آنالیز حرکت هدف زیر دریا تنها با زاویه سمت بر مبنای فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج و هموارساز RTS

محمدامین احمدپورکاخک[۱]، ناصر پریز[۲]، محمدباقر نقیبی سیستانی[۳]

En.a.ahmadpour@gmail.com

۱- فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد
۲- استاد گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد
۳- دانشیار گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

مساله آنالیز حرکت هدف که با عنوان ردیابی هدف شناخته می‌شود به تخمین متغیرهای حالت هدف شامل موقعیت و سرعت آن می‌پردازد. ردیابی اهداف زیردریا با توجه به قدرت اختفاء تجهیزات مغروق در آب نظیر زیردریایی‌ها از اهمیت ویژه برخوردار است. در این مقاله، تنها از اندازه‌گیری سمت برای ردیابی تک هدف زیر دریا استفاده می‌شود که به عنوان یکی از روش‌های ردیابی مهم در کاربردهای نظامی به شمار می‌رود. هدف از این مقاله ارائه ساختاری جدید برای حل مساله ردیابی تنها با زاویه سمت در مختصات دو بعدی است. این روش مبتنی بر ترکیب فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج و هموارساز RTS می‌باشد. ساختار ارائه شده شامل دو مرحله فیلتر کردن مستقیم و هموارسازی بازگشتی است. آنالیز مونت‌کارلو برای نتایج شبیه‌سازی حاکی از آن است که استفاده از این ساختار می‌تواند به عنوان یک راه‌حل جایگزین برای ردیابی اهداف زیردریا تنها با زاویه سمت مورد استفاده قرار گیرد.

واژگان کلیدی

ردیابی هدف، تخمین حالت، فیلتر غیرخطی، فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج، ردیابی غیرفعال هدف

تاریخ دریافت مقاله : ۹۶/۱۰/۱۴
تاریخ پذیرش مقاله : ۹۷/۰۳/۰۹

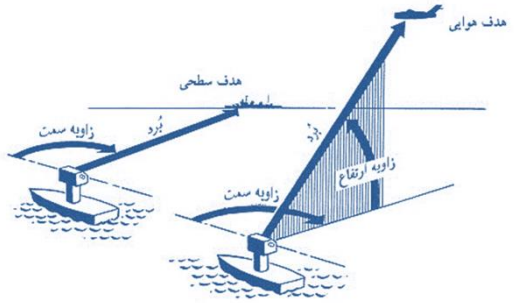
۱- مقدمه

آنالیز حرکت هدف که به آن ردیابی هدف نیز گفته می‌شود مبحث گسترده‌ای است. ردیابی هدف یکی از موضوعات مهم در دانش و فناوری امروز است که از بخش‌های اساسی در سیستم‌های ناوبری[1]، نظارت[2] و هدایت[3] به شمار می‌رود. وظیفه چنین سیستمی می‌تواند تعیین تعداد، مکان و خصوصیات حرکتی اهداف باشد. در واقع، ردیابی به تخمین حالت‌های یک شیء متحرک گفته می‌شود که عمل ردیابی از طریق یک یا چند حسگر در مکان‌های ثابت و یا یک حسگر متحرک انجام می‌شود[۱]. سیستم‌های ردیابی هدف به فراخور نیاز می‌توانند در کاربردهای نظامی یا غیرنظامی مورد استفاده قرار گیرند. در سال‌های اخیر کاربرد این سیستم‌ها در امور نظامی افزایش یافته است و در این میان می‌توان به سیستم‌های راداری و سونار اشاره کرد. یکی از انواع ردیابی که با عنوان ردیابی هدف تنها با زاویه سمت[4] شناخته می‌شود به علت ماهیت آن از مهم‌ترین انواع ردیابی در کاربردهای نظامی است. در این نوع از ردیابی، داده اندازه‌گیری شده از هدف، سمت آن است. به علت حداقل بودن معادلات اندازه‌گیری، ردیابی با زاویه سمت یکی از مشکل‌ترین انواع ردیابی در کاربردهای عملی به حساب می‌آید و توجه پژوهشگران بسیاری را به مطالعه بر روی آن جلب کرده است.

در چند دهه اخیر، پیشرفت فناوری از جمله انقلاب در توسعه حسگرها ردیابی اهداف را به موضوع موردتوجهی در زمینه‌های مختلف از جمله ناوبری، شبکه‌های حسگری و سیستم‌های اجتناب از برخورد[5] تبدیل کرده است. بر مبنای نوع و ویژگی حسگرهای به کار گرفته شده و به طبع آن اندازه‌گیری‌های انجام شده توسط حسگرها، موضوع ردیابی را می‌توان به انواع مختلفی از جمله: فقط سمت، فقط بُرد[6] (فاصله تا هدف)، ردیابی با سمت و بُرد، ردیابی با فرکانس داپلر و ردیابی با اندازه‌گیری سمت و فرکانس تقسیم‌بندی کرد.

سیستم‌های راداری یا سونار از نظر عملکردی به دو دسته فعال و غیرفعال تقسیم می‌شوند. در ردیابی فعال علاوه بر زاویه سمت، بُرد هدف نیز اندازه‌گیری می‌شود اما در این روش الزام ارسال سیگنال از سمت حسگر به طرف هدف برای اندازه‌گیری بُرد، این نوع ردیابی را از لحاظ استراتژیک برای کاربردهای نظامی خطرناک می‌سازد و در نتیجه استفاده از این روش، احتمال کشف موضع خودی توسط عوامل شنودی دشمن افزایش خواهد یافت. ردیابی هدف تنها با زاویه سمت یک روش متداول در مبحث ردیابی غیرفعال است که متغیرهای حالت هدف بر اساس اندازه‌گیری‌های آغشته به نویز که همان زاویه سمت هدف نسبت به رویت‌گر است، تخمین زده می‌شوند. مشخص است که در ردیابی فعال اطلاعات بیشتری را می‌توان از هدف بدست آورد. مثلا در یک سیستم راداری فعال با استفاده از اختلاف زمانی بین سیگنال ارسال شده و دریافت شده، فاصله تا هدف بدست آورده می‌شود و سمت آن را می‌توان از روی جهت سیگنال دریافتی بدست آورد. زاویه سمت را بر روی یک صفحه، زاویه بین خط دید مستقیم بین رویت‌گر تا هدف و یک مرجع که معمولا شمال جغرافیایی در نظر گرفته می‌شود بیان می‌کنند. در شکل (۱) سمت و فاصله تا هدف برای اهداف سطحی و هوایی نشان داده شده است.

اکثر پژوهش‌های انجام شده در مساله ردیابی با زاویه سمت، به موضوع تخمین و ارائه فیلتری مناسب برای حل مساله اشاره داشته‌اند. برخی دیگر به بررسی رویت‌پذیری[7] که به عنوان یک چالش در این نوع از ردیابی مطرح است، پرداخته‌اند. پژوهش‌های انجام شده بر اساس رفتار هدف نیز به دو دسته ردیابی اهداف بدون‌مانور و مانوردار تقسیم می‌شود.



