



تحلیل توام بارش و تبخیر - تعرق با استفاده از توابع مفصل در ایستگاه همدید مشهد

شقایق گلی^{۱*}، ابوالفضل مساعدی^۲، بیژن قهرمان^۲، محمد قبائی سوق^۴

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

(shgoli214@yahoo.com)

۲- استاد گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد mosaedi@um.ac.ir

۳- استاد گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

۴- دکتری، شرکت مدیریت منابع آب ایران

چکیده

تحلیل فراوانی یک متغیره‌ی وقایع هیدرولوژیک به علت عدم در نظر گرفتن همزمان همه‌ی مشخصه‌های مؤثر بر واقعه می‌تواند با خطا همراه باشد. یکی از راهکارهای مؤثر برای حل این مشکل استفاده از توابع مفصل چند متغیره می‌باشد. بر این اساس، در پژوهش حاضر تحلیل فراوانی دو متغیره بارش و تبخیر- تعرق در ایستگاه سینوپتیک مشهد با بکارگیری توابع مفصل در مقیاس‌های سال آبی، دوره زراعی (نه ماهه)، فصلی (سه ماهه) و ماهانه مد نظر می‌باشد. بدین منظور از سه تابع مفصل فرانک، کلایتون و گامبل طی دوره آماری ۱۳۶۵ الی ۱۳۹۵، برای توصیف ساختار وابستگی دو متغیره بارش و تبخیر- تعرق استفاده شده است. بهترین توابع توزیع حاشیه‌ای برای داده‌های بارش و تبخیر- تعرق تعیین و به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو، نتایج دو متغیره مقایسه گردیده است. مقادیر ضریب همبستگی بین متغیره‌های بارش و تبخیر- تعرق در هر سه روش تاو کندال، رو اسپیرمن و پیرسون در تمامی مقیاس‌های زمانی (به جز تیر ماه) منفی بدست آمده است که نشان از رابطه معکوس بارش و تبخیر- تعرق می‌باشد. هم‌چنین طبق معیارهای اطلاعاتی آکایک، بیزین و حداکثر درست‌نمایی از بین سه تابع مفصل انتخابی، مفصل فرانک بهترین نتایج را داشته است و پس از آن به ترتیب توابع کلایتون و گامبل قرار می‌گیرند. بر اساس نتایج به دست آمده احتمال توام وقایع بارش و تبخیر- تعرق در ایستگاه مورد نظر تعیین شد. پیشنهاد می‌شود که مشابه با این تحقیق در مناطق با شرایط مختلف آب و هوایی انجام شده تا بتوان اثر شرایط آب و هوایی را در احتمال توام رخدادهای بارندگی و تبخیر- تعرق بررسی نمود.

واژه‌های کلیدی:

بارش، تبخیر- تعرق، تحلیل توام، توابع مفصل، توزیع حاشیه‌ای



مقدمه

در هیدرولوژی متغیرهای زیادی به‌عنوان نماینده رفتار سیستم جهت مدل‌سازی فرآیندها مورد بررسی قرار می‌گیرند. مستقل فرض نمودن این متغیرها صحت نتایج نهایی مدل‌سازی را زیر سوال می‌برد. از طرفی در بعضی از مسائل و پدیده‌های هیدرولوژیکی (نظیر سیل، خشکسالی و غیره) چندین متغیر مؤثر بوده و در حالی پدیده را تحت تأثیر قرار می‌دهند که خود این متغیرها با همدیگر وابستگی و همبستگی دارند. استفاده از توزیع‌های آماری برای چنین متغیرهایی بدون در نظر گرفتن این همبستگی‌ها بر عدم قطعیت‌ها می‌افزاید. به‌طور کلی توزیع احتمالاتی داده‌های تصادفی چندمتغیره در مقایسه با حالت یک‌متغیره آنها به دلیل وابستگی غیرخطی بین متغیرهای تصادفی، پیچیده‌تر است. یکی از روش‌های حل این مشکل استفاده از توابع مفصل (کوپلا) می‌باشد که در سال‌های اخیر بیشتر مورد توجه پژوهشگران بوده است (ثانی خانی و همکاران، ۱۳۹۳). توابع مفصل مهمترین ابزار جهت انجام تحلیل فراوانی چندمتغیره هیدرولوژیکی هستند. یک گام مهم در بکارگیری توابع مفصل، انتخاب نوع توزیع احتمالاتی برای متغیرهای حاشیه‌ای است (محمدپور و همکاران، ۱۳۹۵).

Buishand و Beersma (۲۰۰۴) با برازش توزیع‌های گامبل و لوگ نرمال بر داده‌های بارش و دبی جریان، توزیع احتمال آنها را محاسبه و بر مبنای توزیع دومتغیره تجربی یک شاخص برای پایش خشکسالی در هلند توسعه دادند و نتایج آن را با روش نمونه‌گیری مجدد نزدیک‌ترین همسایگی مقایسه نمودند. Bardossy (۲۰۰۶) برای توصیف ساختارهای وابستگی برای توزیع چندمتغیره از توابع مفصل استفاده نمود. وی برای بررسی مناسب بودن مدل‌های وابستگی فضایی یک آزمون آماری مبتنی بر رویه‌ی بوت استرپ معرفی نمود. وی هم‌چنین بیان می‌کند که مفصل غیرگوسی دارای همبستگی نامتقارن است و بنابراین برای توصیف وابستگی فضایی پارامترهای کیفیت آب‌رزیمینی مناسب‌تر است. Pham و همکاران (۲۰۱۷) یک مدل تصادفی بارش و تبخیر-تعرق را برای تجزیه و تحلیل تاثیر هیدرولوژیکی تلفیق نمودند و به بررسی پیامدهای سناریوهای خاص بر یک یا چند متغیر یا جریان در چرخه هیدرولوژیکی پرداختند.

