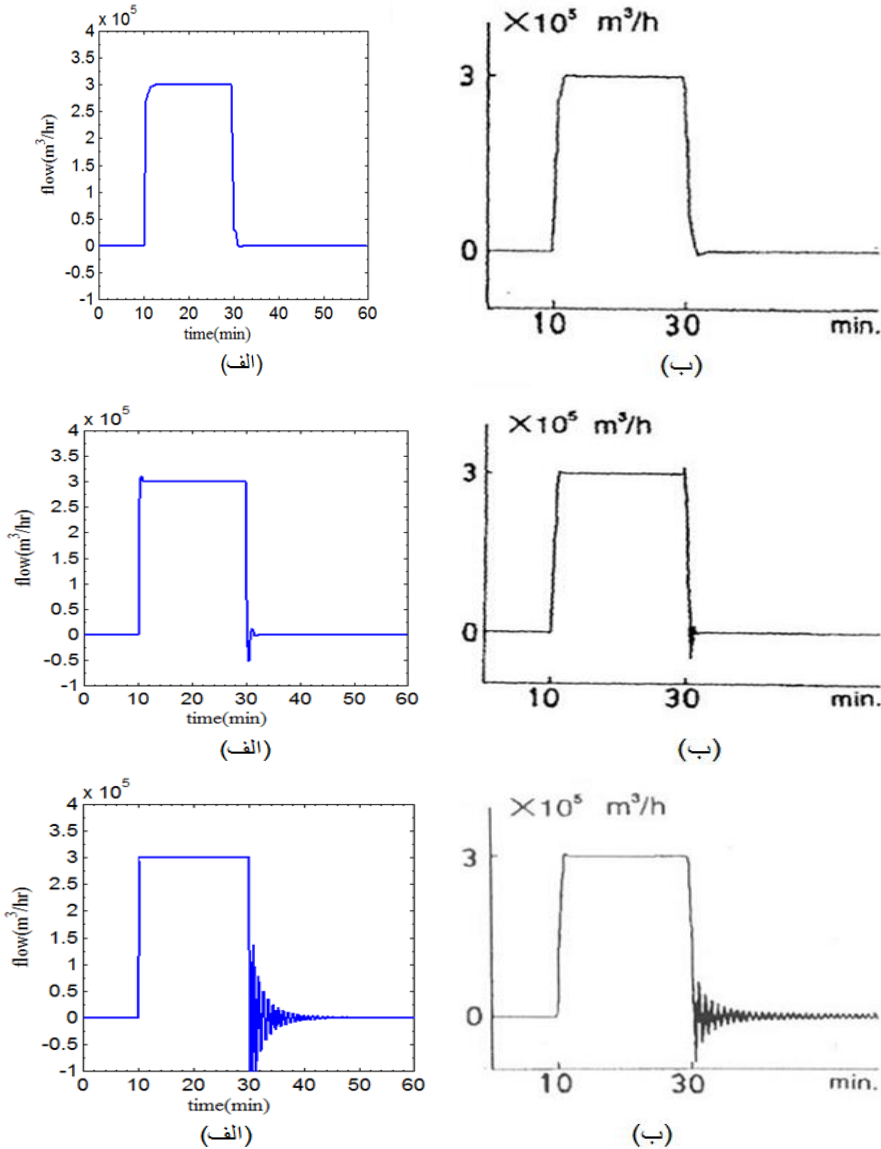
$$\frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\dot{m}^2 ZRT}{PA^2} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{fZRT\dot{m}|\dot{m}|}{2DPA^2} = 0 \quad (15)$$

ترم های اول و دوم در معادله (۱۵) ترم های اینرسی می باشند. در تحقیق کیوچی [۴] از ترم دوم با فرض پایین بودن سرعت جریان نسبت به سرعت صوت، صرف نظر شده است. برای مقایسه نتایج مدل به کار رفته در این پژوهش و نتایج مدل کیوچی [۴] این دو مورد در نظر گرفته شده است: (۱) ترم دوم اینرسی برابر صفر می باشد، (۲) جریان همدمای فرض گردیده است. سیستم مورد استفاده توسط کیوچی [۴] در شکل (۲) نمایش داده شده است. این سیستم شامل یک لوله مستقیم به طول ۵ km و قطر داخلی ۵۰ cm که حامل گاز با وزن مولکولی ۱۸ در فشار ۵ MPa می باشد.



