

## مطالعه‌ی آزمایشگاهی محدوده‌ی پایداری پرش‌های هیدرولیکی دایروی در حضور موانع پایین دست مختلف

علی اسدی<sup>۱</sup>، مجید ملک جعفریان<sup>۲\*</sup>، علیرضا تیمورتاش<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

۲- دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

۳- استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

نویسنده مسئول: mmjafarian@birjand.ac.ir

### خلاصه

یکی از پارامترهای مهم و مؤثر بر محدوده‌ی پایداری پرش دایروی، هندسه‌ی مانع پایین دست جریان است که تاکنون در تحقیقات دانشمندان مورد توجه قرار نگرفته است. از جمله دیگر پارامترهای مؤثر، عدد رینولدز، قطر جت سیال و ارتفاع مانع پایین دست جریان می‌باشد. در این تحقیق اثر پارامترهای فوق بر پایداری پرش دایروی مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. سه هندسه‌ی دایروی، مربعی و مثلثی برای مانع پایین دست جریان در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش قطر جت سیال باعث کوچک‌تر شدن محدوده‌ی پایداری پرش دایروی می‌شود. افزایش ارتفاع مانع پایین دست جریان موجب کاهش شعاع پرش و محدوده‌ی پایداری پرش هیدرولیکی می‌گردد. محدوده‌ی پایداری پرش دایروی در حضور مانع پایین دست مربعی شکل کوچکتر از محدوده‌ی پایداری در حضور مانع پایین دست مثلثی و گسترده‌تر از محدوده‌ی پایداری در حضور مانع پایین دست دایروی است. ساختار پرش‌های دایروی در حضور مانع پایین دست از نوع IIb بوده و با تئوری واتسون مطابقت دارد.

**کلمات کلیدی:** پرش هیدرولیکی دایروی، پرش هیدرولیکی پایدار، محدوده‌ی پایداری، هندسه‌ی مانع پایین دست جریان

### ۱. مقدمه

هنگامی که یک جت سیال به طور عمودی به یک صفحه‌ی افقی برخورد می‌کند، سیال به صورت شعاعی و در همه‌ی جهات پخش می‌شود. در یک فاصله‌ی خاص از محل برخورد جت، به طور ناگهانی ضخامت سیال افزایش یافته، جریان از حالت فوق بحرانی به حالت زیر بحرانی تبدیل می‌شود و یک پرش هیدرولیکی دایروی شکل می‌گیرد (شکل ۱). از جمله کاربردهای این پدیده می‌توان به شستشوی سطوح، خنک کاری و خشک‌کنندگی در صنعت اشاره کرد [۱ و ۲]. شکل (۲) شماتیک این پرش را نشان می‌دهد. با توجه به متقارن محوری بودن پرش هیدرولیکی دایروی، نیمی از برش مقطعی پرش نشان داده شده است. در این شکل شعاع نازل ( $a$ )، فاصله نازل از سطح افقی (نازل  $h$ ) شعاع پرش ( $R_j$ )، ارتفاع پایین دست پرش ( $H_{\infty}$ ) و سایر پارامترهای پرش هیدرولیکی دایروی نشان داده شده است.

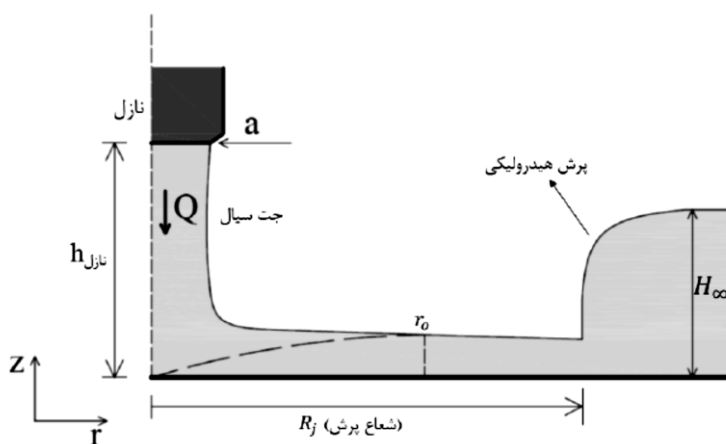
\* Corresponding author: دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

Email: mmjafarian@birjand.ac.ir

فیزیکدان بریتانیایی، لرد رابلی برای اولین بار پرش هیدرولیکی را به صورت علمی مورد مطالعه و بررسی قرار داد. وی تئوری خود را برای جریان در یک کانال روباز با عرض ثابت، با اعمال فرض جریان غیر لزج، استفاده از معادلات بقای جرم و مومنتم و نیز در نظر گرفتن وجود تلفات در عرض پرش ارائه کرد [۳].



