

مجله تخصصی مهندسی مکانیک



هجدهمین کنفرانس دینامیک شماره ۵ 18th Fluid Dynamics Conference



باسمه تعالی
گواهی ارائه مقاله

بدینوسیله گواهی می‌شود که مقاله با عنوان

تحلیل عددی جریان تنش حرارتی غیرخطی در مجرای بین دو استوانه بیضوی هم‌مرکز

توسط نویسندگان

سپهر رفیعی نسب، احسان روحی، علیرضا تیمورتاش

در هجدهمین کنفرانس دینامیک شماره‌ها مورخ ۵ و ۶ شهریورماه ۱۳۹۸ در دانشگاه فردوسی مشهد ارائه شده است.

دکتر حمید نیازمند

هجدهمین کنفرانس
دینامیک
شماره‌ها

تحلیل عددی جریان تنش حرارتی غیرخطی در مجرای بین دو استوانه بیضوی هم‌مرکز

سپهر رفیعی نسب

کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه

فردوسی مشهد،

sepehr.rafienasab_mec@mail.um.ac.ir

احسان روحی

دانشیار گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

e.roohi@um.ac.ir

علیرضا تیمورتاش

استاد گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

teymourtash@um.ac.ir

چکیده

در این مقاله به بررسی جریان تنش حرارتی غیرخطی در جریان گاز رقیق شده در مجرای بین دو سیلندر بیضوی هم‌مرکز پرداخته شده است. گاز مورد بررسی، گاز تک اتمی آرگون است و شرط مرزی دیواره ها دما ثابت لحاظ شده است. سه روش عددی مختلف برای حل این مساله استفاده شده است. در ابتدا از روش شبیه‌سازی مستقیم مونت کارلو (DSMC) استفاده شده و حل این الگوریتم با حل عددی معادله بولتزمن اعتبارسنجی می‌شود. همچنین به مقایسه نتایج حل الگوریتم‌های شبیه‌سازی مستقیم مونت کارلو با حل عددی گسسته-سازی حجم محدود معادله بولتزمن-بتنگار-گراس-کروک (BGK)-شاخف (Shakhov) موسوم به DUGKS و معادلات کانتینم موسوم به جریان کم سرعت غیر همدم (SNIT)، که در مقایسه با معادلات ناویر-استوکس دارای جملات تنش های حرارتی غیرخطی هستند، پرداخته می‌شود. هر سه حلگر مورد استفاده در نرم افزار این فم توسعه یافته‌اند. جریان در بازه متنوعی از عدد نودسن در رژیم لغزشی و گذرا مطالعه می‌شود. ساختار، تعداد و قدرت گردابه های شکل گرفته در مجرا گزارش خواهد شد.

کلمات کلیدی: تنش حرارتی غیرخطی، گاز رقیق شده، عدد نودسن، معادله بولتزمن، روش شبیه‌سازی مستقیم مونت-کارلو

فهرست علائم

U	توزیع سرعت	P	فشار	D	عملگر جابه‌جایی
T	توزیع دما	f	تابع توزیع ذرات	Q	عملگر برخورد
Kn	عدد نودسن	R	ثابت جهانی گازها	k_B	ثابت بولتزمن

علائم یونانی

ξ سرعت ذرات

۱- مقدمه

هدف اصلی این تحقیق، به حرکت افتادن جریان گاز رقیق در حال سکون به علت تنش حرارتی غیر خطی در هندسه بین دو سیلندر بیضوی هم‌مرکز می‌باشد. از نیازهایی که در این راستا احساس می‌شود، تاثیر تنش حرارتی در جنبش سیال می‌باشد. معادله بولتزمن می‌تواند ترم‌های مرتبه بالا حرارتی مانند تنش غیرخطی را به معادله مومنتوم متصل کند. با توجه به این که طول مشخصه هندسه در دستگاه‌های کوچک مقیاس از مرتبه میکرومتر یا کوچک‌تر است، اثرات رقیق‌شدگی جریان قابل ملاحظه می‌باشد. رقیق‌شدگی در جریان‌های گازی با عدد بدون بعد نودسن (Kn) که نسبت طول پویس آزاد مولکولی (λ) به طول مشخصه هندسه (L) است، سنجیده می‌شود.

مرزبندی رژیم‌های جریان برحسب عدد نودسن به شرح زیر است [۱].

رژیم پیوسته ($Kn < 0.01$)، رژیم لغزشی ($0.01 < Kn < 0.1$)، رژیم گذرا ($0.1 < Kn < 10$)، رژیم مولکولی آزاد ($Kn > 10$)

حتی با وجود عدم نیروی خارجی، یک گاز نمی‌تواند در حالت سکون باشد [۲]. عامل حرکت ناشی از جریان، تنش حرارتی غیرخطی است. این جریان بر اثر اضافه شدن جملاتی به قوانین ساختاری گاز رقیق شده ایجاد شده و مستقل از مرزهای سیستم است. کوگان و همکاران [۳] مقادیر مرتبه بالاتر بسط پرتوربیشن معادله بولتزمن را به معادلات ناویر-استوکس افزودند که خود

