

پرش های هیدرولیکی چند ضلعی: پدیده شناسی و مطالعه ای آزمایشگاهی رفتار

علی اسدی^۱، مجید ملک جعفریان^{۲*}، علیرضا تیمورتاش^۳

۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

۲- دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

۳- استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

نویسنده مسئول: mmjafarian@birjand.ac.ir

خلاصه

یکی از پدیده های مورد مطالعه ای دانشمندان در سال های اخیر، پدیده ی پرش هیدرولیکی چند ضلعی است. حدود دو دهه از مشاهده ی این پدیده می گذرد، اما هنوز علت ایجاد و شکل گیری این پدیده نامعلوم است. هدف اصلی در این تحقیق مطالعه ای پدیده شناسی پرش های هیدرولیکی چند ضلعی است. به همین منظور، در مقاله حاضر این پدیده به روش آزمایشگاهی مورد مطالعه و بررسی قرار می گیرد و نشان داده می شود که علت شکل گیری پرش هیدرولیکی چند ضلعی، حضور اغتشاشات و ناپایداری های موجود در جریان، سیستم و یا محیط است. با حذف ناپایداری ها، پرش دایروی پایدار ایجاد می گردد. همچنین در این تحقیق، رفتار پرش های هیدرولیکی چند ضلعی که در کارهای قبلی و در حضور ناپایداری ها شکل گرفته اند، بررسی می شود. دیده می شود که در یک دبی ثابت، مساحت داخل پرش، برای همه ی پرش های ممکن، تقریباً با خطای کمتر از حدود ۱۰ درصد، برابر است. از بین چند ضلعی های با تعداد اضلاع برابر که برای یک دبی خاص محتمل است، پرش به شکل چند ضلعی منتظم در می آید. زیرا به طور طبیعی، کشش سطحی تلاش می کند تا کمترین سطح روبه ی ممکن را برای پرش ایجاد کند.

کلمات کلیدی: پدیده شناسی، پدیده ی رایلی-پلاتو، پرش هیدرولیکی چند ضلعی، چند ضلعی منتظم، پرش هیدرولیکی دایروی پایدار

۱. مقدمه

از دیدگاه علم مکانیک سیالات، هنگامی که یک جت عمودی سیال به یک صفحه ی افقی برخورد می کند، سیال به صورت شعاعی و در همه ی جهات پخش می شود. در یک فاصله ی خاص از محل برخورد جت سیال، که به آن شعاع پرش هیدرولیکی گفته می شود، به طور ناگهان ضخامت سیال افزایش یافته، جریان از حالت فوق بحرانی به حالت زیر بحرانی تبدیل می شود و اصطلاحاً یک پرش هیدرولیکی دایروی شکل می گیرد (شکل ۱).

شکل (۲) شماتیک پرش هیدرولیکی دایروی را نشان می دهد. با توجه به متقارن محوری بودن پرش هیدرولیکی دایروی، نیمی از برش مقطعی پرش نشان داده شده است. در این شکل شعاع نازل (a)، فاصله نازل از سطح افقی (h_N) شعاع پرش

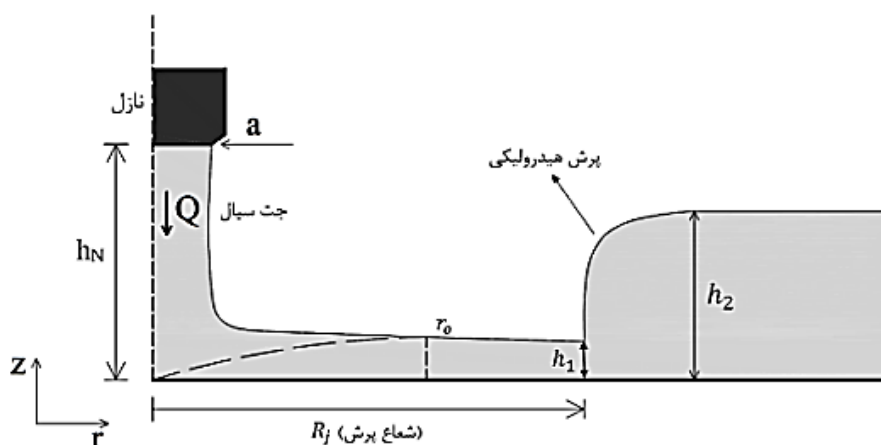
* Corresponding author: دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

Email: mmjafarian@birjand.ac.ir

(R_j) ، ارتفاع پایین دست پرش (h_2) و سایر پارامترهای پرش هیدرولیکی دایروی نشان داده شده است. از جمله کاربردهای این پدیده می‌توان به خنک‌کاری در فرایندهای صنعتی اشاره کرد [۱].



