ارائه یک رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی چند مرحله ای جهت کمینه‌سازی هزینه منابع در زمانبندی پروژه با عدم قطعیت ظرفیت منابع

حسین مقدس‌زاده[۱]، محمد رنجبر[۲]

[۱]دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی؛ hossein72mgh@gmail.com
[۲]محمد رنجبر، دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی؛ m_ranjbar@um.ac.ir

چکیده

در این مقاله، مساله کمینه سازی هزینه تامین منابع پروژه با فرض عدم قطعیت در سطح دسترسی منابع مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مساله، منابع مورد نیاز برای اجرای پروژه با در نظر گرفتن کمبودهای احتمالی، بایستی در ابتدای پروژه تامین شده و سطح آن‌ها باید به گونه‌ای تعیین شود که هزینه تامین آن‌ها کمینه گردد. همچنین اگر در طول اجرای پروژه منابع پروژه دچار مشکل شوند، منابع مورد نیاز باید از بیرون پروژه تامین شوند. مدل‌سازی مساله با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی چند مرحله ای انجام شده است و کمبود منابع از توزیع دو جمله‌ای پیروی می‌کند. حل مدل به صورت دقیق و با استفاده از نرم افزار IBM ILOG CPLEX 12.8 صورت گرفته است و از الگوریتم کاهش سناریوی رو به جلو، برای کاهش ابعاد مساله و بهبود زمان حل استفاده شده است. نتایج عددی حاصل از حل نمونه مسائل مختلف که بصورت تصادفی تولید شده‌اند، جهت مقایسه زمان حل و کیفیت جوابهای به دست آمده ارائه گردیده است.

کلمات کلیدی: زمانبندی پروژه، مساله هزینه تامین منابع، برنامه ریزی تصادفی چند مرحله ای

A multi-stage stochastic programming approach for minimization of resource availability cost problem with uncertain resource availabilities

Hossein Moghaddashzadeh, Mohammad Ranjbar

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

ABSTRACT

In this paper, the resource availability cost problem with uncertain resource availabilities is considered. In this problem, a constant resource level should be determined for each resource at the start of a project. We aim to minimize the expected value of the resource availability costs under all resource shortage scenarios. It should be mentioned that if a resource will not work at some time units during the project execution phase while some activities need it, the project have to be supported with the resources that are outside of the project and cost more than inside ones. This problem can be modeled by means of a multi-stage stochastic programming model and the resource shortage is expressed using the Binomial distribution. We developed a set of random test instances and solved them with IBM ILOG CPLEX 12.8. In addition, we used a forward scenario reduction method to reduce number of variables and improve the CPU run times. Finally, using numerical results, performance of the developed model is analyzed.

Keywords: Project scheduling, resource availability cost problem, multi-stage stochastic programming

۱- مقدمه

در بسیاری از مسائل زمانبندی پروژه، کمینه سازی هزینه‌های لازم برای اجرای پروژه به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. بخش قابل توجهی از هزینه‌های پروژه، هزینه‌های تامین منابع آن می‌باشند. علاوه بر این، سطح دسترسی منابع برای استفاده توسط فعالیت‌ها نیز نقش مهمی در چگونگی زمانبندی پروژه خواهد داشت. بر این اساس دسته‌بندی‌های مختلفی بر روی مسائل زمانبندی پروژه صورت می‌گیرد. یکی از این دسته‌بندی‌ها، مساله هزینه دسترسی منابع، یا RACP[۱]، می‌باشد. این مساله عبارتست از تعیین ظرفیت منابع تجدیدپذیر به‌گونه‌ای که پروژه تا موعد تحویل مقرر انجام شود و در عین حال هزینه دسترسی و تامین منابع نیز حداقل گردد.

مدیران پروژه، معمولا پیش از شروع زمانبندی پروژه، منابع را به صورت قطعی در نظر می‌گیرند و فرض می‌کنند که این منابع تا پایان پروژه در دسترس آن‌ها خواهند بود. اما در واقعیت، در بسیاری از پروژه ها، منابعی که از ابتدای پروژه تامین می‌شود در طول پروژه با عدم دسترسی مواجه می‌شوند. در شرایطی که پروژه‌ها با کمبود منابع موا جه می‌شو ند، لازم است م نابع از جایی غیر از تدار کات پیش‌بینی‌شده تامین شوند. این کار، هزینه اضافه ای به پروژه تحمیل می‌کند و در نتیجه لازم است تا حدامکان این هزینه حداقل گردد.

در نظر گرفتن این شرایط، می‌تواند به ما برای طرح مساله‌ای جدید کمک کند. با تعریف این مساله و حل آن در حالت‌های مختلف، می‌توانیم به اطلاعات ارزشمندی برای مذاکره بر سر قیمت و زمان اتمام پروژه برسیم که راهگشای زمانبندی‌های بلندمدت توسط مدیران پروژه خواهد بود.