تاکنون به دلایلی از قبیل کمبود داده‌ها، روش‌های پیچیده محاسباتی و محدودیت تعداد مدل‌های آماری موجود، پژوهش‌های نسبتاً اندکی در زمینه‌ی تحلیل دومتغیره پدیده‌های هیدرولوژیکی انجام گرفته است که در این خصوص می‌توان به توزیع‌های دومتغیره نرمال (Goel et al, 1998)، نمایی (Bacchi et al, 1994)، گاما (Yue et al, 2001) و حد نهایی (Shiau, 2003) اشاره نمود. یکی از ضعف‌های اساسی توزیع‌های دو متغیره ذکرشده، نیاز به استفاده از توزیع آماری یکسان برای دو متغیر مورد نظر می‌باشد، به این معنی که با استفاده از این روش‌ها نمی‌توان دو متغیر همبسته که از توزیع‌های مختلفی (مثلاً یکی نرمال و دیگری نمایی) پیروی می‌کنند را مدل کرد (فرخ نیا و مرید، ۱۳۸۷). استفاده از توابع مفصل برای ساخت توابع احتمالاتی چند متغیره راهکاری برای رفع این مشکلات می‌باشد. توابع مفصل امکان ترکیب چند توزیع یک متغیره از خانواده‌های متفاوت را برای ساخت یک توزیع چند متغیره با در نظر گرفتن همبستگی بین متغیرها به وجود می‌آورد. اسکالر (۱۹۵۹) برای اولین بار طی قضیه‌ای، از توابع مفصل برای بیان ارتباط توابع توزیع یک متغیره با توابع چندمتغیره‌ی آنها استفاده کرد و در سال‌های اخیر توابع مفصل به عنوان ابزار مدل‌سازی چند متغیره در بسیاری از رشته‌ها از محبوبیت خاصی برخوردار هستند. توابع مفصل در علوم آماری به منظور مدل‌سازی وابستگی مرگ و میر و تلفات، در اقتصاد به منظور تخصیص سرمایه، مدل‌سازی ریسک استخراج قیمت و مدیریت ریسک، در مطالعات زیست‌پزشکی به منظور مدل‌سازی وابستگی زمان‌های وقایع و ریسک رقابت آنها، در مهندسی مفصل‌ها در کنترل فرآیندهای مهندسی و مدل‌های هیدرولوژیکی استفاده شده‌اند (Yan, 2007).

بهره‌مند و همکاران (۱۳۹۴) در پژوهشی به بررسی و شناخت الگوریتم‌های محاسباتی، پارامترها و شکل توزیع توابع مفصل پرکاربرد (توابع ارشمیدسی و بیضوی) و کاربرد و جایگاه آن در هیدرولوژی استوکاستیک پرداختند. تحقیقات انجام شده مؤید این موضوع بود که با توجه به تصادفی و وابسته بودن متغیرهای هیدرولوژیکی مفید بودن استفاده از روش‌های چندمتغیره مفصل به لحاظ در نظر گرفتن این وابستگی در تمام بخش‌های توزیع مفصل، امری انکارنشدنی به نظر می‌رسد. بنابراین، دانستن ارتباط بین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای مختلف به‌منظور درک قوانین حاکم بر این وابستگی‌ها می‌تواند در شناخت وقایع هیدرولوژیکی مشاهده شده بسیار مؤثر واقع شود. لذا به‌منظور افزایش اطمینان به نتایج تحلیل‌ها باید از رویکردهای آماری چند متغیره استفاده نمود. بنابراین هدف از انجام این تحقیق بررسی ساختار وابستگی تبخیر-تعرق و بارش با استفاده از توابع مفصل در ایستگاه سینوپتیک مشهد و انتخاب بهترین تابع مفصل برای ایستگاه مورد نظر می‌باشد.

