ارائهی مدل ریاضی جدید بر پایهی روش رگرسیونی جهت تخمین تمرکز تنش اطراف

بریدگی بیضی شکل در صفحات کامپوزیتی تحت بار کششی

علی عباسنیا'*، عباس روحانی۲، محمد جعفری^۳

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران، alii.abbasnia@gmail.com، ۹۳۵۷۲۵۴۱۹۰ ۲- استادیار، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، arohani@um.ac.ir، ۹۱۵۷۰۰۵۱۶۷ ۳- دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران، mojaf2001@gmail.com، ۹۱۵۳۲۱۳۱۴۴

چکیدہ

در این مقاله سعی میشود تا به کمک روش رگرسیون خطی چندگانه، رابطهی صریحی جهت تخمین ضریب تمرکز تنش صفحات حاوی بریدگی بیضوی، بر حسب خواص مکانیکی و زاویهی چرخش گشودگی ارائه گردد. ابتدا ضریب تمرکز تنش برای تعداد بیشماری از کامپوزیتها به کمک روش حل تحلیلی بر پایهی روش متغیر مختلط و با استفاده از مقادیر محتلف خواص مکانیکی کامپوزیتها محاسبه شد؛ به کمک دادههای بدست آمده و با استفاده از روش رگرسیون خطی چندگانه رابطهی صریحی برای تخمین ضریب تمرکز تنش در صفحات نامحدود کامپوزیتی حاوی گشودگی بیضوی تحت بار کششی ارائه گردید. توجه به اینکه عوامل متعددی بر تمرکز تنش اطراف گشودگی اثر گذار می باشد؛ حائز اهمیت است. از این رو با انتخاب صحیح این پارامترها میتوان به میزان قابل توجهی تمرکز تنش را کاهش داد و باعث افزایش استحکام سازه شد. از جمله این عوامل میتوان به زاویهی چرخش گشودگی اشاره کرد که در این مقاله بررسی می گردد. رابطه ی ارائه شده علاوه بر سهولت استفاده، با حذف محاسبات سخت و پیچیده ی حل تحلیلی، در زمان صرف جویی کرده و این امکان را برای طراح فراهم میآورد تا ی ارائه شده علاوه بر سهولت استفاده، با حذف محاسبات سخت و پیچیده ی حل تحلیلی، در زمان صرفه جویی کرده و این امکان را برای طراح فراهم میآورد تا ی ارائه شده علاوه بر سهولت استفاده، با حذف محاسبات سخت و پیچیده ی حل تحلیلی، در زمان صرفه جویی کرده و این امکان را برای طراح فراهم میآورد تا ی ارائه شده علاوه بر سهولت استفاده، با حذف محاسبات سخت آفرد. نتایج نشان داد که مدل رگرسیونی قادر به تخمین ضریب تمرکز تنش با خطای کمتر از یک درصد است.

كلمات كليدى

ضریب تمرکز تنش، بریدگی بیضوی، رگرسیون خطی چندگانه، زاویهی چرخش کشودگی، روش متغیر مختلط.

۱– مقدمه

امروزه اهمیت استفاده از کامپوزیتها و کاربرد این مواد در صنایع گوناگون بر کسی پوشیده نیست. در بسیاری از موارد طراح برای ارائهی یک طرح بهینه ناگزیر به ایجاد گشودگی در طرح است. وجود این ناپیوستگیهای هندسی باعث ایجاد یک تنش موضعی شدید (تمرکز تنش) در سازه می گردند. هرچند وجود این بریدگیها وزن سازه را کاهش می دهد اما تمرکز تنش ناشی از آنها همواره باعث نگرانی طراح می گردد. تجربه نشان داده که در صفحات حاوی گشودگی، تنش واقعی شکست اساساً کمتر از استحکام کشش نهایی همان ماده بدون بریدگی است. برای رفع این نگرانی طراح بایستی توزیع تنش اطراف بریدگی را به درستی محاسبه کند. برای دستیابی به این هدف، او بایستی پارامترهای حاکم بر طراحی را به خوبی بشناسد و نحوه ی اثر گذاری آنها را برای دستیابی به طراحی بهینه به درستی تحلیل کند.

با وجود تحقیقهای فراوان در زمینهی تمرکز تنش توسط روشهای مختلف عددی، تجربی و تحلیلی که خود اهمیت موضوع را آشکار میسازد؛ به دلیل کاربرد مسأله و ارائه راهکارهای سادهتر، پژوهش در این زمینه همچنان ادامه دارد. در این تحلیل از یک صفحه ی بینهایت حاوی بریدگی مرکزی تحت کشش استفاده شده است.

۱-۱- مرور کارهای انجام شده

موشخیلشویلی [۱] با ارائه یروش متغیر مختلط، فصل جدیدی برای حل مسائل مقدار مرزی در الاستیسیته یدو بعدی برای مواد الاستیک همسانگرد بوجود آورد. بهطوری که محققان بسیاری با بسط و توسعه ی روش متغیر مختلط تحلیل های متعددی در این زمینه انجام دادند. افرادی همچون ساوین [۲]، اشترو[۳] د لخنیتسکی[۴] و گلدول [۵] با استفاده از روش متغیر مختلط موشخیلشویلی مطالعاتی را انجام دادند. ساوین توزیع تنش در صفحات نامحدود همسانگرد (حاوی بریدگی های مختلف) و غیر همسانگرد (فقط بریدگی های دایره ای و بیضوی) تحت کشش را تحلیل کرد. اشترو روش موشخیلشویلی را به مسائل الاستیسیته یدو بعدی مواد غیر همسانگرد توسعه داد. لخنیتسکی نیز توزیع تنش را برای صفحات نامحدود داهمسانگرد (حاوی بریدگی های مختلف) و بید همسانگرد (فقط بریدگی های دایره ای و بیضوی) تحت کشش را تحلیل کرد. اشترو روش موشخیلشویلی را به مسائل الاستیسیته ی دو بعدی مواد غیر انتگرال های متفاوتی جهت محاسبه ی توابع تنش نیاز است؛ گلدول با بسط روش متغیر مختلط موشخیلشویلی توانست این انتگرال ها را

توزیع تنش اطراف بریدگی مربعی در یک صفحه یناهمسانگرد تحت کشش توسط قاضی اسمر و تونی جابور بررسی شد [۶]. آنها به کمک روش لخنیتسکی تأثیر شعاع انحنای گوشه ی بریدگی و زاویه بار را بر روی تمرکز تنش بررسی کردند. رضایی پژند و جعفری یک روش تحلیلی ساده برای تجزیه و تحلیل تنش در صفحات کامپوزیتی حاوی بریدگیهای غیر دایرهای ارائه کردند [۷]. آنها نتایج خود را با اجزای محدود مقایسه کردند. تمرکز تنش صفحات حاوی بریدگی مستطیلی نیز توسط یانگ و همکاران مورد بررسی قرار . گرفت [۸]. آنها صفحه را تحت بارگذاری دو محوری قرار دادند.