به تنش‌های حرارتی و غیرحرارتی قابل تقسیم می‌باشد. (آوکی و همکاران ۲۰۰۰-۱۹۹۰) تحقیقات زیادی پیرامون این موضوع انجام دادند و به این نتیجه دست یافتند که معادله ناویر-استوکس-فوریه دارای دقت پایینی در نودسن‌های پایین برای توصیف این حرکت می‌باشند. آن‌ها همچنین دریافتند که عامل این جریان، تنش‌های حرارتی می‌باشد که برای دریافت آن در حل تحلیلی نیاز به ترم‌های با مرتبه بالاتر در معادله مومنتوم می‌باشد. برای همین منظور آن‌ها از روش تئوری مجانبی برای حل تحلیلی معادله استفاده کردند و توانستند به جملات مرتبه بالاتر دست بیابند ولی آن‌ها نتوانستند به روش عددی گردابه یا گردابه‌های در محدوده رژیم لغزشی و پیوسته را گرفته و ترسیم کنند و تحلیل فیزیکی برای مسئله ارائه دهند. این روند یافتن فیزیک جریان ناشی از تنش حرارتی همچنان ادامه داشته و هریک از محققان روش‌هایی برای یافتن و ترسیم فیزیک حرکت به کار می‌گیرند.

معادلات حاصل از افزودن عبارتهای حرارتی به جملات معادله مومنتوم، معادلات جریان غیر هم‌دما آهسته گفته می‌شود (SNIF)^۱. برخلاف خزش حرارتی که در شرایط مرزی غیریکنواخت دیده می‌شود، جریان لغزشی تنش حرارتی (TSS)^۲ و جریان تنش غیرخطی حرارتی (NTS)^۳ در شرایط مرزی با حرارت یکنواخت قابل مشاهده می‌باشند. جریان حرارتی غیرخطی، جمله هم مرتبه نودسن بوده و در نواحی که خطوط هم‌دما با یکدیگر موازی نیستند، قابل بررسی می‌باشد. هدف کلی این تحقیق، بررسی نیمرخ‌های سرعت و دما و علت، تعداد و قدرت گردابه‌های شکل گرفته در مجرا می‌باشد. برای این منظور، روش تحقیق به شیوه عددی و با استفاده از سه روش عددی و مقایسه روش‌ها با یکدیگر می‌باشد.

روش شبیه‌ساز مستقیم مونت کارلو (DSMC)^۴، رویه احتمالی به صورت تصادفی برای یافتن حل تقریبی معادله بولتزمن در جریان گاز رقیق شده استفاده می‌شود [۴]. روش حل مبتنی بر گسسته سازی جنبش گاز (DUGKS)^۵، این روش به گسسته سازی برمینا حجم-محدود، معادله بولتزمن با تابع برخورد BGKW و یا تابع برخورد شاخف می‌پردازد [۵]. روش جریان با سرعت کم هم‌دما (SNIT)^۶، یک روش حجم-محدود برای یافتن حل عددی معادله بولتزمن برمینا تابع برخورد KGF می‌باشد [۶].

در این مطالعه، معادله مومنتوم ناویر-استوکس و معادله انرژی هدایتی فوریه دارای دقت پایینی می‌باشند. ترم‌های حرارتی از طریق تئوری جنبشی^۷ به معادلات اضافی می‌شود. در حقیقت، معادله بولتزمن برای این مسئله باید حل شود. معادله بولتزمن ارتباط بین جملات مرتبه بالا بر حسب عدد نودسن مانند تنش حرارتی به معادله مومنتوم را با کمک تئوری جنبشی از طریق بسط چاپمن-انسکوک^۸ برقرار می‌کند که با کمک آن می‌توان خصیصه‌های درشت مقیاس مانند چگالی، سرعت و دما را یافت. در نهایت دیده می‌شود، دو گردابه در مجرا شکل می‌گیرد. گردابه بزرگتر به دلیل جریان تنش حرارتی غیرخطی و گردابه کوچکتر به دلیل اثرات لبه ایجاد می‌شود.

۲- ساختار مقاله

در این تحقیق ابتدا هندسه مورد بررسی، معادلات حاکم، الگوریتم‌ها معرفی سپس به بررسی استقلال از شبکه‌بندی و اعتبارسنجی هر روش پرداخته می‌شود. نتایج نیمرخ سرعت و دما حاصل از هر الگوریتم با یکدیگر مقایسه و ساختار، تعداد و قدرت گردابه‌ها شکل گرفته در مجرا بررسی شده و در نهایت خطوط جریان در هر روش رسم و تحلیل می‌شوند.

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، هندسه مورد بررسی از دو دیواره بیضوی بیرونی و درونی و دو مرز تقارن تشکیل شده است.

