حل مسأله زمانبندی دروس دانشگاهی با ریسک لغو شدن دروس با استفاده از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای

پیمان یساری[1]، محمد رنجبر[2]

[1]دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع گرایش بهینه‌سازی سیستم‌ها، دانشگاه فردوسی مشهد؛ peyman.yasari@gmail.com
[2]عضو هیئت علمی گروه مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی مشهد؛ m_ranjbar@um.ac.ir

چکیده

مسأله زمانبندی دروس دانشگاهی از جمله مسائل بهینه‌سازی ترکیبیاتی است که در دسته مسائل سخت (NP-Hard) قرار می‌گیرد. این فرآیند به طور معمول در ابتدای هر نیم‌سال تحصیلی انجام می‌شود و برنامه درسی نیم‌سال مورد نظر مشخص می‌کند. در پژوهش پیش رو، این مسأله به صورت یکپارچه و با در نظر گرفتن ریسک لغو شدن دروس مدل و حل شده است. در نظر گرفتن عدم قطعیت مرتبط با به حد نصاب رسیدن یا نرسیدن یک درس در فرآیند انتخاب واحد دانشجویان در مدل، سبب شده است که برنامه‌ی ارائه شده در سناریوهای مختلفی که امکان دارد رخ دهد، از کیفیت بهتری برخوردار باشد. جهت مدلسازی مسأله از رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای استفاده شده است که علاوه بر دخیل کردن پارامترهای احتمالی به مسأله و در نظر گرفتن عدم قطعیت، مطابقت لازم با فرآیند برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی و انتخاب واحد دانشجویان را دارد. حل مدل ریاضی به کمک نرم‌افزارهای تحقیق در عملیات انجام و نتایج در پایان گزارش شده است.

کلمات کلیدی

برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای، زمانبندی، زمانبندی دروس دانشگاهی، ریسک لغو شدن

University Course Timetabling Problem (UCTP) with cancellation risk using two-stage stochastic programming

Peyman Yasari, Mohammad Ranjbar

MSc Student of Industrial Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

Department of Industrial Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

ABSTRACT

University course timetabling is a kind of combinatorial optimization problems that has been classified as a NP-Hard problem. In this study, we consider this problem with risk of courses cancellation. Taking into account the uncertainty associated with reaching the limit of every single lesson in students course selection process in the model, provides better solution quality considering all the scenarios that may occur. For modeling the problem, we develop an integrated model using a two-stage stochastic programming model, which not only considers the uncertainty in the model but also is proper for the course timetabling and the course selection processes. In addition, a traditional decomposed model, named M1/M2 is presented and is compared with the developed integrated model. Finally the model solved by CPLEX and the computational results are reported.

KEYWORDS

University course timetabling problem (UCTTP), cancellation risk, two-stage stochastic programming

۱- مقدمه

مبحث زمانبندی که امروزه با آن سر وکار داریم در چند دهه اخیر مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است. زمانبندی یک فرآیند تصمیم‌گیری است که در آن به تخصیص منابع به فعالیت‌ها پرداخته می‌شود و هدف از این فرآیند، بهینه‌سازی اهداف خاص متناسب با محدوده مسأله است. یکی از انواع مسائل زمانبندی مربوط به دروس است که به دو حوزه کلی تقسیم می‌شود: ۱- زمانبندی دروس و ۲- زمانبندی امتحانات.

۱-۱- زمانبندی دروس دانشگاهی

برای اولین بار در سال ۱۹۶۳ Gotlib [۱] مسائل زمانبندی دروس را با عنوان ایجاد زمانبندی مدل‌های دانش‌آموز- معلم[۱] مطرح کرد و از آن پس مطالعات گسترده‌ای روی مسأله زمانبندی دروس مطرح شد.

مسأله‌ی زمانبندی دروس دانشگاهی از مجموعه مسائل بهینه‌سازی ترکیبیاتی است. این مسأله در دسته‌بندی مسائل سخت (NP-Hard) قرار دارد و این موضوع موجب بروز مشکلاتی در حل تحلیلی و بهینه‌ی آن شده است. فرآیند زمانبندی دروس دانشگاهی در ابتدای هر نیمسال تحصیلی[۲] صورت می‌پذیرد و رویدادها که شامل دانشجویان، اساتید، ارائه‌ها و ...، را به اتاق‌ها و بازه‌های زمانی تخصیص می‌دهد [۲].

محدودیت‌های این مسأله به صورت دو دسته سخت و نرم قابل تعریف هستند. دسته‌ی اول شدنی بودن جواب را تضمین می‌کنند. برای مثال یک استاد نمی‌تواند همزمان در دو کلاس، ارائه داشته باشد و دسته دوم کیفیت جواب را تحت تأثیر قرار می‌دهد. این دسته از محدودیت‌ها در تابع هدف به صورت منفعت یا هزینه در نظر گرفته می‌شود. مانند تعداد روزهای کاری اساتید که کمینه کردن آن مطلوب است [۳].

در ادبیات موضوع، زمانبندی دروس دانشگاهی به دو شیوه‌ی بر اساس برنامه درسی[۳] و بر اساس ثبت نام دانشجویان[۴] مطرح شده است [۴]. در شیوه اول دانشجویان به گروه‌های مختلف درسی[۵] تقسیم‌بندی می‌شوند که هر گروه درسی یک برنامه خاص را دنبال می‌کند و در هر نیم‌سال دروس خاصی را باید اخذ کند. ارائه‌ی برنامه‌ی زمانی به گونه‌ای است که دانشجویان هر گروه بتوانند برنامه‌ی درسی خود را دنبال نمایند و هیچ دو درسی از یک گروه با هم تداخل نداشته باشد [۵]. در روش دوم دانشجویان در ابتدا دروسی که تمایل دارند در نیم‌سال مورد نظر اخذ نمایند را مشخص می‌کنند و سپس برنامه‌ی درسی به گونه‌ای تهیه می‌شود که دانشجویان بتوانند دروس مورد نظر خود را اخذ نمایند. Lwis و همکاران [۶] در سال ۲۰۰۷ به بیان مسأله زمانبندی دروس دانشگاهی بر اساس ثبت نام که در مرحله سه مسابقه بین المللی زمانبندی سال ۲۰۰۷[۶] اجرا شد، پرداخته است.