رضایی پژند و جعفری با استفاده از حل لخنیتسکی توزیع تنش در صفحات کامپوزیتی حاوی بریدگی شبه مربعی تحت کشش یکنواخت را تحلیل کردند[۹]. آنها نشان دادند در صفحات کامپوزیتی حاوی بریدگی شبه مربعی میتوان توزیع تنش را با انتخاب مناسب پارامترهای زاویهی الیاف، زاویهی بارگذاری، خواص مواد به شکل قابل توجهی کاهش داد. هافنباخ و همکاران میدان تنش و جابهجایی حول گشودگی بیضوی را در صفحهی ناهمسانگرد محاسبه کردند[۱۰]. آنها نتایج حود را با اجزای محدود مقایسه کردند. ایشان در پژوهش خود میزان تمرکز تنش را برای زوایای الیاف و زوایای بار متفاوت ارائه کردند.

جعفری و رضایی پژند با بسط حل تحلیلی لخنیتسکی تأثیر پارامترهای مختلف بر توزیع تنش حول بریدگی در صفحات ناهمسانگرد تحت کشش را بررسی کردند. آنها پارامترهای بهینه جهت دستیابی به کمترین ضریب تمرکز تنش را معرفی کرده و نشان دادند با انتخاب پارامترهای مناسب میتوان به تمرکز تنشی کمتر از بریدگی دایرهای دست یافت[11]. آنها در مقالهی دیگری توزیع تنش صفحات ناهمسانگرد با بریدگی مثلثی را بررسی کردند[17]. آنها پارامترهای مختلف مؤثر بر شدت تنش شامل زاویه بار، زاویه الیاف، زاویه چرخش بریدگی و اثر انحنای گوشه بریدگی را بررسی کردند. بررسی تأثیر شعاع انحنای گوشهی بریدگی در تحلیل نش صفحات با بریدگی مرکزی و تحت کشش توسط جعفری و رضایی پژند صورت پذیرفت[10]. آنها با استفاده ار بسط روش حل تحلیلی لخنیتسکی حل خود را ارائه دادند و در نهایت برای بررسی درستی نتایج خود از اجزای محدود استفاده کردند. جعفری و مشیری اول توزیع تنش حول بریدگی شبه مستطیلی در چندلایههای کامپوزیتی متقارن تحت بارگذاری درون صفحهای را تحلیل کردند[۱۴]. آنها با بررسی حل تحلیلی لخنیتسکی تأثیر پارامترهای مختلفی همچون نسبت طول به عرض بریدگی، زاویه چرخش بریدگی، شعاع انحنای گوشه بریدگی، نوع چیدمان لایهها و زاویه اعمال بار را بررسی کردند. ایشان نشان دادند که با نرمتر شدن گوشههای بریدگی و همچنین با انتخاب زاویه چرخش بریدگی مناسب میتوان تمرکز تنش را کاهش داد. جعفری و قندی ورنوسفادرانی حلی شبه تحلیلی برای ضریب تمرکز تنش در صفحات همسانگرد حاوی دو بریدگی شبه مستطیلی ارائه دادند[۱۵]. آن ها با بسط توابع تنش موشخیلشویلی و روش تکرار شوندهی شوارتز، توزیع تنش در صفحهی حاوی دو بریدگی شبه مستطیلی ارائه دادند[۱۵]. آن بررسی کردند. آنها تأثیر پارامترهای مختلفی همچون محل قرارگیری دو بریدگی نسبت به هم، شعاع انحنای گوشههای دو بریدگی و نسبت ابعاد بریدگیها بر ضریب تمرکز تنش را مطالعه کردند. منصوری و شیبانی پارامترهای بهینه به منظور کاهش ضریب تمرکز تنش حول بریدگی در صفحات کامپوزیتی تحت کشش ارائه دادند[۱۵].

بررسی تأثیر شعاع انحای گوشه بریدگی بر تمرکز تنش ناشی از شار حرارتی توسط جعفری و نظری صورت پذیرفت[۱۱]. آنها بر پایهی تئوری ترموالاستیسیته دوبعدی حالت پایدار میدان تنش را در اطراف بریدگیهای مختلف در یک صفحهی نامحدود همسانگرد مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه صفحه در بینهایت تحت جریان حرارتی یکنواخت است و مرز بریدگی مرکزی عایق است. مشیری اول و جعفری با استفاده از روش متغیر مختلط لخنیتسکی تأثیر پارامترهای مختلف بر توزیع تنش چندلایههای متقارن حاوی بریدگی مثلثی را بررسی کردند[۱۷]. آنها نتایج را با نتایج اجزای محدود مقایسه کردند. عباسنیا و همکاران یک معادلهی جدید جهت تخمین ضریب تمرکز تنش بریدگی دایرهای در ورق ارتوتروپیک را ارائه دادند[۱۸]. آنها با استفاده از روش رگرسیون موفق به نمان در ایمی ضریب تمرکز تنش بریدگی دایرهای در ورق ارتوتروپیک را ارائه دادند[۱۸]. آنها با استفاده از روش رگرسیون موفق به ارائهی رابطهای صریح جهت محاسبهی ضریب تمرکز تنش حول بریدگی دایرهای در صفحات ارتوتروپیک تحت کشش شدند. آنها نشان دادند که مدل پیشنهادیشان قادر به پیش بینی ضریب تمرکز تنش با حداکثر خطای ۱ درصد است.