در رابطه با مساله RACP در شرایط قطعی، روش‌های حل ابتکاری و قطعی مختلفی ارائه شده است. این مساله اولین بار توسط Mohring در سال ۱۹۸۴ ارائه شد. Mohring برای دست آوردن جواب بهینه، از تکنیک‌های استفاده شده در تئوری گراف برای گراف‌های مقایسه‌پذیر و روش‌های تشخیص و جهت‌یابی گراف استفاده کرد. وی با استفاده از روش شاخه و کران، جواب دقیقی برای مساله RACP یافت [۱].

در سال ۱۹۹۵، Demeulemeester با استفاده از الگوریتم شاخه و کرانی که به همراه همکارش Herroelen در سال ۱۹۹۲ برای حل مساله RCPSP[۲] توسعه داده بود، اقدام به حل مساله RACP به صورت دقیق نمود. وی نشان داد که روش او، نه تنها از روش Mohring بهتر عمل می‌کند، بلکه حساسیت کمتری هم نسبت به تغییر آرایش‌های هزینه‌ای دسترسی منابع دارد [۲].

Rodrigues و Yamashita در سال ۲۰۱۰، روش دقیق دیگری را برای حل مساله RACP ارائه دادند. آن ها در این روش، سعی کردند با استفاده از یک روش ترکیبی، الگوریتمی را که پیش‌تر توسط Demeulemeester ارائه شده بود، بهبود دهند. در این روش که آن را با نام MMBA[۳] معرفی کردند، از یک الگوریتم ابتکاری برای ایجاد یک جواب اولیه استفاده می‌شود. سپس با استفاده از روش‌های شاخه‌زدن جدیدی که ارائه می‌دهند، سعی در کاهش فضای جواب مساله دارند [۳].

Coughlan در سال ۲۰۱۵ با ارائه یک مدل مختلط خطی- عدد صحیح، مساله هزینه دسترسی منابع را به صورت چند حالته توسعه داد. چند حالته بودن مساله بدین معنی است که برای مثال اگر فعالیتی به یک نوع منبع احتیاج دارد، با افزایش میزان اختصاص منبع به فعالیت، می‌توان زمان انجام فعالیت را کاهش داد. در این الگوریتم، تقویم برای استفاده از منابع در نظر گرفته شده است و همچنین جواب بهینه با استفاده از یک الگوریتم شاخه- قیمت- برش به دست می‌آید [۴].

علاوه بر روش‌های قطعی که به آن‌ها اشاره شد، پژوهش‌های مختلفی هم بر روی استفاده از روش‌های ابتکاری برای حل مساله RACP صورت گرفته است. Drexl و Kimms در سال ۲۰۰۱، توانستند دو مقدار به عنوان حد پایین برای مساله RACP ارائه دهند [۵].

Hsu و Kim در سال ۲۰۰۵، مدل RACP را به صورت چندحالته در نظر گرفتند به طوری که هر فعالیت نه تنها در زمان‌های اجرا می‌تواند متفاوت باشد بلکه در استفاده از منابع تجدیدپذیر هم می‌تواند حالت‌های مختلف به خود بگیرد. آن‌ها برای حل این مساله روش ابتکاری ارائه دادند که به طور همزمان محدودیت موعد تحویل و همین‌طور استفاده از منابع را در نظر می‌گیرد و زمانبندی را با استفاده از یک قاعده تصمیم‌گیری انجام می‌دهد [۶].

Yamashita و همکاران در سال ۲۰۰۶، روشی بر مبنای الگوریتم جستجوی پراکنده برای حل مساله RACP ارائه دادند. عملکرد این روش برای مسائل کوچک، با جواب بهینه به دست آمده از روش Demeulemeester و همین‌طور حد پایین و بالای به دست آمده از روش Drexl و Kimms، مقایسه شد [۷].

شادرخ و کیانفر در سال ۲۰۰۷، مساله RACP را با مجاز بودن دیرکرد زمانی که با جریمه‌ای همراه باشد، در نظر گرفتند. آن‌ها برای حل این مساله از الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند و کارایی آن را در مقایسه با الگوریتم‌های ارائه شده تا پیش از آن بررسی کردند [۸].

رنجبر و همکاران، در سال ۲۰۰۸، دو روش فرا ابتکاری با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک و ارتباط مجدد مسیر[۴]، برای حل مساله RACP ارائه دادند. جواب‌های اولیه در این پژوهش با استفاده از روش لیست پیشنیازی اولویت‌دار موجه ساخته شده است. همچنین مقایسه نتایج

۲

محاسباتی آن نشان داد که روش ارتباط مجدد مسیر، کاراتر و موثرتر از الگوریتم ژنتیک عمل کرده و در واقع بر آن غلبه می‌کند [۹].