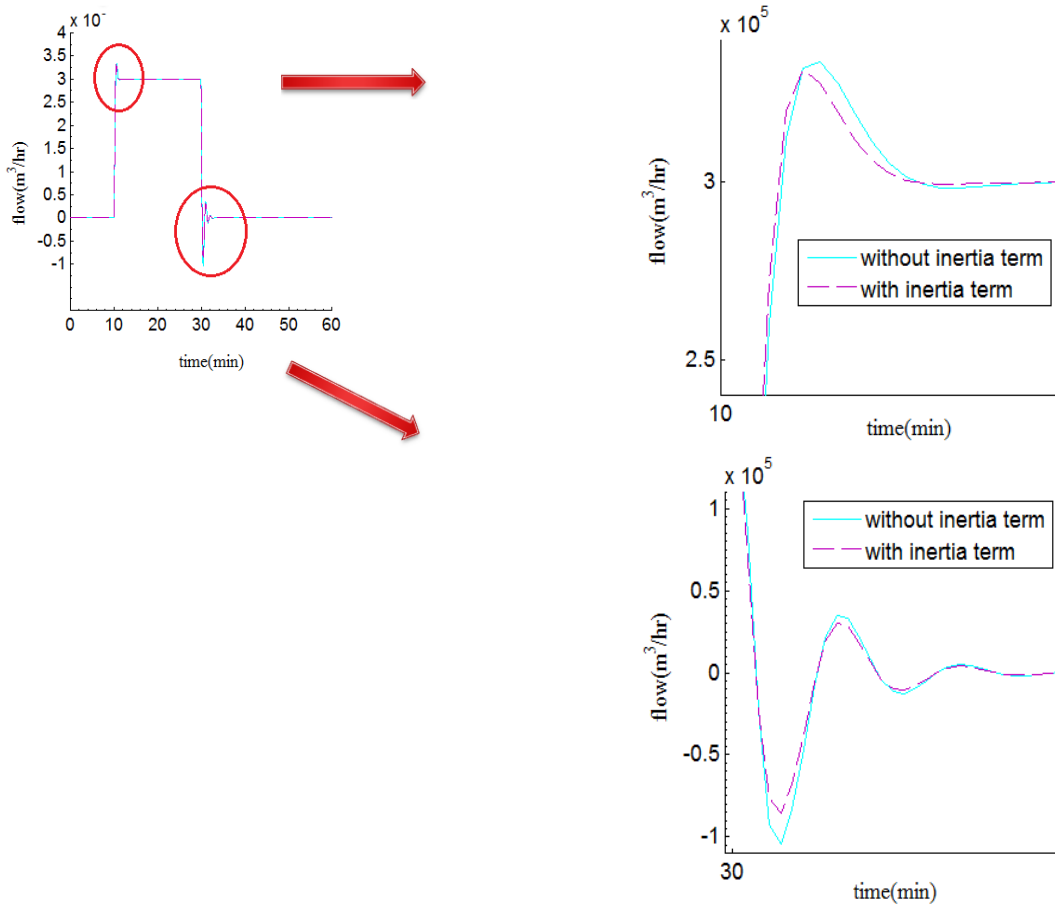
شکل ۲: هندسه لوله و شرط مرزی در خروجی جریان

همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است شرایط مرزی در خروجی شرط دبی خروجی بوده که توسط یک شیر که در زمان های مختلف باز و بسته می شود تعیین می شود. شرط مرزی ورودی نیز فشار ثابت ΔMPa می باشد. همچنین تعداد گره های به کار رفته در طول لوله برای اجتناب از وابسته بودن حل به تعداد گره ها تعداد ۵۰ در نظر گرفته شده است. شکل (۳) نتایج کار حاضر را با نتایج مدل کیوچی [۴] مقایسه کرده است. همانطور که در این شکل ها دیده می شود نتایج کار حاضر مطابق نتایج کیوچی می باشد. با کاهش گام های زمانی توانایی ثبت نوسانات فیزیکی موجود در جریان بیشتر شده است. در نهایت این نوسانات به دلیل پایداری جرم و مومنتوم میرا می شوند.