اگرچه پژوهشهای فراوانی در زمینه توزیع تنش حول بریدگی در مواد مختلف صورت گرفته است اما در هیچ یک از مقالات مشابه رابطه صریحی برای محاسبهی ضریب تمرکز تنش بر حسب خواص مکانیکی، شعاع انحنای گوشه بریدگی و زاویه چرخش بریدگی در صفحات کامپوزیتی نامحدود تحت بار کششی ارائه نشده است. با توجه به سادگی رابطه ارائه شده در این مقاله (معادلهی چند جمله ای) به جای انجام پروسه سخت و پیچیدهی حل تحلیلی، به سادگی میتوان مقادیر تنش در صفحات حاوی بریدگی بیضوی را با استفاده از خواص مکانیکی ماده در زاویه چرخش بریدگی دلخواه بدست آورد.

۲- مواد و روشها

۲-۱- مشخصات مواد

صفحات کامپوزیتی مورد مطالعه در این مقاله، صفحات حاوی گشودگی بیضی شکل، تحت بارگذاری محوری و نامحدود در نظر گرفته شدهاند. گشودگی در مرکز صفحه واقع است (شکل ۱). همانطور که در شکل ۱ دیده می شود مختصات محلی و عمومی مورد استفاده در این مقاله به تصویر کشیده شده است. تحلیل مسأله با فرض تنش صفحهای صورت گرفته و رفتار صفحات در ناحیه الاستیک خطی بررسی شده است.

برای تحلیل رگرسیونی مجموعهای از دادهها مورد نیاز است. این مجموعه داده بایستی جامع و کافی باشد. عباسنیا و همکاران نشان دادند که با استفاده از خصوصیات مکانیکی ۱۰۳ ماده مختلف با خواص مکانیکی متفاوت میتوان تحمین دقیقی برای ضریب تمرکز تنش در صفحات حاوی گشودگی دایرهای بدست آورد[۱۸]. آنها بهدلیل نیاز به دادههای بیشتر جهت دستیابی به تقریب مناسب، از روابط محاسبه خواص مکانیکی ماده مرکب به کمک درصدهای حجمی مختلف الیاف و ماتریس و خواص مکانیکی آنها با بکارگیری قانون اختلاط استفاده کردند. ازاینرو در این پژوهش نیز از همین مواد استفاده می گردد که برخی از خواص مکانیکی آنها در جدول ۱ ارائه شده است [۱۸].



شکل ۱: شماتیک ورق نامحدود دارای گشودگی بیضوی تحت کشش یکطرفه

[19	,۱۸]	مواد	مكانيكى	خواص	:1,	جدول
-----	------	------	---------	------	-----	------

V_{12}	<i>G</i> ₁₂ (GPa)	E ₂ (GPa)	E ₁ (GPa)	نام مادّہ
•/۲٨	۳/٨	λ/۶	۳۹/۰	اي-شيشه/اپوكسى
•/YV	۴/۵	٨/٩	47%.	اس-شيشه/اپوكسى
•/\Y	۵/۳	۲ ٩/۷	Y9/Y	شيشه با الياف بافتهشده∜پوكسي
•/٣۴	۲/۲	۵/۵	٨٧/٠	كولار∜پوكسى
•/YV	٧/٢	۱۰/۳	147/+	كربن∛پوكسى
•/۲٨	$\Delta/$ •	λ/٧	۱۳۱/۰	کربن/پیک

۲-۲- حل تحلیلی

با توجه به تئوری الاستیسیته لخنیتسکی در اجسام ناهمسانگرد، میتوان محاسبهی تابع تنش را محدود به محاسبهی ضرایب نامشخصی دانست. این ضرایب نامعلوم با توجه به شرایط مرزی حول بریدگی محاسبه میشوند. افرادی همانند ساوین [7] و لخنیتسکی [۴] تابع تنش در صفحات نامحدود ناهمسانگرد دارای بریدگی بیضوی و دایرهای را محاسبه کردهاند. در روابط ارائه شده برای محاسبهی ضریب تمرکز تنش، زاویهی چرخش بریدگی به عنوان پارامتر مؤثر بر تمرکز تنش به چشم نمیخورد. لذا در این مقاله علاوه بر شکل ساده (رابطهی چند جملهای) نسبت به سایر روابط موجود، ضریب تمرکز تنش بر حسب خواص مکانیکی و زاویهی چرخش بریدگی ارائه می گردد. در ادامه به روند محاسبه تنش پرداخته می شود[۸۸]. از تنش های بدست آمده جهت تحلیل رگرسیونی استفاده می گردد.

مطابق تعمیم قانون هوک در حالت سه بعدی میتوان هر مؤلفه تــنش را به تمام مؤلفههای تغییر شکل نسبی و هر مؤلفه تغییر شکل نسبی را به تمام مؤلفه های تنش مربوط ساخت (روابط (۱) و (۲)): $\sigma_i = C_{ii}\varepsilon_i$

(۲)

[C] و [S] به ترتیب تانسورهای نرمی یا انعطاف پذیری و سفتی ماده هستند؛ که ارتباط بین این دو پارامتر در رابطهی (۳) مشاهده میشود: (۳)

 $\varepsilon_i = S_{ii}\sigma$

د را نامه گار دو حالت گرنش مفتعای را درنظر می گیرید. برای حسالت گرنش صفحای
$$(C_{2} = Y_{32} = Y_{32} = 0)$$
 اعضا،
 $R_{11} = (S_{11}S_{11} - S_{11}^{2})/S_{31}$
 $R_{12} = (S_{12}S_{33} - S_{13}S_{33})/S_{33}$
 $R_{13} = (S_{12}S_{33} - S_{13}S_{33})/S_{33}$
 $R_{16} = (S_{12}S_{33} - S_{23}S_{33})/S_{33}$
 $R_{25} = (S_{22}S_{33} - S_{23}S_{33})/S_{33}$
 $R_{26} = (S_{22}S_{33} - S_{22}S_{38})/S_{33}$
 $R_{26} = (S_{23}S_{33} - S_{22}S_{38})/S_{33}$
 $R_{27} = (S_{23}S_{38} - S_{22}S_{38})/S_{33}$
 $R_{27} = (S_{23}S_{38} - S_{22}S_{38})/S_{38}$
 $R_{28} = (S_{23}S_{38} - S_{22}S_{38})/S_{38}$
 $R_{29} = (S_{23}S_{38} - S_{28}S_{38})/S_{38}$
 $R_{29} = (S_{23}S_{$

$$\begin{split} R_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} - 2R_{26} \frac{\partial^4 F}{\partial x^3 \partial y} + (2R_{12} + R_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} - 2R_{16} \frac{\partial^4 F}{\partial x \partial y^3} + R_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (\mathfrak{h}) \\ \mathfrak{e}_{16} \mathcal{H}_{11} \mathcal{H}_{12} \mathfrak{time} \mathcal{H}_{12} \mathcal{H}_{12$$

-4 **-**

^4 **D**

با توجه به مرز گشودگی بهتر است تا تنشهای فوق در دستگاه مختصات قطبی ارائه شوند. چون در این دستگاه در مرز گشودگی تنشهای برشی و شعاعی ($\sigma_{
ho}$ = σ_r = •) صفر خواهند بود و تنها تنش باقیمانده تنش محیطی ($\sigma_{
ho}$) است.