شکل ۱- پرش هیدرولیکی دایروی



شکل ۲- شماتیک جت عمودی برخورد کننده به صفحه افقی و ایجاد پرش هیدرولیکی دایروی

واتسون برای اولین بار اثر لزجت را در پرش هیدرولیکی دایروی در نظر گرفت [۴]. وی این پدیده را بر اساس تئوری لایه مرزی برای بالا دست پرش تشریح نمود اما در تئوری خود از اثر کشش سطحی صرف نظر کرد که نقص تئوری او به حساب می‌آید.

دو محقق به نام‌های بوش و اریستوف [۵] نقص اصلی تئوری واتسون را برطرف کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن اثر پارامتر کشش سطحی در پدیده‌ی پرش هیدرولیکی دایروی توانستند به صورت تحلیلی تئوری واتسون را اصلاح کنند، نتایج آن را بهبود بخشند و در نهایت معادلات زیر را برای پیش‌بینی شعاع پرش هیدرولیکی دایروی پیشنهاد دادند.

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{Bo}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0.10132 - 0.1297 \left(\frac{R_j}{a}\right)^{3/2} Re^{-1/2}, \quad R_j < r_0 \quad (1)$$

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{Bo}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0.01676 \left[ \left(\frac{R_j}{a}\right)^3 Re^{-1} + 0.1826 \right]^{-1}, R_j \geq r_o \quad (2)$$

که در آن شعاع  $R_j$  پرش،  $r_o$  شعاعی که در آن لایه مرزی به سطح جریان می‌رسد،  $H_\infty$  ارتفاع سیال در پایین دست پرش،  $g$  شتاب جاذبه،  $a$  شعاع دهانه‌ی جت،  $Q$  دبی جریان،  $Bo$  عدد باند و  $Re$  عدد رینولدز است. اعداد رینولدز و باند طبق روابط (۳) و (۴) تعریف می‌شوند:

$$Bo = \frac{\rho g R_j \Delta H}{\sigma} \quad (3)$$

$$Re = \frac{Q}{av} \quad (4)$$

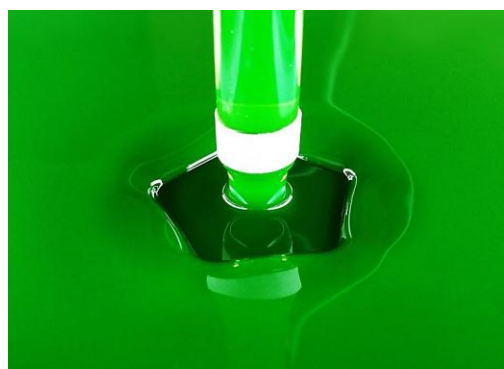
که در آن  $\rho$  چگالی،  $\sigma$  کشش سطحی،  $v$  لزجت سینماتیکی سیال و  $\Delta H$  اختلاف ارتفاع سیال در بالا و پایین دست پرش می‌باشد.

بوش و همکاران [۶] یک تقسیم‌بندی برای ساختار پرش هیدرولیکی دایروی ارائه کردند. بر این اساس انواع ساختار پرش هیدرولیکی دایروی در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳- شماتیک انواع ساختار پرش‌های هیدرولیکی دایروی [۶]

الگارد و همکاران [۷] برای اولین بار به طور تجربی با پدیده‌ی پرش‌های هیدرولیکی غیر دایروی یا چند ضلعی مواجه شدند. شکل (۴) یک پرش پنج ضلعی را نشان می‌دهد. آن‌ها دریافتند که شکل‌های چند ضلعی پایدار وقتی تشکیل می‌شوند که لزجت سیال تقریباً ۱۱ برابر لزجت آب بوده و یک مانع پایین دست برای جریان در نظر گرفته شود.



شکل ۴- پرش هیدرولیکی غیر دایروی

بوش و همکاران [۶]، مارتنز و همکاران [۸] و تیمورتاش و مخلصی [۹] دریافتند که ناپایداری در پرش‌های دایروی و تشکیل پرش‌های غیر دایروی که در حضور یک مانع پایین دست جریان اتفاق می‌افتد، می‌تواند به ناپایداری رایلی-پلاتو مربوط باشد.