شکل ۱- پرش هیدرولیکی دایروی



شکل ۲- شماتیک جت عمودی برخورد کننده به صفحه افقی و ایجاد پرش هیدرولیکی دایروی

اولین شخصی که پرش هیدرولیکی را به صورت علمی مورد مطالعه و بررسی قرار داد، فیزیکدان بریتانیایی، لرد رایلی بود. وی در سال ۱۹۱۴ جریان در یک کانال روباز با عرض ثابت را با فرض جریان غیر لزج مورد مطالعه قرار داد و تئوری خود را بیان کرد [۲]. او با فرض بقای جرم و مومنتم در عرض پرش و عدم بقای انرژی، اظهار داشت که می‌توان از این تئوری برای موج سیالی که ارتفاع سیال در دو طرف آن اختلاف سطح دارد، استفاده کرد.

واتسون در سال ۱۹۶۴ برای اولین بار اثر لزجت را در پرش هیدرولیکی دایروی در نظر گرفت [۳]. در سال ۲۰۰۳ بوش و اریستوف [۴] نقص اصلی تئوری واتسون (صرف نظر از کشش سطحی) را برطرف کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن اثر پارامتر کلیدی کشش سطحی در مسئله‌ی پرش هیدرولیکی دایروی توانستند به صورت تحلیلی تئوری واتسون را اصلاح و نتایج آن را بهبود بخشند. آن‌ها این کار را با اعمال نیروی انحنای شعاعی و حل معادله‌ی بقای مومنتم انجام دادند.

بوش و همکاران [۵] یک تقسیم‌بندی منظم برای ساختار پرش هیدرولیکی دایروی ارائه کردند. بر اساس تقسیم‌بندی آن‌ها، انواع ساختار پرش هیدرولیکی دایروی در شکل (۳) نشان داده شده است.



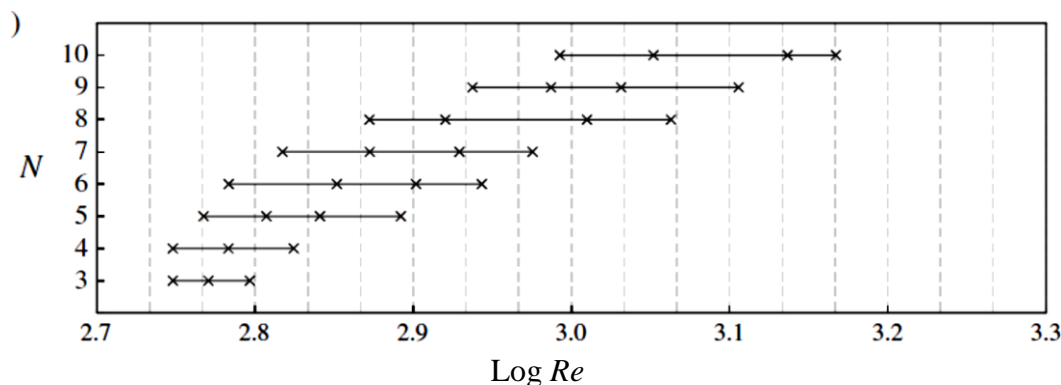
شکل ۳- شماتیک انواع ساختار پرش هیدرولیکی دایروی پایدار [۵].

الگارد و همکاران [۶] در سال ۱۹۹۹ که به طور تجربی در حال بررسی پرش دایروی بودند برای اولین بار با پدیده‌ی جالبی مواجه شدند و آن پرش‌های هیدرولیکی غیر دایروی یا چند ضلعی بود (شکل ۴). آن‌ها دریافتند که شکل‌های چند ضلعی ثابت (پایدار) وقتی می‌توانند تشکیل شوند که لزجت سیال زیاد باشد (تقریباً ۱۱ برابر لزجت آب) و یک مانع پایین دست با ارتفاع مشخص برای جریان در نظر گرفته شود.