شکل ۳: مقایسه پژوهش حاضر (الف) و مدل کیوچی (ب) به ترتیب برای $\Delta t = 1 \text{ min}$, $\Delta t = 0.1 \text{ min}$, $\Delta t = 0.01 \text{ min}$

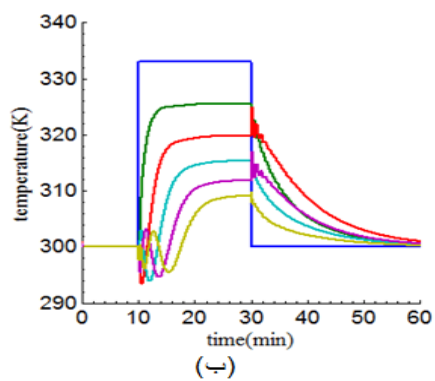
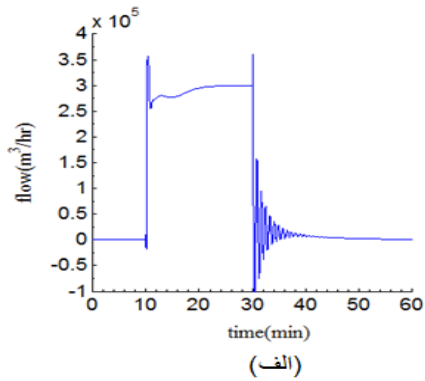
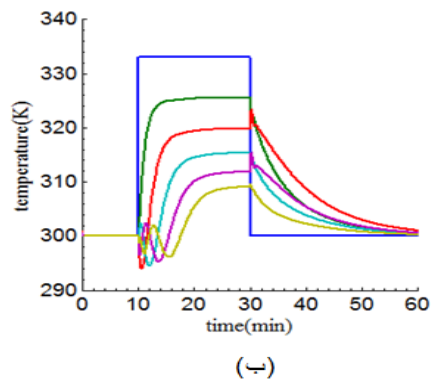
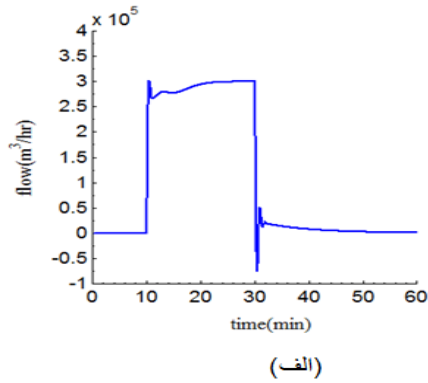
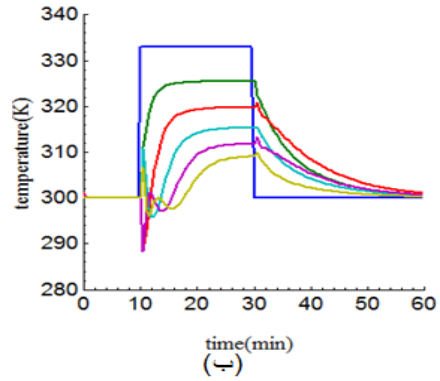
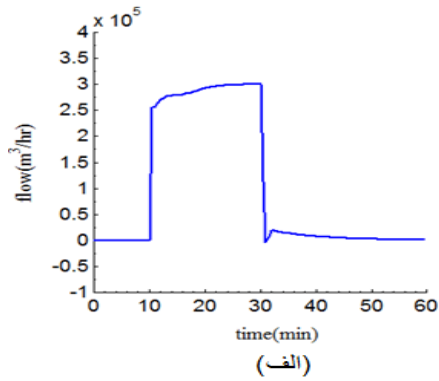
کیوچی در پژوهش خود از ترم اینرسی در معادله (۱۵) صرف نظر کرده بود. در پژوهش حاضر ترم اینرسی در نظر گرفته شده است. برای گام های زمانی بزرگ اثر ترم اینرسی در جریان گاز داخل لوله برای تغییرات ناگهانی مانند باز و بسته شدن شیر مهم نمی باشد. اما برای گام های زمانی کوچک همانطور که در شکل (۴) نشان داده شده است این ترم نقش مهمی در دامنه نوسانات و دوره میرا شدن نوسانات برای رسیدن جریان به شرایط پایدار ایفا می کند و نمیتوان در تغییرات ناگهانی مانند باز و بسته شدن شیر از آن صرف نظر کرد.