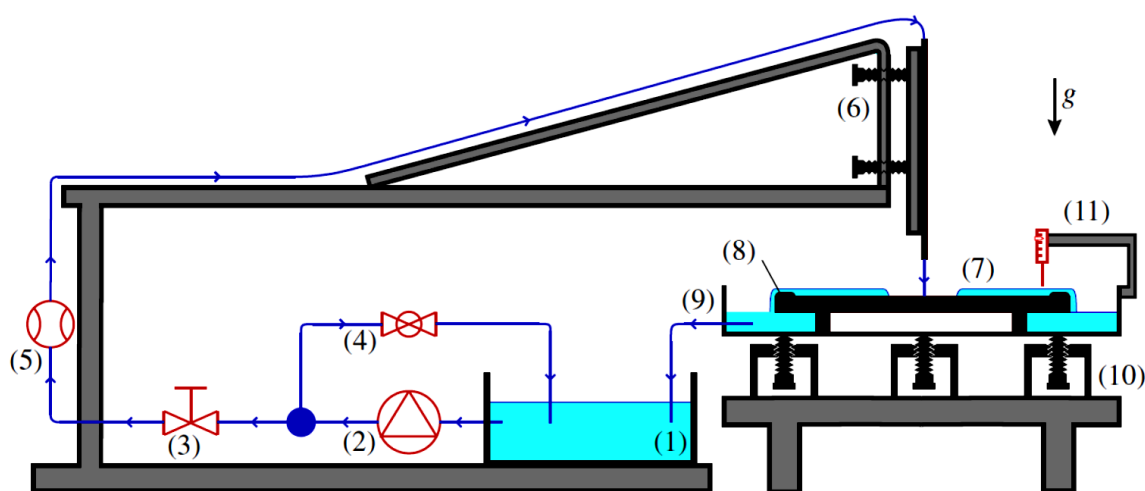
رای و همکاران [۱۰] یک تئوری بر اساس مدل آب کم عمق برای پرش‌های هیدرولیکی چند ضلعی چرخشی ارائه کردند. آن‌ها نشان دادند که فرکانس چرخش چند ضلعی علاوه بر دبی و تعداد اضلاع چند ضلعی، به لزجت سیال نیز بستگی دارد.

فرناندز و همکاران [۱۱] مطالعه‌ای بر روی پرش‌های هیدرولیکی دایروی برای روشن کردن نقش کشش سطحی در شکل‌گیری پرش دایروی انجام دادند و نشان دادند که اگر کشش سطحی، از یک مقدار بحرانی بالاتر باشد، هیچ پرش دایروی متقارنی وجود نخواهد داشت.

با مطالعه تحقیقات محققان درمی‌یابیم که هرگاه یک مانع پایین دست برای پرش هیدرولیکی دایروی پایدار در نظر گرفته شود، این پرش ناپایدار شده و به یک پرش هیدرولیکی چند ضلعی تبدیل می‌شود. علت این پدیده در پاره‌ای از تحقیقات گذشته به ناپایداری رایلی-پلاتو نسبت داده شده است که در آن نوسانات یا موج‌هایی در پرش دایروی ایجاد می‌شوند و به دلیل حضور کشش سطحی، پرش دایروی را ناپایدار می‌کند. اما پس از گذشت نوزده سال از مشاهده‌ی این پدیده، هنوز علت اصلی این پدیده مشخص نشده است. در این تحقیق به روش آزمایشگاهی علاوه بر بررسی علت ناپایدار شدن پرش دایروی، به مطالعه‌ی محدوده‌ی پایداری پرش‌های دایروی پایدار و اثر شکل هندسه‌ی مانع پایین دست جریان از قبیل دایره، مربع و مثلث بر پایداری پرش دایروی پرداخته می‌شود.