۳-۲- تحلیل رگرسیونی و استخراج مدل

در قسمت قبل بیان شد که تنشها در دستگاه مختصات قطبی محاسبه شدند. بنابراین تنها تنش محیطی باقی میماند. در صورتی که اگر از دستگاه مختصات دکارتی استفاده شود؛ هر سه تنش σ_x و σ_y و au_{xy} در مرز گشودگی وجود خواهند داشت که در این صورت باید از تنش معادل فون میسز استفاده کرد. نتیجه هر دو روش به یک جواب منتهی می شود اما بهدلیل سهولت از دستگاه مختصات قطبی استفاده شده است. از اینرو ضریب تمرکز تنش به صورت بیشترین تنش محیطی اطراف گشودگی ($\sigma_{ heta_{
m max}}$) به تنش اعمالی (σ_0) تعریف می شود. میزان تنش اعمالی در مرز ورق ۱Pa می باشد. با علم به اینکه ضریب تمرکز تنش در صفحات حاوی گشودگی بیضوی تابعی از خواص مکانیکی (E_1, E_2, E_1, e_2) و زاویهی چرخش بریدگی (eta) میباشد؛ جهت بیسد سازی متغیرها نیز از ترکیبات مختلف E_1 ، E_2 و G_{12} استفاده شده است که در نهایت شش گزینه به عنوان متغیرهای مستقل مدل رگرسیونی خطی چندگانه استفاده شد.

به کمک این طرح آماری کلیه ضرایب مدل رگرسیون و اثرات متقابل فاکتورها قابل برآورد هستند [۱۸]. بنابراین مدلهای رگرسیونی (رابطهی (۱۵)) که برای تخمین ضریب تمرکز تنش مورد استفاده قرار گرفتند به ترتیب عبارتند از: مدل خطی^۲ (رابطهی (۱۹))، دول با اثرات متقابل^۳ (رابطهی (۱۹)). مدل درجه دوم^۴ (رابطهی (۱۹)).

$$Y = \beta_{0} + \sum_{i=1}^{m} \beta_{i}x_{i} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{i=2}^{l} \beta_{ij}x_{i}x_{j} + \sum_{i=1}^{m} \beta_{ii}x_{i}^{2} + \varepsilon$$

$$Y = b_{0} + b_{1}x_{1} + b_{2}x_{2} + b_{3}x_{3} + b_{4}x_{4} + \varepsilon$$

$$Y = b_{0} + b_{1}x_{1} + b_{2}x_{2} + b_{3}x_{3} + b_{4}x_{4} + b_{12}x_{1}x_{2} + b_{13}x_{1}x_{3} + b_{14}x_{1}x_{4} + b_{23}x_{2}x_{3} + b_{24}x_{2}x_{4} + b_{34}x_{3}x_{4} + \varepsilon$$

$$Y = b_{0} + b_{1}x_{1} + b_{2}x_{2} + b_{3}x_{3} + b_{4}x_{4} + b_{12}x_{1}x_{2} + b_{13}x_{1}x_{3} + b_{14}x_{1}x_{4} + b_{23}x_{2}x_{3} + b_{24}x_{2}x_{4} + b_{34}x_{3}x_{4} + \varepsilon$$

$$Y = b_{0} + b_{1}x_{1} + b_{2}x_{2} + b_{3}x_{3} + b_{4}x_{4} + b_{12}x_{1}x_{2} + b_{13}x_{1}x_{3} + b_{14}x_{1}x_{4} + b_{23}x_{2}x_{3} + b_{24}x_{2}x_{4} + b_{34}x_{3}x_{4} + b_{11}x_{1}^{2} + b_{22}x_{2}^{2} + b_{33}x_{3}^{2} + b_{44}x_{4}^{2} + \varepsilon$$

$$Y = b_{0} + b_{1}x_{1} + b_{2}x_{2} + b_{3}x_{3} + b_{4}x_{4} + b_{11}x_{1}^{2} + b_{22}x_{2}^{2} + b_{33}x_{3}^{2} + b_{44}x_{4}^{2} + \varepsilon$$

$$Y = b_{0} + b_{1}x_{1} + b_{2}x_{2} + b_{3}x_{3} + b_{4}x_{4} + b_{11}x_{1}^{2} + b_{22}x_{2}^{2} + b_{33}x_{3}^{2} + b_{44}x_{4}^{2} + \varepsilon$$

$$(13)$$

$$eta$$
 که در آنها، Y تنش محیطی $\sigma_{ heta}$ همان $rac{E_2}{E_1}$ ، x_2 برابر $rac{E_1}{G_{12}}$ ، x_3 نسبت پواسون v_{12} و v_4 زاویهی چرخش بریدگی eta و λ_4 و ممان F_1 قمان G_2 ممان $rac{E_2}{E_1}$ ممان h_1 مرید h_2 مان h_3 نسبت b_3 نسبت b_3 نسبت b_3 نسبت b_3 محمای مدل می اشند.