شکل(۱) نمایش سمت و فاصله رویت‌گر تا هدف در اهداف زمینی و هوایی

1. Navigation
2. Monitoring
3. Guidance
4. Bearings-Only Target Tracking
5. Collision Avoidance Systems
6. Range-Only
7. Observability

اهداف غیرمتحرک[1](ثابت) و اهداف با سرعت ثابت[2]جزء دسته اهداف بدون‌مانور محسوب می‌شوند و عمده پژوهش های انجام شده در ردیابی با زاویه سمت بر روی این دسته متمرکز شده است. اهداف چرخشی[3]و اهداف دارای شتاب ثابت[4]نیز جزء دسته اهداف مانوردار به شمار می‌روند. اکثر پژوهش‌های انجام شده به ردیابی اهداف بدون‌مانور می‌پردازند. مرسوم‌ترین و ساده‌ترین راه‌حل، استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته است. آیدالا در یکی از اولین پژوهش‌های صورت گرفته برای این موضوع، از فیلتر کالمن توسعه‌یافته[5][۲] برای حل مساله در مختصات کارتزین استفاده کرد. اگرچه در تحقیقات انجام شده بعد از او نظر واحدی درباره کیفیت همگرایی این فیلتر وجود ندارد اما تحقیق انجام شده توسط او نشان می‌داد فیلتر کالمن توسعه‌یافته نسبت به مقداردهی اولیه و خطای اندازه‌گیری حساس است. سپس او به بررسی نظری دلایل این واگرایی پرداخت و پیشنهاداتی برای حل آن از طریق اصلاح روش مقداردهی اولیه ارائه کرد. ایده دیگر استفاده از موضوع تبدیل مختصاتی است. بر همین اساس، هَمِل و آیدالا با تغییر دستگاه مختصاتی از کارتزین به قطبی تغییریافته [۳]، ساختار فیلتری را برای مختصات قطبی تغییریافته بر اساس فیلتر کالمن توسعه‌یافته بنا نهادند. ایده آن‌ها بر مبنای جداسازی مولفه‌های رویت‌پذیر و رویت‌ناپذیر فضای حالت قرار داده شده بود که در نهایت باعث می‌شد این فیلتر عملکرد بهتری نسبت به فیلتر کالمن توسعه‌یافته معمولی از خود نشان دهد. در [۴] ساختار جدیدی به نام فیلتر کالمن توسعه‌یافته با بهره تغییر یافته[6]معرفی شده است. ایده دیگر استفاده از چندین فیلتر کالمن توسعه‌یافته وزن‌دار [۵] بود که تحت عنوان ساختار فاصله‌ای-پارامتری[7]ارائه شده است. در این فیلتر از چندین فیلتر کالمن توسعه‌یافته با مقادیر اولیه متفاوت که به صورت موازی اجرا می‌شوند استفاده شده است. در [۶] نیز روشی در مختصات سه‌بعدی مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه‌یافته برای تخمین موقعیت هدف با استفاده از اندازه‌گیری زوایای سمت و ارتفاع ارائه شده است. استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر الگوریتم اجتماع ذرات و الگوریتم ژنتیک برای تنظیم مقدار ماتریس‌های کواریانس نویز فرآیند و اندازه‌گیری در فیلتر کالمن توسعه‌یافته [۷] روش دیگری برای حل این مساله است. ایراد اصلی این روش‌ها در میزان بار محاسباتی بالای آن‌ها است که استفاده از چنین روش‌هایی را در کاربردهای عملی مشکل می‌کند.

مرجع [۸] استفاده از فیلتر کالمن بی‌رد[8]را برای مساله ردیابی با زاویه سمت پیشنهاد داده است و عملکرد این فیلتر با فیلترهای کالمن توسعه‌یافته و کالمن توسعه‌یافته تکرارشونده[9]مقایسه شده است. در فیلتر کالمن بی‌رد از یک تکنیک نمونه‌برداری به نام تبدیل بی‌رد برای انتخاب دسته‌ای از نقاط نمونه (سیگما پوینت) پیرامون میانگین استفاده می‌شود. نتایج حاکی از آن است که با مصالحه بین دقت تخمین و بار محاسباتی، فیلتر کالمن بی‌رد انتخاب مناسب‌تری برای حل این مساله می‌باشد.

راه‌حل دیگر برای تخمین حالت‌های هدف متحرک با زاویه سمت استفاده از فیلتر کالمن مکعبی[10][۹] است. این فیلتر در سال ۲۰۰۹ میلادی، توسط آراساراتنام و هِیکین به عنوان یکی از جدیدترین فیلترهای غیرخطی و پیشگام در دقت تخمین معرفی شد. فیلتر کالمن مکعبی به همراه دو فیلتر تعمیم‌یافته از آن به نام‌های فیلتر کالمن مکعبی فاصله‌ای-پارامتری و فیلتر کالمن مکعبی جمع گوسی[11][۱۰] برای مساله ردیابی با زاویه سمت ارائه شده است. روش تعمیم‌یافته اول بر مبنای ساختار معرفی شده در [۵] است که به جای فیلتر کالمن توسعه‌یافته از فیلتر کالمن مکعبی در ساختار فاصله‌ای-پارامتری استفاده می‌کند. در روش تعمیم‌یافته دوم نیز مشابه روش اول چند فیلتر کالمن مکعبی به طور موازی اجرا می‌شوند و تابع توزیع تخمین اولیه به صورت مجموع وزنی چند تابع گوسی بدست می‌آید. در ادامه روشی متشکل از فیلترهای کالمن مکعبی و ساختار فاصله‌ای-پارامتری [۱۱] ارائه شده است که بار محاسباتی و دقت آن نسبت به روش تعمیم‌یافته اول در [۱۰] بهبود پیدا کرده است. یک روش

1. Stationary
2. Constant Velocity
3. Coordinated Turn
4. Constant Acceleration
5. Extended Kalman Filter
6. Modified Gain Extended Kalman Filter
7. Range-Parametrized
8. Unscented Kalman Filter
9. Iterated Extended Kalman Filter
10. Cubature Kalman Filter
11. Gaussian-Sum Cubature Kalman Filter

تخمین مقاوم با استفاده از فیلتر کالمن مکعبی در [۱۲] پیشنهاد داده شده است. در این مقاله فرض شده است که داده‌های اشتباه[1]در لحظاتی از زمان وارد اندازه‌گیری‌ها شده و عملکرد فیلتر را تحت تاثیر قرار دهند. بدین منظور برای جلوگیری از واگرایی فیلتر در این مساله از روش تخمین مقاوم M[2]در الگوریتم فیلتر استفاده شده است. در روش ارائه شده در این مقاله، ساختار اصلی فیلتر کالمن مکعبی بدون تغییر باقی مانده و در آن از هیچ‌گونه تقریب خطی‌سازی استفاده نشده است که نشان‌دهنده دقت تخمین بالا و پایداری عددی مناسب ساختار ارائه شده است.

یکی دیگر از فیلترهای غیرخطی مهم، فیلتر گوس-هِرمیت [۱۳] است که از قانونی به نام قانون تربیع گوس-هِرمیت[3]برای تخمین حالت‌های سیستم استفاده می‌کند. قانون تربیع از نوع قوانین ضربی بوده و در نتیجه این فیلتر با افزایش ابعاد سیستم، بار محاسباتی قابل‌توجهی را نسبت به دیگر روش‌های مبتنی بر کالمن دارد. تلاشی برای کاهش بار محاسباتی این فیلتر با حفظ دقت تخمین آن با استفاده از قانون *Smolyak* صورت گرفته است [۱۴] و روش ارائه شده برای ردیابی هدف بدون‌مانور با زاویه سمت به کار گرفته شده است.