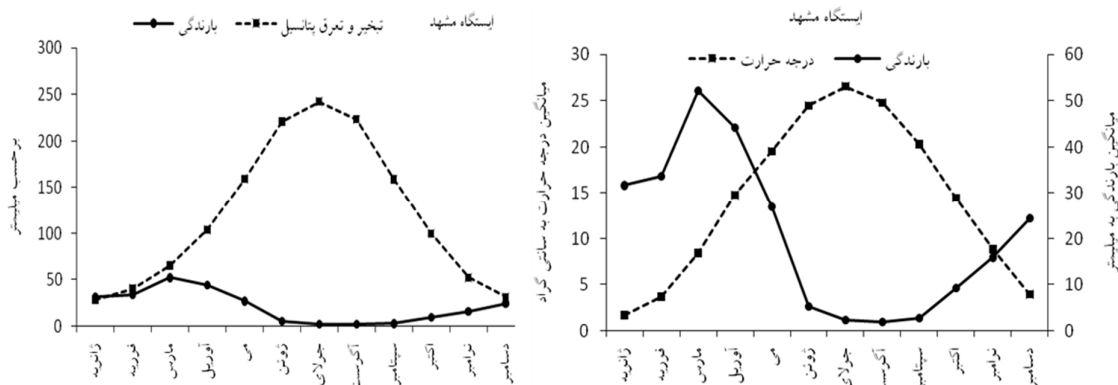


مواد و روش‌ها

موقعیت ایستگاه مورد بررسی و داده‌های مورد استفاده

در این پژوهش، از داده‌های بارندگی و دمای حداقل و حداکثر روزانه ایستگاه همدید (سینوپتیک) مشهد طی سال‌های ۱۳۶۵ الی ۱۳۹۵ استفاده گردیده است. ایستگاه مشهد در عرض جغرافیایی $36^{\circ}14'$ شمالی و طول جغرافیایی $59^{\circ}37'$ شرقی و ارتفاع $999/2$ متر از سطح زمین واقع شده است. میانگین دمای سالانه این ایستگاه $15/3$ درجه سانتی‌گراد، میانگین بارش سالانه $242/2$ میلی‌متر و میانگین تبخیر-تعرق سالانه 1346 میلی‌متر می‌باشد. داده‌ها در ۱۸ مقیاس زمانی شامل سالانه (سال آبی) دوره زراعی (مهر تا خرداد)، فصلی (هر یک از ۴ فصل) و ماهانه (هر یک از ۱۲ ماه) مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در محل ایستگاه سینوپتیک مشهد (شکل ۱) مطابق سیستم اقلیمی ترنت وایت در تمامی ماه‌های سال مقدار تبخیر-تعرق پتانسیل بیشتر و یا مساوی مقدار بارندگی می‌باشد، بطوری که در سه ماه دسامبر، ژانویه و فوریه مقادیر تبخیر و تعرق اختلاف چندانی با مقدار بارندگی ندارد. براساس منحنی آمبروترمیک دوره خشک در این ایستگاه از ماه می تا اواسط ماه نوامبر (به مدت $6/5$ ماه از سال) ادامه دارد. هم‌چنین دوره‌ی مرطوب شامل دوره‌ی کوتاه‌مدت از اواسط نوامبر تا ماه آوریل ($5/5$ ماه از سال) می‌باشد.



شکل ۱- سیستم اقلیمی ترنت وایت و منحنی آمبروترمیک در ایستگاه سینوپتیک مشهد

روش هارگریوز-سامانی برای محاسبه تبخیر-تعرق

روشی که در آن برای برآورد تبخیر-تعرق فقط به داده‌های دمای هوا نیاز می‌باشد، روشی است که به نام هارگریوز یا هارگریوز-سامانی معروف است. در این روش لازم است دوره مورد نیاز دمای متوسط هوا (T_{mean}) و تفاوت متوسط حداکثر و حداقل دما را در دوره مورد نظر داشته باشیم. سپس با داشتن تابش خورشیدی (R_a) مقدار تبخیر و تعرق به صورت رابطه (۱) قابل محاسبه است:

$$ET_o = 0.0023R_a(T_{mean} + 17.8)(T_{max} - T_{min}) \quad (1)$$

که در آن ET_o تبخیر-تعرق گیاه مرجع چمن (mm/day)، R_a میزان تشعشع ورودی در بالای اتمسفر (mm/day)، T_{mean} متوسط درجه حرارت روزانه (C°)، T_{max} حداکثر درجه حرارت روزانه (C°)، T_{min} حداقل درجه حرارت روزانه (C°) است.

توابع مفصل

توابع مفصل انواع گوناگونی دارند که به‌طور کلی در دو دسته پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. ارجحیت مفصل‌های پارامتریک در استفاده از پارامتر می‌باشد. از این‌رو، در این پژوهش و سایر تحقیقات انجام شده مورد توجه قرار گرفته‌اند. Sklar (1959) نشان داد تابع توزیع احتمال دومتغیره F را می‌توان به صورت رابطه (۲) تعریف کرد:

$$F_{X,Y}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) = C(u, v) \quad (2)$$

که در آن $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ توابع توزیع حاشیه‌ای و C یک تابع مفصل است.



ابتدا φ (که به آن مولد گفته می‌شود) به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود. این متغیر تابعی پیوسته و اکیدا نزولی بوده و $\varphi(0) = 1$ به گونه‌ای که: $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, 1]$
حال تابع مفصل ارشمیدسی به صورت

$$C(F_Y(y), F_X(x)) = \varphi(\varphi^{-1}(F_Y(y)), \varphi^{-1}(F_X(x))) \quad (۳)$$

تعریف می‌شود که در آن φ^{-1} معکوس φ است. به ازای مولدهای متفاوت، توابع مفصل ارشمیدسی مختلفی ساخته می‌شوند. ضمناً هر تابع مفصل ارشمیدسی دارای یک پارامتر می‌باشد که به آن پارامتر همبستگی گفته شده و با θ نشان داده می‌شود. با توجه به تعداد توابع مفصل، امکان برآزش همه توابع مفصل بر داده‌ها و انتخاب بهترین تابع از میان آنها امکان‌پذیر نبوده، در نتیجه، در این مطالعه سه تابع مفصل فرانک، کلابتون و گامبل استفاده شده‌اند. مشخصات این توابع در جدول (۲) درج شده است.

جدول ۲- روابط ریاضی توابع مفصل منتخب به همراه فضای پارامتر همبستگی آنها

نام تابع	تابع	دامنه تغییرات
فرانک	$C(u, v) = -\theta^{-1} \log \left\{ \frac{[1 + (e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)]}{[e^{-\theta} - 1]} \right\}$	$\theta \neq 0$
کلابتون	$C(u, v) = (u^\theta + v^\theta - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$	$\theta \geq 0$
گامبل	$C(u, v) = \exp[-((- \log u)^\theta + (- \log v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}}]$	$\theta \geq 1$

توزیع حاشیه‌ای متغیرهای بارش و تبخیر - تعرق

به‌منظور انجام تحلیل‌های آماری بر روی داده‌ها، غالباً از توزیع‌های آماری استفاده می‌گردد که مشخصه‌های تبخیر- تعرق و بارش نیز از همین رویه پیروی می‌کنند. در این پژوهش از ۱۷ تابع توزیع احتمال استفاده شده است که برای هر سری داده بهترین تابع توزیع در متلب برآزش داده شده است. قابل توجه است که توزیع حاشیه‌ای هر متغیر با استفاده از بهترین تطبیق با توزیع احتمال بتا، برنهام ساندرز، نمایی، مقدار حدی، گاما، مقادیر حدی تعمیم یافته، پارتو تعمیم یافته، معکوس گوسی، لجیستیک، لوگ لجیستیک، لوگ نرمال، ناکاگامی، نرمال، رایلی، ریسین، معیار مکانی t و ویبول بر اساس معیار اطلاعاتی بیزین (BIC) انتخاب گردیده است.