¹ Slow nonisothermal flow

² Thermal slip stress

³ Non-linear thermal stress

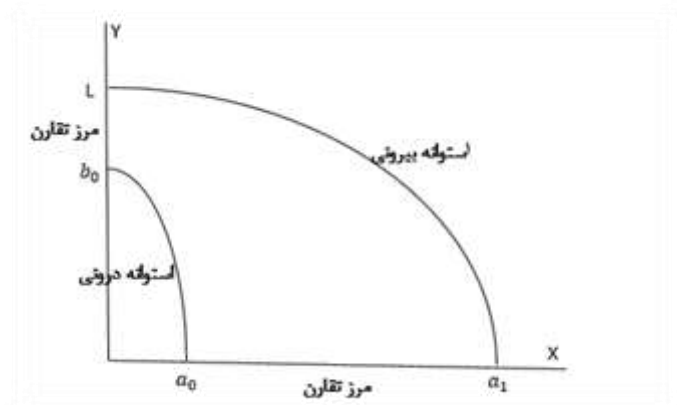
⁴ Direct simulation Monte Carlo

⁵ Discrete unified gas kinetic scheme

⁶ Slow nonisothermal

⁷ Kinetic Theory

⁸ Chapman-Enskog expansion



شکل ۱: سیلندره‌های بیضوی هم مرکز با شرایط مرزی تعیین شده

۱-۲- معادلات حاکم

در این قسمت به بررسی معادلات مسئله مورد نظر و شرایط مرزی آن پرداخته می‌شود: مقدار طول مشخصه (L) برابر واحد و مقدار a_0, a_1, b_0 به ترتیب برابر مقدار $0.7, 0.3, 1/5$ ، برابر طول مشخصه در نظر گرفته شده است. هم‌چنین، تمامی خصوصیات به دست آمده به صورت بدون بعد می‌باشند.

در این تحقیق کلیه پارامترهای درشت مقیاس بی بعد شده‌اند. کمیت‌های دما و فشار نسبت به دما ($\frac{1}{T_0}$) و فشار ($\frac{1}{P_0}$) مرجع و چگالی طبق فرمول $\frac{1}{\rho_0 RT_0}$ بدون بعد می‌شوند. بی بعد سازی نیم‌رخ سرعت بر اساس فرمول $\frac{1}{(2RT_0)^2 k}$ صورت می‌گیرد که در آن R ثابت جهانی گازها و برابر k_B/m می‌باشد که k_B ثابت بولتزمن و m جرم مولکول می‌باشد. k نیز ضریبی از عدد نودسن بر طبق رابطه $\sqrt{\pi Kn}/2$ می‌باشد. T_0 برابر 300 K و m جرم مولکولی گاز آرگون برابر $39/948\text{ gr/mol}$ می‌باشد. مساله موردنظر دوبعدی، مستقل از زمان و دارای دوشروط مرزی دیواره‌های سیلندره‌های بیرونی و درونی با دما ثابت و دو مرز تقارن می‌باشد. بنابراین با در نظر گرفتن بازتاب آینه‌ای در مرزهای تقارن، فقط به حل یک چهارم شکل پرداخته می‌شود. از آنجاکه معادله مومنوم ناویر-استوکس دارای دقت پایین برای این مساله می‌باشد. با کمک تئوری مجانبی در معادله بولتزمن با استفاده از سری توانی عدد نودسن، به اضافه کردن جمله تنش حرارتی به معادله مومنوم پرداخته می‌شود.

معادله بولتزمن رفتار جریان را در همه رژیم‌های پیوسته، گذرا و آزاد مولکولی توصیف می‌کند. این معادله یک معادله دیفرانسیلی-انتگرالی است که توسط لودوینگ بولتزمن^۱ در سال ۱۸۷۲ استخراج شد. حالت‌های خاص این معادله برای توصیف جریان پیوسته به صورت معادلات ناویر-استوکس و اوایلر در شرایط پویا آزاد مولکولی اندک، قابل استخراج است. این معادله برای یک گاز رقیق به صورت زیر است:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D[f] + Q[f, f_*] \quad (1)$$

که در آن $f = f(\xi, \mathbf{x}, t)$ یا f_* تابع توزیع سرعت ذرات با سرعت ξ است و عملگرهای D و Q عملگرهایی هستند که جابجایی و برخورد دوتایی ذره را توصیف می‌کنند.

¹ Ludwig Boltzmann

۲-۱-۳- الگوریتم شبیه‌ساز مستقیم مونت کارلو

روش شبیه‌ساز مستقیم مونت کارلو (DSMC) یک روش تصادفی برای یافتن حل تقریبی جریان گاز رقیق در مسائل محاسباتی فیزیکی می‌باشد. این روش اولین دفعه توسط پروفیسور برد در سال ۱۹۶۳ معرفی شد [۷]. این الگوریتم از مراحل، توزیع اولیه ذرات، حرکت ذرات، جانمایی ذرات با جریان مشخص در هر سلول، برخورد ذرات با یکدیگر-دیواره سلول‌ها و در نهایت نمونه‌گیری از پارامترهای جریان می‌باشد.

۲-۱-۴- الگوریتم حل مبتنی بر گسسته سازی جنبش گاز

روش حل مبتنی بر گسسته سازی جنبش گاز (DUGKS) مدل کردن و شبیه‌سازی جریان‌های غیرتعادلی در گستره‌ی بزرگی از رژیم‌های عدد نودسن مسئله‌ی چالش‌برانگیزی است. از مزایای این الگوریتم ماهیت قطعی، ساختار ذرات به صورت توزیع شار در فضای بین سلولی است. این رو به گسسته سازی حجم-محدود معادله بولتزمن با دو تابع برخورد بتنگار-گراس-کروک (BGK) و شاخف (Shakhov) می‌پردازد پس روشی پرکاربرد برای جریان‌های سرعت پایین و نزدیک رژیم پیوسته می‌باشد.