در جدول ۲ تجزیه واریانس مدل رگرسیون خطی چندگانه گزارش شده است. واریانس کل مدل به دو عامل اصلی شامل مجموع مربعات رگرسیون⁶ و مجموع مربعات خطا^۷ تقسیم شده است

جدول ۲: تجزیه واریانس مدل رگرسیونی

متوسط مربّعات	مجموع مربّعات	درجه آزادی	منبع تغييرات
$MS_R = SS_R / p - 1$	$SS_R = \sum_{i=1}^{m} (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	p-1	رگرسيون
$MS_E = SS_E / n - p$	$SS_{E} = \sum_{i=1}^{m} (y_{i} - \hat{y}_{i})^{2}$	n-p	باقىماندە
-	$SS_T = \sum_{i=1}^{m} (y_i - \overline{y})^2$	<i>n</i> -1	کل
	i=1		

۴-۲- معیارهای ارزیابی عملکرد مدل

به منظور ارزیابی بهتر عملکرد مدل رگرسیون خطی چندگانه، دادهها به طور تصادفی به دو بخش کالیبراسیون و تست تقسیم شدند. با اختصاص ۸۰ درصد دادهها برای کالیبراسیون، ۲۰ درصد باقیمانده دادهها نیز برای تست در نظر گرفته شد. سپس برای داده

- ¹ Multiple Linear Regression
- ² Linear
- ³ Two Factor Interaction (2FI)
- ⁴ Quadratic
- ⁵ Reduce Quadratic
- ⁶ sum of squared regression (SS_R)
- ⁷ sum of squared errors (SS_E)

های کالیبراسیون و تست معیارهایی همچون میانگین مربعات خطای مدل^۱، انحراف معیار خطای مدل^۲ و بازده مدل^۳ مورد ارزیابی قرار گرفتند. پس از آن برای دستیابی به مدل رگرسیونی جهت تخمین بهتر ضریب تمرکز تنش، انواع تبدیلات نظیر لگاریتم، رادیکال، معکوس و ... اعمال گردیدند و مدل مناسب استخراج شده است. لازم به ذکر است که انتخاب مدل مناسب با توجه به نمودار پراکندگی مقادیر پیشبینی شده در مقابل مقادیر واقعی حول نیمساز ربع اول انجام شده است [۱۸].

جهت تحلیل در پژوهش حاضر از نرم افزار متلب استفاده شده است. در ابتدا محاسبات جهت تحلیل تنشهای مورد نیاز برای رگرسیون خطی چندگانه، با استفاده از مقادیر مختلف خواص مکانیکی و به کمک حلی تحلیلی برپایه روش متغیر مختلط با کد نویسی در نرم افزار متلب انجام شد. سپس تفکیک و تحلیل دادهها، استخراج مدلهای رگرسیونی و همچنین ارزیابی مدلها با استفاده از کد نویسی در نرم افزار متلب صورت پذیرفت تا در نهایت رابطهای صریح برای ضریب تمرکز تنش برحسب خواص مکانیکی و زاویهی چرخش بریدگی ارائه گردید.

۳- نتايج و بحث

عباس نیا و همکاران [۱۸] در پژوهش خود نشان دادند که با انتخاب متغیرهای $\frac{E_2}{E_1}$ ، $\frac{E_2}{R_1}$ و $_{12}$ میتوان به کمترین مقدار میانگین و انحراف معیار خطای مدل در تخمین ضریب تمرکز تنش دست یافت. ازینرو در این پژوهش نیز از متغیرهای ذکر شده به همراه متغیر زاویه چرخش B جهت دستیابی به معادلهای که ضریب تمرکز تنش دست یافت. ازینرو در این پژوهش نیز از متغیرهای ذکر شده به همراه متغیر زاویه چرخش B جهت دستیابی به معادلهای که ضریب تمرکز تنش دست یافت. ازینرو در این پژوهش نیز از متغیرهای ذکر شده به استفاده متغیر زاویه چرخش از مین دستیابی به معادلهای که ضریب تمرکز تنش دا در صفحات حاوی بریدگی بیضوی محاسبه کند؛ استفاده شده است. همراه متغیر زاویه چرخش از مین دستیابی به معادله که محریب تمرکز تنش دا در رو محات حاوی مید که بیخوی محاسبه کند؛ مدره استفاده شده است. همچنین ایشان (۱۸] نشان دادند که بهترین شکل مدل رگرسیون، درجه دوم می باشد. در ادامه به عیب شناسی مدل رگرسیون، تجزیه واریانس مدل، ارزیابی آماری مدل و قابلیت تعمیم پذیری مدل پرداخته می شود.

۱–۳– عیب شناسی مدل رگرسیون

عیب شناسی مدل رگرسیون درجه دوم انتخاب شده برای تخمین ضریب تمرکز تنش در مرحلهی کالیبراسیون در شکل ۲ نشان داده شده است. با توجه به نرمال بودن توزیع آماری خطاهای مدل رگرسیون (شکل ۲ (a و c))، توزیع یکنواخت و مستقل خطاها (شکل ۲ (b)) و همچنین عدم وجود خود همبستگی بین خطاهای مدل رگرسیونی (شکل ۲ (d)) مدل رگرسیونی اعتبار مییابد و می توان به نتایج مدل رگرسیونی درجه دوم پیشنهاد شده اعتماد کرد.

¹ Root Mean Square Error (RMSE)

² Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

³ Efficiency (EF)



۲-۳- تجزیه واریانس مدل رگرسیون

نتیجهی تجزیه واریانس مدل درجه دوم رگرسیون در جدول ۳ آورده شده است. همانطور که مقادیر p-value نشان میدهد (۰/۰۰)، همه عاملهای مدل که توسط روش رگرسیون گام به گام انتخاب شدهاند در سطح معنی داری یک درصد معنیدار شدهاند. بنابرین بهترین شکل مدل نیز بدین طریق انتخاب شد.

p-value	F-value	MS	SS	DF	
•/••	۳۴۸۱۱/۰	1+/٣9	144/00	14	مدل
•/••	۵۰۰۹۶/۵	۱۵/۰۳	۱۵/۰۳	١	$x_1(\frac{E_2}{E_1})$
•/••	66·18/8	1810.	١۶/۵۰	١	$x_2(\frac{E_1}{G_{12}})$
•/•۵	124/4	•/•۶	• / • ۶	١	$x_3(v_{12})$
• / • •	12.241	۳۶/۱۱	٣۶/۱۱	١	$x_4(\sin(\beta))$
• / • •	449/8	•/\٣	•/١٣	١	$x_1 x_2$
•/••	۲۰۸/۴	• / • ۶	• / • ۶	١	$x_{1}x_{3}$
•/••	۳۷۴۶۶/۵	11/74	11/24	١	$x_1 x_4$
•/••	٣/٨	• / • •	• / • •	١	$x_{2}x_{3}$
•/••	YYY/1	• / ٣	۰/۲۳	١	$x_{2}x_{4}$
•/•A	1/8	• / • •	• / • •	١	$x_{3}x_{4}$
•/••	4474/2	۲/۳۴	1/34	١	x_1^2
	۸۳۲/۲	۰/۲۵	۰/۲۵	١	x_2^2
•/••	١٨١/٨	•/• ۵	• / • ۵	١	x_3^2