Van Peteghem و Vanhoucke، در سال ۲۰۱۱ روش ابتکاری دیگری را ارائه دادند. آن‌ها در این پژوهش، از روش فرا ابتکاری سیستم ایمنی مصنوعی ، برای حل مساله RACP استفاده کردند. این الگوریتم از مکانیزم‌های ایمنی مهره‌های ستون فقرات الهام گرفته شده است [۱۰].

در روش‌های کلاسیک حل مساله RACP، ابتدا مقدار منبع در نظر گرفته می‌شد و سپس بر اساس آن مدت زمان پروژه با استفاده از روش‌های حل RCPSP به دست می‌آمد. اگر زمان به دست آمده قابل قبول بود، از میزان منبع کم می‌شد تا هنگامی که زمان به دست آمده دیگر قابل قبول نباشد. بر همین اساس، حداقل هزینه دسترسی منابع هم به دست می‌آمد. Qi و همکاران در سال ۲۰۱۴، پیشنهادی برای بهبود حل کلاسیک RACP ارائه دادند. بدین صورت که مساله RACP را بدون تبدیل به RCPSP و به طور مستقیم، حل کند. او برای این کار از روش بهینه‌سازی کلونی جزئی زنبورها استفاده کرد [۱۱].

افشارنجفی در سال ۲۰۱۴، مساله RACP را در حالتی که برای منابع زمان دردست‌گیری و آزادسازی داشته باشیم، در نظر گرفت. همچنین Van Peteghem و Vanhoucke نیز در سال ۲۰۱۵ از الگوریتم بهینه‌سازی گسترش علف‌های هرز برای حل مساله RACP استفاده کردند. این الگوریتم یک روش جستجوی جدید بوده است که بر مبنای رفتار علف‌های هرز در گسترش طبیعیشان و پیدا کردن بهترین محل برای رشد، پایه‌ریزی شده است [۱۲].

علاوه بر حوزه قطعی در حل مسائل زمانبندی پروژه، حوزه‌های غیرقطعی هم مورد توجه پژوهشگران بوده است. بیشتر تلاش‌های صورت گرفته در این حوزه، معطوف به زمانبندی پروژه‌هایی با محدودیت منابع می‌باشند. مساله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع به صورت احتمالی، عبارتست از در نظر گرفتن پروژه با فعالیت‌هایی با زمان اجرای غیرقطعی به همراه محدودیت‌های پیشنیازی و محدودیت‌های منابع. علاوه بر این مورد، در حوزه‌های دیگری هم از زمانبندی احتمالی استفاده شده است. برای مثال مسائل زمانبندی پروژه که با قطع احتمالی فعالیت‌ها، تبادل گسسته هزینه- زمان بصورت احتمالی و همچنین توابع هدف اقتصادی همراه می‌شوند.

یکی از رویکردها در قبال حل مسائل غیرقطعی، رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی می‌باشد. در این رویکرد، برخلاف رویکرد استوار، فرض می‌شود که پارامترهای غیرقطعی دارای توزیع احتمال مشخصی می‌باشند. بررسی مساله RCPSP در فضای غیرقطعی و با استفاده از رویکردهای احتمالی و استوار، از سال ۲۰۰۷ به بعد رونق بیشتری به خود گرفت. پارامتر غیرقطعی در اکثر این پژوهش‌ها، زمان فعالیت می‌باشد. اما تعدادی از پژوهش‌ها هم در این بین به بررسی حالت‌هایی با عدم قطعیت در دسترسی منابع نیز پرداخته‌اند.

بر خلاف RCPSP مساله RACP در فضای غیرقطعی به گستردگی فضای قطعی مورد بحث قرار نگرفته است. تنها پژوهشی که به این مورد اختصاص یافته بود، تحقیق Yamashita و همکاران در سال ۲۰۰۷ بود. وی با استفاده از یک روش چند شروعه ساده بر مبنای جستجوی پراکنده، اقدام به حل مساله RACP به صورت سناریودار نمود. پارامتر غیرقطعی در این پژوهش، مدت زمان اجرای فعالیت‌ها بود. همچنین دو روش بهینه‌سازی استوار هم برای این مساله در نظر گرفته شد. یکی بر مبنای حداقل کردن میزان پشیمانی و دیگری بر مبنای حداقل کردن تابع میانگین- واریانس [۱۳].

ما در این پژوهش، قصد داریم مساله RACP را در فضای غیرقطعی بررسی نماییم. آن‌چه که این پژوهش را نسبت به دیگر تحقیقات متمایز می‌کند، استفاده از روش زمانبندی تصادفی چندمرحله‌ای برای حل مساله RACP است؛ در حالتی که پارامتر غیرقطعی پروژه، منابع در دسترس پروژه می‌باشند. بدین معنی که ممکن است منابع به صورت احتمالی در طول اجرای پروژه از دسترس خارج شوند و در نتیجه برای جبران کمبود آن‌ها نیاز خواهد شد که هزینه بیشتری برای تامین منابع از خارج، بر پروژه اعمال کنیم. لذا هدف این تحقیق، به دست آوردن مقداری بالانس شده بین هزینه تحمیل شده بر پروژه و میزان منابع تجدیدپذیر در دسترس، در ابتدای پروژه است.

