ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع و سیستم‌ها
۱۹ و ۲۰ شهریور ۱۳۹۹ • دانشگاه فردوسی مشهد
6th International Conference on Industrial and Systems Engineering
• 9 & 10 Sep. 2020 • Ferdowsi University of Mashhad

تحلیل سرمایه‌گذاری روی یک محصول شیمیایی با استفاده از اختیار معامله حقیقی[1]

حسین نقابی[۱] ، مهدی شفیعی قاسمی[۲] ، علیرضا ظفرواحدیان[۳]

[۱]استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد؛h.neghabi.64@gmail.com

[۲]فارغ التحصیل مقطع دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف تهران؛shafiei.ghasemi@gmail.com

[۳]فارغ التحصیل مقطع کارشناسی مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی مشهد؛azafarvahedian@ymail.com

* نویسنده مسئول: حسین نقابی

چکیده

به طور سنتی معمولا مدیران در تحلیل سرمایه‌گذاری از روش‌های کلاسیک مانند ارزش خالص فعلی، استفاده می‌کنند. در این روش‌ها از مقادیر قطعی و مشخص برای تخمین هزینه‌های پروژه استفاده می‌شود. این در حالیست که با استفاده از عدم قطعیت موجود در دنیای واقعی معمولا این فرض چندان صحیح به نظر نمی‌رسد. یکی از روش‌های سازگار با این نوع عدم قطعیت، استفاده از تکنیک اختیار معامله حقیقی است که دارای انعطاف‌پذیری بالایی می‌باشد. این روش با بکارگیری تکنیک‌هایی امکان استفاده از گزینه‌هایی را پیش روی مدیران قرار می‌دهد.

در این مقاله سرمایه‌گذاری روی یک محصول شیمیایی مورد بررسی قرار گرفته است. این سرمایه‌گذاری شامل سه مرحله کلی می‌باشد. نوع اختیار معامله حقیقی بررسی شده در این پروژه، بیشتر گسترش پروژه (در صورت موفقیت) می‌باشد که معادل با اختیار معامله خرید آمریکایی است. در نهایت جزئیات محاسبه قیمت این اختیار معامله مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: اختیار معامله حقیقی؛ تحلیل سرمایه‌گذاری؛ اختیار خرید آمریکایی؛ محصول شیمیایی

Investment Analysis on a Chemical Product Using Real Option

Hossein Neghabi[1],Mahdi Shafiee Ghasemi[2],Alireza Zafarvahedian[3]

[1]Assistant Professor, Ferdowsi University Of Mashhad; h.neghabi.64@gmail.com

[2]Ph.D,Sharif University Of Technology; shafiei.ghasemi@gmail.com

[3]B.S. degree, Ferdowsi University Of Mashhad; azafarvahedian@ymail.com

* Corresponding author: HosseinNeghabi

Abstract

Managers usually apply classical methods such as current net value in investment analysis. In these methods, definite and fixed values are used for the estimation of the project cost. However, it seems that the assumption is not very accurate because of the current uncertainty in the real world. One of the compatible and flexible methods to answer this kind of uncertainty is real option approach. This method provides various suggestions for managers. This paper has investigated a three-step investment on a chemical product. In this case, the real option approach, which is mainly project development, is equal to American call option. Finally, with the assumption of being a successful approach, its details about cost calculation are studied.

Keywords: Real options; Investment analysis; American call option; Chemical product

۱-مقدمه

واژه "اختیار معامله واقعی" برای اولین بار توسط پروفسور استوارت میرز در سال ۱۹۸۷ ابداع شد. در واقع تحلیلاختیار معامله حقیقی همانند تئوری اختیار معاملات مالی برای دارایی های غیرمالی می‌باشد. به دیگر بیان اختیار معامله حقیقی تکنیکی برای برقراری ارتباط بین امور مالی سازمان (غالباً کمی) و برنامه ریزی استراتژیک (غالباً کیفی) می باشد(۱).