فیلترهای ذره‌ای یا تکنیک‌های تکراری مونت‌کارلو [۱۵] از انواع فیلترهای غیرخطی هستند که توانایی برخورد با سیستم‌های غیرخطی و غیرگوسی را دارند. اصول کار این فیلترها، بر اساس شبیه‌سازی مکرر بردار حالت و نمونه‌برداری از آن به تعداد زیاد است اما مشکل بزرگ آن‌ها بار محاسباتی بسیار بالای فیلترهای ذره‌ای است. انواع فیلترهای ذره‌ای برای ردیابی اهداف بدون‌مانور و مانوردار با زاویه سمت استفاده شده‌اند. در [۱۶] بررسی کاملی از عملکرد این فیلتر در ردیابی اهداف انجام شده است. برخی دیگر از انواع تعمیم‌یافته این فیلتر مانند: فیلتر ذره‌ای سلسله‌مراتبی[4][۱۷]، ترکیب فیلتر ذره‌ای با روش لاپلاس [۱۸] و فیلتر ذره‌ای توزیع‌شده[5][۱۹] برای مساله ردیابی با زاویه سمت ارائه شده‌اند.

برخی دیگر از فیلترها به نام فیلترهای چندمدلی تعاملی[6] برای ردیابی هدف مانوردار بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. این فیلترها فرض می‌کنند که هدف می‌تواند چند نوع مانور مشخص انجام دهد که تعداد این مانورها محدود و مدل آن‌ها مشخص است؛ در نهایت برای هر مانور یک فیلتر طراحی می‌شود و با تغییر مانور هدف، فیلتر مربوط به آن مانور فعال می‌شود. در [۲۰] برخی از انواع این روش برای حل مساله ردیابی هدف مانوردار با زاویه سمت ارائه شده است که می‌توان به فیلترهای چندمدلی تعاملی مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه‌یافته و فیلتر کامن بی‌رد اشاره کرد که نتایج این مقاله برتری فیلتر چندمدلی تعاملی مبتنی بر فیلتر کالمن بی‌رد را نشان می‌دهد.

در حالت کلی دو رویکرد اصلی برای تخمین حالت‌های هدف با زاویه سمت وجود دارد. رویکرد اول استفاده از روش‌های بازگشتی مبتنی بر فیلتر کالمن است که مرور مختصری از آن‌ها برای این مساله انجام شد. رویکرد دوم، روش‌هایی هستند که به روش‌های پردازش دسته‌ای[7] معروف هستند. مبنای این روش‌ها، محاسبه پارامترهای حرکتی هدف از پردازش مناسب داده‌های دریافتی رویت‌گر و تخمین این پارامترها به طور مستقیم از روی داده‌ها می‌باشد. مشکل بزرگ این روش‌ها در بار محاسباتی زیاد آن‌ها است. از این روش‌ها می‌توان به تخمین‌گر حداکثر احتمال[8][۲۱] و روش متغیرهای سودمند[9][۲۲] اشاره کرد.

موضوع مهمی دیگر بحث رویت‌پذیری مساله است که پیشینه‌ای از آن در کارهای پژوهشی محققان به چشم می‌خورد. برای این مساله نشان داده شده است که اگر یک هدف متحرک با سرعت ثابت و یک رویت‌گر با سرعت ثابت در مختصات دو بعدی (صفحه) حضور داشته باشند تخمین حالت‌های هدف ممکن نیست مگر این‌که رویت‌گر جهت حرکت[10]خود را تغییر دهد و به اصطلاح مانور انجام دهد[۲۳]. ادامه بررسی‌ها حاکی از آن است که با فرض حرکت هدف و رویت‌گر با سرعت ثابت، مانور رویت‌گر شرط لازم رویت‌پذیری است ولی کافی نیست؛ بعبارت دیگر نحوه مانور رویت‌گر مهم است و مانورهایی وجود

1. Outliers
2. Robust M-Estimation
3. Gauss-Hermite Quadrature Rule
4. Hierarchical Particle Filter
5. Distributed Particle Filter
6. Interacting Multiple Model
7. Batch
8. Maximum Likelihood Estimator
9. Instrumental Variable
10. Heading

دارند که با وجود انجام آن‌ها توسط رویت‌گر باز هم مساله رویت‌پذیر نمی‌شود[۲۴]. تعمیم این نتایج در مختصات سه بعدی در [۲۵] ارائه شده است.

ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش ۲ مدل ریاضی مساله ردیابی با زاویه سمت برای یک هدف بدون مانور بیان می‌شود. سپس در بخش ۳ روش پیشنهادی که ترکیبی از فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج و هموارساز *RTS* است ارائه می‌شود. در بخش ۴ نیز روش تعیین شرایط اولیه برای فیلتر و شروع عملیات ردیابی بیان می‌شود. در ادامه و در بخش ۵ شبیه‌سازی روش ارائه شده برای یک سناریوی ردیابی هدف زیردریا انجام شده است و در بخش ۶ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری حاصل از مقاله ارائه شده است.

۲- مدل ریاضی مساله

معمولا مسائل ردیابی به صورت مدل فضای حالت بیان می‌شوند [۲۶] و خطی و غیرخطی بودن معادلات، کاملا بستگی به نوع و دستگاه مختصات انتخاب شده و ماهیت حسگرهای به کار رفته دارد. مدل در نظر گرفته شده یک مدل دوبعدی است که در آن موقعیت هدف و رویت‌گر در یک دستگاه کارتزین دوبعدی در نظر گرفته می‌شود؛ همچنین فرض بر این است که هدف در یک راستای ثابت حرکت می‌کند و بنابراین از مدل سرعت ثابت برای توصیف حرکت هدف استفاده می‌شود. در شکل (۲) وضعیت هندسی رویت‌گر و هدف در مختصات دو بعدی نشان داده شده است. بردار حالت رویت‌گر و هدف به ترتیب به صورت روابط (۱) و (۲) نوشته می‌شوند:

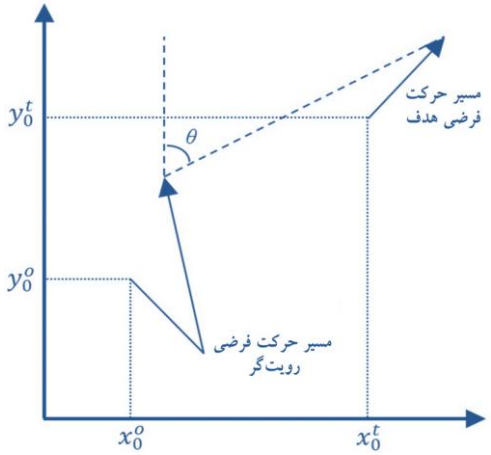
$$X_k^o = [x_k^o \quad y_k^o \quad \dot{x}_k^o \quad \dot{y}_k^o]^T \qquad (۱)$$

$$X_k^t = [x_k^t \quad y_k^t \quad \dot{x}_k^t \quad \dot{y}_k^t]^T \qquad (۲)$$

در روابط (۱) و (۲) زوج (x_k^o, y_k^o) و (x_k^t, y_k^t) به ترتیب نشان‌دهنده مکان رویت‌گر و هدف بوده و زوج $(\dot{x}_k^o, \dot{y}_k^o)$ و $(\dot{x}_k^t, \dot{y}_k^t)$ به ترتیب بیانگر سرعت رویت‌گر و هدف هستند. برای بدست آوردن معادله مدل مورد استفاده در فیلتر، بردار حالت نسبی بین هدف و رویت‌گر به شکل رابطه (۳) بیان می‌شود:

$$X_k = X_k^t - X_k^o = [x_k^r \quad y_k^r \quad \dot{x}_k^r \quad \dot{y}_k^r]^T \qquad (۳)$$