شکل ۴- پرش هیدرولیکی غیر دایروی

چند پایایی پرش‌های چند ضلعی بوسیله‌ی الگارد و همکاران [۶] گزارش شد. بر این اساس تیمورتاش و مخلصی [۷] برای پرش‌های چند ضلعی پایا، ناحیه‌ی پایداری معرفی کردند و به ترسیم نمودارهای پایداری پرداختند. شکل (۵) یک نمونه از این نمودارها برای ارتفاع مانع پایین دست $H_{\text{obstacle}}=0.22\text{cm}$ را نشان می‌دهد. N در این نمودار معرف تعداد اضلاع پرش چند ضلعی می‌باشد.



شکل ۵- ناحیه‌ی پایداری پرش‌های چند ضلعی پایا [۷]

با مطالعه‌ی تحقیقات محققان درمی‌یابیم که هرگاه یک مانع پایین دست برای پرش هیدرولیکی دایروی پایدار در نظر گرفته می‌شود و لزجت سیال بالا است (حدوداً ۱۱ برابر آب)، این پرش ناپایدار شده و به یک پرش هیدرولیکی چند ضلعی تبدیل می‌شود. اما پس از گذشت نزدیک به دو دهه از مشاهده‌ی این پدیده، هنوز علت ناپایداری، شکل‌گیری و نحوه‌ی رفتار این پرش‌ها شناخته نشده و همچنان به عنوان یک سوال مطرح می‌باشد.

در این تحقیق علاوه بر شناسایی علت ناپایداری و شکل‌گیری پرش‌های هیدرولیکی چند ضلعی، به تحلیل آزمایشگاهی رفتار این پرش‌ها و پارامترهای مهم و مؤثر بر آن پرداخته می‌شود. در ادامه به این سوال نیز پاسخ داده خواهد شد که چرا پرش‌های هیدرولیکی چند ضلعی به صورت چند ضلعی منتظم شکل می‌گیرند؟

۲. تئوری

مهم‌ترین و معتبرترین تئوری در زمینه‌ی پرش‌های هیدرولیکی دایروی، تئوری واتسون است که توسط بوش و اریستوف [۴] با اعمال اثر ضریب کشش سطحی اصلاح شد. آن‌ها در نهایت معادلات زیر را برای پیش‌بینی شعاع پرش هیدرولیکی دایروی پیشنهاد دادند.

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{Bo}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0.10132 - 0.1297 \left(\frac{R_j}{a}\right)^{3/2} Re^{-1/2}, \quad R_j < r_o \quad (1)$$

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{Bo}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0.01676 \left[\left(\frac{R_j}{a}\right)^3 Re^{-1} + 0.1826 \right]^{-1}, \quad R_j \geq r_o \quad (2)$$

که در آن R_j شعاع پرش، h_2 ارتفاع سیال در پایین دست پرش، g شتاب جاذبه، a شعاع دهانه‌ی جت، Q دبی جریان، Bo عدد باند و Re عدد رینولدز است. اعداد رینولدز و باند طبق رابطه‌های (۳) و (۴) تعریف می‌شوند:

$$Bo = \frac{\rho g R_j \Delta H}{\sigma} \quad (3)$$

$$Re = \frac{Q}{av} \quad (4)$$

که در آن ρ چگالی سیال، ΔH اختلاف ارتفاع سیال در بالا و پایین دست پرش، σ کشش سطحی و v لزجت سینماتیکی است.

پایداری یک مشخصه‌ی مهم برای طبقه‌بندی پرش‌های هیدرولیکی دایروی و غیر دایروی می‌باشد. می‌توان گفت یکی از پارامترهای مهم در بحث پایداری، کشش سطحی سیال است.

پلاتو [۸] و رایلی [۹]، دریافتند که در یک باریکه‌ی سیال که از دهانه نازل خارج و به سمت پایین می‌ریزد، هر چه قدر هم باریکه‌ی سیال یکنواخت باشد، کشش سطحی می‌تواند با رشد آشفتگی‌ها در راستای شعاعی باعث ایجاد انحنا در سطح باریکه و در نهایت به قطره قطره شدن باریکه‌ی سیال منجر شود.

جوادی و همکاران [۱۰] به کمک روش آزمایشگاهی و همچنین آنالیز ریاضی رشد آشفتگی‌ها در امتداد باریکه‌ی سیال نشان دادند که طول کشیدگی باریکه‌ی سیال (l_b) قبل از قطره قطره شدن، طبق رابطه‌ی (۵) به دبی جریان (Q)، لزجت سیال (μ) و ضریب کشش سطحی (σ) بستگی دارد.