۲-۱-۵- الگوریتم غیر هم‌دما آهسته

روش حل الگوریتم غیر هم‌دما آهسته (SNIT) بر مبنای اضافه کردن ترم دمایی به معادله مومنتوم می‌باشد. با دادن مقادیر اولیه به دما، سرعت و فشار، با استفاده از حلقه تکرار و روش سعی و خطا، ابتدا معادله انرژی حل شده و دما به دست می‌آید، سپس با داشتن دما، معادله مومنتوم با وجود ترم دمایی براساس الگوریتم سیمپل حل شده و سرعت و فشار به دست می‌آید. اساس این الگوریتم بر مبنای اضافه شدن ترم دمایی به معادله مومنتوم که ویژگی مساله مورد نظر است، می‌باشد. با کمک تحلیل مجانبی در محدوده جریان پیوسته با کمک بسط توانی کوگان-گالکین-فریدلندر (KGF)^۱ و در نهایت سنجش براساس بزرگی مرتبه متغیرها به معادله زیر برای مرتبه دوم می‌رسیم:

مرتبه دوم:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{u_i H_2}{T_{H0}} \right) = \frac{u_i H_1}{T_{H0}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{T_{H1}}{T_{H0}} \right) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{u_i H_1 u_j H_1}{T_{H0}} \right) - \frac{\gamma_1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sqrt{T_{H0}} \left(\frac{\partial u_i H_1}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j H_1}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k H_1}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right) \\ - \frac{\gamma_7}{T_{H0}} \frac{\partial T_{H0}}{\partial x_i} \frac{\partial T_{H0}}{\partial x_j} \left(\frac{u_j H_1}{\gamma_2 \sqrt{T_{H0}}} - \frac{1}{4} \frac{\partial T_{H0}}{\partial x_j} \right) = - \frac{1}{2} \frac{\partial p_{H2}^+}{\partial x_i} + \frac{p_{H0}^2 F_i H_2}{T_{H0}} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_i H_2}{\partial x_i} = \frac{\gamma_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} (T_{H1} \sqrt{T_{H0}}) \quad (6)$$

که در آن P_{H2}^+ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_{H2}^+ = P_{H0} P_{H2} + \frac{2\gamma_3}{3} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(T_{H0} \frac{\partial T_{H0}}{\partial x_k} \right) - \frac{\gamma_7}{6} \left(\frac{\partial T_{H0}}{\partial x_k} \right)^2 \quad (7)$$

ضرایب بی بعد در مدل سازی ذرات گاز با کره سخت، به ترتیب زیر میباشد:

¹ Kogan-Galkin-Friedlander

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 1.270042427 & \gamma_2 &= 1.922284066 \\ \gamma_3 &= 1.947906335 & \gamma_7 &= 1.758705 \end{aligned} \quad (A)$$

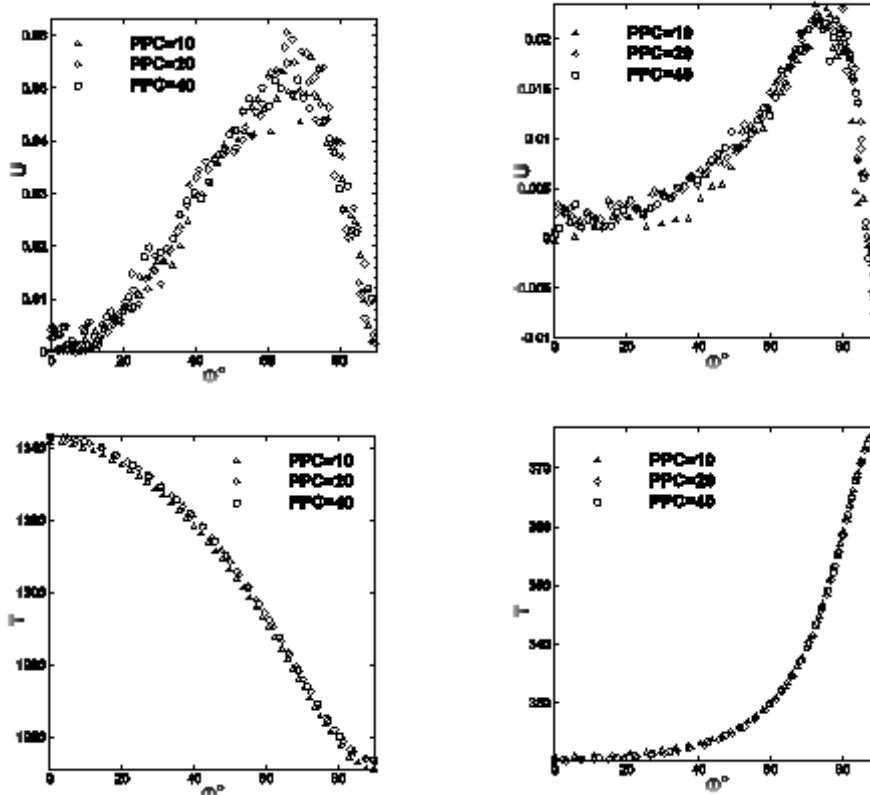
جمله دارای ضریب γ_7 در سمت راست معادله مومنتوم (Δ) نشان دهنده جمله تنش حرارتی غیر خطی اضافه شده به معادله مومنتوم می‌باشد.