۲- مدل ریاضی مساله

در این مساله، پروژه‌ای با مجموعه‌ای از فعالیت‌های مشخص در قالب مجموعه $N = \{۰,۱, \dots, n, n+۱\}$ تعریف شده است که فعالیت‌های ۰ و $n+۱$ مجازی می‌باشند. این فعالیت‌ها از طریق مجموعه روابط پیش‌نیازی A و بر اساس نوع رابطه پایان-به-شروع[۵] با یکدیگر مرتبط هستند. همچنین طول اجرای هر فعالیت $i \in N$ قطعی بوده و با d_i نشان داده می‌شود ($d_۰ = d_{n+۱} = ۰$).

به منظور اجرای این فعالیت‌ها نیاز به مجموعه‌ای از منابع تجدیدپذیر $R = \{۱, \dots, m\}$ داریم که سطح منبع تجدیدپذیر نوع k یک متغیر است که با R_k نمایش داده می‌شود و باید در ابتدای پروژه مشخص شود. هزینه هر واحد از منبع نوع k برای کل مدت اجرای پروژه با c_k نشان داده می‌شود. همچنین، هر فعالیت $i \in N$ برای اجرا در هر واحد زمانی به r_{ik} واحد از منبع تجدیدپذیر k نیاز دارد ($r_{۰k} = r_{n+n,k} = ۰;\ \forall k \in R$).

عدم قطعیت در این پروژه مربوط به سطح دسترسی منابع می‌باشد.

۳

به عبارت دیگر، ممکن است هر منبع نوع k در برخی بازه‌ها و به دلایلی همچون مریض شدن نیروی انسانی، خرابی ماشین آلات و موارد مشابه تمام R_k واحد را در اختیار نداشته باشند و سطح منبع به $R_k - \rho$ برسد که ρ متغیری تصادفی است.

این مساله در قالب یک مساله برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای مدلسازی می‌شود. در ابتدای پروژه (مرحله اول) باید در مورد تامین سطح منابع (R_k) تصمیم گیری شود. با فرض اینکه نوسانات سطح منابع بر اساس اطلاعات گذشته اغلب محدود به دوره های خاصی هستند، هر کدام از این دوره های یک واحدی نیز یک مرحله محسوب می‌شوند. در هر مرحله، سطح هر منبع تجدیدپذیر k، بین R_k تا $R_k - \rho$ بصورت گسسته متغیر است. ترکیب مقادیر مختلف سطح منابع در دوره های متفاوت، سناریوهای مختلف در پروژه را تعریف می‌کنند. به عبارت دیگر، یک سناریو عبارت است از سطح منابع در دوره‌های مختلف. دو سناریو متفاوتند اگر حداقل در یک دوره زمانی، سطح دسترسی حداقل یکی از منابع در دو سناریو متفاوت باشد. همچنین، احتمال وقوع هر سناریو ω با p_ω نشان داده می‌شود.

در این تحقیق فرض شده است امکان قطع فعالیت‌ها وجود ندارد. بنابراین اگر فعالیت یا فعالیت‌هایی در حال اجرا باشند و در یک دوره زمانی تعدادی از منابع موجود پروژه به هر دلیلی از دسترس خارج شوند، لازم است برای اجرای آن فعالیت‌ها منبع با هزینه بیشتر از بیرون پروژه تامین گردد. البته تغییر زمانبندی هم می‌تواند یک راه حل دیگر این مشکل باشد؛ اما ما از این روش فقط برای تغییر در زمان شروع فعالیت‌هایی که هنوز شروع نشده‌اند استفاده می‌کنیم و فعالیت‌هایی که در حال اجرا می‌باشند را باید بدون وقفه انجام دهیم. فرض می‌کنیم هزینه تامین یک واحد منبع اضافی نوع k از بیرون پروژه برای یک دوره زمانی و در طول اجرای پروژه برابر C'_k می‌باشد. همچنین فرض شده است که تامین هر واحد منبع برای هر روز کاری، پیش از شروع پروژه، هزینه کمتری نسبت به تامین آن در زمان اجرای پروژه دارد.

با توجه به رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی که برای مدل‌سازی این مساله اتخاذ شده است، در ابتدا به دنبال این هستیم که سطح مورد نیاز هر یک از منابع، به عنوان متغیرهای مرحله اول[۶]، تعیین و تهیه شود. سپس با تعیین زمان بندی مناسب به ازای هر سناریو و مشخص کردن میزان کمبود، به عنوان متغیرهای مراحل بعدی[۷]، هزینه تامین منابع را حداقل نماییم.