شکل ۴: اثر ترم اینرسی در رفتار جریان برای $\Delta t = 0.1 \text{ min}$

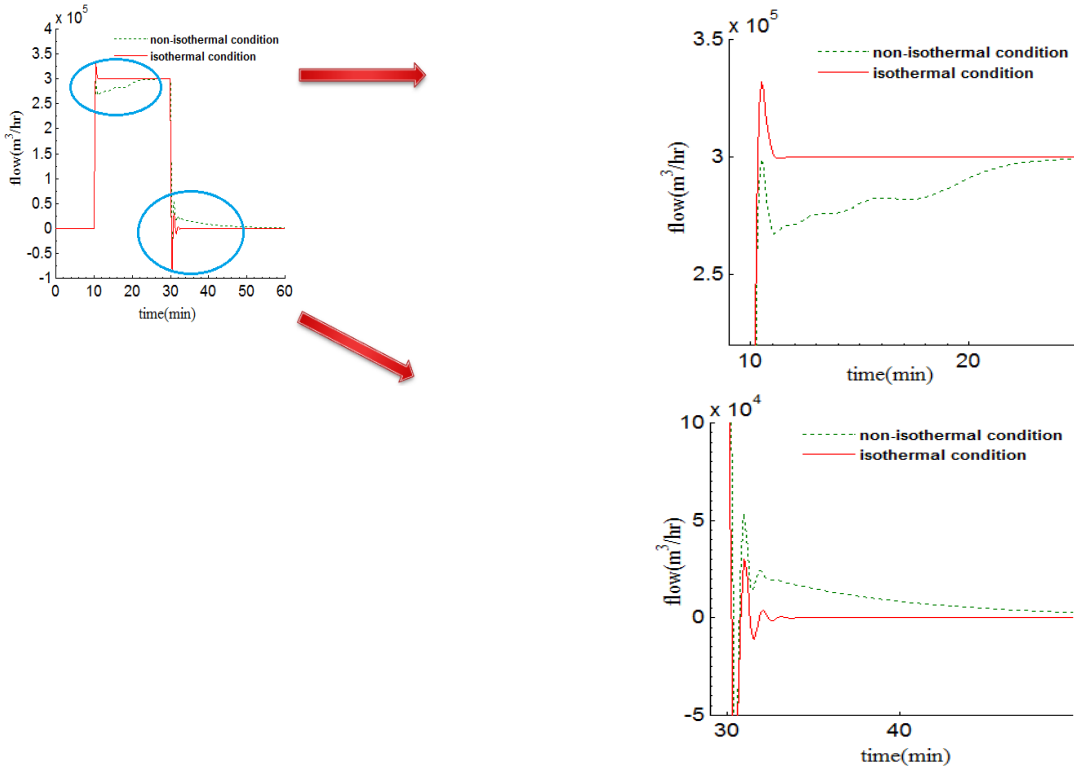
۳-۲- شرایط غیر همدم

برای بررسی تغییرات دما در طول خط لوله انتقال معادله انرژی (۹) که با معادله پیوستگی و مومنوم کوپل می باشد حل می گردد. شرایط مرزی فشار و دما شبیه مسئله قبل بوده و شرط مرزی دما بدین صورت است که در زمان بسته بودن شیر خروجی دما در ورودی ۲۹۸ درجه کلوین و در زمان باز بودن شیر خروجی دمای ورودی ۳۳۳ درجه کلوین می باشد. اثر شرایط غیر همدم بودن بر جریان در شکل (۵) نمایش داده شده است. این شکل ها نشان می دهند که دبی به طور قابل ملاحظه ای تا رسیدن به شرایط پایدار تحت تاثیر دما می باشد و تدریجا تا رسیدن به شرایط پایدار افزایش می یابد در حالیکه برای شرایط همدم دبی فوراً به شرط پایدار میل می کند. و این به دلیل تغییرات چگالی جریان با دما می باشد. این تغییرات چگالی به تدریج از سمت چپ لوله به سمت دیگر آن انتشار یافته و سبب تغییر در خواص دیگر جریان می شود. ازین رو اثر دما برای تحلیل جریان گاز طبیعی در خط لوله با توجه به تغییرات دمایی در فصول مختلف حائز اهمیت می باشد.