با توجه به پیچیدگی مسأله زمانبندی دروس دانشگاهی پژوهش‌های زیادی در زمینه‌ی ارائه‌ی روش حل صورت گرفته است. روش‌های فراابتکاری به طور گسترده در حل این مسأله به کار گرفته شده است.

برای مثال از رویکرد جستجوی ممنوعه[۷] در سال ۲۰۱۷ به منظور ایجاد یک زمانبندی اولیه استفاده شده است. ابتدا همه‌ی دروس در لیست برنامه‌ریزی نشده قرار گرفته و سپس تک به تک همه‌ی حالت‌های ورود این دروس به برنامه در نظر گرفته می‌شود. در نهایت از میان دروسی که انتخاب نشده‌اند، درسی به برنامه‌ی زمانبندی وارد می‌شود که بیشترین بهبود را در تابع هدف ایجاد نماید [۷].

در سال ۲۰۰۸، Mayer و همکاران با استفاده از روش کلونی مورچگان[۸] (ACO) بر مبنای داده‌های رقابت بین‌المللی ITC2007 به جواب‌های مناسبی دست یافتند. در این الگوریتم مورچه‌ها، رویدادها را به بازه‌های زمانی و اتاق‌ها تخصیص دادند [۸] و در پژوهش Khonggamnerd و Innet در سال ۲۰۰۹ از روش ژنتیک استفاده شده است. استفاده از این الگوریتم منجر به ایجاد نتایج بسیار خوبی در استفاده از منابع شد [۹].

۲-۱- برنامه‌ریزی تصادفی

برنامه‌ریزی تصادفی نوعی روش بهینه‌سازی است که در آن امکان در نظر گرفتن عدم قطعیت وجود دارد. یکی از روش‌های برنامه‌ریزی تصادفی، برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای با منابعی که جنس آن‌ها از نوع عدد صحیح باشد است که یکی از چالشی‌ترین موضوعات حال حاضر در علم تحقیق در عملیات نیز محسوب می‌شود [۱۰].

در برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای فرض بر این است که بخشی از اطلاعات در مرحله‌ی اول یعنی ابتدای تصمیم‌گیری در دست است و بخش دیگر اطلاعات که اطلاعات قبلی را تکمیل می‌کند در مرحله‌ی دوم به دست می‌آید. در این روش ابتدا در مرحله‌ی اول باید یک تصمیم‌گیری اولیه انجام شود و سپس زمانی که اطلاعات تکمیلی به دست آمد، ضروری است که اقدامات مناسب نسبت به تصمیمات اولیه صورت پذیرد.

۳-۱- شکاف تحقیقاتی

در پژوهش‌هایی که در زمینه زمانبندی دروس دانشگاهی مطرح شده‌اند، تا کنون عدم قطعیت در نظر گرفته نشده است. یکی از موارد استفاده عدم قطعیت در مدل زمانبندی دروس دانشگاهی مبحث رسیدن یا عدم رسیدن دروس به حد نصاب پس از ثبت نام دانشجویان است. این موضوع زمانی اهمیت بیشتری پیدا می‌کند که تابع هدف مدل، تابعی از رضایت‌مندی اساتید و دانشجویان باشد.

همچنین در پژوهش‌های گذشته موضوع *time gap* یا زمان بیکاری در نظر گرفته نشده است. منظور از زمان بیکاری این است که دانشجویان یا اساتیدی که دروسی را انتخاب و یا ارائه می‌کنند، تمایل دارند در بازه‌های زمانی متوالی کلاس داشته باشند. این حالت که بین دو کلاس به اندازه‌ی یک بازه زمانی یا بیشتر بیکاری وجود داشته باشند و شخص زمانی را در انتظار کلاس بعدی خود طی کند برای اساتید و به خصوص دانشجویان نا مطلوب است. این زمان انتظار به عنوان یک زمان بیکاری یا *time gap* تعریف می‌شود.

در این پژوهش با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای و در نظر گرفتن سناریوهای مختلف برای وضعیت دروس ارائه شده اعم

از «حفظ»، «حذف» و «نیازمند تصمیم‌گیری»، و همچنین مسأله‌ی زمان بیکاری ایجاد شده در برنامه‌ی اساتید و دانشجویان، هدف ارائه‌ی یک برنامه درسی و راهکار تصمیم‌گیری به نحوی است که در شرایط مختلف اخذ دروس حداکثر رضایت برای اساتید و دانشجویان ایجاد شود که این رضایت در قالب چند تابع هدف بیان می‌گردد.