در ادامه مدل برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای این مساله ارایه می‌شود. جدول ۲-۱ به معرفی پارامترهای این مساله می‌پردازد.

جدول ۲- ۱: تعریف پارامترها

پارامتر	تعریف
$N = \{۰,۱, \dots, n, n+۱\}$	مجموعه کلیه فعالیت‌های پروژه با اندیس‌های i و j
$R = \{۱,۲,۳, \dots m\}$	مجموعه‌ی کلیه منابع پروژه با اندیس k
$\Omega = \{۱,۲,۳, \dots s\}$	مجموعه‌ی کلیه سناریوهای محتمل در زمان اجرای پروژه با اندیس ω
$T = \{۱,۲,۳, \dots \delta\}$	زمان‌های در دسترس برای اجرای فعالیت‌ها تا موعد تحویل δ، با اندیس t
A	مجموعه کلیه روابط پیش‌نیازی برای تمامی فعالیت‌ها
d_i	مدت زمان اجرای فعالیت i
EF_i	زودترین زمان پایان فعالیت i
LF_i	دیرترین زمان پایان فعالیت i
r_{ik}	میزان استفاده فعالیت i از منبع k
C_k	هزینه تامین یک واحد از منبع k برای کل مدت اجرای پروژه
C'_k	هزینه تامین یک واحد از منبع k برای یک روز، در حین اجرای پروژه و از بیرون پروژه
p_ω	احتمال وقوع سناریو ω

متغیرهای مورد استفاده در این مدل به شرح زیر می‌باشند:

$X_{it\omega} = \begin{cases} ۱ \\ ۰ \end{cases}$ اگر فعالیت i تحت سناریوی ω در زمان t پایان یابد / در غیر اینصورت

R_k سطح منبع نوع k جهت تامین، پیش از شروع پروژه

$\rho_{kt\omega}$ میزان کمبود منبع نوع k در زمان t تحت سناریو ω

$$Min \sum_{k=۱}^{m} C_k R_k + \sum_{\omega=۱}^{s} p_\omega \sum_{k=۱}^{m} \sum_{t=۱}^{\delta} C'_k \rho_{kt\omega} \qquad (۱-۲)$$

$Subject\ to$:

$$\sum_{t=EF_i}^{LF_i} X_{it\omega} = ۱ \qquad \begin{matrix} \forall i \in N \\ \forall \omega \in \Omega \end{matrix} \qquad (۲-۲)$$

$$\sum_{t=EF_j}^{LF_j} tX_{jt\omega} - d_j \geq \sum_{t=EF_i}^{LF_i} tX_{it\omega} \qquad \begin{matrix} \forall (i,j) \in A \\ \forall \omega \in \Omega \end{matrix} \qquad (۳-۲)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{q=\max(t,EF_i)}^{\min(t+d_i-1,LF_i)} r_{ik}X_{iq\omega} - R_k \le \rho_{kt\omega} \qquad \forall t\in T,\ \forall k\in R,\ \forall \omega\in\Omega \qquad (۴-۲)$$

$$\sum_{t=EF_n}^{LF_n} tX_{nt\omega} \le \delta \qquad \forall \omega\in\Omega \qquad (۵-۲)$$

$$X_{kt\omega}\in\{0,1\} \qquad \forall i\in N,\ \forall t\in T,\ \forall \omega\in\Omega \qquad (۶-۲)$$

$$R_k\in\mathbb{Z}^+ \qquad \forall k\in R \qquad (۷-۲)$$

$$\rho_{kt\omega}\in\mathbb{Z}^+ \qquad \forall k\in R,\ \forall t\in T,\ \forall \omega\in\Omega \qquad (۸-۲)$$

در مدل این مساله، تابع هدف (۲-۱) از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول مربوط به متغیرهای مرحله اول است که عبارتست از مجموع هزینه‌های تامین منابع پیش از شروع پروژه و قسمت دوم تابع هدف نیز مربوط به متغیرهای مراحل بعدی است که عبارتست از مجموع هزینه‌های کمبود منابع با در نظر گرفتن احتمال وقوع آن‌ها، به ازای تمام سناریوهایی که ممکن است اتفاق بیفتد.

محدودیت (۲-۲) بیان می‌کند که در هر سناریو ω، هر فعالیتی فقط در یک زمان می‌تواند به پایان برسد. محدودیت (۲-۳) رابطه تقدم و تاخر بین هر دو جفت فعالیت (i,j) را که با یکدیگر رابطه پیشنیازی دارند، بیان می‌کند بدین ترتیب که اتمام فعالیت i بایستی پیش از شروع فعالیت j باشد.