برآورد پارامترها و آزمون‌های نیکوئی برآزش توابع مفصل

در این پژوهش، پارامترهای توابع مفصل با استفاده از بسته نرم‌افزاری MVMAT محاسبه شده‌اند. در این جعبه ابزار کاربر می‌تواند هر زیر مجموعه‌ای از ۲۶ کویلا در دسترس را انتخاب کند و MVMAT تحلیل و رتبه‌بندی خانواده‌های انتخاب شده را بر اساس عملکرد آنها انجام خواهد داد. معیارهای عملکرد مورد استفاده در این جعبه ابزار عبارتند از حداکثر درست‌نمایی^۱، معیار اطلاعاتی آکایک (AIC)، معیارهای اطلاعاتی بیزین (BIC)، معیار کارائی نش- ساتکلایف^۲ (NSE) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE). در حالی که Likelihood، NSE و RMSE تنها بر روی کمینه‌سازی بین مشاهدات و شبیه‌سازی مدل تمرکز می‌کنند، معیارهای دیگر، عوامل بیشتری را در نظر می‌گیرند. برای مثال، AIC، پیچیدگی مدل و BIC پیچیدگی مدل و تعداد مشاهدات را در نظر می‌گیرد. NSE و RMSE نیز دو معیاری که به خوبی استفاده شده‌اند و تنها بر روی کمینه کردن باقی مانده‌ها تمرکز دارند و به ترتیب به شکل روابط (۴) و (۵) نشان داده می‌شوند.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\bar{y}_i - y_i(\theta)]^2}{n}} \quad (۴)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [\bar{y}_i - y_i(\theta)]^2}{\sum_{i=1}^n [\bar{y}_i - y_i]^2} \quad (۵)$$

در روابط فوق \bar{y}_i احتمال توزیع دو متغیره، y_i احتمال توزیع تجربی و θ پارامتر تابع مفصل می‌باشد.

¹ Max Likelihood

² Nash-Sutcliffe Efficiency



دوره بازگشت

برای ارزیابی ریسک متغیرهای تصادفی همبسته به‌طور همزمان، به تحلیل فراوانی دو متغیره نیاز می‌باشد. تحلیل فراوانی دو متغیره در مورد دو متغیر تصادفی همبسته توسط دوره بازگشت توأم تعریف می‌گردد. دوره‌های بازگشت توأم در دو حالت به شرح زیر تعریف می‌شود:

حالت اول دوره بازگشت توأمی است که در آن مقدار مشاهده شده از X یا از Y تجاوز نموده باشد (یعنی، $X > x$ یا $Y > y$) که با T_{XY} نشان داده می‌شود.

حالت دوم دوره بازگشت توأمی است که در آن جفت مشاهده شده هم از x و هم از y تجاوز نموده باشد (یعنی، $X > x$ و $Y > y$) که با T'_{XY} نشان داده می‌شود. این دو نوع دوره بازگشت توأم برحسب مفصل‌ها ارائه شده‌اند و به ترتیب به صورت رابطه‌های (۹) و (۱۰) محاسبه می‌شوند:

$$T_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ or } Y > y)} = \frac{1}{1 - C(F_x(x), F_y(y))} \quad (۶)$$

$$T'_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ and } Y > y)} = \frac{1}{1 - F_x(x) - F_y(y) + F_{x,y}(x, y)} = \frac{1}{1 - F_x(x) - F_y(y) + C(F_x(x), F_y(y))} \quad (۷)$$

در این پژوهش از حالت دوم دوره بازگشت ذکر شده (یعنی، $X > x$ و $Y > y$) استفاده گردیده است.

نتایج و بحث

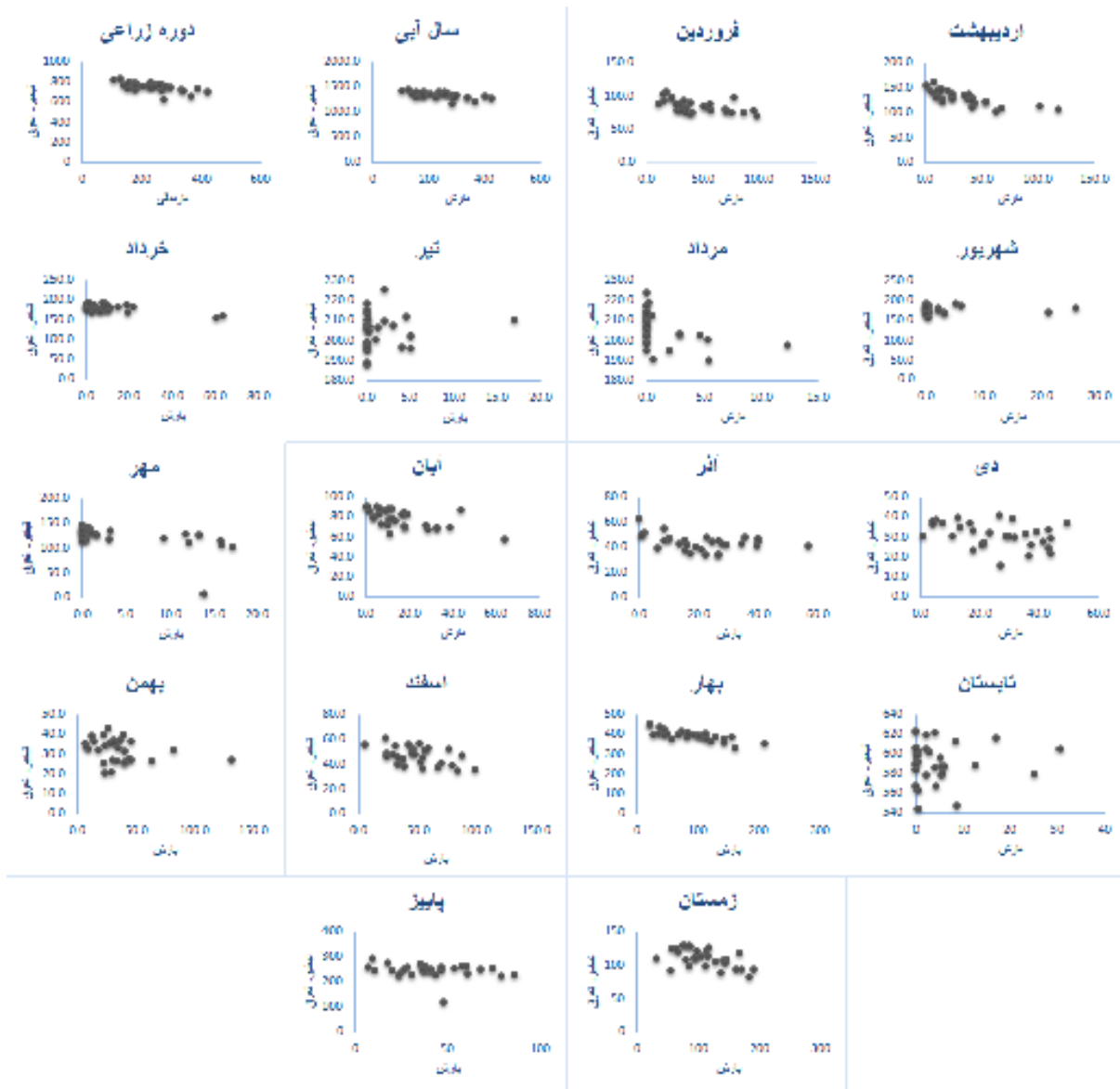
به منظور درک بهتر از رابطه بارش و تبخیر- تعرق در شکل (۲) نمودارهای پراکندگی این دو متغیر نسبت به یکدیگر در مقیاس‌های مختلف زمانی ترسیم گردیده است. هم‌چنین به منظور مقایسه رفتار دو متغیر بارش و تبخیر- تعرق از ضریب همبستگی کندال- تاو، رو- اسپیرمن و پیرسون استفاده شد. در ایستگاه مشهد مقدار ضریب همبستگی به جز در تیر ماه مقداری منفی است که نشان دهنده رابطه معکوس بین دو پارامتر مورد نظر است. مثبت بودن این ضریب در تیر ماه می‌تواند به دلیل بارش ناچیز و دمای بالا در این ماه، نسبت به سایر ماه‌ها و فصول باشد. نتایج ضرایب همبستگی در جدول (۳) آورده شده است.