۲- مدل ریاضی

در این مسأله هدف زمانبندی n درس از مجموعه‌ی C در nts بازه‌ی زمانی (مجموعه‌ی T) شامل wd روز کاری (مجموعه‌ی D) و در هر روز td بازه‌ی زمانی است. تعدادی از دروس به صورت یک جلسه (مجموعه‌ی C_1) در هفته و باقی آن‌ها به صورت دو جلسه در هفته (مجموعه‌ی C_2) برنامه‌ریزی می‌شوند. فرض می‌شود m استاد (مجموعه‌ی P) وجود دارند که مجموعه دروس قابل ارائه توسط استاد j با PC_j نشان داده می‌شود. اساتید و دانشجویان به ترتیب می‌توانند حداکثر lp^{max} و ls^{max} تعداد کلاس در یک روز داشته باشند. استاد j موظف به ارائه حداقل lbc_j و دانشجوی f موظف به اخذ حداقل lbs_f واحد درس در طول ترم هستند. روزهای کاری مجاز برای اساتید به صورت pts_{jt} برای هر استاد j در هر بازه زمانی t در مسأله لحاظ می‌شود. در صورت مجاز بودن روز برای استاد مورد نظر پارامتر مورد نظر ۱ خواهد بود. همچنین در هر بازه‌ی زمانی معادل NC واحد اتاق در دسترس است که باید دروس در این اتاق‌ها ارائه شوند. فرض می‌شود اتاق‌های موجود در این مسأله از نظر امکانات و ظرفیت کاملا یکسان باشد.

اگر درس $i \in C^1$ از پیش به بازه‌ی زمانی t تخصیص داده شود پارامتر $pa_{it} = 1$ می باشد، اگر جلسه اول درس $i \in C^2$ به بازه زمانی t تخصیص داده شده باشد، $pa_{it}^1 = 1$ و اگر جلسه دوم این درس به بازه زمانی t تخصیص داده شده باشد، $pa_{it}^2 = 1$ خواهد گرفت. ارائه دروس در بازه‌های زمانی مختلف ارزش متفاوتی دارند که با PF_{it} نمایش داده می‌شود. مرحله اول برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای ارائه شده به ارائه یک برنامه درسی می‌پردازد که تمامی دروس مجموعه C در آن زمانبندی شده باشند. در مرحله دوم، هدف ارائه یک برنامه‌ی درسی است که با در نظر گرفتن ریسک لغو شدن دروسی که احتمالا به حد نصاب نمی‌رسند، بتوان آن برنامه را یک برنامه خوب نامید. در این مرحله معادل ω سناریو وجود دارد. پس از انتخاب واحد، هر سناریو با احتمال $p(\omega)$ ممکن است رخ دهد. در هر سناریو زیر مجموعه‌ای از دروس C به نام $E_\omega \subseteq C_{st}$ از برنامه درسی حذف می‌شوند و زیر مجموعه دیگری نیز که $A_\omega \subseteq C_{st}$ نامیده می‌شود در برنامه درسی تثبیت می‌گردد. سایر دروس که به صورت $DT_\omega = C\backslash(E_\omega \cup A_\omega)$ نمایش داده می‌شوند، دروسی هستند که در سناریو ω باید در مورد حذف یا حفظ آن‌ها تصمیم‌گیری شود. سناریوهای مختلف $\omega \in \Omega$ بر اساس مجموعه‌ی خاصی از دروس (C_{st}) خواهد بود که عدم قطعیت در مورد آن‌ها وجود دارد.

تصمیم‌گیری در خصوص حفظ یا حذف دروس مجموعه DT_ω به کمک محدودیت‌های نرم ارائه شده در تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. روابط (۱) تا (۷) به ترتیب بیانگر کمینه‌سازی تداخل دروس، بیشینه‌سازی مجموع ارزش دروس، کمینه‌سازی روزهای کاری اساتید و دانشجویان، کمینه‌سازی زمان بیکاری اساتید و دانشجویان و کمینه‌سازی میزان کمبود تعداد واحدهای درسی اساتید از حد مجاز است. هر کدام از توابع به ازای هر یک از سناریوها تعریف و بررسی می‌شود.

$$f_{1\omega} = \min\left(p(\omega) \times \sum_{\forall i \neq i', i \in C, i' \in C} Y_{ii'\omega}\right) \tag{۱}$$

$$f_{2\omega} = max\left(p(\omega) \times \left(\sum_{i \in C^1} \sum_{t \in TS} X_{it\omega} PF_{it} + \sum_{i \in C^2} \sum_{t \in TS} \left(X_{it\omega}^1 + X_{it\omega}^2\right) PF_{it}\right)\right) \tag{۲}$$

$$f_{3\omega} = min\left(p(\omega) \times \sum_{\forall j \in P, \forall d \in D} W_{jd\omega}\right) \tag{۳}$$

$$f_{4\omega} = min\left(p(\omega) \times \sum_{\forall f \in F_f, \forall d \in D} Z_{fd\omega}\right) \tag{۴}$$

$$f_{5\omega} = min\left(p(\omega) \times \sum_{\forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS)} \sum_{j \in P} Gapp_{t\omega}^{j}\right) \tag{۵}$$

$$f_{6\omega} = min\left(p(\omega) \times \sum_{\forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS)} \sum_{f \in F_f} Gaps_{t\omega}^{f}\right) \tag{۶}$$

$$f_{7\omega} = min\left(p(\omega) \times \sum_{j \in P} VP_{j\omega}\right) \tag{۷}$$

با توجه به پارامترهای ذکر شده و سایر پارامترها و متغیرهای ارائه شده در جدول (۱) مدل ریاضی مسأله به صورت روابط (۸) تا (۵۶) است.