## ۲. دستگاه آزمایش

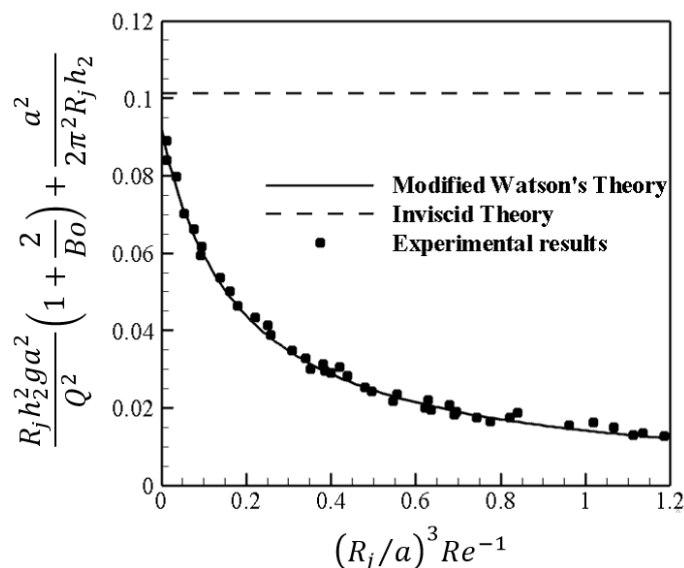
شکل (۵) شماتیک دستگاه آزمایش مورد استفاده در این تحقیق را نشان می‌دهد. به طور اجمالی می‌توان گفت دستگاه آزمایش شامل مخزن نگهداری سیال (۱)، پمپ (۲)، شیر تنظیم دبی (۳)، شیر مسیر فرعی (۴)، دبی سنج (۵)، مکانیزم ترازبندی عمودی (۶)، صفحه هدف شیشه‌ای (۷)، مانع پایین دست (۸)، مخزن سرریز (۹)، مکانیزم ترازبندی افقی (۱۰) و سیستم اندازه‌گیری ضخامت سیال (۱۱) می‌باشد.



شکل ۵- شماتیک دستگاه آزمایش مورد استفاده در این تحقیق [۹]

### ۳. نتایج

برای بررسی دقت عملکرد دستگاه آزمایش تهیه شده در این تحقیق، به مقایسه‌ی اندازه‌ی شعاع پرش‌های هیدرولیکی دایروی پایدار که در آزمایش‌ها شکل گرفته، با تئوری واتسون که معتبرترین تئوری در زمینه‌ی پرش‌های دایروی می‌باشد، پرداخته شده است (شکل ۶).



شکل ۶- مقایسه نتایج آزمایشگاهی تحقیق حاضر با تئوری واتسون

ساختار پرش‌های هیدرولیکی شکل (۶) که بدون حضور مانع پایین دست جریان ایجاد شده‌اند، از نوع I می‌باشد. این پرش‌ها با دو قطر جت  $a=6.96\text{mm}$  و  $2a=9.76\text{mm}$  ایجاد شده‌اند. نتایج آزمایشگاهی با دقت خوبی با تئوری واتسون مطابقت دارد و تاییدی بر دقت بالای دستگاه آزمایش مورد استفاده است.

با تعبیه‌ی یک مانع پایین دست مسطح دایروی برای پرش هیدرولیکی دایروی یک پرش چند ضلعی از نوع IIb شکل می‌گیرد (شکل ۳). همانطور که در بخش مقدمه شرح داده شد، آشفتگی‌هایی وجود دارند که باعث ایجاد نوسانات یا موج‌هایی در پرش دایروی می‌شوند و به دلیل حضور کشش سطحی، پرش دایروی را ناپایدار کرده و به یک پرش چند ضلعی تبدیل می‌کنند.

به عنوان یک ایده در این تحقیق سعی شده تا با به حداقل رساندن آشفتگی‌ها و نوسانات موجود در جریان، پرش هیدرولیکی در حضور مانع پایین دست جریان حتی الامکان به صورت پایدار و دایروی باقی بماند. لذا با ایجاد تغییراتی در دستگاه آزمایش مورد استفاده از جمله استفاده از لوله و اتصالات پلی پروپیلن به جای شلنگ و اتصالات فلزی، استفاده از شیرهای تنظیم دبی بشقابی به جای شیرهای قطع و وصل دروازه‌ای و همچنین حذف ارتفاعات و نوسانات از سیستم نگهدارنده‌ی صفحه هدف و مخزن سرریز، آشفتگی‌ها و ناپایداری‌ها تا حد زیادی در سیستم جریان سیال کاهش یافته است. اتفاق مهم و جالب توجهی که در این حالت می‌افتد این است که برخلاف تحقیقات قبلی در این زمینه، پرش هیدرولیکی حتی در حضور مانع پایین دست جریان همچنان به صورت پایدار و دایروی باقی می‌ماند.

پس از به حداقل رساندن آشفتگی‌ها و نوسانات و شکل‌گیری پرش دایروی پایدار در حضور مانع پایین دست جریان، می‌توان محدوده‌ی پایداری پرش دایروی را اندازه‌گیری کرد. این محدوده به صورت محدودی اعداد رینولدزی که پرش