به طور کلی، زمان خاتمه هر فعالیت، قطعا در بازه‌ای بین زودترین زمان پایان و دیرترین زمان پایان آن $[EF_i, LF_i]$ خواهد بود. از طرفی اگر فعالیتی در زمان t آغاز شود، در زمان $t+d_i-1$، خاتمه می‌یابد. و لذا بازه فعال بودن فعالیت عبارتست از $[t, t+d_i-1)$. حال با توجه به این دو بازه، می‌توان نتیجه گرفت اگر زمان خاتمه فعالیت، در بازه حاصل از اشتراک دو بازه فوق قرار گیرد، قطعا فعالیت در زمان t فعال بوده است. بدیهی است که اشتراک این دو بازه می‌تواند مقداری تهی باشد و در این صورت، فعالیت قطعا در زمان t نمی‌توانسته فعال باشد. لذا قاعده زیر را می توان به صورت کلی بیان کرد:

به ازای هر q که در بازه زیر عضو باشد، $[\max(t,EF_i), \min(t+d_i-1, LF_i)]$، در صورتی که مقدار متغیر X_{itw} برابر یک باشد، یا به عبارتی دیگر، فعالیت i در بازه زمانی $[EF_i, LF_i] \cap [t, t+d_i-1)$ خاتمه یابد، می‌توان نتیجه گرفت فعالیت i در زمان t فعال بوده است.

با توجه به توضیحاتی که در بالا ارائه شد، محدودیت (۲-۴) بیان می‌کند که در هر سناریو ω، به ازای هر زمان t و برای هر منبع k، در صورتی که جمع میزان مصرف منبع k توسط فعالیت‌های فعال در بازه زمانی $[t-1, t)$، از سطح اولیه منبع k بیشتر باشد، منبع در آن زمان دچار کمبود شده و متغیر ρ_{ktw} به میزان اختلاف مثبت به دست آمده، مقداری صحیح به خود می‌گیرد. در غیر اینصورت، اختلاف به دست آمده منفی شده و میزان کمبود منبع در زمان مذکور، با توجه به تعریف متغیر ρ_{ktw} برابر صفر می‌شود.

محدودیت (۲-۵) موعد تحویل پروژه را مشخص می‌کند بدین ترتیب که در هر سناریو، زمان خاتمه آخرین فعالیت، نباید از زمان مقرر شده بیشتر باشد.

در پایان، محدودیت‌های (۲-۶) الی (۲-۸) نوع متغیرهای مساله را مشخص می‌نمایند که در آن‌ها $\mathbb{Z}^+$ بیانگر مجموعه‌ی اعداد صحیح غیرمنفی می‌باشد.

۳- نتایج عددی

در این قسمت به بررسی نتایج عددی حاصل از حل مدل ارائه شده در بخش قبل می‌پردازیم. برای ایجاد نمونه مسائل مختلف، از نرم افزار RanGen استفاده شده است. مقادیر مورد استفاده برای فاکتورهای دخیل در ساخت نمونه مسائل، بر اساس مقادیر عددی ارائه شده توسط Kolisch برآورد شده اند [۱۴] و به شرح زیر می‌باشند:

جدول ۳- ۱: مقادیر عددی فاکتورهای اولیه ساخت نمونه مساله

RS	RF	OS
۰/۶	۰/۴	۰/۵

مسائل با تعداد فعالیت‌های ۲۰ و ۳۰ ایجاد شده‌اند و برای هر کدام دو حالت مختلف با تعداد منابع ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است. از هر کدام از حالت‌های ایجاد شده ۱۰ نمونه مساله مختلف ساخته شده است که جمعا ۴۰ نمونه مساله می‌شود.

با توجه به این که در نظر گرفتن تمام زمان‌ها برای رخ دادن خرابی منابع و تمام حالت‌های کمبود منبع برای ایجاد سناریوهای مختلف، فضای مساله را به صورت نمایی افزایش می‌دهد، ناچاریم زمان‌های محدودی را انتخاب کرده و در این زمان‌ها حدی را برای کمبود منابع فرض نماییم. بدین منظور، ابتدا فرض شده است که کلیه منابع، حداکثر تا دو واحد ($\rho = 2$) در هر زمان، مجاز به کمبود در طول اجرای پروژه می‌باشند.

برای انتخاب زمان‌هایی که کاهش منبع در آن‌ها رخ می‌دهد، ابتدا کلیه نمونه مسائل ساخته شده، در حالت قطعی توسط نرم افزار IBM

ILOG CPLEX 12.8 حل شدند و مقادیر سطح منبع، برای هریک از منابع، R_k، در هر نمونه مساله، به دست آمد. سپس زمان‌هایی که جمع استفاده از منبع در طی آن‌ها در بازه $[R_k - ۲,R_k]$ قرار داشت، جمع‌آوری شدند. این زمان‌ها به عنوان زمان‌های بحرانی شناخته می‌شوند که کمبود منبع در طی آن‌ها، با احتمال زیادی زمانبندی پروژه را با اختلال مواجه می‌کند.