جدول(۱): نمادگذاری

سایر پارامترهای مسأله	
cu^1	تعداد واحد درسی هر درس از مجموعه C^1
cu^2	تعداد واحد درسی هر درس از مجموعه C^2
F	مجموعه گروه‌های درسی (nf معادل تعداد گروه‌های درسی است.)
FTS	مجموعه اولین بازه‌های زمانی روزهای کاری هفته
LTS	مجموعه آخرین بازه‌های زمانی روزهای کاری هفته
ω^*	سناریویی که در آن همه دروس دارای عدم قطعیت در وضعیت نیازمند تصمیم‌گیری (DT_ω) قرار دارند.
M	یک عدد خیلی بزرگ (M بزرگ)
متغیرهای تصمیم	
X_{it}	اگر درس $i \in C^1$ در بازه‌ی زمانی t ارائه شده باشد ۱ در غیر اینصورت صفر است.
X_{it}^1	اگر جلسه اول درس $i \in C^2$ در بازه‌ی زمانی t ارائه شده باشد ۱ در غیر اینصورت صفر است.
X_{it}^2	اگر جلسه دوم درس $i \in C^2$ در بازه‌ی زمانی t ارائه شده باشد ۱ در غیر اینصورت صفر است.
$Z_{fd\omega}$	اگر در سناریو ω حداقل یک درس از مجموعه F_f در روز d برنامه‌ریزی شده باشد ۱ و در غیر اینصورت صفر است.

$W_{jd\omega}$	اگر در سناریو ω حداقل یک درس از مجموعه PC_j در روز d برنامه‌ریزی شده باشد ۱ و در غیر اینصورت صفر است.
$X_{it\omega}$	اگر در سناریو ω درس $i \in C^1$ در بازه‌ی زمانی t ارائه شده باشد ۱ در غیر اینصورت صفر است.
$X^1_{it\omega}$	اگر در سناریو ω جلسه اول درس $i \in C^2$ در بازه‌ی زمانی t ارائه شده باشد ۱ در غیر اینصورت صفر است.
$X^2_{it\omega}$	اگر در سناریو ω جلسه دوم درس $i \in C^2$ در بازه‌ی زمانی t ارائه شده باشد ۱ در غیر اینصورت صفر است.
$Gapp^j_{t\omega}$	اگر در سناریو ω بازه زمانی t برای استاد j به عنوان یک زمان بیکاری تلقی شود ۱ و در غیر این صورت صفر است
$Gapp^{j1}_{t\omega}$	متغیر کمکی زمان بیکاری جهت محاسبه وجود درس در بازه‌های قبل از بازه زمانی t برای استاد j در سناریو ω
$Gapp^{j2}_{t\omega}$	متغیر کمکی زمان بیکاری جهت محاسبه وجود درس در بازه‌های بعد از بازه زمانی t برای استاد j در سناریو ω
$Gaps^f_{t\omega}$	اگر در سناریو ω بازه زمانی t برای دانشجویان گروه درسی f به عنوان یک زمان بیکاری تلقی شود ۱ و در غیر این صورت صفر خواهد بود.
$Gaps^{f1}_{t\omega}$	متغیر کمکی محاسبه زمان بیکاری جهت محاسبه وجود درس در بازه‌های قبل از بازه زمانی t برای گروه درسی f در سناریو ω
$Gaps^{f2}_{t\omega}$	متغیر کمکی محاسبه زمان بیکاری جهت محاسبه وجود درس در بازه‌های بعد از بازه زمانی t برای گروه درسی f در سناریو ω
$VP_{j\omega}$	میزان تخطی استاد j از حد پایین تعداد واحدهای درسی موظفی در سناریو ω (هر واحد جریمه معادل یک واحد تجاوز از حد پایین مجاز است.
$Y_{ii'\omega}$	اگر در سناریو ω دو درس i و i' تداخل داشته باشند ۱ و در غیر این صورت صفر خواهد بود.

با توجه به این که مدل ارائه شده به صورت چند هدفه است، به منظور مواجهه با این مورد از روش جمع ساده‌ی وزنی و نرمالسازی فازی استفاده شده است. در رابطه (۸) تابع هد مدل آورده شده است و منظور از f^+_{xw} و f^-_{xw} به ترتیب کران بالا و کران پایین تابع هدف مورد نظر است.

$$Min\ O.F. = W_1 \frac{f_{1\omega}-f^-_{1\omega}}{f^+_{1\omega}-f^-_{1\omega}} - W_2 \frac{f_{2\omega}-f^-_{2\omega}}{f^+_{2\omega}-f^-_{2\omega}} + W_3 \frac{f_{3\omega}-f^-_{3\omega}}{f^+_{3\omega}-f^-_{3\omega}} + W_4 \frac{f_{4\omega}-f^-_{4\omega}}{f^+_{4\omega}-f^-_{4\omega}} + W_5 \frac{f_{5\omega}-f^-_{5\omega}}{f^+_{5\omega}-f^-_{5\omega}} + W_6 \frac{f_{6\omega}-f^-_{6\omega}}{f^+_{6\omega}-f^-_{6\omega}} + W_7 \frac{f_{7\omega}-f^-_{7\omega}}{f^+_{7\omega}-f^-_{7\omega}} \quad (۸)$$

---*first stage*---

$$\sum_{t=1}^{nts} X_{it} = 1; \forall i \in C^1 \quad (۹)$$

$$\sum_{t=1}^{nts} X^1_{it} = 1; \forall i \in C^2 \quad (۱۰)$$

$$\sum_{t=1}^{nts} X^2_{it} = 1; \forall i \in C^2 \quad (۱۱)$$

$$X_{it} \le pts_{jt}; \forall i \in PC_j \cap C^1, \forall t \in TS, \forall j \in P \quad (۱۲)$$

$$X^1_{it} \le pts_{jt}; \forall i \in PC_j \cap C^2, \forall t \in TS, \forall j \in P \quad (۱۳)$$

$$X^2_{it} \le pts_{jt}; \forall i \in PC_j \cap C^2, \forall t \in TS, \forall j \in P \quad (۱۴)$$

$$\sum_{t=\tau}^{\tau+2td-1} (X^1_{it} + X^2_{it}) \le 1; \forall \tau \in FTS, \forall i \in C^2 \quad (۱۵)$$