که X_k بردار حالت نسبی هدف است. مدل فضای حالت گسسته به صورت رابطه (۴) بدست می‌آید [۱۶]:



شکل(۲) وضعیت هندسی رویت‌گر و هدف در مختصات دوبعدی

$$X_k = FX_{k-1} + v_{k-1} - U_{k,k-1} \qquad (۴)$$

در رابطه (۴)، F ماتریس انتقال حالت مدل سرعت ثابت است که به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۵)$$

در رابطه (۵)، T نشان‌دهنده زمان نمونه‌برداری است. v_{k-1} نویز گوسی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس Q است و بردار $U_{k,k-1}$، بردار ورودی با مقدار معلوم است که فقط به متغیرهای حالت رویت‌گر وابسته بوده و مستقل از متغیرهای حالت هدف است. این مقادیر به صورت روابط (۶) و (۷) بیان می‌شوند:

$$Q = \begin{bmatrix} T^3/3 & 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & T^3/3 & 0 & T^2/2 \\ T^2/2 & 0 & T & 0 \\ 0 & T^2/2 & 0 & T \end{bmatrix} .q \qquad (۶)$$

$$U_{k,k-1} = \begin{bmatrix} x_k^o - x_{k-1}^o - T\dot{x}_{k-1}^o \\ y_k^o - y_{k-1}^o - T\dot{y}_{k-1}^o \\ \dot{x}_k^o - \dot{x}_{k-1}^o \\ \dot{y}_k^o - \dot{y}_{k-1}^o \end{bmatrix} \qquad (۷)$$

در رابطه (۶)، q ضریب ثابتی است که مشخص‌کننده شدت نویز فرآیند است.

در ردیابی غیرفعال هدف در محیط آبی، ردیابی توسط سوناری انجام می‌شود که تنها قادر به اندازه‌گیری سمت هدف است. مدل آن به صورت رابطه (۸) ارائه می‌شود:

$$z_k = \theta_k + w_k \qquad (۸)$$

در رابطه (۸)، θ_k زاویه بین خط واصل هدف-رویت‌گر و راستای شمال در لحظه k است که در شکل (۲) نشان داده شده است. z_k نیز آغشته به نویز گوسی (w_k) با میانگین صفر و واریانس σ_w^2 است؛ یعنی:

$$w_k \sim N(0, \sigma_w^2) \qquad (۹)$$

زاویه سمت هدف به صورت رابطه‌ی (۱۰) تعریف می‌شود:

$$\theta_k = \arctan(\frac{x_k^r}{y_k^r}) \qquad (۱۰)$$

۳- الگوریتم پیشنهادی

فیلتر کالمن یک فیلتر بازگشتی کارآمد است که متغیرهای حالت یک سیستم دینامیکی را از دنباله‌ای از اندازه‌گیری‌های ناقص و مخدوش شده تخمین می‌زند. در سال ۱۹۶۰ میلادی، رودولف کالمن مقاله مطرح خود [۲۷] را در مورد حل بازگشتی مسائل خطی زمان گسسته ارائه کرد. در این فیلتر از مدل فضای حالت استفاده می‌شود. توانایی بدست آوردن تخمین در هر گام زمانی به صورت بازگشتی و پیشرفت‌های وسیع صورت گرفته در محاسبات دیجیتالی بوسیله رایانه‌ها باعث به کارگیری این فیلتر در بسیاری از شاخه‌های علوم و مهندسی شده است.

فیلتر کالمن به دلیل سادگی، بهینه بودن و پایدار بودن در حل مباحث تخمین داده‌ها، کاربرد وسیعی دارد و به عنوان یک راه‌حل بهینه برای مساله فیلتر بیزین شناخته می‌شود ولی به دلیل عدم استفاده از آن برای مسائل غیرخطی، کاربرد آن محدود است. مساله پیش رو در این مقاله به علت رابطه غیرخطی مدل اندازه‌گیری یک مساله غیرخطی به شمار می‌آید و بدین علت نمی‌توان مستقیما از فیلتر کالمن معمولی برای حل این مساله استفاده کرد. تلاش‌های بسیاری برای تعمیم روش فیلتر کالمن برای سیستم‌های غیرخطی صورت گرفته است. یکی از این روش‌های ارائه شده، فیلتر کالمن مکعبی است.

ایده اصلی روش فیلتر کالمن مکعبی، استخراج یک فیلتر برای دامنه وسیعی از سیستم‌ها با ابعاد بالا و پایین است. این فیلتر برای حل مساله فیلتر بیزین از روش‌های موثر و کارآمد قوانین مکعبی درجه سه[1] استفاده می‌کند[۹].

در سال ۲۰۱۳ میلادی کلاس جدیدی از فیلترهای کالمن مکعبی [۲۸] ارائه شد که از قوانین مکعبی با درجه بیشتر از سه برای حل انتگرال‌های موجود در روابط فیلتر بیزین استفاده می‌کند و مزیت اصلی آن بهبود دقت فیلتر کالمن مکعبی مرسوم (درجه سه) با افزایش اندکی در میزان بار محاسباتی فیلتر است. در این مقاله، روابط فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج با استفاده از نقاط مکعبی و وزن‌هایی که در [۲۸] بر مبنای قوانین مکعبی درجه پنج بدست آمده با کمک الگوریتم فیلتر کالمن مکعبی مرسوم که در [۹] بیان شده است، برای مساله ردیابی با زاویه سمت ارائه شده است.

یک سیستم غیرخطی زمان گسسته با نویزهای جمعی به صورت رابطه (۱۱) در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} x_k &= f(X_{k-1}) + v_{k-1} \\ z_k &= h(X_k) + w_k \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

در رابطه (۱۱)، $X_k \in \mathrm{R}^n$، $z_k \in \mathrm{R}^m$ و دنباله‌های نویز v_{k-1} و w_k گوسی و مستقل از هم بوده و به ترتیب دارای کواریانس‌های Q_{k-1} و R_k هستند. فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج همانند فیلتر کالمن خطی دارای دو مرحله کلی به روزرسانی زمانی و به روزرسانی اندازه‌گیری است. در فیلترهای مبتنی بر روش کالمن، فرض اولیه این است که چگالی احتمال پیشین X_{k-1} معلوم باشد؛ یعنی:

$$p(X_{k-1} | z_{1:k-1}) = N(\hat{X}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1}) \qquad (۱۲)$$

مدل دینامیکی مساله ردیابی با زاویه سمت که در رابطه (۴) معرفی شد، خطی است. در این حالت می‌توان برای مرحله به روزرسانی زمانی، مستقیما حالت پیش‌بینی شده و کواریانس خطای پیش‌بینی شده را مطابق روابط (۱۳) و (۱۴) بدست آورد.

$$\hat{X}_{k|k-1} = F\hat{X}_{k-1|k-1} \qquad (۱۳)$$

$$P_{k|k-1} = FP_{k-1|k-1}F^T + Q_{k-1} \qquad (۱۴)$$

در مرحله به روزرسانی اندازه‌گیری، ریشه دوم ماتریس کواریانس از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$P_{k|k-1} = s_{k|k-1} s_{k|k-1}^T \qquad (۱۵)$$