جدول ۳- مقادیر ضریب همبستگی بین مقادیر بارش و تبخیر- تعرق در مقیاس‌های مورد بررسی

بازه زمانی	کندال تاو	رو اسپیرمن	پیرسون
سال آبی	*-۰/۴۳۷	*-۰/۶۰۵	*-۰/۵۸۶
دوره زراعی	*۰/۴۷۶	*-۰/۶۳۸	*-۰/۶۳۵
بهار	*-۰/۶۲۳	*-۰/۷۸۲	*-۰/۷۸۴
تابستان	-۰/۰۲۱	-۰/۰۶۷	۰/۰۷۳
پاییز	-۰/۱۶۸	-۰/۲۳۳	-۰/۲۴۳
زمستان	*-۰/۳۵۶	*-۰/۴۹۱	*-۰/۵۴۲
فروردین	*-۰/۴۵۷	*-۰/۶۰۴	*-۰/۵۳۹
اردیبهشت	*-۰/۶۴۹	*-۰/۸۳۹	*-۰/۷۶۹
خرداد	-۰/۲۱۸	-۰/۳۲۰	-۰/۶۴۲
تیر	۰/۱۰۱	۰/۱۳۶	۰/۱۱۵
مرداد	*-۰/۳۳۴	*-۰/۴۴۲	*-۰/۴۲۳
شهریور	-۰/۱۳۰	-۰/۱۵۹	-۰/۰۶۸
مهر	*-۰/۳۹۹	*-۰/۵۲۰	*-۰/۵۴۰
آبان	*-۰/۴۴۶	*-۰/۶۰۱	*-۰/۵۹۹
آذر	*-۰/۲۷۴	*-۰/۳۸۰	*-۰/۳۹۵
دی	*-۰/۲۶۸	*-۰/۴۰۵	*-۰/۳۶۸
بهمن	-۰/۱۷۶	-۰/۲۸۱	-۰/۲۶۷
اسفند	*-۰/۲۷۴	*-۰/۳۸۸	*-۰/۴۸۰



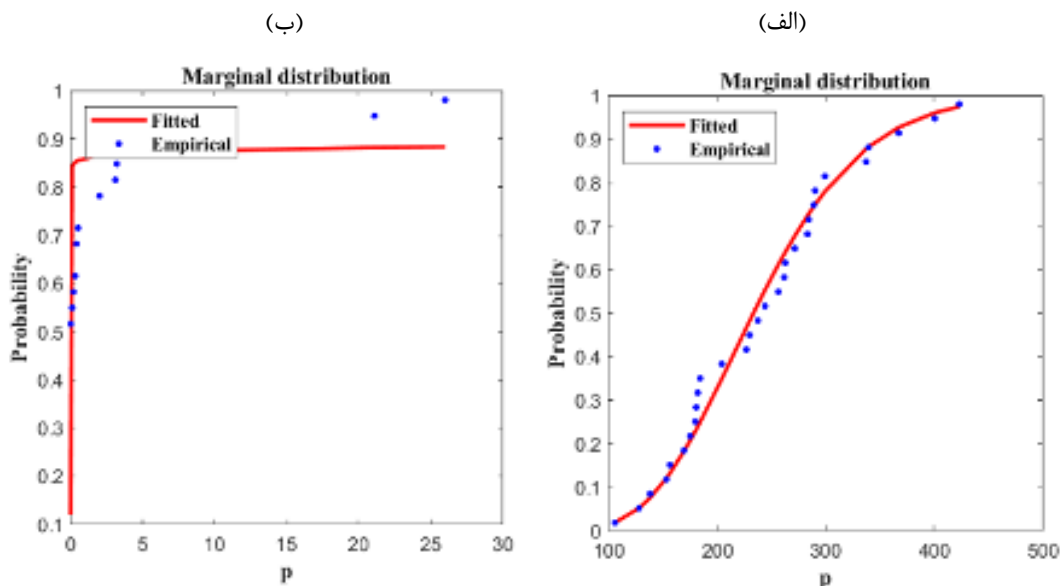
در جدول (۳) منظور از علامت (*) در کنار بعضی اعداد نشان از معنی‌دار بودن مقدار این ضرایب می‌باشد.