$$X_{it} \ge pa_{it}; \forall t \in TS, \forall i \in C^1 \quad (۱۶)$$

$$X^1_{it} \ge pa^1_{it}; \forall t \in TS, \forall i \in C^2 \quad (۱۷)$$

$$X^2_{it} \ge pa^2_{it}; \forall t \in TS, \forall i \in C^2 \quad (۱۸)$$

$$\sum_{\forall i \in C^1} X_{it} + \sum_{\forall i \in C^2} (X^1_{it} + X^2_{it}) \le NC; \forall t \in TS \quad (۱۹)$$

$$\sum_{\forall i \in C^1 \cap P_j} X_{it} + \sum_{\forall i \in C^2 \cap P_j} (X^1_{it} + X^2_{it}) \le 1; \forall t \in TS, \forall j \in P \quad (۲۰)$$

$$\sum_{t=\tau}^{\tau+td-1} \sum_{i \in (PC_j \cap C^1)} X_{it} + \sum_{t=\tau}^{\tau+td-1} \sum_{i \in (PC_j \cap C^2)} (X^1_{it} + X^2_{it}) \le lp^{max}; \forall \tau \in FTS, \forall j \in P \quad (۲۱)$$

$$\sum_{t=\tau}^{\tau+td-1} \sum_{i \in (F_f \cap C^1)} X_{it} + \sum_{t=\tau}^{\tau+td-1} \sum_{i \in (F_f \cap C^2)} (X^1_{it} + X^2_{it}) \le ls^{max}; \forall \tau \in FTS, \forall F_f \in F \quad (۲۲)$$

$$X_{it} + X_{i't} \le 1; \forall i, i' \in (C^1 \cap F_f), \forall f \in F_f, \forall t \in TS \quad (۲۳)$$

$$X_{it} + X^1_{i't} \le 1;\ \forall i (C^1 \cap F_f), \forall i' \in (C^2 \cap F_f), \forall f \in F_f, \forall t \in TS \quad (۲۴)$$

$$X_{it} + X^2_{i't} \le 1;\ \forall i (C^1 \cap F_f), \forall i' \in (C^2 \cap F_f), \forall f \in F_f, \forall t \in TS \quad (۲۵)$$

$$X^1_{it} + X^1_{i't} \le 1;\ \forall i, i' \in (C^2 \cap F_f), \forall f \in F_f, \forall t \in TS \quad (۲۶)$$

$$X^1_{it} + X^2_{i't} \le 1;\ \forall i, i' \in (C^2 \cap F_f), \forall f \in F_f, \forall t \in TS \quad (۲۷)$$

$$X^2_{it} + X^2_{i't} \le 1;\ \forall i, i' \in (C^2 \cap F_f), \forall f \in F_f, \forall t \in TS \quad (۲۸)$$

---*second stage*---

$$X_{it\omega} = X_{it}; \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (A_\omega \cap C^1) \quad (۲۹)$$

$$X_{it\omega} = 0;\ \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (E_\omega \cap C^1) \quad (۳۰)$$

$$X^1_{it\omega} = X^1_{it}; \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (A_\omega \cap C^2) \tag{۳۱}$$

$$X^1_{it\omega} = 0;\ \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (E_\omega \cap C^2) \tag{۳۲}$$

$$X^2_{it\omega} = X^1_{it}; \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (A_\omega \cap C^2) \tag{۳۳}$$

$$X^2_{it\omega} = 0;\ \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (E_\omega \cap C^2) \tag{۳۴}$$

$$X_{it\omega} \le X_{it}; \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (DT_\omega \cap C^1) \tag{۳۵}$$

$$X^1_{it\omega} \le X^1_{it}; \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (DT_\omega \cap C^2) \tag{۳۶}$$

$$X^2_{it\omega} \le X^2_{it}; \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (DT_\omega \cap C^2) \tag{۳۷}$$

$$\sum_{\forall t \in TS} X^2_{it\omega} = \sum_{\forall t \in TS} X^1_{it\omega}; \forall \omega \in \Omega, \forall i \in (DT_\omega \cap C^2) \tag{۳۸}$$

$$Z_{fd\omega} \ge \frac{X_{it\omega} + X^1_{i't\omega} + X^2_{i't\omega}}{3}; \forall t \in TS, \forall d \in D, \forall d = \left\lceil \frac{t}{td} \right\rceil, \forall F_f \in F, \forall i \in \left(C^1 \cap F_f\right), \forall i' \in \left(C^2 \cap F_f\right), \forall \omega \in \Omega \tag{۳۹}$$

$$W_{jd\omega} \ge \frac{X_{it\omega} + X^1_{i't\omega} + X^2_{i't\omega}}{3}; \forall t \in TS, \forall d \in D, \forall d = \left\lceil \frac{t}{td} \right\rceil, \forall j \in P, \forall i \in \left(C^1 \cap PC_j\right), \forall i' \in \left(C^2 \cap PC_j\right), \forall \omega \in \Omega \tag{۴۰}$$

$$VP_{j\omega} \ge 0; \forall j \in P, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۱}$$

$$VP_{j\omega} \ge lbc_j - cu^1 \times \sum_{i \in (C^1 \cap P_j)} \sum_{t \in TS} X_{it\omega} - cu^2 \times \sum_{i \in (C^2 \cap P_j)} \sum_{t \in TS} X^1_{it\omega};\ \forall j \in P, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۲}$$

$$Y_{ii'\omega} \ge X_{it\omega} + X_{i't\omega} - 1; \forall i \ne i' \in C^1, \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۳}$$

$$Y_{ii'\omega} \ge X_{it\omega} + X^1_{i't\omega} - 1; \forall i \in C^1, \forall i' \in C^2, \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۴}$$

$$Y_{ii'\omega} \ge X_{it\omega} + X^2_{i't\omega} - 1; \forall i \in C^1, \forall i' \in C^2, \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۵}$$