[1]-Real Option

یک اختیار واقعی عبارتست از حق و نه اجبار اجرای یک تصمیم مانند اختیار انجام دادن ، ساختن ، متوقف شدن ، توسعه دادن یا کوچک کردن یک سرمایه ثابت. برای نمونه فرصت سرمایه گذاری در طرح توسعه یک کارخانه یا فروش آن یک اختیار واقعی محسوب می‌شود.

اختیار معامله حقیقی علاوه بر اینکه به عنوان یک تکنیک در امور مالی محسوب می‌شود، کاربردهای دیگری نظیر تصمیم گیری تحت عدم اطمینان نیز دارد.

با اینکه روش های ارزش یابی اختیار معامله متعددی برای ارزشیابی سرمایه گذاری ها توسعه داده شده است اما پر کاربرد ترین آنها عبارتند از:

- بلک و شولز
- درخت سه جمله ای
- اختیارات مرکب گسکی
- روش کارلسون-فولر
- روش دتر- ماتیوس
- شبیه سازی

در ذیل به اختصار تعدادی از آنها توضیح داده شده است.

روش بلک–شولز:بلک و شولز در سال ۱۹۷۳ با کمک معادلات دیفرانسیل جزئی رابطه‌ای برای محاسبه اختیار معاملعه اروپایی ارائه دادند. این معادلات دیفرانسیل جزئی تحت عنوان فرمول بلک و شولز شناخته شده می‌باشند. این معادلات برای ارزشیابی گزینه‌های سرمایه-گذاری استفاده می‌شوند. بلک و شولز نشان دادند که برای ارزش‌یابی خرید یک سهام، داشتن تخمینی منطقی از متغیرهای ارزش فعلی سهام، زمان سررسید، نرخ واریانس ارزش سهام، قیمت توافقی[2]و نرخ برگشت بدون ریسک لازم و کافی هستند. با استفاده از این داده ها مقدار ارزش اختیار واقعی محاسبه می‌شود (۲).

روش گسکی: از این روش هنگامی استفاده می‌شود که پروژه مورد نظرچند مرحله توسعه متوالی داشته باشد و در هر مرحله اختیار برای توسعه وجود داشته باشد باشد به عنوان نمونه، در صنعت دارو می‌تواند مرحله اول معادل شناسایی ماده موثر دارویی از میان ترکیبات بالقوه باشد. در اینصورت مرحله دوم معادل با چهار آزمایش متوالی از آزمایشات پیش بینی تا مرحله سوم آزمایشات بالینی خواهد بود. پس از شناسایی ماده موثر دارویی شرکت اختیار سرمایه گذاری بیشتر در آزمایشات را در پیش رو دارد. بنابراین اختیار سرمایه گذاری در آزمایشات (مرحله ۲) اولین اختیار است در حالیکه سرمایه گذاری در تولید و ارائه به بازار (مرحله ۳) اختیار دوم است. این دو مرحله همراه با هم یک اختیار مرکب را تشکیل می‌دهند(۳).

روش کارلسون–فولر: این روش از یک فرآیند ترکیبی فازی- احتمالی برای محاسبه اختیار معامله استفاده می‌کند. در این روش باز هم همان فرضیات روش بلک-شولز مطرح می‌باشد و با کمک نظریه امکان، امید ریاضی هزینه‌ها محاسبه می‌شود(۴).

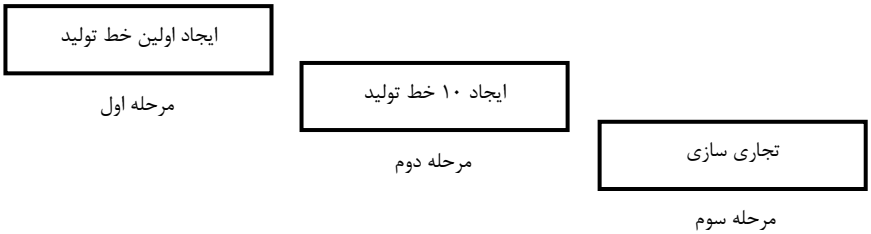
روش دتر–ماتیوس: برای فائق آمدن بر مشکل پیچیدگی حل روش‌های محاسبه ارزش اختیار معاملات، این نویسندگان از تکنیک سناریویی استفاده نمودند. مهمترین مزیت این روش سادگی و استفاده سهل آن می‌باشد. در این روش ابتدا چند سناریو تولید می‌گردد و سپس با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو، توزیع برآمد پروژه تعیین می‌شود. سپس میانگین وزنی احتمالی برآیند پروژه محاسبه شده و در احتمال کسب سود ضرب می‌گردد.(۵).