خطی چندگانه	رگرسيون	مدل درجه دوم	تجزيه واريانس	۳: نتيجه	جدول
-------------	---------	--------------	---------------	----------	------

•/• •	2111448/8	۶۳/۵۴	۶۳/۵۴	١	x_4^2	
		•/• •	4/81	10089	خطا	
		•/• 1	149/22		كل	

۳-۳- ارزیابی آماری مدل رگرسیون

به ترتیب برای مقایسهی میانگین، واریانس و توزیع آماری از آزمونهای آماری t-test، فیشر و کولموگروف-اسمیرنو در سطح معنی داری ۵ درصد استفاده شد. نتایج نشان میدهد که اختلاف بسیار ناچیزی بین ویژگیهای آماری توصیفی مقادیر واقعی و پیش بینی شده در هر دو مرحله کالیبراسیون و تست وجود دارد. همچنین مقدار p-value نشان داد که در تمام موارد بزرگتر از ۰/۰ است لذا میتوان بیان کرد که هر دو مجموعه دادهی واقعی و پیشبینی شده از تمرکز تنش گشودگی بیضوی مشابه یکدیگر هستند. بنابراین ضرایب مدل رگرسیونی به خوبی محاسبه شدهاند.

همانطور که در شکل ۳ نیز دیده میشود، در هر دو مرحله کالیبراسیون مدل و تست، مقدار ضریب همبستگی بین دو مجموعه داده ی واقعی و پیش بینی شده برابر با ۱۹۸۸ شد. همچنین شیب و عرض از مبدا خط رگرسیونی ما بین دو مجموعه داده تقریباً برابر با یک و نزدیک به صفر است. بنابراین عملکرد مدل رگرسیون خطی چندگانه در مرحلهی تست نیز کاملاً قابل قبول است.



شکل ۳: ارزیابی توافق مقادیر ضریب تمرکز تنش واقعی و پیش بینی شده توسط مدل رگرسیون خطی چندگانه (a) مرحله کالیبراسیون و (b) مرحله تست

۴-۳- ارزیابی پایداری و قابلیت تعمیم پذیری مدل رگرسیون

برای نشان دادن ویژگی تعمیم پذیری مدل رگرسیون خطی چندگانه درصد مجموعه دادههای کالیبراسیون، کاهش داده شده است. بنابراین از درصدهای ۱۰۰ الی ۵۰ برای مجموعه دادههای کالیبراسیون و الباقی برای مجموعه دادههای تست استفاده شد. بدین طریق قابلیت تعمیم پذیری مدل در مقابل کاهش اندازه مجموعه دادههای کالیبراسیون سنجیده شد. مقادیر میانگین و انحراف معیار خطای مدل مدل برای ۱۰۰ مجموعه دادهی مختلف حاصل از روش k-fold در جدول ۲ نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می شود، مقادیر میانگین خطاهای مدل با کاهش اندازه مجموعه دادههای کالیبراسیون تا اندازه ۵۰ درصد نیز اختلاف زیادی با یکدیگر ندارند. با توجه به آنکه مقادیر ضریب رگرسیونی محاسبه شده وابسته به مجموعه دادههای کالیبراسیون است (میانگین و انبران یادی با مجموعه بهترین مجموعه داده را که منجر به نتایج قابل قبول در هر دو مرحله کالیبراسیون و تست می شود؛ انتخاب شد. مقایسه یاین نتایج با مقادیر خطای مدل برای زمانی که همه دادهها برای کالیبراسیون و تست می شود؛ انتخاب شد. مقایسه یاین تعمیم پذیری خوبی برخوردار است و می توان به آن اطمینان کرد. همچنین به دلیل پایین بودن مقدار انحراف میار خطاه، می روان بیان کرد که مدل از خاصیت پایداری پیش بینی خوبی برخوردار است.

	کل			تست			كاليبراسيون		
EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE	EF	MAPE	RMSE	
٠/٩٨	٣/۶١	•/٢•	_	_	-	-	_	-	1
٠/٩٨	٣/۶١	•/٢٢	٠/٩٨	٣/٧٨	•/٣٣	٠/٩٨	٣/۵٩	•/٣٢	9
۰/۹۸	٣/۶١	•/77	٠/٩٨	۳/۶۶	•/٣٣	٠/٩٨	٣/۶٠	•/٢٢	λ.
۰/۹۸	٣/۶١	•/٢•	٠/٩٨	٣/۵٩	٠/١٩	٠/٩٨	36/21	•/٢•	٧٠
۰/۹۸	٣/۶١	•/٢•	٠/٩٨	٣/۶١	•/٢•	٠/٩٨	٣/٦١	•/7•	9.
۰/۹۸	٣/۶١	•/٢•	٠/٩٨	٣/۶١	•/٢•	٠/٩٨	٣/۶١	•/٢•	۵۰