۱-۳-۱- روش‌های عددی

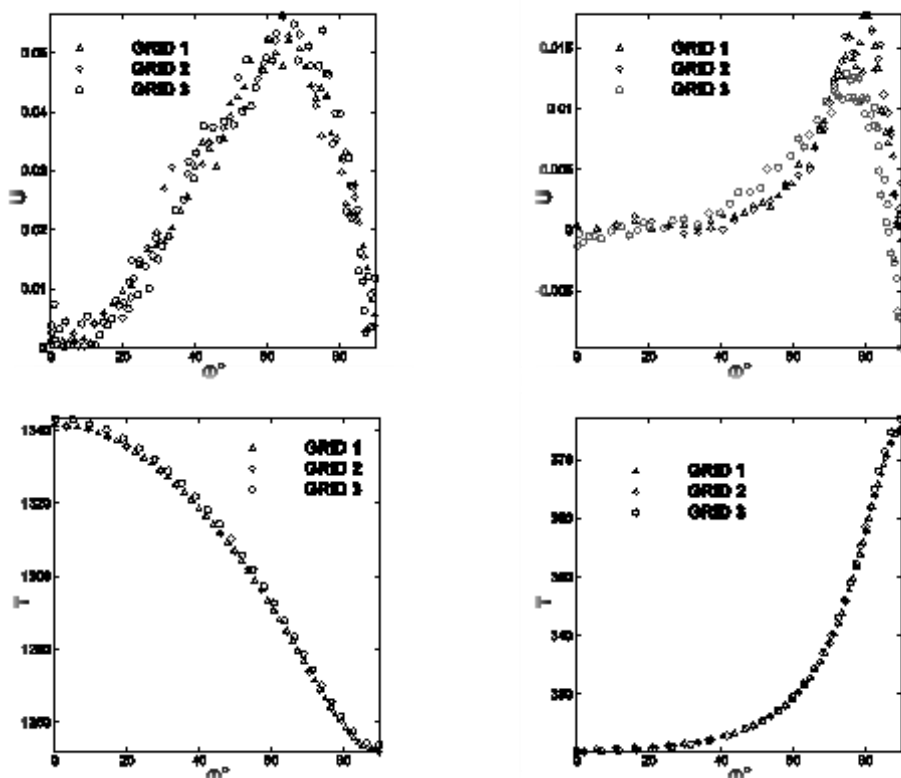
۱-۳-۱-۱- روش حلگر مستقیم مونت کارلو

در ابتدا به بررسی تعداد ذرات مختلف در هر سلول در این روش پرداخته می‌شود. همان‌طور که در شکل ۲ دیده می‌شود با افزایش تعداد ذرات در هر سلول، این ویژگی تضمین می‌شود که جفت‌های برخوردی درون بخشی به مراتب کوچک‌تر از طول پویس آزاد محلی انتخاب شده‌اند. هرچه تعداد ذرات شبیه‌سازی شده در هر سلول بیشتر باشد، احتمال برخورد تکراری بسیار کم‌تر می‌شود و پایداری و همگرایی سیستم را افزایش می‌دهد.

سپس به بررسی استقلال از شبکه‌بندی در این روش پرداخته می‌شود. در شکل ۳ به بررسی تعداد مختلف شبکه‌بندی با ۲۰ ذره در هر سلول پرداخته می‌شود. دیده می‌شود که با افزایش تعداد سلول‌ها اگرچه که هزینه محاسباتی افزایش می‌یابد ولی گردابه‌ها به خصوص در نزدیک مرزها به علت استفاده از مش غیریکنواخت با دقت بهتری تشکیل شده و نیم‌رخ‌های سرعت و دما هموارتر می‌باشند.

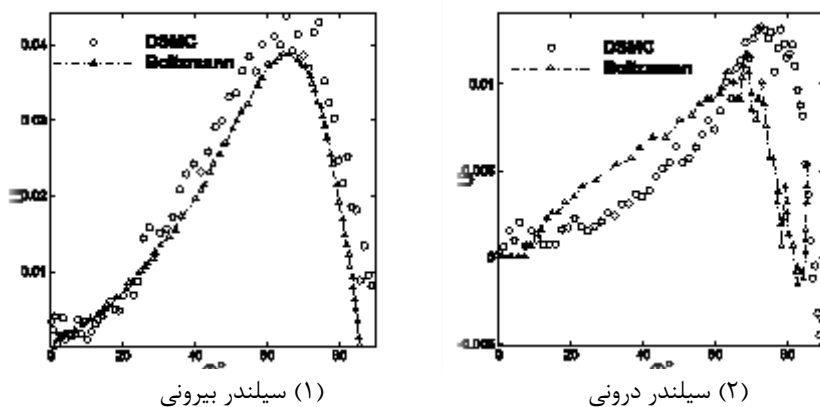


شکل ۲: پروفیل سرعت و دما در مرزهای بیرونی و داخلی با تعداد متفاوت ذره با شبکه بندی ۱۰۰*۱۰۰ در هر سلول در روش شبیه سازی مستقیم مونت-کارلو



شکل ۳: پروفیل سرعت و دما در مرزهای بیرونی و داخلی با تعداد شبکه بندی متفاوت با $PPC=20$ در روش شبیه سازی مونت-کارلو
 $GRID 1=50*50$ $GRID 2=75*75$ $GRID 3=100*100$

همان گونه در شکل ۴ مشاهده می شود، تطبیقی خوبی بین داده های الگوریتم DSMC و حل مستقیم عددی Boltzmann در نودسن $0.2/0$ دیده می شود [۶] که این نشان از الگوریتم مناسب روش DSMC برای حل معادله بولتزمن می باشد.