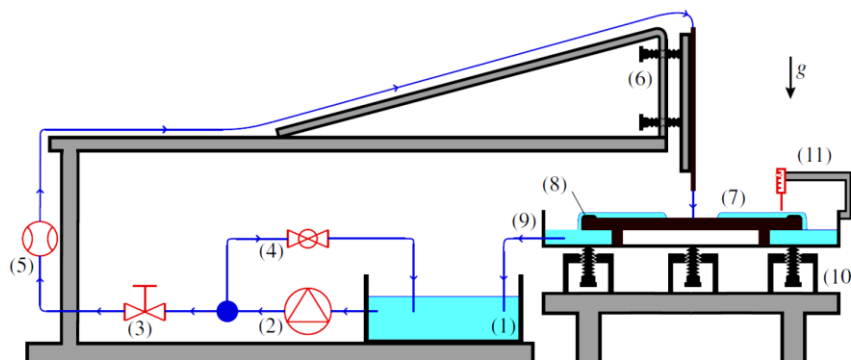
$$l_b \sim (gQ^2\mu^4/\sigma^4)^{1/3} \quad (5)$$

طبق این رابطه هر چقدر لزجت بیشتر و کشش سطحی کمتر باشد، باریکه‌ی سیال توانایی بیشتری در خنثی کردن آشفتگی‌ها و حفظ پایداری دارد. برعکس هر چه کشش سطحی بیشتر و لزجت کمتر باشد، رشد آشفتگی‌ها و ناپایداری‌ها بیشتر بوده و استوانه‌ی سیال به سمت ایجاد انحنا و قطره قطره شدن پیش می‌رود.

نظریه فوق را می‌توان در مورد تبدیل پرش‌های هیدرولیکی دایروی به چند ضلعی این گونه تعمیم داد و بکار گرفت که اگر غلتک زیر سطحی مدور در ساختار نوع IIb پرش هیدرولیکی دایروی (شکل ۳) را به عنوان یک باریکه‌ی لوله‌ای شکل در نظر بگیریم، چنانچه لزجت سیال زیاد (حدوداً ۱۱ برابر آب) و کشش سطحی آن کم باشد، در حضور آشفتگی‌های موجود در جریان، کشش سطحی قدرت کافی برای قطره قطره کردن غلتک را نداشته و پرش دایروی ناپایدار شده و به یک چند ضلعی تبدیل می‌شود.

۳. دستگاه آزمایش

شکل (۶) شماتیک دستگاه آزمایش مورد استفاده در این تحقیق و بخش‌های مختلف آن را نشان می‌دهد. سیال از مخزن اصلی و به وسیله‌ی پمپ به سمت لوله‌ی ایجاد کننده‌ی جت سیال هدایت شده و پس از ایجاد پرش هیدرولیکی بر روی صفحه‌ی هدف، وارد مخزن سرریز شده و پس از آن به مخزن اصلی برمی‌گردد. به این ترتیب سیکل چرخش سیال کامل می‌شود. برای اندازه‌گیری دبی از دبی سنج دیجیتال و برای اندازه‌گیری شعاع پرش هیدرولیکی از عکس برداری و پردازش تصویر استفاده می‌شود. همچنین از یک کولیس دیجیتال برای اندازه‌گیری ابعاد و ارتفاع بالا و پایین دست پرش استفاده می‌شود.