$$Y_{ii'\omega} \ge X^1_{it\omega} + X^2_{i't\omega} - 1; \forall i \ne i' \in C^2, \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۶}$$

$$Y_{ii'\omega} \ge X^1_{it\omega} + X^1_{i't\omega} - 1; \forall i \ne i' \in C^2, \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۷}$$

$$Y_{ii'\omega} \ge X^2_{it\omega} + X^2_{i't\omega} - 1; \forall i \ne i' \in C^2, \forall t \in TS, \forall \omega \in \Omega \tag{۴۸}$$

$$\frac{\sum_{\tau = td\left[\frac{t}{td}\right]+1}^{t-1} \left(\sum_{i \in \left(C^1 \cap F_f\right)} X_{i\tau\omega} + \sum_{i \in \left(C^2 \cap F_f\right)} \left(X^1_{i\tau\omega} + X^2_{i\tau\omega}\right)\right)}{M} - \left(\sum_{i \in (C^1 \cap F_f)} X_{it\omega} + \sum_{i \in (C^2 \cap F_f)} \left(X^1_{it\omega} + X^2_{it\omega}\right)\right) \le Gaps^{f1}_{t\omega};\ \forall f \in F_f, \forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS), \forall \omega \in \Omega \tag{۴۹}$$

$$\frac{\sum_{\tau = t+1}^{td\left(\left[\frac{t}{td}\right]+1\right)} \left(\sum_{i \in \left(C^1 \cap F_f\right)} X_{i\tau\omega} + \sum_{i \in \left(C^2 \cap F_f\right)} \left(X^1_{i\tau\omega} + X^2_{i\tau\omega}\right)\right)}{M} - \left(\sum_{i \in (C^1 \cap F_f)} X_{it\omega} + \sum_{i \in (C^2 \cap F_f)} \left(X^1_{it\omega} + X^2_{it\omega}\right)\right) \le Gaps^{f2}_{t\omega}; \forall f \in F_f, \forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS), \forall \omega \in \Omega \tag{۵۰}$$

$$Gaps^{f}_{t\omega} \ge Gaps^{f1}_{t\omega} + Gaps^{f2}_{t\omega} - 1;\ \forall f \in F_f, \forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS), \forall \omega \in \Omega \tag{۵۱}$$

$$\frac{\sum_{\tau = td\left[\frac{t}{td}\right]+1}^{t-1} \left(\sum_{i \in \left(C^1 \cap PC_j\right)} X_{i\tau\omega} + \sum_{i \in \left(C^2 \cap PC_j\right)} \left(X^1_{i\tau\omega} + X^2_{i\tau\omega}\right)\right)}{M} - \left(\sum_{i \in (C^1 \cap PC_j)} X_{it\omega} + \sum_{i \in (C^2 \cap PC_j)} \left(X^1_{it\omega} + X^2_{it\omega}\right)\right) \le Gapp^{j1}_{t\omega}; \forall j \in P, \forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS), \forall \omega \in \Omega \tag{۵۲}$$

$$\frac{\sum_{\tau = t+1}^{td\left(\left[\frac{t}{td}\right]+1\right)} \left(\sum_{i \in \left(C^1 \cap PC_j\right)} X_{i\tau\omega} + \sum_{i \in \left(C^2 \cap PC_j\right)} \left(X^1_{i\tau\omega} + X^2_{i\tau\omega}\right)\right)}{M} - \left(\sum_{i \in (C^1 \cap PC_j)} X_{it\omega} + \sum_{i \in (C^2 \cap PC_j)} \left(X^1_{it\omega} + X^2_{it\omega}\right)\right) \le Gapp^{j2}_{t\omega}; \forall j \in P, \forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS), \forall \omega \in \Omega \tag{۵۳}$$

$$Gapp^{j}_{t\omega} \ge Gapp^{j1}_{t\omega} + Gapp^{j2}_{t\omega} - 1;\ \forall j \in P, \forall t \in TS \backslash (FTS \cup LTS), \forall \omega \in \Omega \tag{۵۴}$$

$$cu^1 \sum_{i \in (C^1 \cap F_f)} \sum_{t \in TS} X_{it\omega} + cu^2 \sum_{i \in (C^2 \cap F_f)} \sum_{t \in TS} X^1_{it\omega} \ge lbs_f; \forall f \in F_f, \forall \omega \in \Omega \tag{۵۵}$$

$$\begin{gathered} X_{it}, X^1_{it}, X^2_{it}, X_{it\omega}, X^1_{it\omega}, X^2_{it\omega}, Y_{ii'\omega} \in \{0,1\}; \forall i, t, \omega, i' \\ Gapp^{j}_{t\omega}, Gapp^{j1}_{t\omega}, Gapp^{j2}_{t\omega}, Gaps^{f}_{t\omega}, Gaps^{f1}_{t\omega}, Gaps^{f2}_{t\omega}, Z_{fd\omega}, W_{jd\omega} \in \{0,1\}; \forall j, f, d, t, \omega \\ VP_{j\omega} \ge 0; \forall j, \omega \end{gathered} \tag{۵۶}$$

محدودیت شماره (۹) بیانگر این است که هر جلسه از دروس مجموعه C^1 که نیازمند یک جلسه کلاس در هفته هستند فقط در یک بازه زمانی از هفته قابل برنامه‌ریزی است. محدودیت (۱۰) و (۱۱) نیز همین مسأله را برای هر جلسه از دروس مجموعه C^2 مد نظر قرار می‌دهد.