برای ساخت سناریوها، به صورت تصادفی از زمان‌های بحرانی، ۴ زمان استخراج شد و سپس در هر زمان بحرانی، برای منبعی که در آن زمان دچار کمبود می‌شود، بین صفر تا دو واحد خرابی منبع در نظر گرفته شد. از این رو، $۸۱ = ۳^۴$ سناریو مختلف برای هر نمونه مساله ساخته شد. همچنین برای محاسبه احتمال هر سناریو، احتمال هر واحد کمبود در منبع به صورت دو جمله‌ای در نظر گرفته شد.

پس از ایجاد سناریوها، از الگوریتم کاهش سناریوی رو به جلو[۸] که توسط Heitsch [۱۵] ارائه شد، برای کاهش سناریوها، در هر نمونه مساله استفاده گردید و ۸۱ سناریوی موجود به مقادیر ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ سناریو کاهش پیدا کردند. بدین ترتیب ۲۰۰ نمونه مساله مختلف با پارامترهای تعداد فعالیت، تعداد منبع و تعداد سناریو ایجاد شدند.

برای حل نمونه مسائل ایجاد شده در حالت غیرقطعی، از نرم افزار IBM ILOG CPLEX 12.8 استفاده شد. سیستم محاسباتی مورد استفاده برای اجرا، دارای 48GB RAM و پردازنده مرکزی با مشخصات Inter(R) Core TM i7 3.40 GHz بوده است.

حد زمانی برای حل نمونه مسائل ۱۲۰۰ ثانیه و شرط توقف به عنوان جواب بهینه، دستیابی به فاصله نسبی حداقل ۰/۰۰۰۱ تا جواب بهینه در نظر گرفته شده است. در هر ۱۰ نمونه مساله با مشخصات یکسان، زمان حل، فاصله نسبی تا مقدار بهینه و میانگین مقدار بهینه به صورت میانگین محاسبه شده است و هر کدام در جدولی جداگانه گزارش شده است. همچنین تعداد نمونه مسائلی که در هر حالت به جواب بهینه رسیده‌اند نیز، در جدول دیگری در ادامه به شرح زیر ارائه شده است.

جدول ۳- ۲: میانگین زمان حل (ثانیه)

تعداد فعالیت	تعداد منبع	تعداد سناریوها ۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۸۱
۲۰	۱	۰,۴	۱,۱	۲,۸	۴,۱	۱۰,۷
	۲	۰,۴	۱,۵	۲,۵	۳,۵	۸,۴
۳۰	۱	۵,۳	۲۵,۱	۱۷۱,۶	۱۳۲,۸	۳۱۰,۳
	۲	۲۷۶,۸	۶۱۹,۷	۸۶۶,۵	۸۶۵,۴	۱۲۰۱,۵

جدول ۳- ۳: میانگین فاصله نسبی تا جواب بهینه

تعداد فعالیت	تعداد منبع	تعداد سناریوها ۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۸۱
۲۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰
	۲	۰	۰	۰	۰	۰
۳۰	۱	۰	۰	۰,۰۰۰۵	۰	۰,۰۱۱۵
	۲	۰,۰۲	۰,۰۴	۰,۰۴	۰,۰۶	۰,۱۲

جدول ۳- ۴: تعداد مسائلی که به جواب بهینه رسیده‌اند.

تعداد فعالیت	تعداد منبع	تعداد سناریوها ۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۸۱
۲۰	۱	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
	۲	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
۳۰	۱	۱۰	۱۰	۹	۱۰	۸
	۲	۸	۶	۴	۳	۰

جدول ۳- ۵: میانگین جواب بهینه

تعداد فعالیت	تعداد منبع	تعداد سناریوها ۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۸۱
۲۰	۱	۴۱۱,۱	۴۱۱,۴	۴۱۱,۴	۴۱۱,۳	۴۱۱,۵
	۲	۴۷۹,۸	۴۸۰,۷	۴۸۰,۸	۴۸۰,۴	۴۸۱,۵
۳۰	۱	۶۳۹,۴	۶۳۸,۹	۶۳۹,۶	۶۳۹,۶	۶۴۷,۵
	۲	۱۳۲۹	۱۳۵۱	۱۳۵۱	۱۳۷۲	۱۴۶۳

همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد سناریوها، تعداد مسائلی که به جواب بهینه نهایی می‌رسند، کاهش می‌یابد. به طوری که با ۳۰ فعالیت و دو منبع، در زمان ۱۲۰۰ ثانیه، هیچ کدام از نمونه مسائل، به جواب بهینه نرسیدند. پارامتر فاصله نسبی تا جواب بهینه با افزایش سناریوها، افزایش یافته همچنین زمان حل مسائل هم به شدت وابسته به تعداد فعالیت‌ها می‌باشد و از مقایسه بین نتایج به دست آمده می‌توان متوجه شد که اثر افزایش فعالیت در افزایش زمان حل، شدیدتر از اثر افزایش منبع در افزایش زمان حل می‌باشد.