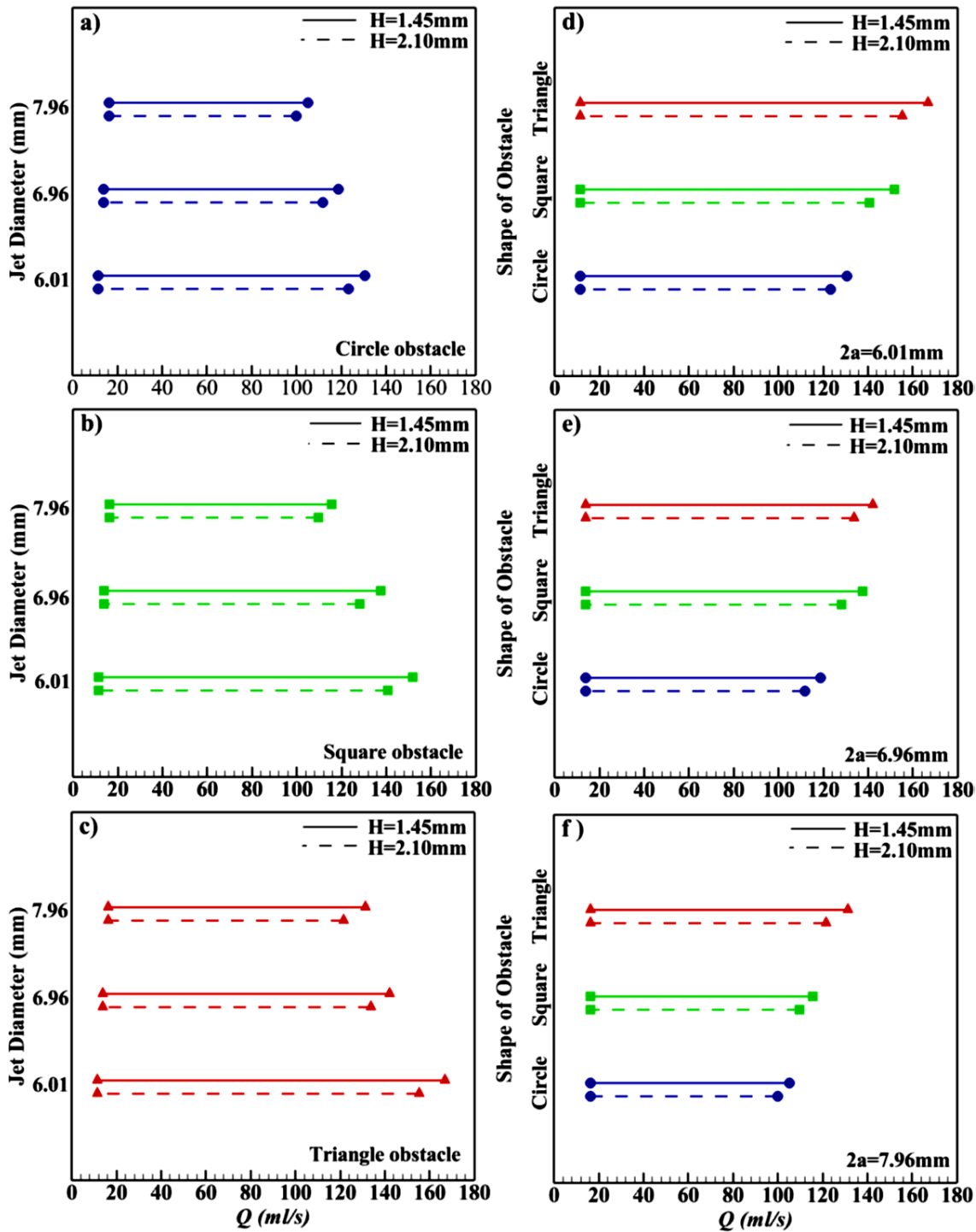
دایروی در آن پایدار است، تعریف می شود ( شکل ۷). در شکل (۷) اثر ارتفاع مانع پایین دست جریان، قطر جت سیال و هندسه مانع پایین دست جریان بررسی شده است. برای انجام یک مقایسه صحیح و یکسان، سه هندسه دایره، مربع و مثلث با قطر هیدرولیکی برابر  $d_h = 277.13 \text{ mm}$  استفاده شده است. قطر نازل‌های به کار رفته به ترتیب  $2a = 61.01 \text{ mm}$ ،  $2a = 61.96 \text{ mm}$  و  $2a = 71.96 \text{ mm}$  و ارتفاع مانع‌ها  $H = 145 \text{ mm}$  و  $H = 210 \text{ mm}$  انتخاب شده است. حداقل عدد دبی، مربوط به شعاع پرشی است که تقریباً با شعاع جت برابر و حداکثر عدد دبی مربوط به آستانه شروع ناپایداری پرش دایروی می‌باشد. ساختار پرش در همه نتایج این شکل از نوع IIb است. نمودارهای (a-۷)، (b-۷) و (c-۷) محدوده‌ی اعداد دبی پرش دایروی پایدار را بر اساس قطر جت در حضور هندسه‌های مختلف مانع پایین دست جریان نشان می‌دهند. همانطور که در هر سه تصویر پیداست، بیشترین محدوده‌ی اعداد دبی که در آن پرش دایروی پایدار است، مربوط به قطر جت  $2a = 61.01 \text{ mm}$  بوده که با افزایش قطر جت، این محدوده کاهش می‌یابد. به عبارتی در قطر جت کمتر، توانایی رشد اغتشاشات کمتر بوده و پرش تا اعداد دبی بالاتری می‌تواند به شکل دایروی و پایدار باقی بماند. با افزایش قطر جت، اغتشاشات با سرعت و قدرت بیشتری رشد کرده و پرش دایروی را ناپایدار می‌کنند. نکته‌ی قابل توجه در این نمودارها این است که افزایش ارتفاع مانع پایین دست جریان که منجر به افزایش ارتفاع سیال در پایین دست پرش می‌شود، باعث کاهش محدوده‌ی پایدار پرش دایروی شده است.