محدودیت‌های (۱۲) تا (۱۴) نشان‌دهنده‌ی این هستند که یک درس در صورتی می‌تواند به یک بازه زمانی تخصیص یابد که استاد آن درس در آن بازه‌ی زمانی در دسترس باشد. بین دو جلسه یک درس از مجموعه C^2 باید حداقل دو روز فاصله وجود داشته باشد که محدودیت (۱۵) همین مسأله را بیان می‌کند. محدودیت‌های (۱۶) تا (۱۸) به منظور تخصیص دروسی که زمان آن‌ها از قبل مشخص شده است لحاظ می‌شوند. محدودیت (۱۹) نیز ظرفیت برگزاری کلاس در هر بازه‌ی زمانی یا به عبارتی عدم تجاوز از تعداد اتاق‌های را تضمین می‌کند. در محدودیت (۲۰) عدم برنامه‌ریزی دو کلاس در یک زمان برای یک استاد در نظر گرفته شده است. محدودیت (۲۱) و (۲۲) جهت عدم تجاوز از حد بالای تعداد کلاس‌های مجاز برای هر استاد و هر گروه از دانشجویان در هر روز آورده شده است. همچنین محدودیت‌های (۲۳) تا (۲۸) به منظور جلوگیری از تداخل دروسی که در یک گروه درسی قرار دارند لحاظ شده است.

محدودیت‌های (۲۹) تا (۳۷) به منظور مقداردهی متغیرهای سناریوها و یکپارچه سازی متغیرها آورده شده‌اند. محدودیت (۳۸) جهت حذف یا باقی ماندن همزمان هر دو جلسه یک درس از مجموعه C^2 در نظر گرفته شده است. محدودیت‌های (۳۹) و (۴۰) نیز مشخص می‌کنند که آیا در هر سناریو هر روز برای هر گروه درسی یا برای هر استاد روز کاری محسوب می‌شود یا خیر. این محدودیت به نحوی عمل می‌کند که اگر در روز d حداقل یک کلاس برای یک گروه درسی یا یک استاد برنامه‌ریزی شده باشد آن روز، یک روز کاری محسوب شود. محدودیت‌های (۴۱) و (۴۲) برای محاسبه‌ی مقدار کمبود واحدهای درسی یک استاد از حداقل موظفی وی به کار می‌رود.

محدودیت‌های (۴۳) تا (۴۸) به منظور شمارش تعداد تداخل دروس ارائه شده است به نحوی که اگر دروس i و i' در سناریو ω در یک بازه زمانی برنامه‌ریزی شود، $Y_{ii'\omega}=1$ خواهد شد. این محدودیت‌های تمام حالت‌های ممکن تداخل دروس را پوشش می‌دهد. همچنین محدودیت‌های (۴۹) تا (۵۴) به منظور تعیین زمان‌های بیکاری دانشجویان و اساتید در هر سناریو در نظر گرفته شده است. محدودیت (۵۵) به منظور رعایت حداقل تعداد واحدهای درسی لازم برای دانشجویان گروه درسی f لحاظ شده است. مجموعه روابط (۵۶) نشان‌دهنده نوع متغیرها می‌باشد.

۳- مدل $M1/M2$

در پژوهش‌های پیشین از مدل‌هایی استفاده شده است که عدم قطعیت حاصل از ریسک لغو شدن دروس در آن‌ها لحاظ نشده است. مدل $M1/M2$ نماینده این مدل‌ها در این پژوهش می‌باشد. مطابق با این مدل در ابتدا یک برنامه درسی برای کل دروسی که در لیست انتخاب واحد دانشجویان قرار می‌گیرد ارائه می‌شود. این برنامه‌ی درسی با استفاده از مدل $M1$ شامل محدودیت‌های شماره (۹) تا (۲۸) و تابع هدف (رابطه شماره (۸)) بدون پارامتر ω تهیه می‌گردد. سپس بر اساس نتایج انتخاب واحد دانشجویان

(سناریویی که به وقوع پیوسته است) و بررسی وضعیت هر درس از نظر رسیدن به حد نصاب تشکیل درس، نرسیدن به حد نصاب و یا حالت نیازمند تصمیم‌گیری، مدل $M2$ حل می‌شود. تابع هدف این مدل همان رابطه شماره (۸) است با این تفاوت که دیگر به ازای همه سناریوها نیست و فقط سناریویی که رخ داده است در آن لحاظ می‌شود. محدودیت‌های این مدل نیز محدودتهای (۲۹) تا (۵۶) می‌باشند.

در مدل $M2$ دروسی که به حد نصاب نرسیده باشند از برنامه حذف می‌شوند، دروسی که به حد نصاب رسیده باشند وضعیتشان تثبیت شده و دروسی که در شرایط نیازمند تصمیم‌گیری باشند بررسی می‌شوند و در مورد حفظ یا حذف آن‌ها متناسب با تابع هدف تصمیم‌گیری می‌شود.

تفاوت این مدل با مدل یکپارچه ارائه شده در این پژوهش این است که در مدل یکپارچه حتی برنامه اولیه که پیش از انتخاب واحد ارائه می‌گردد، با توجه به تمام سناریوهایی ممکن و احتمالات وقوع آن‌ها تنظیم می‌شود تا جواب حاصل از کیفیت مطلوب‌تری برخوردار باشد.

۴- نتایج عددی

در این بخش به ارائه نتایج حاصل از حل مدل توسط نرم افزار CPLEX 12.6.3 پرداخته می‌شود. جدول (۲) اطلاعات مربوط به داده‌های ایجاد شده را به همراه نتایج شامل زمان حل و متوسط میزان انحراف از جواب بهینه برای هر سطح از نمونه‌ها آورده شده است.