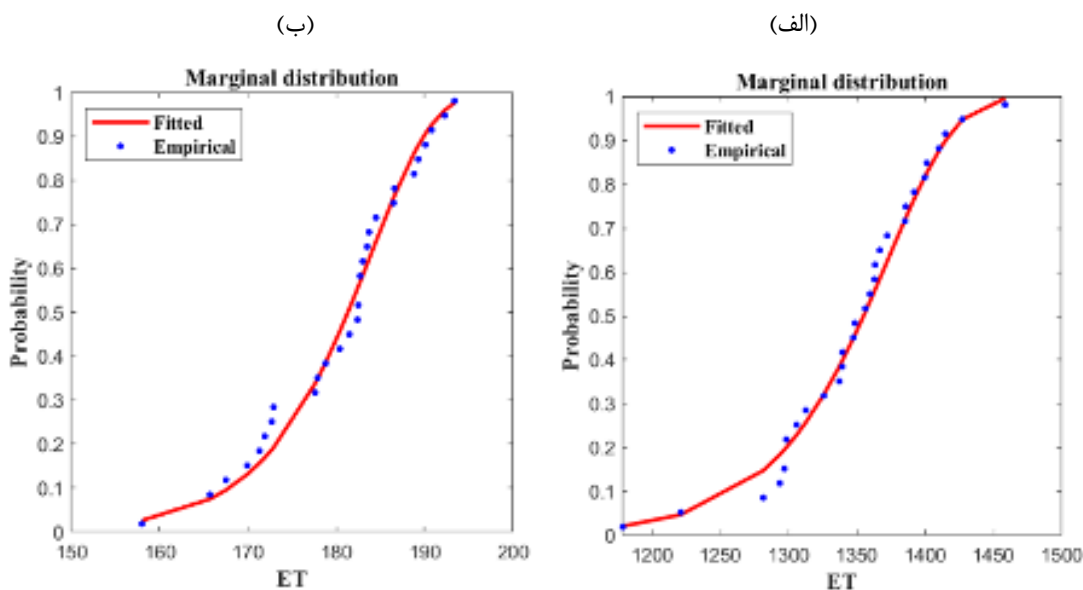
شکل ۲- رابطه بارش و تبخیر- تعرق در مقیاس‌های زمانی مختلف در ایستگاه مشهد

توزیع برازش یافته بر داده‌های بارش و تبخیر- تعرق در مقیاس زمانی منتخب (سال آبی، دوره زراعی، فصلی و ماهانه) مورد بررسی قرار گرفته و پارامترهای مربوط به هر توزیع در مقیاس‌های مورد نظر محاسبه گردید. به منظور انتخاب بهترین توزیع از بین توزیع‌های مناسب برازش یافته، از معیار اطلاعاتی بی‌زیان استفاده گردید. همچنین به منظور بررسی گرافیکی، توزیع‌های احتمالاتی برازش یافته بر داده‌های بارش و تبخیر- تعرق با توزیع احتمال تجربی این مقادیر، در شکل‌های (۳) و (۴) ترسیم گردیده است.

همانطور که در شکل (۳- الف) مشاهده می‌شود به طور تقریبی توزیع برازش یافته بر مقادیر بارش سالانه نسبت به توزیع تجربی داده‌ها برازش مناسبی را نشان می‌دهد. در شکل (۳- ب) توزیع برازش یافته بر مقادیر بارش شهریورماه نسبت به توزیع تجربی، برازش مناسبی ندارد که می‌تواند به دلیل بارندگی بسیار کم و ناچیز در این ماه باشد. به عنوان مثال با احتمال ۸۵ درصد در شهریور ماه مقدار بارندگی برابر صفر و با احتمال ۱۵ درصد مقدار بارندگی بیشتر از صفر می‌باشد. همانطور که در شکل (۴- الف و ۴- ب) نیز پیداست به طور تقریبی توزیع برازش یافته بر مقادیر تبخیر- تعرق نسبت به توزیع تجمعی تجربی داده‌ها برازش مناسبی را نشان می‌دهد.



شکل ۳- مقایسه توزیع تئوری و توزیع تجربی برازش یافته بر مقادیر بارش سال آبی (الف) و شهریورماه (ب)



شکل ۴- مقایسه توزیع تئوری و توزیع تجربی برازش یافته بر مقادیر تبخیر- تعرق سال آبی (الف) و شهریور ماه (ب)

در جدول (۴) مقادیر آماره‌های RMSE و NSE برای هر سه مفصل مورد نظر ارائه گردیده‌است. به عنوان مثال در مقیاس سال آبی پارامتر RMSE برای مفصل فرانک نسبت به دو مفصل دیگر مقدار کمتر و NSE نیز برای این مفصل مقدار بیشتری دارد که نشان از بهتر بودن این تابع برای توابع برازش داده شده است. یک مدل کامل مناسب با $RMSE=0$ ، $RMSE \in [0, \infty)$ و $NSE=1$ ، همراه NSE است. همه‌ی این معیارها به روش‌های مختلف عملکرد مفصل‌ها را از لحاظ اینکه احتمال (Y) چقدر نزدیک به همپوشانی تجربی (Y) مدل شده‌اند، ارزیابی می‌کنند. در نهایت بهترین مفصل، مفصلی است که حداقل معیار اطلاعات آکائیک، یا حداقل معیار اطلاعات بیزین و یا حداقل ریشه میانگین مربعات خطا را دارد. با توجه به جدول (۴) بر اساس هر سه معیار تابع مفصل