نمودارهای (d-۷)، (e-۷) و (f-۷) محدوده‌ی اعداد دبی پرش دایروی پایدار بر اساس هندسه مانع پایین دست، در قطرهای مختلف جت سیال را نشان می‌دهند. پیداست که وقتی مانع پایین دست یک مثلث متساوی‌الاضلاع است، محدوده‌ی پایدار پرش دایروی بزرگ‌تر است و پرش تا اعداد دبی بالاتری می‌تواند به صورت پایدار و دایروی باقی بماند. محدوده‌ی پایدار پرش در حالتی که مانع پایین دست یک مربع است، نسبت به مانع مثلث کوچک‌تر است و این محدوده‌ی پایدار پرش برای مانع دایروی کوچکتر هم می‌شود. به عبارتی در حداکثر عدد دبی پایدار برای پرش دایروی، شعاع پرش در هندسه‌ی مانع مثلث بزرگتر از شعاع پرش در هندسه‌ی مانع مربع و شعاع پرش در هندسه‌ی مانع مربع بزرگتر از شعاع پرش در هندسه‌ی مانع دایره است. این امر را می‌شود این طور توجیه کرد که در حالت قطر هیدرولیکی برابر، مساحت داخل هندسه‌ی مانع پایین دست جریان برای مثلث، بزرگتر از مربع و برای مربع بزرگتر از دایره است. در این حالت پرش هیدرولیکی در مساحت هندسه‌ی بزرگتر فضای بیشتری برای شکل‌گیری دارد و تاثیر کمتری از لبه‌ی مانع پایین دست می‌پذیرد؛ لذا در اعداد دبی بالاتری می‌تواند پایدار باشد. باید دقت داشت که در همه‌ی هندسه‌های مختلف مانع پایین دست، سیال پس از برخورد به مانع، توزیع فشار یکسانی بر محیط پرش اعمال کرده و شکل پرش به صورت دایره است. در همه‌ی این نمودارها نیز مشاهده می‌شود که افزایش ارتفاع مانع پایین دست جریان، باعث کاهش ناحیه‌ی پایدار پرش هیدرولیکی دایروی پایدار شده است. بزرگترین عدد رینولدزی که در آزمایشات شکل (۷) بدست آمده،  $Re = 4624.8$  است. شعاع پرش هیدرولیکی پایدار ایجاد شده در این عدد رینولدز  $R_j = 641.8 \text{ mm}$  می‌باشد.