جدول (۲): نتایج مدل یکپارچه

level	1	2	3	4	5	6
wd	3	3	4	4	4	5
td	3	4	3	4	4	4
$\|C\|$	10	12	14	16	16	22
$\|C^1\|$	5	6	7	8	8	11
$\|C^2\|$	5	6	7	8	8	11
$\|C_{st}\|$	2	2	3	3	4	4
nf	2	2	3	3	3	3
lbs	3	3	3	3	3	3
lbc	3	3	3	3	3	3
NC	2	2	2	2	2	2
$\|P\|$	4	5	5	6	6	9
average solving time (s)	2.21	6.62	611	2244	8469	10802
Average Gap (%)	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	16.5%	38.1%

همانطور که مشاهده می‌شود نمونه‌های ۴ سطح اول در زمان‌های نسبتا

کوتاه به جواب بهینه رسیده‌اند و سطوح ۵ و ۶ مطابق با انتظاری که از یک مسأله با درجه پیچیدگی تخصیص می‌رود در حد زمانی ۳ ساعت به جواب بهینه نرسیده‌اند و به طور متوسط به ترتیب ۱۶ و ۳۸ درصد انحراف از جواب بهینه مشاهده می‌شود.

بخش دیگری از تحلیل نتایج به صورت یک مقایسه بین نتایج مدل یکپارچه و مدل $M1/M2$ است که در جدول (۳) نشان داده شده است. به این منظور نمونه‌هایی انتخاب شد که توسط مدل یکپارچه در حد زمانی ۳ ساعت به طور بهینه حل شوند. سپس هر کدام از نمونه‌ها به تعداد ۱۰۰ برابر تعداد سناریوهای آن نمونه با رویکرد شبیه‌سازی و استفاده از چرخ رلت در انتخاب سناریویی که در مرحله $M2$ رخ می‌دهد حل شد.

جدول (۳): مقایسه مدل مدل یکپارچه و $M1/M2$

level	متوسط زمان حل مدل M1/M2 (ثانیه)	متوسط زمان حل مدل یکپارچه (ثانیه)	متوسط برتری مدل یکپارچه در سناریوهای پیش آمده
1	0.32	2.21	43%
2	0.51	6.62	50%
3	1.90	611.20	54%
4	4.38	2244.19	55%
5	8.35	3568.93	58%

با توجه به جدول (۳) مشاهده می‌شود که با تغییر سطح نمونه‌ها و پیچیده تر شدن مسائل زمان حل مدل یکپارچه نسبت به مدل $M1/M2$ با رشد بیشتری همراه است اما این مسأله با در نظر گرفتن عملکرد مدل یکپارچه که با افزایش سطح پیچیدگی و افزایش تعداد دروس دارای ابهام، بهتر می‌شود قابل توجیه است.

همانطور که در جدول (۲) بیان شده است هر چه سطح نمونه‌ها از (۱) به سمت (۶) تغییر پیدا می‌کند ابعاد مسأله وسیع‌تر و در نتیجه مسأله سخت‌تر می‌شود. به خصوص پارامتر $|C_{st}|$ که تعداد دروس دارای ابهام را نشان می‌دهد به شدت روی سخت‌تر شدن مسأله موثر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که افزایش تعداد دروس دارای ابهام در عملکرد این مدل یکپارچه که به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت در مسأله طراحی شده است موثر می‌باشد؛ به نحویکه هر چه تعداد دروس دارای ابهام بیشتر باشد، انعطاف پذیری مدل نیز بیشتر بوده و جواب‌های مطلوب‌تری را ارائه خواهد کرد.

۵- مراجع

[۱] C. Gotlieb, "The Construction of Class-Teacher Timetables," In Proceedings of IFIP Congress, pp. 73-77, 1963.

[۲] Mohammad-Reza Feizi-Derakhshi, Hamed Babaei and Javad Heidarzadeh, "A SURVEY OF APPROACHES FOR UNIVERSITY COURSE TIMETABLING," In Proceedings of 8th International Symposium on Intelligent and Manufacturing Systems. Sakarya University Department of Industrial Engineering, Adrasan, Antalya, pp. 307-321, 2012.

[۳] T. A. Redl, "A Study of University Timetabling that Blends Graph Coloring with the Satisfaction of," Ph.D. Thesis, Rice University, Houston, Texas, 2004.

[۴] Kristiansen, Simon and Stidsen, Thomas Jacob Riis, "A Comprehensive Study of Educational Timetabling - a Survey," Technical University of Denmark. (DTU Management Engineering, 2013.

[۵] V. Cacchiani, A. Caprara, R. Roberti and P. Toth, "A new lower bound for curriculum-based course," Computers & Operations Research, 2013.

[۶] R. Lewis, B. Paechter and B. McCollum, "Post enrolment based course timetabling: A description of the problem model used for track two of the second .international timetabling competition," 2007

[۷] K. G. S. N. Goh SL, "Improved local search approaches to solve the post enrolment course timetabling problem," European Journal of Operational Research, vol. 261(1), pp. 17-29, 2017 .Aug 16

[۸] M. A. C. A. R. G. Nothegger C, "Solving the post enrolment course timetabling problem by ant colony optimization," Annals of Operations Research, vol. .194(1), pp. 325-39, 2012 Apr 1

[۹] I. S. Khonggamnerd P, "On improvement of effectiveness in automatic university timetabling arrangement with applied genetic algorithm," In Computer Sciences and Convergence Information Technology, ICCIT'09. Fourth International .Conference on 2009, 2009

[۱۰] M. S. Kim K, "A two-stage stochastic integer programming approach to integrated staffing and scheduling with application to nurse management," .Operations Research, pp. 63(6):1431-51., 2015 Oct 12

زیرنویس‌ها

۱ Class-teacher
۲ Semester
۳ Curriculum-based
۴ Enrollment-based
۵ Family
۶ ITC2007
۷ Tabu Search
۸ Ant Colony