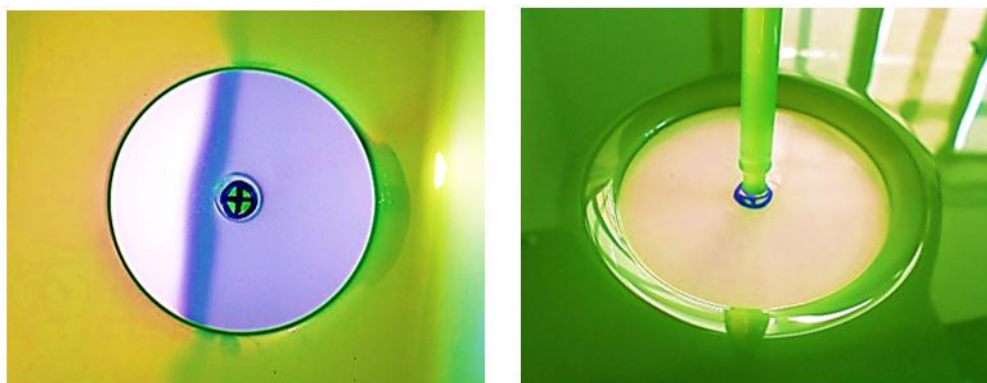
شکل ۶- شماتیک دستگاه آزمایش مورد استفاده در این تحقیق. (۱) مخزن نگهداری سیال، (۲) پمپ، (۳) شیر تنظیم دبی (۴) شیر مسیر فرعی، (۵) دبی سنج، (۶) مکانیزم ترازبندی عمودی، (۷) صفحه هدف شیشه‌ای، (۸) مانع پایین دست، (۹) مخزن سرریز، (۱۰) مکانیزم ترازبندی افقی و (۱۱) سیستم اندازه‌گیری ضخامت سیال [۷]

۴. نتایج

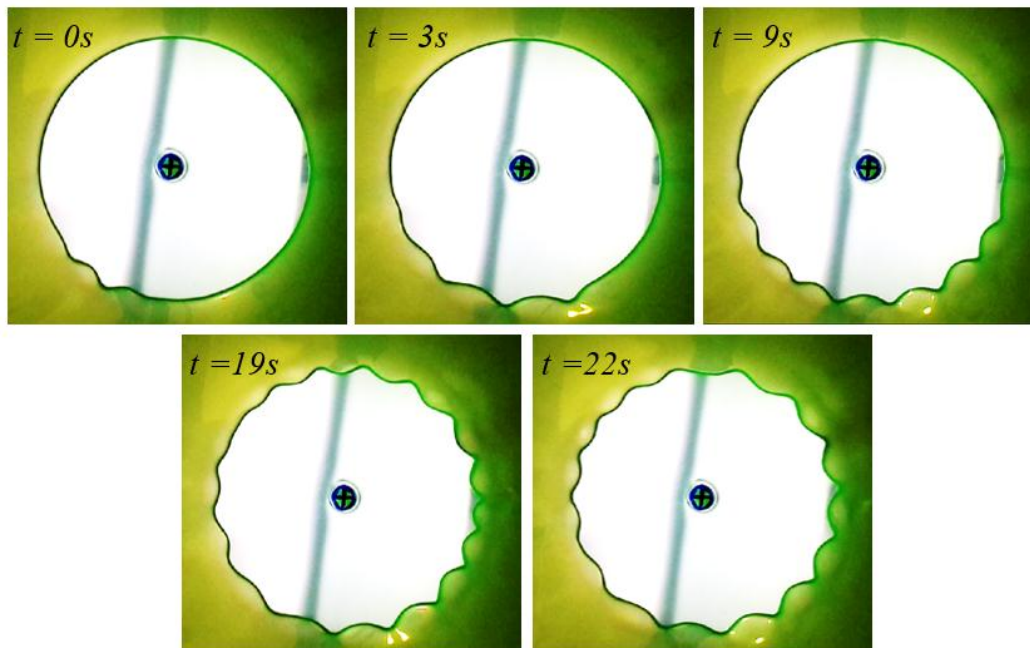
با توجه به کارهای آزمایشگاهی قبلی که توسط دانشمندان انجام شده، در حضور یک مانع پایین دست با ارتفاع مشخص بر روی صفحه هدف، پرش هیدرولیکی به شکل چند ضلعی ظاهر می‌شود. همانطور که در بخش تئوری شرح داده شد، آشفتگی‌هایی باعث ایجاد ناپایداری و چند ضلعی شدن پرش می‌شوند. این آشفتگی‌ها را می‌توان به چند دسته تقسیم‌بندی کرد از قبیل: اغتشاشات محیطی، اغتشاشات ناشی از قسمت‌های متحرک و لرزاننده، اغتشاشات ناشی از تولید امواج پدیده‌ی کاویتاسیون، اغتشاشات ناشی از درهمی جریان و اغتشاشات ناشی از برخورد سیال به صفحه هدف و تولید امواج سطحی. در این تحقیق، پیش بینی می‌شود که اگر بتوان به طریقی این آشفتگی‌ها و نوسانات را کاهش داد یا به حداقل رساند، پرش هیدرولیکی همچنان به صورت پایدار و دایروی باقی بماند.