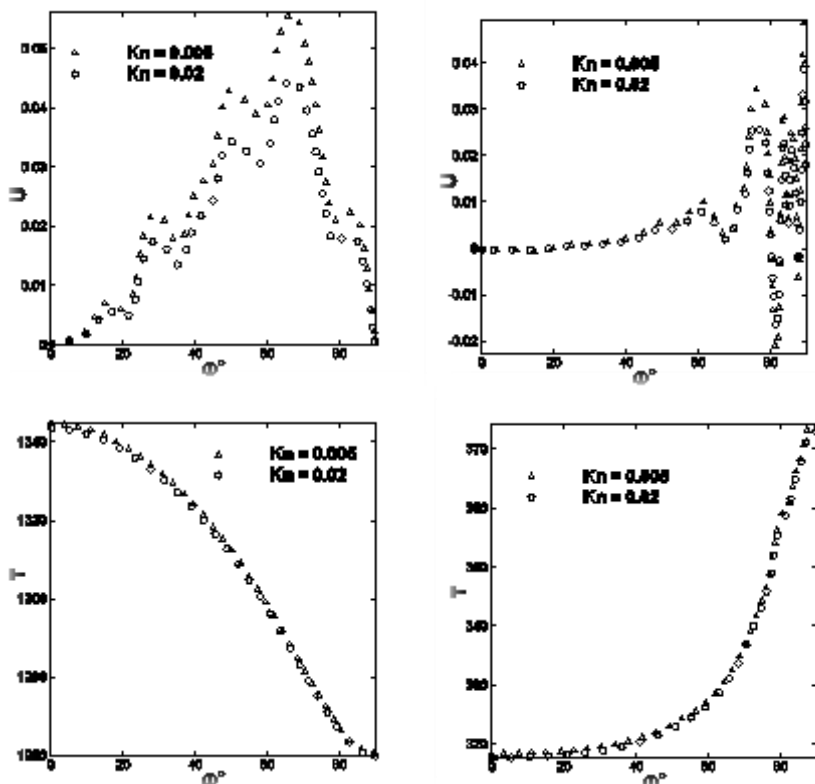


شکل ۴: نیم رخ سرعت در روش DSMC و حلگر مستقیم Boltzmann

۱-۳-۲ روش حل مبتنی بر گسسته سازی جنبش گاز

در این روش به بررسی نیم رخ سرعت و دما در دو مرز ورودی و خروجی پرداخته می شود. همان طور که در شکل ۵ دیده

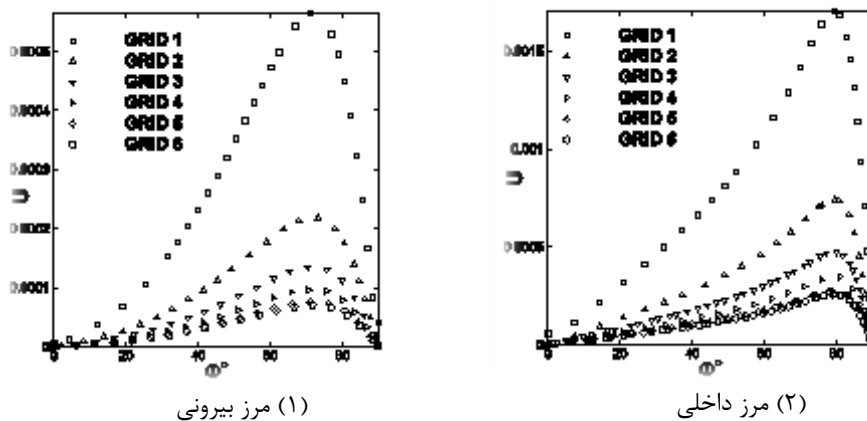
می‌شود، با افزایش نودسن، سرعت در مرزهای ورودی و خروجی کاهش می‌یابد.



شکل ۵: پروفیل سرعت و دما در دو نودسن متفاوت در روش DUGKS در مرزهای بیرونی و داخلی