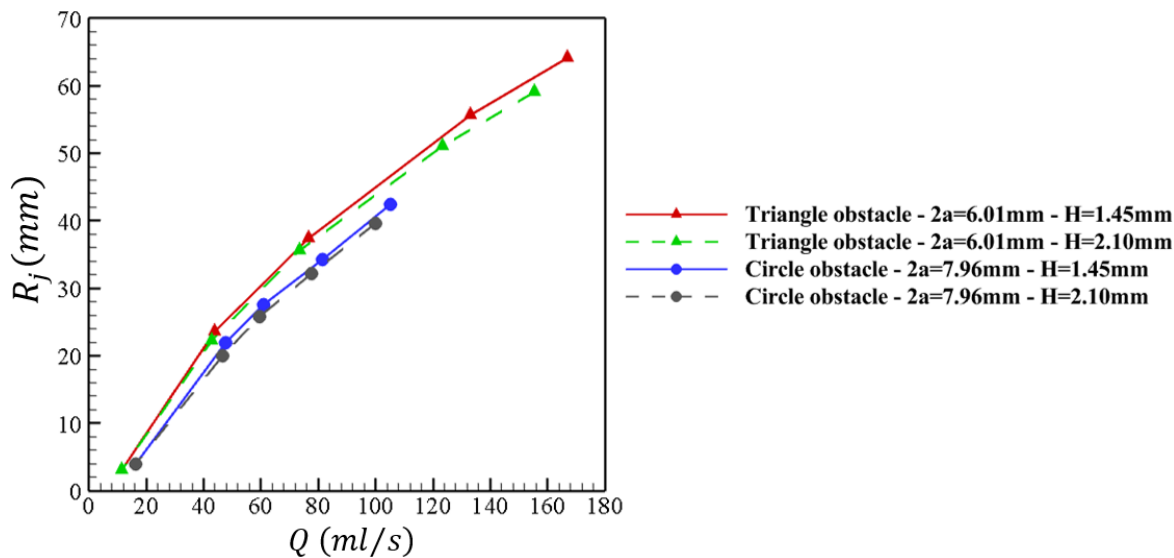
شکل (۸) تغییرات شعاع پرش هیدرولیکی دایروی پایدار را بر حسب دبی در حضور دو مانع پایین دست دایروی و مثلثی به ارتفاع  $H = 145 \text{ mm}$  و  $H = 210 \text{ mm}$  با استفاده از دو جت با قطرهای  $2a = 61.01 \text{ mm}$  و  $2a = 71.96 \text{ mm}$  نشان می‌دهد. در هر چهار منحنی، افزایش دبی به افزایش شعاع پرش هیدرولیکی منجر شده است. افزایش ارتفاع مانع پایین دست جریان در هر دو قطر جت  $2a = 61.01 \text{ mm}$  و  $2a = 71.96 \text{ mm}$  باعث کاهش محدوده‌ی پایدار پرش دایروی می‌شود.

شکل (۹) مقایسه‌ی نتایج پرش‌های دایروی پایدار بدست آمده در این تحقیق در حضور هندسه‌های مختلف مانع پایین دست را با تئوری اصلاح شده‌ی واتسون نشان می‌دهد. نتایج بدست آمده با دقت خوبی با تئوری اصلاح شده تطابق دارد. این تطابق در شعاع‌های کم و زیاد، بیشتر بوده اما در شعاع‌های میانی، کمی اختلاف مشاهده می‌شود. علت این امر می‌تواند این

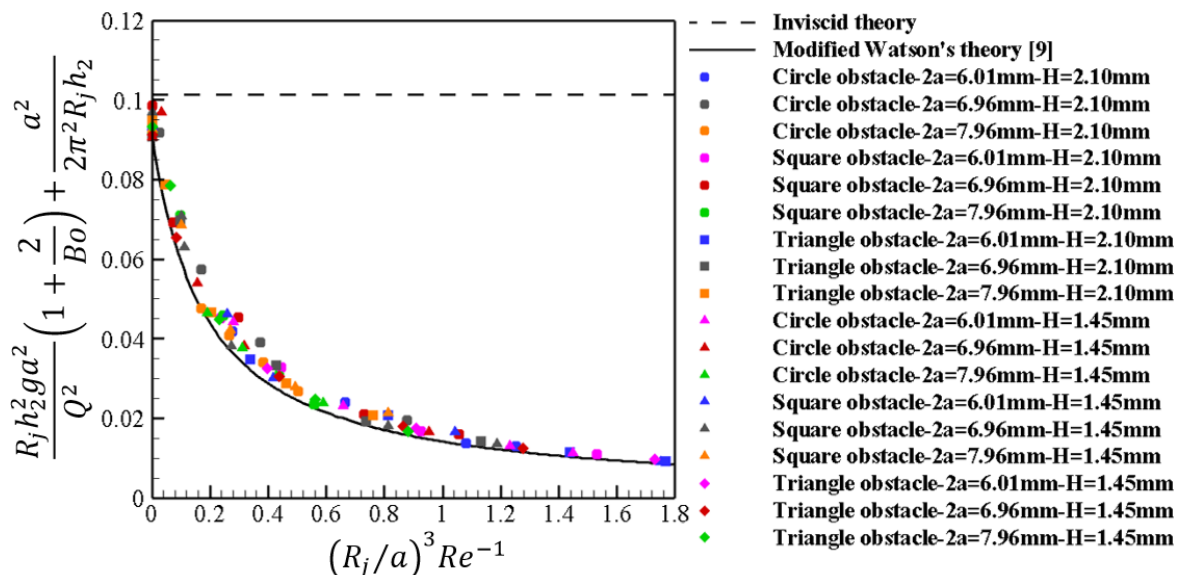
باشد که تئوری واتسون بر اساس پرش‌های با ساختار نوع I استخراج شده است در حالی که پرش‌های دایروی تحقیق حاضر همگی دارای ساختار نوع IIb هستند.