انجام آزمایش‌های متعدد در این تحقیق نشان می‌دهد که پیش بینی نویسندگان این مقاله صحیح بوده و می‌توان با حذف یا کاهش انواع مختلف اغتشاشات، حتی در حضور یک مانع پایین دست، پرش هیدرولیکی دایروی پایدار ایجاد کرد. شکل (۷) نمای بالایی و پایینی یک پرش هیدرولیکی دایروی پایدار را در حضور یک مانع پایین دست متقارن دایروی به ارتفاع $h=2.10\text{mm}$ نشان می‌دهد. شعاع این پرش با افزایش دبی افزایش می‌یابد تا اینکه بالاخره در یک دبی خاص، پرش هیدرولیکی دایروی، ناپایدار شده و از محلی بر روی محیط آن یک گوشه متولد می‌شود. در این حالت در عین ثابت ماندن دبی، تولید گوشه‌های جدید و بیشتر ادامه می‌یابد و گوشه‌ها بر روی محیط پرش دایروی حرکت می‌کنند تا همه‌ی محیط پرش را فرا می‌گیرند. در نتیجه یک پرش هیدرولیکی چند ضلعی شکل می‌گیرد (شکل ۸).

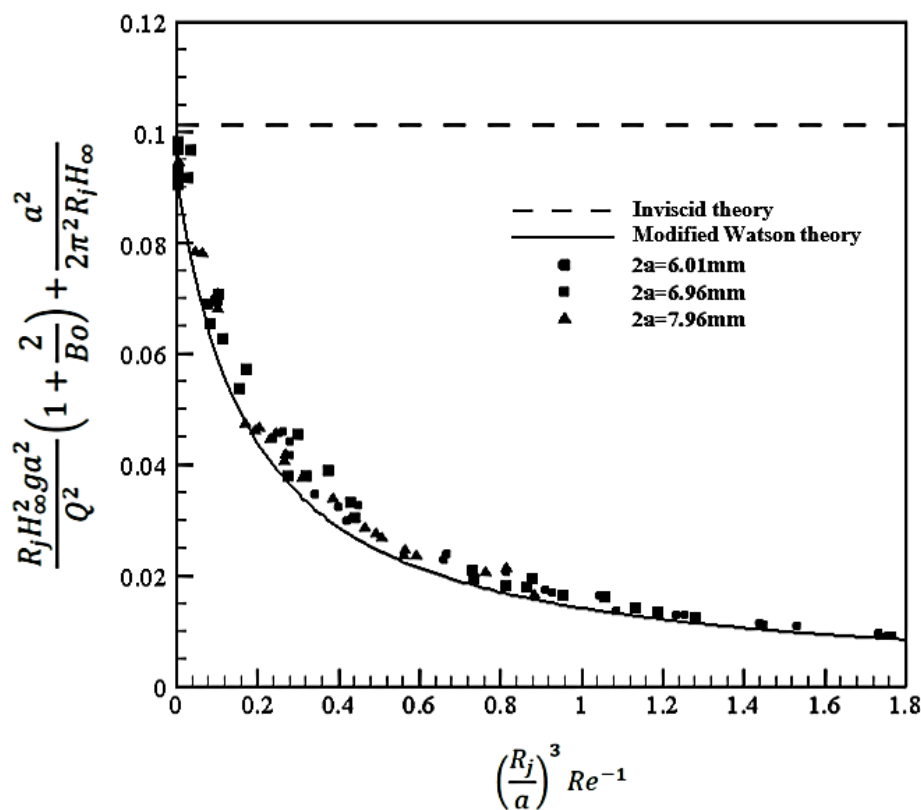
شکل (۹) مقایسه‌ی نتایج پرش‌های دایروی پایدار بدست آمده در این تحقیق را با تئوری اصلاح شده‌ی واتسون، در سه قطر مختلف جت سیال، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج بدست آمده در دبی‌های مختلف با دقت خوبی با تئوری اصلاح شده‌ی واتسون تطابق دارد.