۳-۳-۱ روش جریان هم دما آهسته

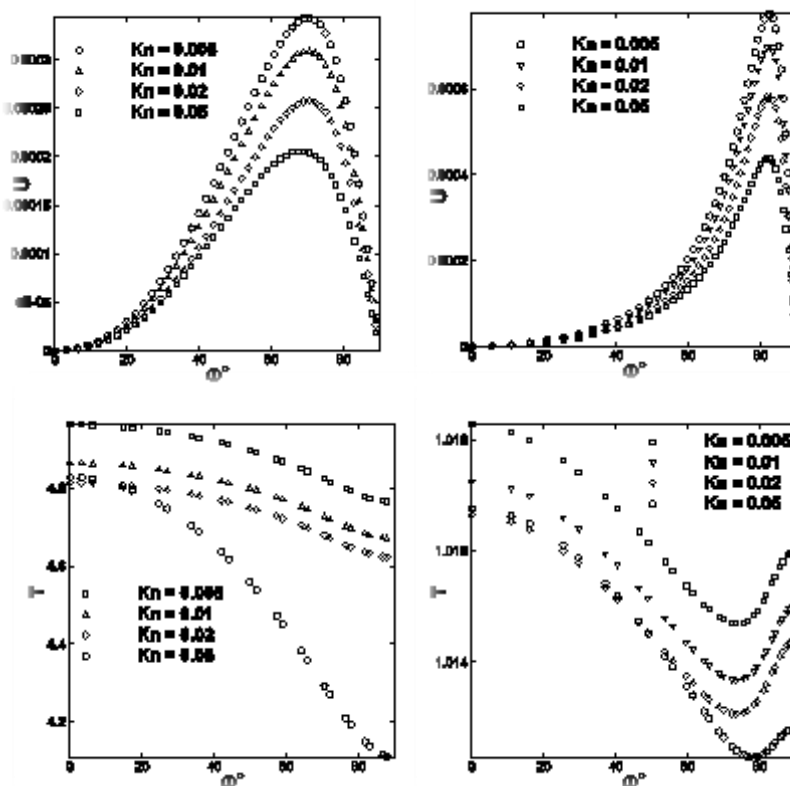
در شکل ۶ به بررسی استقلال از شبکه بندی در این روش در نودسن ۰/۰۰۵ پرداخته شده است. دیده می‌شود که با افزایش تعداد شبکه بندی به اندازه ۱۰۰*۱۰۰، جواب‌ها مستقل از تعداد سلول‌ها شده و تغییرات زیادی در آنها انجام نمی‌شود.



شکل ۶: استقلال از شبکه بندی در روش SNIT در نودسن ۰,۰۰۵

GRID 1 = 30*30 GRID 2 = 60*60 GRID 3 = 90*90 GRID 4 = 120*120 GRID 5 = 150*150 GRID 6 = 180*180

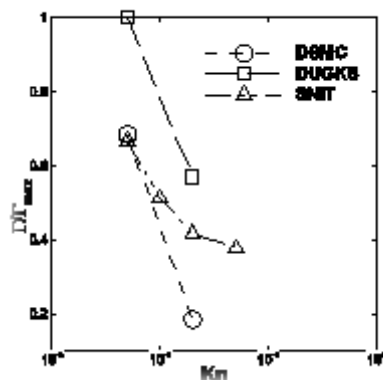
در شکل ۷ به بررسی نیمرخ سرعت و دما در مرزهای ورودی و خروجی پرداخته می‌شود. دیده می‌شود با افزایش عدد نودسن، مقدار تغییرات سرعت و دما کاهش می‌یابد.



شکل ۷: پروفیل سرعت و دما در نودسن‌های متفاوت در روش SNIT در مرزهای بیرونی و داخلی

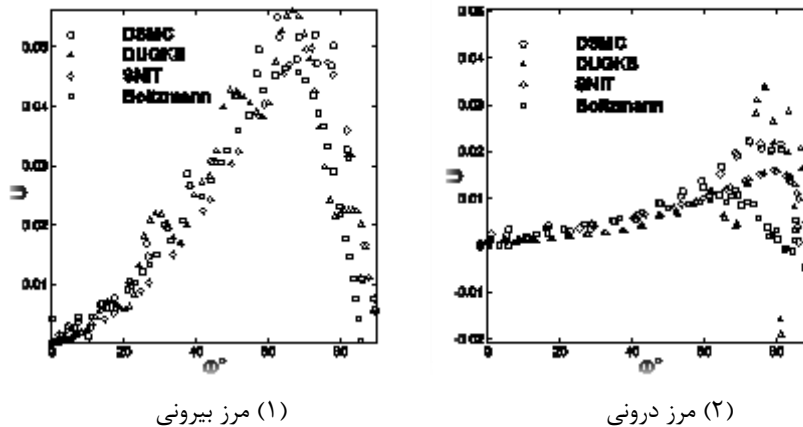
۳- بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که در شکل ۸ دیده می‌شود، با افزایش عدد نودسن، اندازه قدرت گردابه‌های تشکیل شده کاهش می‌یابد. این نشان از این موضوع دارد که در نودسن‌های پایین، رهیافت اطلاعات از مرزها و تغییرات آن‌ها سریع‌تر و با دقت بیشتری انجام می‌شود.



شکل ۸: مقدار گردش نسبی در روش‌های مختلف

همان‌طور که در شکل ۹ دیده می‌شود، روش‌ها اعتبار قابل قبولی با حل عددی معادله بولتزمن دارند. همان‌طور که دیده می‌شود، روش SNIT در نودسن‌های پایین و روش DSMC در نودسن‌های بالا دقیق‌تر عمل کرده‌اند. همچنین روش DUGKS نیز در هر دو رژیم لغزشی و گذرا دارای عملکرد مناسبی می‌باشد.