شکل ۵: دبی جریان (الف) و توزیع دما برای گره های ۱ تا ۵۰ (ب) در شرایط غیر همدمای برای $\Delta t = 1min, \Delta t = 0.1min, \Delta t = 0.01min$

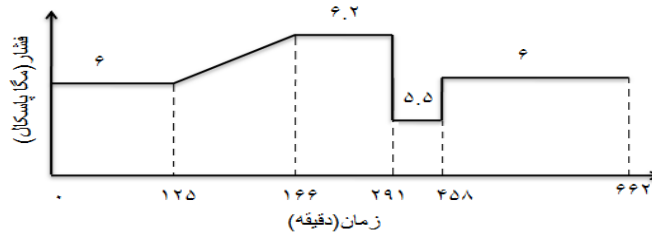
شکل (۶) اثر استفاده از مدل غیر همدمای بر دبی جرمی را در مقایسه با مدل همدمای نشان می دهد. در شرایط غیر همدمای دبی به دلیل تغییرات چگالی با دما به صورت مجانبی به شرایط پایدار میل می کند.



شکل ۶: مقایسه در نظر گرفتن شرایط همدمای و غیر همدمای برای $\Delta t = 0.1 \text{ min}$

۴- اثر محیط بر جریان گاز طبیعی در خط لوله

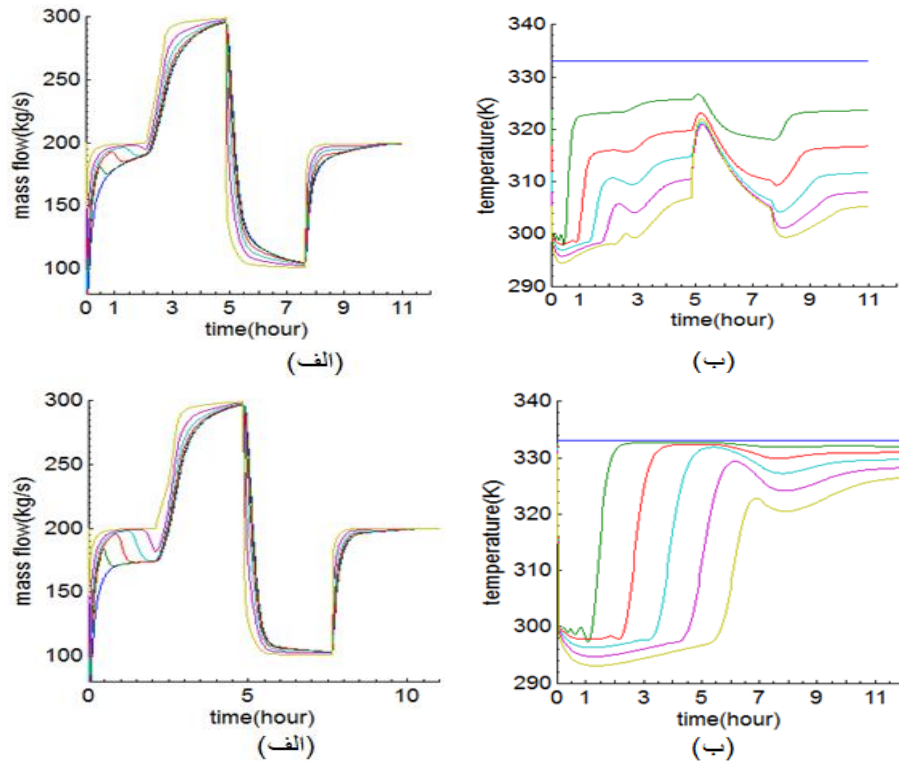
در این قسمت اثر شرایط محیطی با استفاده از مدل گذرا و غیر همدمای جریان گاز طبیعی در خط لوله بررسی شده است. خط لوله فرضی به طول 50 km و قطر داخلی 50 cm برای این قسمت در نظر گرفته شده است که در ورودی آن یک رگولاتور برای تنظیم فشار وجود دارد. شرایط مرزی این مسئله عبارت است از: (۱) فشار متغیر در ورودی مطابق شکل (۷) (۲) فشار ثابت 4 MPa در خروجی (۳) دمای ثابت 60°C در ورودی. شرایط مرزی محیطی در نظر گرفته شده در طول لوله عبارتند از: الف) غیر همدمای و آدیاباتیک ب) غیر همدمای با ضریب انتقال حرارت $200 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. در حل این مسئله گام های زمانی 60 s و تعداد 50 گره در طول لوله در نظر گرفته شده است.