1. Third-Degree Cubature Rules

در ادامه نقاط مکعبی در الگوریتم فیلتر به شکل ذیل بدست می‌آیند. این نقاط به همراه وزن‌های متناظرشان در سه دسته مختلف می‌توانند طبقه‌بندی شوند. دسته اول نقاط مکعبی و وزن مربوط به آن از روابط (۱۶) و (۱۷) محاسبه می‌شوند:

$$X^*_{0i,k|k-1} = \hat{X}_{k|k-1}\ ,\ i=1 \qquad (۱۶)$$

$$W_0 = \frac{2}{n+2} \qquad (۱۷)$$

دسته دوم نقاط مکعبی به همراه وزن‌های متناظر برای $i=1,\dots,n$ به صورت روابط (۱۸) تا (۲۰) می‌باشند:

$$X^*_{1i,k|k-1} = \sqrt{(n+2)}s_{k|k-1}e_i + \hat{X}_{k|k-1} \qquad (۱۸)$$

$$X^*_{2i,k|k-1} = -\sqrt{(n+2)}s_{k|k-1}e_i + \hat{X}_{k|k-1} \qquad (۱۹)$$

$$W_1 = \frac{4-n}{2(n+2)^2} \qquad (۲۰)$$

آخرین دسته و دسته سوم نقاط مکعبی به همراه وزن‌های متناظر آن‌ها برای $i=1,2,\dots,n(n-1)/2$ از روابط (۲۱) تا (۲۵) بدست می‌آیند:

$$X^*_{3i,k|k-1} = \sqrt{(n+2)}s_{k|k-1}S_i^+ + \hat{X}_{k|k-1} \qquad (۲۱)$$

$$X^*_{4i,k|k-1} = -\sqrt{(n+2)}s_{k|k-1}S_i^+ + \hat{X}_{k|k-1} \qquad (۲۲)$$

$$X^*_{5i,k|k-1} = \sqrt{(n+2)}s_{k|k-1}S_i^- + \hat{X}_{k|k-1} \qquad (۲۳)$$

$$X^*_{6i,k|k-1} = -\sqrt{(n+2)}s_{k|k-1}S_i^- + \hat{X}_{k|k-1} \qquad (۲۴)$$

$$W_2 = \frac{1}{(n+2)^2} \qquad (۲۵)$$

در روابط (۱۷)، (۲۰) و (۲۵)، n نشان‌دهنده بُعد سیستم است. مجموعه نقاط S_i^+ و S_i^- نیز از روابط (۲۶) و (۲۷) بدست می‌آیند [۲۸]:

$$\{S_i^+\} = \left\{ \sqrt{\frac{1}{2}}(e_k + e_l) : k < l, k, l = 1,\dots,n \right\} \qquad (۲۶)$$

$$\{S_i^-\} = \left\{ \sqrt{\frac{1}{2}}(e_k - e_l) : k < l, k, l = 1,\dots,n \right\} \qquad (۲۷)$$

نقاط مکعبی بدست آمده در معادله غیرخطی اندازه‌گیری مطابق روابط (۲۸) تا (۳۴) انتشار می‌یابند:

$$Z_{0i,k|k-1} = h(X^*_{0i,k|k-1}) \qquad (۲۸)$$

$$Z_{1i,k|k-1} = h(X^*_{1i,k|k-1}) \qquad (۲۹)$$

$$Z_{2i,k|k-1} = h(X^*_{2i,k|k-1}) \qquad (۳۰)$$

$$Z_{3i,k|k-1} = h(X^*_{3i,k|k-1}) \qquad (۳۱)$$

$$Z_{4i,k|k-1} = h(X^*_{4i,k|k-1}) \qquad (۳۲)$$

$$Z_{5i,k|k-1} = h(X^*_{5i,k|k-1}) \qquad (۳۳)$$

$$Z_{6i,k|k-1} = h(X^*_{6i,k|k-1}) \qquad (۳۴)$$

اندازه‌گیری پیش‌بینی شده $\hat{z}_{k|k-1}$، از رابطه (۳۵) محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}\hat{z}_{k|k-1} &= W_0 Z_{0i,k|k-1} + W_1 \sum_{i=1}^{n}(Z_{1i,k|k-1} + Z_{2i,k|k-1}) \\ &+ W_2 \sum_{i=1}^{n(n-1)/2}(Z_{3i,k|k-1} + Z_{4i,k|k-1} + Z_{5i,k|k-1} + Z_{6i,k|k-1})\end{aligned} \qquad (۳۵)$$

ماتریس‌های کواریانس نویز نوآوری[1] و متقابل[2] به ترتیب با استفاده از روابط (۳۶) و (۳۷) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned}P_{zz,k|k-1} &= W_0 Z_{0i,k|k-1} Z^T_{0i,k|k-1} \\ &+ W_1 \sum_{i=1}^{n}(Z_{1i,k|k-1} Z^T_{1i,k|k-1} + Z_{2i,k|k-1} Z^T_{2i,k|k-1}) \\ &+ W_2 \sum_{i=1}^{n(n-1)/2}(Z_{3i,k|k-1} Z^T_{3i,k|k-1} + Z_{4i,k|k-1} Z^T_{4i,k|k-1} \\ &+ Z_{5i,k|k-1} Z^T_{5i,k|k-1} + Z_{6i,k|k-1} Z^T_{6i,k|k-1}) \\ &- \hat{z}_{k|k-1}\hat{z}^T_{k|k-1} + R_k\end{aligned} \qquad (۳۶)$$

$$\begin{aligned}P_{xz,k|k-1} &= W_0 X^*_{0i,k|k-1} Z^T_{0i,k|k-1} \\ &+ W_1 \sum_{i=1}^{n}(X^*_{1i,k|k-1} Z^T_{1i,k|k-1} + X^*_{2i,k|k-1} Z^T_{2i,k|k-1}) \\ &+ W_2 \sum_{i=1}^{n(n-1)/2}(X^*_{3i,k|k-1} Z^T_{3i,k|k-1} + X^*_{4i,k|k-1} Z^T_{4i,k|k-1} \\ &+ X^*_{5i,k|k-1} Z^T_{5i,k|k-1} + X^*_{6i,k|k-1} Z^T_{6i,k|k-1}) \\ &- \hat{X}_{k|k-1}\hat{z}^T_{k|k-1}\end{aligned} \qquad (۳۷)$$

در نهایت بهره فیلتر، تخمین حالت $\hat{X}_{k|k}$ و کواریانس خطای تخمین به ترتیب از روابط (۳۸) تا (۴۰) قابل محاسبه‌اند:

$$K_k = P_{xz,k|k-1} P^{-1}_{zz,k|k-1} \qquad (۳۸)$$

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k(z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \qquad (۳۹)$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k P_{zz,k|k-1} K_k^T \qquad (۴۰)$$

در این مقاله به منظور بهبود تخمین‌های صورت گرفته علاوه بر فیلتر کردن رو به جلو، عمل هموارسازی بازگشتی به منظور بهبود دقت تخمین‌ها انجام می‌شود. بدین منظور

1. Innovation Covariance Matrix
2. Cross-Covariance Matrix

هموارساز RTS[1][۲۹] که یکی از انواع هموارسازهای بازه ثابت است و به صورت برون‌خط[2]اجرا می‌شود انتخاب شده است. برای $k=N-1,....2,1$ که N تعداد کل اندازه‌گیری‌های انجام شده است، بهره هموارساز به صورت رابطه (۴۱) است:

$$G_k = P_{k|k} F^T (P_{k+1|k})^T \qquad (۴۱)$$

به طور مشابه با عمل فیلتر کردن، تخمین حالت هموارساز و کواریانس خطای تخمین به صورت روابط (۴۲) و (۴۳) بدست می‌آید:

$$\hat{X}^s_{k|N} = \hat{X}^s_{k|k} + G_k [\hat{X}^s_{k+1|N} - \hat{X}^s_{k+1|k}] \qquad (۴۲)$$

$$P_{k|N} = P_{k|k} + G_k [P_{k+1|N} - P_{k+1|k}] \qquad (۴۳)$$

روند هموارسازی بدین صورت است که آخرین تخمین فیلتر به عنوان اولین تخمین هموار شده در نظر گرفته می‌شود. سپس با کاهش مقدار k در روابط (۴۱) تا (۴۳) تخمین‌های هموار شده تمام اندازه‌گیری‌ها تا لحظه اول محاسبه می‌شوند.