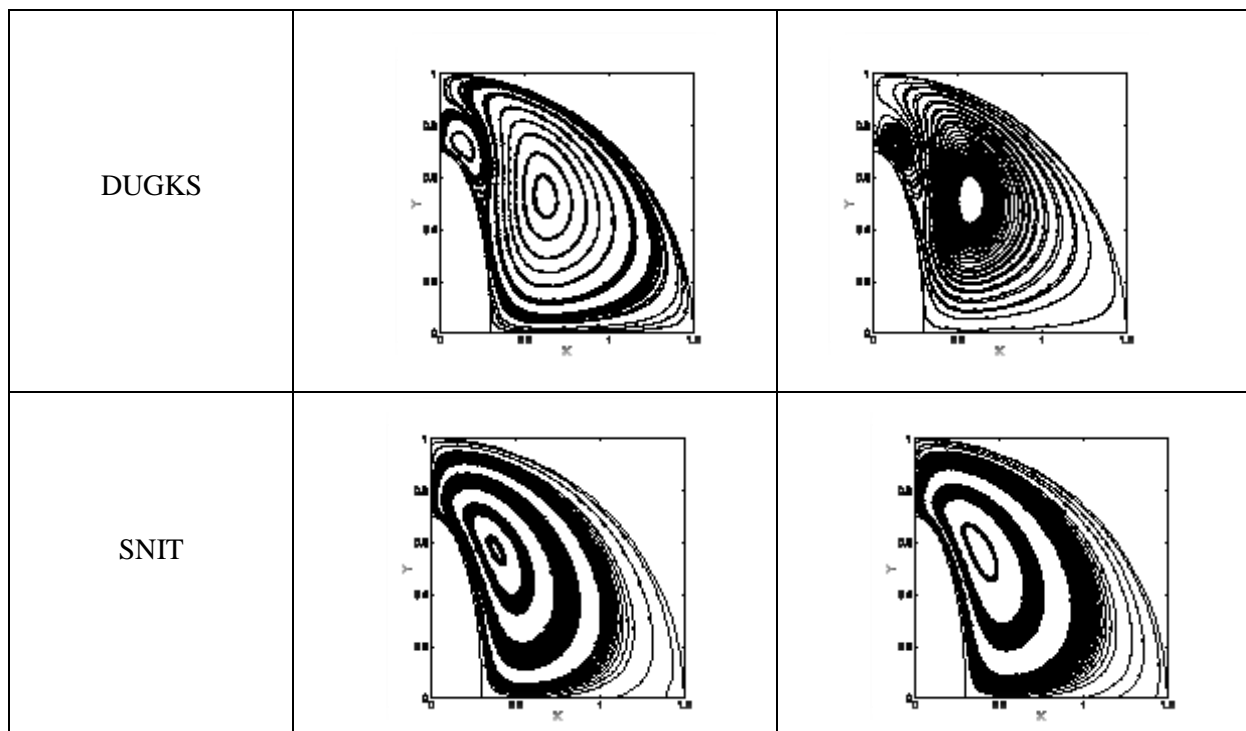
شکل ۹: نیم‌رخ سرعت در سیلندره‌های بیرونی و داخلی در الگوریتم‌های بررسی شده و مقایسه با حل عددی بولتزمن

۴- نتایج

در این تحقیق به بررسی تنش حرارتی غیر خطی در مجرای بین دو استوانه بیضوی هم مرکز پرداخته شد. دیده شد که جمله تنش علاوه بر تنشهای لزجی باید شامل عباراتی موسوم به تنش حرارتی که متناسب با گرادیان دما بوده و از مرتبه عدد نودسن هستند، باشد که این تنش حرارتی زمینه‌ساز حرکت جریان در یک محفظه بسته با شرایط مرزی دما ثابت می‌شود. هرچه عدد نودسن افزایش یابد، تعداد و قدرت گردابه‌های تشکیل شده کم‌تر می‌شود. دیده می‌شود که الگوریتم SNIT قادر به گرفتن تعداد کامل گردابه‌ها نمی‌باشد در حالیکه الگوریتم‌های DSMC و DUGKS گردابه‌ها را به طور کامل می‌گیرند و روش DUGKS بر هزینه بودن روش DSMC را در نودسن‌های پایین به خوبی تحت پوشش قرار می‌دهد. در نهایت، برای جمع بندی موضوع جدول ۱ رسم شده و مشاهده می‌شود که با افزایش عدد نودسن تعداد گردابه‌های تشکیل شده کاهش می‌یابد.

جدول ۱: خطوط جریان در دو نودسن متفاوت در الگوریتم‌های بررسی شده

حلگر	عدد نودسن	۰/۰۵	۰/۰۲
DSMC			



۵- منابع

- [1] W.M.Zhang, G.Meng and X.Wei, "A review on slip models for gas microflows," *microfluidics and nanofluidics*, vol. 13, pp. 845-882, 2012.
- [2] Y.Sone, *Molecular Gas Dynamics Theory, Techniques, and Applications*, Springer Science & Business Media, 2007.
- [3] M.Kogan, V.Galkin and O.Fridlender, "Stresses produced in gasses by temperature and," *Physics-Uspokhi*, vol. 19, pp. 420-428, 1976.
- [4] G.Bird, *Molecular Gas Dynamic*, Oxford University Press, 1976.
- [5] L.Zhu, S.Chen and Z.Guo, "dugksFoam: An open source OpenFOAM solver for the Boltzmann model equation," *Computer Physics Communications*, pp. 155-164, 2017.
- [6] O.A.Rogozin, "Slow nonisothermal flows: Numerical and asymptotic analysis of the Boltzmann equation," *Computational Mathematics and Matematical Physics*, vol. 57, pp. 1201-1224, 2017.
- [7] G.A.Bird, "Approach to Translational Equilibrium in a Rigid Sphere Gas," *Physics of Fluid*, vol. 6, pp. 1518-1519, 1963.