جدول۴: ارزیابی قابلیت تعمیم پذیری مدل درجه دوم رگرسیون خطی چندگانه

V/1V , $E_2 = 1 \cdot N$, $E_1 = 1 \cdot N$ مکانیکی مطالعه حاضر با حل اجزای محدود برای ماده گرافیت/پوکسی با خصوصیات مکانیکی $V_{12} = -K$, $E_1 = 1 \cdot N$ محدود $V_{12} = -K$ و $V_{12} = -K$ در زوایای چرخش گشودگی مقایسه شده که نتایج آن در قالب جدول ۵ گزارش شده است. علاوه بر آن برای تمامی زوایای چرخش گشودگی نیز مقایسه ی نتایج در شکل ۴ آورده شده است. اختلاف ناچیز مطالعه ی حاضر با حل اجزای محدود تمامی زوایای چرخش گشودگی نیز مقایسه موجود می باشد. برای گشودگی بیضوی منحنی تنش بیبعد حزاویه ی چرخش گشودگی محدود در ایرای در زوایای چرخش گشودگی مقایسه مده که نتایج آن در قالب جدول ۵ گزارش شده است. علاوه بر آن برای تمامی زوایای چرخش گشودگی نیز مقایسه ی نتایج در شکل ۴ آورده شده است. اختلاف ناچیز مطالعه ی حاضر با حل اجزای محدود تاکیدی بر صحت رابطه ی ارائه شده در مقاله موجود می باشد. برای گشودگی بیضوی منحنی تنش بیبعد-زاویه ی چرخش گشودگی دارای دوره ی تنش بیبعد-زاویه ی در قاله موجود می باشد. برای گشودگی بیضوی منحنی تنش بیبعد-زاویه ی در واقع همان دارای دوره ی تناوب می باشد اتفاق می باشد. در یک تناوب، در زوایای صفر و ۱۸۰ درجه کمترین مقدار تنش بیبعد که در واقع همان تنش مطلوب می باشد اتفاق می فت و در زاویه ۹۰ درجه، بیشترین مقدار تنش بیبعد یا تنش نامطلوب رخ می دهد.

جدول ۵: مقایسهی مقادیر تنش محاسبه شده در مطالعهی حاضر و حل اجزای محدود در زوایای چرخش مختلف برای صفحه گرافیت/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی

درصد خطا	حل اجزای محدود	مطالعهي حاضر	β			
•/87	0/4282	۵/۴۶۹۴	۲۵			
•/٩٨	11/9771	11///1•9	۷۵			
•/٢•	17/4809	17/411.	٨۵			
• / • A	17/0.1.	17/49.1	٩٠			
•/۴٨	15/1798	17/18.9	۱۰۰			
•/84	4/420	۵/۴۶۹۶	۱۵۵			





شکل ۴: مقایسهی تأثیر زاویهی چرخش گشودگی بر تمرکز تنش مطالعهی حاضر و حل اجزای محدود در ماده گرافیت/اپوکسی حاوی گشودگی بیضوی

بنابراین نتایج نشان داد که میتوان به مدل استخراج شده بر پایه روش رگرسیونی جهت تخمین ضریب تمرکز تنش گشودگی بیضوی بر حسب خواص مکانیکی ماده و زاویه چرخش گشودگی، اطمینان کرد (رابطهی (۲۰)). در جدول ۶ ضرایب مدل نهایی جهت برآورد ضریب تمرکز تنش، ارائه شده است.

	حدول ۶: ضرایب مدل نهایی رگرسیون	
مقدار	ضرابب	عامل
·/· ١٣۵٢	eta_0	عرض از مبدأ
-•/Y• AAY	β_1	$x_1(\frac{E_2}{E_1})$
•/•11117	eta_2	$x_2(\frac{E_1}{G_{12}})$
•/1014•	β_3	$x_3(v_{12})$
٠/٧٢٠٨٩	$oldsymbol{eta}_4$	$x_4(\sin(\beta))$
·/TAATT	β_{11}	x_1^2
•/••••	eta{22}	x_2^2
-+/71+/-	$eta_{_{33}}$	x_3^2
	$eta_{_{44}}$	x_4^2
•/• 1222	eta_{12}	$x_1 x_2$
•/٣١٧١•	$eta_{_{13}}$	$x_{1}x_{3}$
•/10984	$eta_{_{14}}$	$X_1 X_4$
	$eta_{_{23}}$	$x_{2}x_{3}$
/788	$eta_{ ext{24}}$	$x_2 x_4$
•/•.٨•.٨٣	$eta_{_{34}}$	$x_3 x_4$

$$\ln(\frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_{0}}) = f(x) = \beta_{0} + \sum_{i=1}^{4} \beta_{i} x_{i} + \sum_{i,j=1}^{4} \beta_{ij} x_{i} x_{j} + \sum_{i=1}^{4} \beta_{ii} x_{i}^{2}$$

۴– نتیجه گیری

در این پژوهش، با استفاده از یک روش حل تحلیلی بر پایه روش متغیر مختلط، توزیع تنش برای تعداد زیادی از صفحات ارتوتروپیک تحت تنش محوری، دارای گشودگی بیضوی محاسبه شد؛ سپس با استفاده از رگرسیون خطی چندگانه سعی شد تا رابطه ای صریح بین ضریب تمرکز تنش و خواص مکانیکی برای صفحهی ارتوتروپیک دارای گشودگی بیضوی ارائه گردد.

ارزیابیهای صورت گرفته دقت مدل ریاضی ارائه شده را به اثبات رساند. این رابطه، برای صفحات نامحدود تحت کشش یک طرفه بهدست آمده است که رابطهای صریح بین ضریب تمرکز تنش با خواص مکانیکی ماده و زاویه چرخش بریدگی را ارائه داده است. علاوه بر آن برابری مقدار ضریب همبستگی بین دو مجموعه دادهی واقعی و پیش بینی شده در مراحل کالیبراسیون مدل و تست (برابر با ۱۹۸۸) حلّ پیشنهادی ارائه شده را قابل اعتماد می سازد.

در گشودگی بیضوی در زوایای چرخش صفر و ۱۸۰ درجه تنش مطلوب رخ میدهد و در زاویه ۹۰ درجه نیز تنش نامطلوب. طراح برای دستیابی به طرح بهینه بایستی از تنش نامطلوب اجتناب کند. به کمک رابطه ارائه شده در این مقاله طراح میتواند با در نظر گرفتن محدودیتهای طراحی تنش مطلوب در مواد ارتوتروپیک دارای گشودگی بیضوی، را محاسبه و نیاز خود را مرتفع سازد.