۴- تعیین شرایط اولیه فیلتر

برای مقایسه قابل اطمینان بین عملکرد فیلترهای مختلف، لازم است که کلیه فیلترها از مقادیر اولیه یکسانی شروع به انجام عمل فیلتر کردن بپردازند. در این مقاله برای مشخص کردن مقادیر اولیه فیلتر از روش ارائه شده در [۱۶] استفاده شده است. در فیلترهای مبتنی بر روش کالمن، مقدار اولیه بردار حالت سیستم و مقدار اولیه برای ماتریس کواریانس تخمین بایستی مشخص شوند؛ این فرض یک فرض مهم و اساسی در استفاده از این روش‌ها است. با در نظر گرفتن مدل ارائه شده در بخش ۲، برای متغیرهای حالت مشخص‌کننده موقعیت در بردار حالت یعنی (x^r_k, y^r_k) با استفاده از اولین اندازه‌گیری سمت انجام شده و حدس اولیه درباره فاصله هدف تا رویت‌گر، مقادیر اولیه در نظر گرفته می‌شوند. در این روش فرض بر این است $\tilde{r} \sim N(r, \sigma_r^2)$ باشد. r نیز مقدار واقعی فاصله هدف تا رویت‌گر است. اندازه‌گیری سمت اولیه نیز به صورت $\theta_0 \sim N(\theta, \sigma_w^2)$ می‌باشد که θ نشان‌دهنده مقدار واقعی زاویه سمت است. به طور مشابه، حدس اولیه درباره سرعت هدف (S) با $\tilde{S} \sim N(S, \sigma_S^2)$ انجام می‌گیرد. برای مقدار اولیه کورس یا جهت حرکت هدف (C) نیز فرض بر این است کورس هدف همان مقدار زاویه سمت هدف تا رویت‌گر در لحظه شروع ردیابی است؛ یعنی:

$$\tilde{C} = \theta_0 \qquad (۴۴)$$

بنابراین تخمین بردار حالت اولیه به صورت رابطه (۴۵) در نظر گرفته می‌شود [۱۶]:

$$\hat{X}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{r}\sin(\theta_0) \\ \tilde{r}\cos(\theta_0) \\ \tilde{S}\sin(\tilde{C}) - \dot{x}^o_0 \\ \tilde{S}\cos(\tilde{C}) - \dot{y}^o_0 \end{bmatrix} \qquad (۴۵)$$

ماتریس کواریانس تخمین نیز به طور متقارن بوده و مطابق روابط (۴۶) تا (۴۸) بدست می‌آید:

$$P_{pos} = \begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xy} \\ P_{yx} & P_{yy} \end{bmatrix} \qquad (۴۶)$$

$$P_{vel} = \begin{bmatrix} P_{\dot{x}\dot{x}} & P_{\dot{x}\dot{y}} \\ P_{\dot{y}\dot{x}} & P_{\dot{y}\dot{y}} \end{bmatrix} \qquad (۴۷)$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xy} & 0 & 0 \\ P_{yx} & P_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{\dot{x}\dot{x}} & P_{\dot{x}\dot{y}} \\ 0 & 0 & P_{\dot{y}\dot{x}} & P_{\dot{y}\dot{y}} \end{bmatrix} \qquad (۴۸)$$

در رابطه (۴۸)، درایه‌های ماتریس به صورت روابط (۴۹) تا (۵۴) هستند [۱۶]:

$$P_{xx} = \tilde{r}^2\sigma_w^2\cos^2(\theta_0) + \sigma_r^2\sin^2(\theta_0) \qquad (۴۹)$$

$$P_{yy} = \tilde{r}^2\sigma_w^2\sin^2(\theta_0) + \sigma_r^2\cos^2(\theta_0) \qquad (۵۰)$$

$$P_{xy} = P_{yx} = (\sigma_r^2 - \tilde{r}^2\sigma_w^2)\sin(\theta_0)\cos(\theta_0) \qquad (۵۱)$$

$$P_{\dot{x}\dot{x}} = \tilde{S}^2\sigma_C^2\cos^2(\tilde{C}) + \sigma_S^2\sin^2(\tilde{C}) \qquad (۵۲)$$

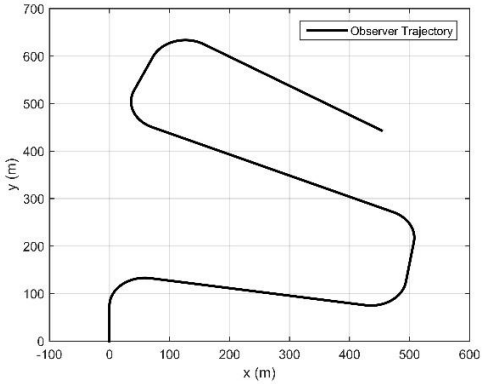
$$P_{\dot{y}\dot{y}} = \tilde{S}^2\sigma_C^2\sin^2(\tilde{C}) + \sigma_S^2\cos^2(\tilde{C}) \qquad (۵۳)$$

$$P_{\dot{x}\dot{y}} = P_{\dot{y}\dot{x}} = (\sigma_S^2 - \tilde{S}^2\sigma_C^2)\sin(\tilde{C})\cos(\tilde{C}) \qquad (۵۴)$$

۵- شبیه‌سازی

یکی از نکات مهم در ردیابی اهداف تنها با زاویه سمت، انجام یک مانور مناسب توسط رویت‌گر است به طوری که این مانور، شرایط لازم را برای تخمین پارامترهای حرکتی هدف به وجود آورد. بعنوان یک اصل کلی نشان داده شده که شرط لازم وجود جواب آن است که درجه حرکتی رویت‌گر نسبت به درجه حرکتی هدف، حداقل یک درجه

1. Raung Tung Striebel Smoother
2. Offline



شکل(۳) مسیر حرکت رویت‌گر و مانورهای در نظر گرفته شده برای آن

بیشتر باشد. در این مقاله حرکتی شامل چندین مانور برای رویت‌گر به صورت شکل (۳) در نظر گرفته شده است. سرعت رویت‌گر در کل مسیر برابر با ۱/۵ متر بر ثانیه بوده و حرکت آن به صورت مارپیچ است. سونار در هر ثانیه یک بار جهت‌یابی می‌کند؛ بنابراین در شبیه‌سازی، زمان نمونه‌برداری ۱ ثانیه لحاظ می‌شود و نرخ چرخش نیز برای قسمت‌هایی که رویت‌گر مانور می‌کند ۱/۵ درجه بر ثانیه است. خطای اندازه‌گیری سونار ۲ درجه در نظر گرفته شده است. هدف در لحظه شروع ردیابی، ۵۳۸۵ متر از رویت‌گر فاصله داشته و با سرعت ۵ متر بر ثانیه و کورس ثابت ۷۳ درجه به طور مستقیم حرکت می‌کند. مدت زمان کل شبیه‌سازی که در آن رویت‌گر به ردیابی هدف می‌پردازد، ۱۲۰۰ ثانیه می‌باشد. پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی در جدول (۱) ارائه شده‌اند.