شکل ۷: شرط مرزی فشار در ورودی

۴-۱- غیر همدمای، آدیاباتیک

شکل (۸) تغییرات دبی و دما را بر حسب زمان در گره های مختلف برای یک لوله عایق بندی شده نشان می دهد. با تغییرات دما در طول خط، چگالی جریان تغییر کرده و منجر به تغییرات دبی می شود. این تغییرات تا زمانیکه دمای تمامی گره ها به مقدار ثابت برسد ادامه می یابد. دمای نهایی در هر گره مقداری پیرامون دمای ورودی می باشد زیرا انتقال حرارتی در این حالت جود ندارد.



شکل ۸: تغییرات دبی (الف) و تغییرات دما برای گره های ۱ تا ۵۰ (ب) به ترتیب برای حالت غیرهمدمما (آدیباتیک) و غیرهمدمما (غیرآدیباتیک)

۴-۲- حالت غیرهمدمما

در این حالت تغییرات دبی جرمی کم و بیش شبیه حالت همدمما می باشد. به دلیل انتقال حرارت پیوسته در طول لوله دمای هر گره به مقداری ثابت اما متفاوت میل می کند. در نظر گرفتن حالت غیر همدمما برای شبیه سازی جریان در لوله های بین دو ایستگاه تقویت فشار نتایج دقیق تری از رفتار واقعی جریان می دهد.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش با استفاده از یک روش کاملاً ضمنی تفاضل محدود، جریان گذرا و غیر همدممای گاز طبیعی در خط لوله انتقال شبیه سازی شد ضمن اینکه ترم اینرسی در معادله مومنتوم در محاسبات منظور گردید. طبق نتایج بدست آمده ترم اینرسی نقش مهمی در تحلیل جریان دارد و نمی توان از آن صرف نظر نمود. یکی از مزایای روش کاملاً ضمنی تضمین بودن پایداری حل مسئله برای گامهای زمانی بزرگ می باشد که در شبیه سازی سیستم های خط لوله بسیار حائز اهمیت می باشد. نتایج بدست آمده نشان می دهد با کوچک شدن گام های زمانی، توانایی ثبت نوسانات افتاده برای رفتار جریان در تغییرات ناگهانی افزایش می یابد.

در نظر گرفتن معادله انرژی برای بررسی جریان گاز طبیعی در خط لوله انتقال مخصوصا در فرآیندهای گذرای سریع، بسیار مهم می باشد و با استفاده از آن می توان اثر شرایط مختلف محیطی را بر تغییرات جریان در طول خط لوله بررسی نمود.

مراجع

- [۱] M., Thompson, W., and Asante, B. Mohitpour, "Importance of Dynamic Simulation on the Design and Optimization of Pipeline Transmission Systems," , vol. ۲, ۱۹۹۶, p. ۱۱۸۳.
- [۲] Wylie, E.B., Stoner, M.A., Streeter, V.L., ۱۹۷۱. Network transient calculation by implicit methods. Soc. Pet Eng. J. ۳۵۶-۳۶۲
- [۳] Zhou, J., Adewumi, M.A., ۱۹۹۵. Simulation of transient flow in natural gas pipelines. ۲۷th Annual Meeting Pipeline Simulation Interest Group (PSIG), Albuquerque, New Mexico.
- [۴] Kiuchi, T., ۱۹۹۴. An implicit method for transient gasflow in pipe networks. Int. J. Heat Fluid Flow ۱۵ (۵), ۳۷۸-۳۸۳
- [۵] Gonzales, A.H., De La Cruz, J.M., Andres-Toro, B.D., Risco-Martin, J.L., ۲۰۰۹. Modeling and simulation of a gas distribution pipeline network. Appl. Math. Model. ۳۳ (۳), ۱۵۸۴-۱۶۰۰
- [۶] Reddy, H.P., Narasimhan, S., Bhallamudi, S.M., ۲۰۰۶. Simulation and state estimation of transient flow in gas pipeline networks using a transfer function model. Ind. Eng. Chem. Res. ۴۵ (۱۱), ۳۸۵۳-۳۸۶۳
- [۷] Zemansky, M.W., ۱۹۶۸, Heat and Thermodynamics ۵th Edition, McGraw Hill.
- [۸] Dranchuck, P.M., Purvis, R.A., and Robinson, D.B., ۱۹۷۴, "Computer Calculations of Natural Gas Compressibility Factors Using the Standing and Katz Correlation", Institute of Petroleum Technical Series, No. IP ۷۴-۰۰۸, pp. ۱-۱۳.