۵- فهرست علايم

- ضريب ثابت $b_{_0}$
- اثرات درجه دوم b_{ii}
 - ۔ b_i اثرات متقابل
- $({\rm Nm}^{-2})$ مدول الاستیک طولی E_1
- (Nm^{-2}) مدول الاستیک عرضی E_2
 - $({
 m Nm}^{-2})$ مدول برشى G_{12}
 - 12 F تابع تنش (Nm⁻²)
 - n تعداد دادهها
 - پارامترهای مدل p p
 - ماترىس نرمى R_{ii}
 - متغير مستقل X_i
- ضریب تمرکز تنش محاسبه شده از روش تحلیلی (Nm⁻²)
 - خریب تمرکز تنش محاسبه شده توسط مدل \hat{y} (Nm⁻²)
 - $({
 m Nm}^{-2})$ میانگین ضریب تمرکز تنش \overline{y}
 - نسبت پواسون $oldsymbol{\mathcal{V}}_{12}$
 - $^{
 m (Nm^{-2})}$ تنش اعمالی σ_0

 (Nm^{-2}) اجزای تنش در مختصات کارتزین $\sigma_x, \sigma_y, au_{xy}$

 (Nm^{-2}) اجزای تنش در مختصات قطبی $\sigma_r^{},\sigma_{
ho}, au_{r
ho}$

خطای مدل ${\cal E}$

زاویه ی چرخش گشودگی eta

Presentation of a New Mathematical Model Based on the Regression Method to Estimate the Stress Concentration round the oval Hole in Composite Sheets under Tensile Load

A. Abbasnia^{a1}, A. Rohani^b, M. Jafari^c

^a M. Sc, Mech. Eng., University of Shahrood, Shahrood, Iran
 ^b Assis. Prof., Bio. Mech., Fac. Agri., Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
 ^c Assoc. Prof., Mech. Eng., University of Shahrood, Shahrood, Iran

ABSTRACT

In this paper, we try to use a multiple linear regression method to explicitly describe the explicit relation between the stress concentration coefficient of plates containing elliptic openings in terms of mechanical properties and the angle of rotation of openness. First, the stress concentration coefficient for a lot of composites was calculated by analytical method based on the mixed variable method and using different values of the mechanical properties of the composites. Using the obtained data, using the regression method Multiple Linear The explicit relation was used to estimate the stress concentration coefficient in unbounded composite plates containing elliptic openings under tensile load. It is important to note that several factors affect the concentration of tension around the openness. Therefore, by correct selection of these parameters, it can be significantly reduced the stress concentration and increased the structural strength. One of these factors is the angle of rotation of openness, which is discussed in this article. In addition to the ease of use, the proposed relationship, by eliminating complex and complex analytical solutions, saves time and allows the designer to obtain the desired parameters to achieve the desired stress. The results showed that the regression model was able to estimate the coefficient of stress concentration with an error of less than 1 percent.

KEYWORDS

Stress Concentration Factor, Elliptical Hole, Multiple Linear Regression, Angle of Rotation of Cutout, Complex Variable Method.

¹ Alii.abbasnia@gmail.com

۶- مراجع

[1] N.I. Muskhelishvili, Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, Second edition, Noordhooff, (1962).

[2] G.N. Savin, Stress concentration around holes, Pergamon Press, (1961).

[3] A. Stroh, Dislocations and cracks in anisotropic elasticity, Philosophical magazine, 3(30) (1958) 625-646.

[4] S.G. Lekhnitskii, Anisotropic plates, Foreign Technology Div Wright-Patterson Afb Oh, (1968).
[5] G.M. Gladwell, Contact problems in the classical theory of elasticity, Springer Science & Business Media, (1980).

[6] G.H. Asmar, T.G. Jabbour, Stress analysis of anisotropic plates containing rectangular holes, International journal of mechanics and solids, 2(1) (2007) 59-84.

[7] J. Rezaeepazhand, M. Jafari, Stress analysis of composite plates with non-circular cutout, Key Engineering Materials, Trans Tech Publ, 385 (2008), 365-368.

[8] Y. Yang, J. Liu, C. Cai, Analytical solutions to stress concentration problem in plates containing rectangular hole under biaxial tensions, Acta Mechanica Solida Sinica, 21(5) (2008) 411-419.

[9] J. Rezaeepazhand, M. Jafari, Stress analysis of composite plates with a quasi-square cutout subjected to uniaxial tension, Journal of Reinforced plastics and composites, 29(13) (2010) 2015-2026.

[10] W. Hufenbach, B. Grüber, M. Lepper, R. Gottwald, B. Zhou, An analytical method for the determination of stress and strain concentrations in textile-reinforced GF/PP composites with elliptical cutout and a finite outer boundary and its numerical verification, Archive of Applied Mechanics, 83(1) (2013) 125-135.

[11] M. Jafari, J. Rezaeepazhand, Investigation of the Effect of Different Parameters on Stress Distribution of Non-Axial Plate with Central and Traction Shear, 17th Annual (International) Conference on Mechanical Engineering, Iran, (2009). (in Persian)

[12] M. Jafari, J. Rezaeepazhand, Effect of Different Parameters on Stress Distribution in Anisotropic Plates with Triangular Cutout, AmirKabir Journal of Mechanical Engineering 42(1) (2010) 19-28. (in Persian)

[13] J. Rezaeepazhand, M. Jafari, Study of the effect of cutout bluntness on stress analysis of perforated plates subjected to uniaxial tensile laod, Journal of Solid and Fluid Mechanics, 1(2) (2011) 27-35. (in Persian)

[14] M. Jafari, B. Moshiri Aval, Stress analysis of symmetric composite laminates with quasirectangular hole subjected to in-plane loading, Modares Mechanical Engineering, 14(15) (2014) 395-404. (in Persian)

[15] M. Jafari, I. Ghandi Varnosefaderani, A semi-analytical solution of stress concentration factor in the isotropic plates containing two quasi-rectangular cut outs, Modares Mechanical Engineering, 15(8) (2015) 341-350. (in Persian)

[16] H. Mansouri, M. Sheibani, Analytical solution and use of optimal design parameters to reduce the stress concentration around the cutaway in composite sheets under tensile load, in: 16th International Conference of Aerospace of Iranian Associations, Iran, (2016) 3-5.

[17] B. Moshin Aval, M. Jafari, A study of the effect of various parameters on the stress distribution in symmetri laminates with a triangular hole, Aerospace Mechanics Journal, 13(1) (2017) 61-71. (in Persian)

[18] A. Abbasnia, M. Jafari, A. Rohani, Estimation of stress concentration factor of circular hole in orthotropic plate using a new model based on regression method, Modares Mechanical Engineering, 18(5) (2018) 24-30. (in Persian)

[19] I.M. Daniel, O. Ishai, I.M. Daniel, Engineering mechanics of composite materials, Oxford university press New York, (1994) 34-35.