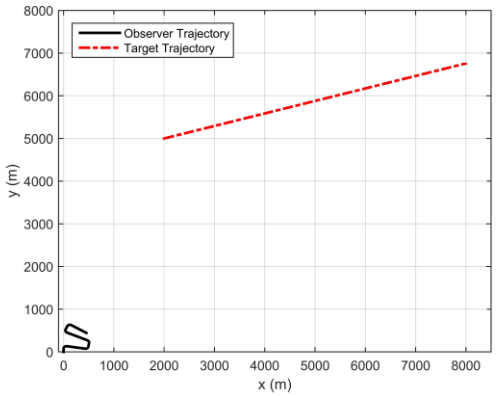
جدول (۱) مقادیر پارامترهای استفاده شده در سناریوی ردیابی

پارامتر	مقدار
فاصله هدف تا رویت‌گر در لحظه شروع	۵۳۸۵ متر
سرعت رویت‌گر	۱/۵ متر بر ثانیه
سرعت هدف	۵ متر بر ثانیه
کورس هدف	۷۳ درجه
شدت نویز فرآیند	$۱۰^{-۵}$
زمان نمونه‌برداری	۱ ثانیه
σ_w	۲ درجه
σ_r	۲۵۰۰ متر
σ_S	۲/۵ متر بر ثانیه
σ_C	$\pi/۱۰$

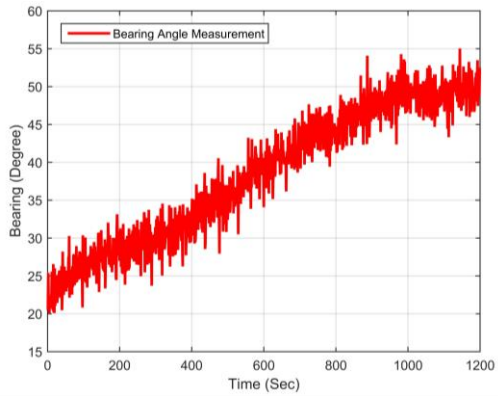
در شکل (۴) موقعیت رویت‌گر و هدف در سناریوی ردیابی در نظر گرفته شده نشان داده شده است. زاویه سمت اندازه‌گیری شده آغشته به نویز در طول زمان شبیه‌سازی (۱۲۰۰ ثانیه) در شکل (۵) نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است اندازه زاویه سمت در سناریوی ردیابی در نظر گرفته شده در مدت زمان ردیابی در حال افزایش می‌باشد. برای بررسی عملکرد فیلترها، از معیار جذر میانگین مربعات خطا[1]برای نمایش دقت تخمین‌های موقعیت و سرعت هدف استفاده شده است. مقدار جذر میانگین مربعات خطای موقعیت و سرعت به صورت روابط (۵۵) و (۵۶) تعریف می‌شوند:

$$\mathrm{RMSE}_{pos} = \sqrt{\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}(\hat{x}_k^{r_{(j)}} - x_k^{r_{(j)}})^2 + (\hat{y}_k^{r_{(j)}} - y_k^{r_{(j)}})^2} \qquad (۵۵)$$

$$\mathrm{RMSE}_{Vel} = \sqrt{\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}(\hat{\dot{x}}_k^{r_{(j)}} - \dot{x}_k^{r_{(j)}})^2 + (\hat{\dot{y}}_k^{r_{(j)}} - \dot{y}_k^{r_{(j)}})^2} \qquad (۵۶)$$



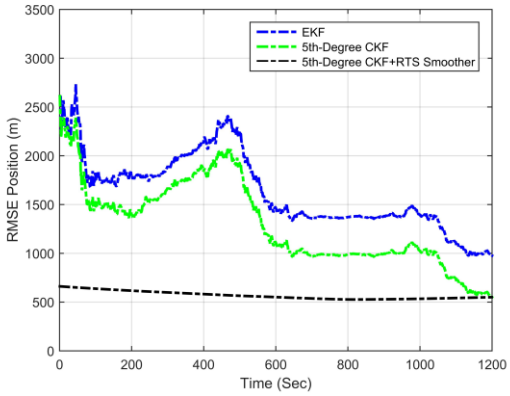
شکل(۴) موقعیت هدف و رویت‌گر در سناریوی ردیابی



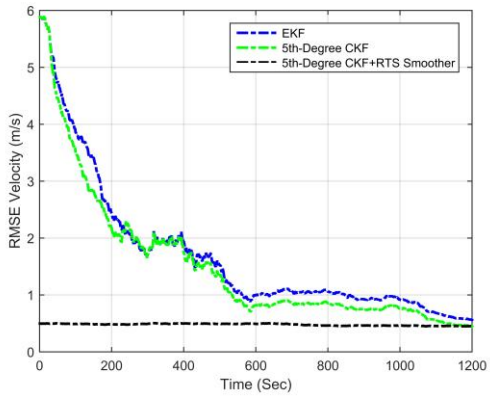
شکل(۵) زاویه سمت اندازه‌گیری شده نسبت به زمان

1. Root Mean Square Error

در روابط (۵۵) و (۵۶)، M تعداد اجرای مونت‌کارلو است. معمولا در حل مسائل فیلتر کردن در فضای تصادفی، برای نشان دادن عملکرد و میزان بهبود روش‌ها از چند اجرای مستقل به روش مونت‌کارلو استفاده می‌شود. در این مقاله، تعداد اجراهای مستقل M، ۲۰۰ تکرار درنظر گرفته شده است. در شکل‌های (۶) و (۷) عملکرد فیلترهای استفاده شده در تخمین مکان و سرعت هدف نشان داده شده است. در این شکل‌ها دقت تخمین فیلترهای کالمن توسعه‌یافته، فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج و فیلترکالمن مکعبی درجه پنج همراه با هموارساز RTS نشان داده شده است. مشخص است میزان خطای تخمین مکان و سرعت هدف در فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج از فیلتر کالمن توسعه‌یافته کمتر است. دلیل خطای زیاد فیلتر کالمن توسعه‌یافته، خطای ناشی از خطی‌سازی معادله اندازه‌گیری در مساله ردیابی با زاویه سمت است که استفاده از این فیلتر غیرخطی را برای این مساله نامناسب می‌سازد.