شکل ۷- محدوده‌ی پایداری پرش هیدرولیکی دایروی پایدار همراه با تغییرات قطر جت سیال و نوع هندسه‌ی مانع پایین دست



شکل ۸- اثر افزایش ارتفاع مانع پایین دست جریان بر شعاع و محدوده‌ی پایداری پرش هیدرولیکی دایروی پایدار



شکل ۹- مقایسه‌ی نتایج پرش‌های دایروی پایدار بدست آمده در این تحقیق با تئوری اصلاح شده‌ی واتسون



## ۴. نتیجه گیری و جمع بندی

- در تحقیق حاضر مطالعه‌ای بر روی پرش‌های هیدرولیکی دایروی پایدار در حضور سه مانع هندسی پایین دست مختلف جریان انجام شد و نتایج زیر بدست آمد:
- با شناسایی و کاهش اغتشاشات از جریان سیال، سیستم و محیط، پرش هیدرولیکی در حضور مانع پایین دست جریان تا دی‌ها و اعداد رینولدز بالاتری به شکل دایروی و پایدار باقی می‌ماند.
  - افزایش ارتفاع مانع پایین دست جریان، شعاع پرش هیدرولیکی و محدوده‌ی پایداری پرش دایروی پایدار را کاهش می‌دهد.
  - محدوده‌ی پایداری پرش دایروی در حضور هندسه‌ی مانع پایین دست مثلی بزرگتر از محدوده‌ی پایداری پرش در حضور هندسه‌ی مانع مربعی و محدوده‌ی پایداری پرش در حضور هندسه‌ی مانع پایین دست مربعی بزرگتر از محدوده‌ی پایداری پرش در حضور هندسه‌ی مانع دایروی است.
  - ساختار پرش‌های هیدرولیکی دایروی پایدار این تحقیق که همگی از نوع IIb بوده و با تئوری اصلاح شده‌ی واتسون که برای پرش‌های با ساختار نوع I استخراج شده است مطابقت نسبتاً خوبی دارد.

## ۵. مراجع

1. Avedisian, C. and Zhao, Z. (2000), "The circular hydraulic jump in low gravity", *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, pp. 2127-2151.
2. Kate, R., Das, P. and Chakraborty, S. (2008), "An Investigation on non-circular hydraulic jumps formed due to obliquely impinging circular liquid jets", *Experimental Thermal and Fluid Science*, **32**, pp. 1429-1439.
3. Rayleigh, L. (1914), "On the theory of long waves and bores", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, pp. 324-328.
4. Watson, E. (1964), "The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane", *Journal of Fluid Mechanics*, **20**, pp. 481-499.
5. Bush, J. W. and Aristoff, J. M. (2003), "The influence of surface tension on the circular hydraulic jump", *Journal of Fluid Mechanics*, **489**, pp. 229-238.
6. Bush, J. W., Aristoff, J. M. and Hosoi, A. (2006), "An experimental investigation of the stability of the circular hydraulic jump", *Journal of Fluid Mechanics*, **558**, pp. 33-52.
7. Ellegaard, C., Hansen, A. E., Haaning, A., Hansen, K., Marcussen, A., Bohr, T., Hansen, J. L. and Watanabe, S. (1999), "Cover illustration: Polygonal hydraulic jumps", *Nonlinearity*, **12**, p. 1.
8. Martens, E. A., Watanabe, S. and Bohr, T. (2012), "Model for polygonal hydraulic jumps", *Physical Review E*, **85**, p. 036316.

9. Teymourash, A. R. and Mokhlesi, M. (2015), "Experimental investigation of stationary and rotational structures in non-circular hydraulic jumps", *Journal of Fluid Mechanics*, **762**, pp. 344-360.
10. Ray, A. K., Sarkar, N., Basu, A. and Bhattacharjee, J. K. (2018), "The analogue Hawking effect in rotating polygonal hydraulic jumps", *Fluid Dynamics*, pp. 1-4.
11. Fernandez-Feria, R., Sanmiguel-Rojas, E. and Benilov, E. S. (2019), "On the origin and structure of a stationary circular hydraulic jump", *Physics of Fluids*, **31**, p. 072104.