در حالت‌هایی که نمونه مسائلی با ۲۰ فعالیت اجرا شده‌اند، در تمام نمونه‌هایی که با تعداد سناریوی کامل اجرا شده‌اند به جواب بهینه رسیده‌ایم. همچنین در حالتی که ۳۰ فعالیت به همراه ۱ منبع نیز داشتیم، در ۸ مورد از ۱۰ مورد به جواب بهینه رسیده‌ایم. مقایسه

جواب‌های به دست آمده از کاهش سناریو در این سری نمونه مسائل با میانگین مقادیر بهینه به دست آمده از نمونه مسائل با سناریوی کامل، به ما نشان می‌دهد که الگوریتم کاهش سناریو، می‌تواند روش موثری برای کاهش زمان حل و حفظ کیفیت جواب‌های به دست آمده باشد.

۴- جمع‌بندی

در این پژوهش، مساله هزینه دسترسی منابع، با در نظر گرفتن عدم قطعیت در سطح دسترسی منابع در طول اجرای پروژه، مدلسازی شد. برای بررسی مدل به دست آمده، نمونه مسائلی با تعداد منابع و تعداد فعالیت‌های متفاوت ساخته شد و سپس سناریوهای مرتبط با هر نمونه مساله ایجاد گردید. پس از آن با استفاده از الگوریتم کاهش سناریوی رو به جلو، تعداد سناریوها را برای هر نمونه مساله به مقادیر مختلفی کاهش داده شد و زمان‌های حل و کیفیت جواب‌های به دست آمده مقایسه گردید.

مراجع

[۱] Möhring, R.H., *Minimizing Costs of Resource Requirements in Project Networks Subject to a Fixed Completion Time.* Operations Research, 32, 89-120, 1984.

[۱] Demeulemeester, E., *Minimizing Resource Availability Costs in Time-Limited Project Networks* . Management Science, 41, 1590-1598, 1995

[۲] Rodrigues, S.B. and D.S. Yamashita, *An exact algorithm for minimizing resource availability costs in project scheduling.* European Journal of Operational Research, 206, 562-568, 2010

[۳] Coughlan, E.T., M.E. Lübbecke, and J. Schulz, *A branch-price-and-cut algorithm for multi-mode resource leveling.* European Journal of Operational Research, 245, 70-80, 2015

[۴] Drexl, A. and A. Kimms, *Optimization guided lower and upper bounds for the resource investment problem.* Journal of the Operational Research Society, 52, 340-351, 2001

[۵] Hsu, C.C. and D.S. Kim, *A new heuristic for the multi-mode resource investment problem.* Journal of the Operational Research Society, 56, 406-413, 2005

[۶] Yamashita, D.S ,V.A. Armentano, and M. Laguna, *Scatter search for project scheduling with resource availability cost.* European Journal of Operational Research, 169, 623-637, 2006

[۷] Yamashita, D.S ,V.A. Armentano, and M. Laguna, *Scatter search for project scheduling with resource availability cost.* European Journal of Operational Research, 169, 623-637, 2006

[۸] Ranjbar, M., F. Kianfar, and S. Shadrokh, *Solving the resource availability cost problem in project scheduling by path relinking and genetic algorithm.* Applied Mathematics and Computation, 196, 879-888, 2008

[۹] Van Peteghem, V. and M. Vanhoucke, *An Artificial Immune System Algorithm for the Resource Availability Cost Problem.* Flexible Services and Manufacturing Journal, 25, 122–144, 2011

[۱۰] Qi, J.-J., et al., *Schedule generation scheme for solving multi-mode resource availability cost problem by modified particle swarm optimization.* Journal of Scheduling, 18, 285–298, 2014

[۱۱] Afshar-Nadjafi, B., *Multi-mode resource availability cost problem with recruitment and release dates for resources.* Applied Mathematical Modelling, 38, 5347-5355, 2014

[۱۲] Yamashita, D.S., V.A. Armentano, and M. Laguna, *Robust optimization models for project scheduling with resource availability cost.* Journal of Scheduling, 10, 67-76, 2007

[۱۳] Kolisch, R., A. Sprecher, and A. Drexl, *Characterization and generation of a general class of resource-constrained project scheduling problems.* Management science, 41, 1693-1703, 1995

[۱۵] Heitsch, H. and W. Römisch, *A note on scenario reduction for two-stage stochastic programs.* Operations Research Letters, 35, 731-738, 2007

[۱] Resource Availability Cost Problem
[۲] Resource Constraint Project Scheduling Problem
[۳] Modified Minimum Bounding Algorithm
[۴] Path Relinking
[۵] Finish to Start
[۶] Here and Now Variables
[۷] Wait and See Variables
[۸] Fast Forward Scenario Reduction