شکل(۶) خطای تخمین مکان هدف



شکل(۷) خطای تخمین سرعت هدف

همچنین استفاده از هموارساز RTS نشان می‌دهد که با استفاده از چنین ساختاری می‌توان دقت تخمین‌های انجام گرفته بوسیله فیلتر را با استفاده از عملیات برون‌خط و به صورت بازگشتی تا حد قابل‌قبولی بهبود داد. میزان خطای تخمین مکان و سرعت هدف در لحظه آخر ردیابی (ثانیه ۱۲۰۰) برای فیلتر کالمن توسعه‌یافته و فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول (۲) میزان خطای تخمین متغیرهای حالت هدف

	تخمین مکان هدف	تخمین سرعت هدف
EKF	۹۷۷ متر	۰/۵۶ متر بر ثانیه
5th CKF	۵۵۰ متر	۰/۴۵ متر بر ثانیه

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله پس از مرور مختصری بر روش‌های ارائه شده در مساله ردیابی با زاویه سمت، یک روش جدید برای حل این مساله بر مبنای فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج همراه با هموارساز RTS ارائه شده است. در روش ارائه شده به جای استفاده از یک فیلتر کالمن مکعبی درجه سه یا استفاده از چند فیلتر کالمن مکعبی درجه سه در ساختار فاصله‌ای-پارامتری با توسعه قوانین مکعبی درجه سه به درجه پنج از یک فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج برای تخمین متغیرهای حالت هدف استفاده شده و الگوریتم این فیلتر نیز ارائه شده است. در انتها نیز هموارساز RTS برای بهبود وضعیت تخمین‌های گذشته به کار گرفته شده است. ویژگی اصلی روش ارائه شده در این است که علاوه بر بهبود دقت تخمین‌های صورت گرفته استفاده از یک فیلتر کالمن مکعبی درجه پنج از نظر بار محاسباتی نسبت به استفاده از چند فیلتر غیرخطی عملکرد مناسب‌تری به همراه داشته و به کارگیری هموارساز RTS علاوه بر سادگی در پیاده‌سازی به شکل موثری به بهبود تخمین‌های زمان‌های قبلی کمک می‌کند. نتایج شبیه‌سازی‌ها و مقایسه‌های صورت گرفته نشان از مناسب بودن روش ارائه شده دارد و حاکی از آن است که می‌توان از این روش به عنوان جایگزینی برای مسائل ردیابی عملی استفاده کرد. برای کارهای پژوهشی آینده به کارگیری از فیلترهای کالمن مکعبی با درجات بالاتر از پنج (نظیر استفاده از قوانین مکعبی درجه هفت) پیشنهاد می‌شود.

مقایسه این فیلترها با روش ارائه شده در این مقاله به انتخاب مناسب‌ترین فیلتر از این خانواده برای حل مساله ردیابی با زاویه سمت کمک شایانی می‌کند.

۶- منابع

[1] Y. Bar-Shalom and X. R. Li, *Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*, YBS Publishing, 3rd Edition , 1995.

[2] V. J. Aidala, "Kalman Filter Behavior in Tracking Applications," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-15, no. 1, pp. 29–39, Jan. 1979.

[3] V. Aidala and S. Hammel, "Utilization of Modified Polar Coordinates for Bearings-Only Tracking," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-28, no. 3, pp. 283–294, March 1983.

[4] T. L. Song and J. L. Speyer, "A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 30, no. 10, pp. 940–949, Oct. 1985.

[5] N. Peach, "Bearings-only tracking using a set of range-parameterised extended Kalman filters," *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol. 142, no. 1, pp. 73–80, Jan. 1995.

[6] N. Modalavalasa, G. S. B. Rao, K. S. Prasad, L. Ganesh, and M. Kumar, "A new method of target tracking by EKF using bearing and elevation measurements for underwater environment," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 74, pp. 221–228, Dec. 2015.

[7] M. T. Sabet, A. R. Fathi, and H. R. M. Daniali, "Optimal design of the Own Ship maneuver in the bearing-only target motion analysis problem using a heuristically supervised Extended Kalman Filter," *Ocean Engineering*, vol. 123, pp. 146–153, Sept. 2016.

[8] S. Sadhu, S. Mondal, M. Srinivasan, and T. K. Ghoshal, "Sigma point Kalman filter for bearing only tracking," *Signal Processing*, vol. 86, no. 12, pp. 3769–3777, Dec. 2006.

[9] Arasaratnam and S. Haykin, "Cubature kalman filters," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54, no. 6, pp. 1254–1269, June 2009.

[10] P. H. Leong, S. Arulampalam, T. A. Lamahewa, and T. D. Abhayapala, "A Gaussian-sum based cubature Kalman filter for bearings-only tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 49, no. 2, pp. 1161–1176, April 2013.

[11] H. Wu, S. Chen, B. Yang, and X. Luo, "Range parameterised orthogonal simplex cubature Kalman filter for bearings only measurements," *IET Science, Measurement & Technology*, pp. 1-5, 2016.

[12] H. Wu, S. Chen, B. Yang, and K. Chen, "Robust Derivative-Free Cubature Kalman Filter for Bearings-Only Tracking," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, pp. 1–6, 2016.

[13] K. Ito and K. Xiong, "Gaussian filters for nonlinear filtering problems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 5, pp. 910–927, 2000.

[14] R. Radhakrishnan, A. K. Singh, S. Bhaumik, and N. K. Tomar, "Quadrature Filters for Underwater Passive Bearings-Only Target Tracking," in *IEEE Sensor Signal Processing for Defence (SSPD)*, United Kingdom, 2015.

[15] N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A. F. M. Smith, "Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation," in *IEE Proceedings - Radar and Signal Processing*, vol. 140, no. 2, pp. 107–113, 1993.

[16] N. Gordon, B. Ristic, and S. Arulampalam, *Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications*, Boston, Artech House, 2004.

[17] T. Brehard and J. P. Le Cadre, "Hierarchical particle filter for bearings-only tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 43, no. 4, pp. 1567–1585, Oct. 2007.

[18] P. B. Quang, C. Musso, and F. Le Gland, "Particle filtering and the laplace method for target tracking," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 52, no. 1, pp. 350–366, Feb. 2016.

[19] J. Y. Yu, M. J. Coates, M. G. Rabbat, and S. Blouin, "A Distributed Particle Filter for Bearings-Only Tracking on Spherical Surfaces," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 23, no. 3, pp. 326–330, March 2016.

[20] B. Ristic and M. S. Arulampalam, "Tracking a manoeuvring target using angle-only measurements: algorithms and performance," *Signal processing*, vol. 83, no. 6, pp. 1223–1238, 2003.

[21] S. C. Nardone, A. G. Lindgren, and K. F. Gong, "Fundamental properties and performance of conventional bearings-only target motion analysis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 29, no. 9, pp. 775–787, 1984.

[22] Y. J. Zhang and G. Z. Xu, "Bearings-only target motion analysis via instrumental variable estimation," *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 58, no. 11, pp. 5523–5533, Nov. 2010.

[23] G. Lingren and K. F. Gong, "Position and velocity estimation via bearing observations," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-14, no. 4, pp. 564–577, July 1978.

[24] S. C. Nardone and V. J. Aidala, "Observability criteria for bearings-only target motion analysis," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-18, no. 2, pp. 162–166, March 1981.

[25] S. E. Hammel and V. J. Aidala, "Observability requirements for three-dimensional tracking via angle measurements," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*,vol. AES-21, no. 2, pp. 200–207, March 1985.

[26] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan, *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software*. John Wiley & Sons, 2004.

[27] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of basic Engineering*, vol. 82, no. 1, pp. 35–45, 1960.

[28] B. Jia, M. Xin, and Y. Cheng, "High-degree cubature Kalman filter," *Automatica*, vol. 49, no. 2, pp. 510–518, 2013.

[29] H. E. Rauch, F. Tung, and C. T. Striebel, "Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems," *AIAA Journal*, vol. 3(8), pp. 1445–1450, 1965.