شکل ۷- پرش هیدرولیکی دایروی پایدار با ساختار نوع IIb در حضور مانع پایین دست با ارتفاع $h=2.10\text{mm}$
($Q=82.23\text{ml/s}$)



شکل ۸- روند ناپایدار شدن یک پرش هیدرولیکی دایروی پایدار با ساختار نوع IIb در حضور مانع پایین دست با ارتفاع $h=2.10\text{mm}$ ($Q=123.16\text{ml/s}$)

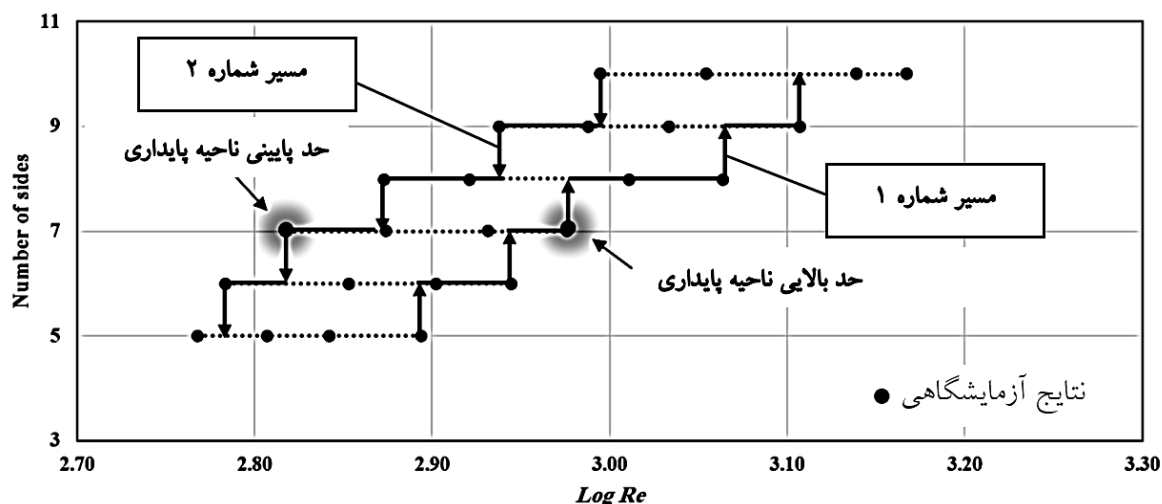


شکل ۹: مقایسه‌ی نتایج پرش‌های دایروی پایدار بدست آمده در این تحقیق با تئوری اصلاح شده‌ی واتسون

بنابراین یکی از دستاوردهای کار حاضر این است که بر خلاف کارهای قبلی و با حذف اغتشاشات و نوسانات از جریان، سیستم و محیط، پرش دایروی پایدار از اعداد رینولدز کم، که در آن شعاع پرش تقریباً برابر با شعاع دهانه نازل است، تا اعداد رینولدز بالا شکل می‌گیرد. اما در اینجا این سوال مطرح می‌شود که چرا پس از وارد شدن اغتشاشات و شکل‌گیری پرش چند ضلعی، این پرش به صورت متقارن و منتظم است؟ با توجه به اینکه اغتشاشات و نوساناتی که پیش‌تر به آن‌ها اشاره شد، همگی تصادفی هستند و هیچ نظم یا تقارن خاصی ندارند.

به عنوان یکی دیگر از دستاوردهای تحقیق حاضر باید گفت که علت آن است که پرش هیدرولیکی به دلیل حضور کشش سطحی تمایل دارد که کمترین مساحت رویه در پرش را ایجاد کند. کمترین مساحت رویه در بین پرش‌های چند ضلعی با تعداد اضلاع و مساحت داخل برابر، مربوط به پرش چند ضلعی منتظم است.

همچنین می‌توان علت رفتار پرش‌های هیدرولیکی چند ضلعی و شکل‌گیری محدوده‌ی پایداری که در شکل (۵) نشان داده شده را تفسیر کرد. در حضور اغتشاشات، پرش هیدرولیکی به شکل یک چند ضلعی منتظم در می‌آید. در دبی‌های کم (نیروی مومنت کم)، شکل پرش به صورت بیضی یا چشم خواهد بود. با افزایش دبی که منجر به افزایش نیروی مومنت سیال نیز می‌شود، اندازه‌ی پرش رشد کرده و مساحت داخل و رویه‌ی آن بیشتر می‌شود. همزمان نیروی کشش سطحی به عنوان یک نیروی مقاوم سعی در ایجاد کمترین مساحت رویه را دارد. بنابراین با اضافه کردن یک گوشه و یک ضلع مساحت رویه را کاهش می‌دهد و شکل پرش، به یک مثلث تبدیل می‌شود. زیرا در این دبی، مساحت رویه برای پرش مثلثی کمتر از مساحت رویه‌ی بیضی نهایی می‌باشد. روند افزایش گوشه و ضلع پرش چند ضلعی با افزایش دبی ادامه دارد (مسیر شماره یک در شکل (۱۰)). مسیر شماره ۲ در شکل (۱۰) حد پایین پایداری را نشان می‌دهد که با کاهش دبی (کاهش مومنت) حاصل می‌شود.