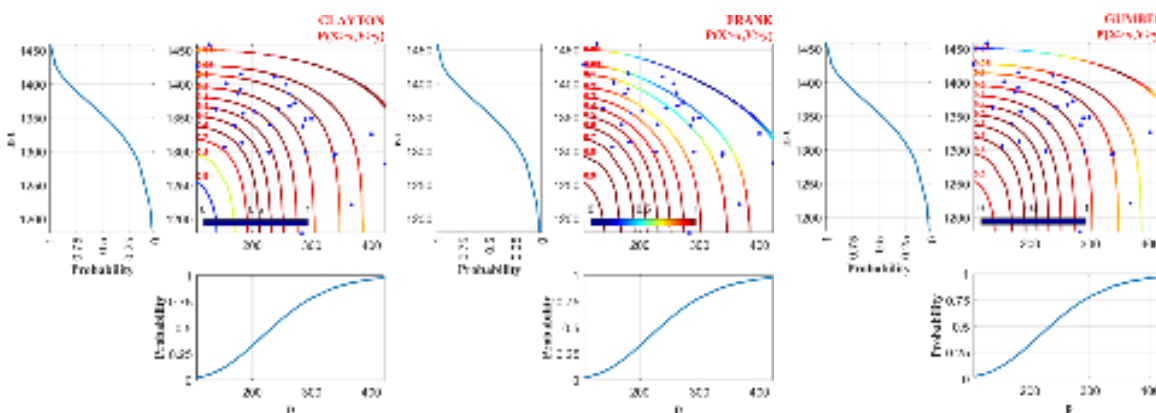


فرانک به عنوان بهترین مفصل شناخته گردید. دلیل این امر آنست که مفصل فرانک برای داده‌ها با ضریب همبستگی منفی تنها تابع مفصلی است که می‌تواند نتایج قابل اطمینان ارائه دهد.

جدول ۴- پارامترهای آزمون نیکویی برازش برای سه تابع مفصل

مفصل گامبل	مفصل فرانک		مفصل کلایتون		بازه زمانی	
	NSE	RMSE	NSE	RMSE		NSE
۰/۷۵۹	۰/۳۲۹	۰/۹۰۹	۰/۲۰۲	۰/۷۵۹	۰/۳۲۹	سال آبی
۰/۷۰۱	۰/۳۶۹	۰/۹۴۴	۰/۱۶۰	۰/۷۰۱	۰/۳۶۹	دوره زراعی
۰/۰۷۲	۰/۵۰۶	۰/۸۵۶	۰/۱۹۹	۰/۰۷۱	۰/۵۰۶	بهار
۰/۹۱۲	۰/۳۴۸	۰/۹۱۲	۰/۳۴۶	۰/۹۱۲	۰/۳۴۸	تابستان
۰/۹۳۴	۰/۲۷۲	۰/۹۴۸	۰/۲۴۲	۰/۹۳۴	۰/۲۷۲	پاییز
۰/۹۳۹	۰/۱۸۳	۰/۹۵۹	۰/۱۴۹	۰/۹۳۹	۰/۱۸۳	زمستان
۰/۸۹۲	۰/۲۸۰	۰/۹۳۴	۰/۲۱۹	۰/۸۹۲	۰/۲۸۰	فروردین
-۰/۹۷۹	۰/۶۴۹	۰/۷۸۹	۰/۲۱۳	-۰/۹۷۸	۰/۶۴۹	اردیبهشت
۰/۹۲۰	۰/۳۰۷	۰/۹۲۰	۰/۳۰۹	۰/۹۲۰	۰/۳۰۹	خرداد
۰/۲۹۹	۰/۹۲۷	۰/۳۲۴	۰/۹۱۰	۰/۳۷۶	۰/۸۷۵	تیر
-۰/۳۳۷	۱/۲۴۴	-۰/۳۱۸	۱/۲۳۴	-۰/۳۰۹	۱/۲۲۹	مرداد
۰/۱۶۶	۱/۰۰۲	۰/۱۸۹	۰/۹۸۸	۰/۲۲۹	۰/۹۶۴	شهریور
-۰/۲۲۲	۰/۷۶۲	۰/۰۹۹	۰/۶۵۴	-۰/۲۲۲	۰/۷۶۲	مهر
۰/۷۶۰	۰/۴۳۵	۰/۹۳۹	۰/۲۱۸	۰/۷۶۰	۰/۴۳۵	آبان
۰/۷۹۰	۰/۴۸۶	۰/۹۰۱	۰/۳۳۳	۰/۷۹۰	۰/۴۸۶	آذر
۰/۹۴۶	۰/۲۳۰	۰/۹۴۷	۰/۱۸۳	۰/۹۴۷	۰/۲۳۰	دی
۰/۹۱۰	۰/۲۸۵	-۱/۸۶۳	۰/۲۷۰	۰/۹۱۰	۰/۲۸۵	بهمن
۰/۹۱۳	۰/۳۱۴	۰/۹۶۳	۰/۲۰۳	۰/۹۰۳	۰/۳۱۴	اسفند

دوره بازگشت توام سالانه برای هر سه تابع مفصل در شکل (۵) ترسیم گردیده است. به عنوان مثال احتمال دوره بازگشت تجاوز بارش از ۲۰۰ میلی‌متر و تبخیر- تعرق از ۱۳۰۰ میلی‌متر برای هر سه تابع مفصل ۷۰ درصد می‌باشد. یا به عنوان مثالی دیگر به احتمال ۵ درصد مقدار بارش از ۴۰۰ میلی‌متر و تبخیر- تعرق از ۱۴۲۵ میلی‌متر در هر سه تابع مفصل تجاوز می‌نماید.