شکل ۱۰- نمودار پایداری پرش‌های هیدرولیکی چند ضلعی ($H_{obstacle}=0.22\text{cm}$ و $2a=1.03\text{cm}$)

به این ترتیب و با دقت در شکل (۱۰) می‌توان دریافت که در یک رژیم پارامتری ثابت (به عنوان مثال $\text{Log}Re=3$) می‌توان پرش‌های هیدرولیکی چند ضلعی با تعداد ۸، ۹ و ۱۰ ضلع داشت. رژیم پارامتری ثابت به این معنی است که تمام پارامترهای حاکم بر آزمایش از جمله دبی حجمی، ارتفاع پایین دست، قطر جت، نوع سیال و... ثابت و بدون تغییر باشد.

۵. جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق یک مطالعه‌ی پدیده شناسی بر روی پرش‌های هیدرولیکی چند ضلعی، علت شکل‌گیری و رفتار آن‌ها انجام شد و نتایج زیر بدست آمد:

- علت واقعی پدیده‌ی پرش هیدرولیکی چند ضلعی، حضور اغتشاشات و نوساناتی در جریان، محیط و یا سیستم دستگاه آزمایش است که بر اساس پدیده‌ی رایلی-پلاتو و در حضور کشش سطحی و لزجت منجر به ایجاد این پدیده می‌شود. با حذف یا کاهش این اغتشاشات و نوسانات، پرش دایروی پایدار شکل می‌گیرد.
- پرش‌های هیدرولیکی دایروی پایدار این تحقیق، همگی از نوع IIb هستند و مطابقت نسبتاً خوبی با تئوری اصلاح شده‌ی واتسون دارند.
- کشش سطحی سیال سعی می‌کند تا کمترین مساحت رویه‌ی ممکن را در پرش ایجاد کند. چون کمترین مساحت رویه در بین چند ضلعی‌های مختلف با تعداد اضلاع برابر مربوط به چند ضلعی منتظم است، پرش هیدرولیکی چند ضلعی به صورت متقارن و منتظم شکل می‌گیرد.

۶. مراجع

1. Avedisian, C. and Zhao, Z. (2000), "The circular hydraulic jump in low gravity", Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, The Royal Society, pp. 2127-2151.
2. Rayleigh, L. (1914), "On the theory of long waves and bores", Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, pp. 324-328.
3. Watson, E. (1964), "The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane", Journal of Fluid Mechanics, **20**, pp. 481-499.
4. Bush, J. W. and Aristoff, J. M. (2003), "The influence of surface tension on the circular hydraulic jump", Journal of Fluid Mechanics, **489**, pp. 229-238.
5. Bush, J. W., Aristoff, J. M. and Hosoi, A. (2006), "An experimental investigation of the stability of the circular hydraulic jump", Journal of Fluid Mechanics, **558**, pp. 33-52.
6. Ellegaard, C., Hansen, A. E., Haaning, A., Hansen, K., Marcussen, A., Bohr, T., Hansen, J. L. and Watanabe, S. (1999), "Cover illustration: Polygonal hydraulic jumps", Nonlinearity, **12**, p. 1.
7. Teymourtash, A. R. and Mokhlesi, M. (2015), "Experimental investigation of stationary and rotational structures in non-circular hydraulic jumps", Journal of Fluid Mechanics, **762**, pp. 344-360.
8. Plateau, J. (1873), "Statique Experimentale et The'orique des Liquides", Gauthier-Villars, Paris.
9. Rayleigh, L. (1878), "On The Instability Of Jets", Proceeding London Mathematical Society, **10**, pp. 4-13.

10. Javadi, A., Eggers, J., Bonn, D., Habibi, M., and Ribe, N. M., (2013) "Delayed Capillary Breakup of Falling Viscous Jets", Physical review letters, **110**, pp. 144501-144504.