شکل ۵- دوره بازگشت توام بارش و تبخیر- تعرق با سه مفصل گامبل و فرانک و کلایتون در مقیاس سالانه



نتیجه گیری

در این پژوهش از روش توابع مفصل برای تحلیل همبستگی بارش و تبخیر- تعرق استفاده گردید. تحلیل فراوانی یک متغیره در ایستگاه مشهد نشان داد که بهترین توابع توزیع حاشیه‌ای با بیشترین فراوانی در بین توابع ذکر شده برای متغیر بارش توزیع پارتو تعمیم یافته و برای متغیر تبخیر تعرق توزیع ویبول می‌باشد. پس از آن با بررسی سطح همبستگی از سه تابع مفصل مختلف به منظور دستیابی به توزیع تجمعی توام بهره گرفته شد. نتایج نشان داد که برای زوج داده‌های بارش و تبخیر- تعرق ایستگاه مشهد برای تمام مقیاس‌ها در مفصل فرانک مقدار RMSE و NSE مقدار مناسب‌تری را دارا می‌باشد که مقدار RMSE در مقیاس سالانه برای مفصل‌های کلایتون، فرانک و گامبل به ترتیب ۰/۳۲۹۷، ۰/۲۰۲۲ و ۰/۳۲۹۴ و مقدار NSE برای سه مفصل کلایتون، فرانک و گامبل به ترتیب ۰/۷۵۸۸، ۰/۹۰۹۲ و ۰/۷۵۸۷ می‌باشد. با توجه به اینکه در مفصل فرانک مقدار RMSE از دو مفصل دیگر کمتر و مقدار NSE از دو مفصل دیگر بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت که تابع مفصل فرانک بهترین عملکرد را داشته است. با توجه به توابع مفصل استخراج شده دوره بازگشت و احتمال توام دو متغیر بارندگی و تبخیر-تعرق در ایستگاه مشهد تعیین شد که به تجربیات محلی نیز نزدیک است. پیشنهاد می‌شود که مشابه با این تحقیق در مناطق با شرایط مختلف آب و هوایی انجام شده تا بتوان اثر شرایط آب و هوایی را در احتمال توام رخدادهای بارندگی و تبخیر-تعرق بررسی نمود.

منابع

- بهره‌مند، ع.ر.، الوندی، ا.، بهرامی، م.، دشتی مرویلی، م.، هروی، ح.، خسروی، غ.ر.، کرنژادی، آ.، صمدی‌ارقینی، ح.ا.، تاجیکی، م. و تیموری، م. ۱۳۹۴. توابع کاپولا و کاربرد آن در هیدرولوژی استوکاستیک. نشریه حفاظت و بهره‌برداری از منابع طبیعی، ۴(۲): ۱-۲۰
- ثانی‌خانی، ه.، میرعباسی، ر. و دین‌پژوه، ی. ۱۳۹۳. مدل‌سازی دما و بارش تبریز با بکارگیری توابع مفصل. فصل‌نامه علیم پژوهشی مهندسی آب و آبیاری، ۱۷: ۱۲۳-۱۳۳
- حامی کوچه باغی، م.ر.، ناظمی، ا.، صدرالدینی، ع.ا. و دلیر حسن نیا، ر. ۱۳۹۵. محاسبه تبخیر-تعرق مرجع برمبنای تحلیل آماری دمای هوا. نشریه دانش آب و خاک، ۲۶: ۴۱-۵۴
- عباسیان، م.ص. و ابریشم چی، ا. ۱۳۹۳. مقایسه تحلیل چندمتغیره با تحلیل تک متغیره برای وقایع خشکسالی با استفاده از توابع مفصل. هشتمین کنگره ملی مهندسی عمران. دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل
- فرخ نیا، ا. و مرید، س. ۱۳۸۷. تحلیل شدت و مدت خشکسالی با استفاده از توابع مفصل. چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران. دانشگاه تهران
- مساعدی، ا. و قبائی سوق، م. ۱۳۹۲. ارزیابی معادله‌های مختلف تجربی برآورد تبخیر و تعرق گیاه مرجع در شرایط مختلف نبود پارامترهای هواشناسی اندازه‌گیری شده در چند ناحیه آب و هوایی ایران. پژوهش‌های حفاظت آب و خاک، ۲۰(۳): ۲۷-۵۰
- محمدپور، ع.، حسن زاده، ی.، خدادادی، ا. و ثقفیان، ب. ۱۳۹۵. تحلیل ریسک احتمالاتی حوادث سیل با استفاده از تابع مفصل سه متغیره. فصل‌نامه مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تبریز، ۴۶(۸۵): ۶۴-۷۵
- Beersma, J.J. and Buishand, T.A. 2004. Joint probability of precipitation and discharge deficits in the Netherland. Water resources research 40(12): 1-11
- Bardossy, A. 2006. Copula-based geostatistical models for groundwater quality parameters. Water resources research 42, W11416
- Scholzel, C. Friederichs, P. 2008. Multivariate non-normally distributed random variables in climate research – introduction to the copula approach. Nonlin. Processes Geophys: 15, 761–772
- Samaniego, L; Bardossy, A; Kumar, R. 2010. Streamflow prediction in ungauged catchments using copula-based dissimilarity measures. Water resources research 46, W02506
- Yang, Z. Zhang, Q. Hao, X. 2016 Evapotranspiration Trend and Its Relationship with Precipitation over the Loess Plateau during the Last Three Decades. Hindawi Publishing Corporation
- Zhang, D; Chen, P; Zhang, Q; Li, X. 2017. Copula-based probability of concurrent hydrological drought in the Poyang lake-catchment-river system (China) from 1960 to 2013. Journal of Hydrology 553: 773-784
- Pham, M.T. Vernieuwe, H. Beats, B.D. Verhoest, N.E.C. 2017. A coupled stochastic rainfall- evapotranspiration model for hydrological impact analysis. Hydrology and Earth System Sciences



Sadegh, M., Ragno, E. and AghaKouchak, A. 2017. Multivariate Copula Analysis Toolbox (MvCAT): Describing dependence and underlying uncertainty using a Bayesian framework. *Water Resources Research*, 53, doi:10.1002/2016WR020242