شبیه سازی مونت کارلو: در این روش با استفاده از شبیه‌سازی، ابتدا تمامی مسیرها و اتفاقات را بررسی می‌کنند سپس با قواعد تصمیم‌گیری‌های اختیارات گنجانده شده در هر مسیر، متوسط ارزش انتظاری از آخرین روز سرمایه گذاری را به زمان حال تنزیل کرده تا بدین وسیله ارزش اختیارات را محاسبه کنند(۵).

۲-تعریف مساله

در این مقاله سرمایه‌گذاری روی یک محصول شیمیایی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. بازار مصرف این محصول شامل بازارهای داخلی و خارجی (صادرات) می‌باشد. سرمایه‌گذاری در این پروژه دارای سه مرحله کلی است (شکل ۱).

[2] Exercise Price



شکل۱. مراحل کلی انجام پروژه

این مراحل در ذیل اشاره می‌شود:

مرحله۱: اولین مرحله شامل سرمایه‌گذاری بر روی ایجاد اولین خط‌تولید این محصول می‌باشد. در واقع این مرحله برای معرفی محصول و سنجش رغبت خریداران و ... در نظر گرفته شده است.

مرحله ۲: در صورتیکه اولین مرحله موفقیت‌آمیز باشد تعداد خطوط تولیدی ۱۰ برابر خواهد شد. این مرحله معادل با اختیار واقعی گسترش[3] پروژه تفسیر می‌گردد.

مرحله ۳: این مرحله بعد از موفقیت‌آمیز بودن هر دو مرحله قبل صورت می‌پذیرد و شامل تجاری سازی، ایجاد برند تبلیغاتی مناسب و ... می‌باشد.

۳-عدم قطعیت

در دنیای واقعی موارد و عوامل بسیار زیادی وجود دارند که می‌توانند به صورت مستقیم و یا غیر مستقیم روی ارزش پروژه اثرگذار باشند. این تاثیرات گاهی اوقات در جهت مثبت (افزایش جذابیت) و گاهی اوقات در جهت منفی (کاهش جذابیت) پروژه‌ها عمل می‌کنند. در مساله مورد بررسی منابع عدم‌قطعیت فراوانی می‌توان ذکر نمود که به طور مستقیم در ارزش پروژه موثر می‌باشند، که از جمله می‌توان به تقاضای محصول، محصول رقیب یا جایگزین، نرخ ارز، تعرفه‌های وارداتی، عوامل تکنولوژیکی، قوانین جدید موثر و ...اشاره نمود. در این مقاله این موارد در سه دسته کلی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. این موارد شامل عدم‌قطعیت بازار، عدم قطعیت ناشی از تغییرات نرخ ارز و عدم قطعیت تکنولوژیکی می‌باشند. در ذیل به تفصیل به این موارد اشاره می‌شود(۶).

۳-۱ عدم قطعیت بازار: یکی از موارد بسیار مهم در سودآوری و افزایش ارزش پروژه، میزان پذیرش محصول در بازارهای تقاضا است. به عبارت دیگر ریسک بازار بیشتر به سازش‌پذیری محصول و تکنولوژی جدید با خواسته‌ها و نیازهای مشتریان مرتبط می‌باشد. با توجه به تجربه‌های قبلی و مطالعات بازاریابی صورت‌پذیرفته و نیز با استفاده از داده‌های گذشته به نظر می‌رسد این ریسک بیشتر در جهت افزایش جذابیت پروژه عمل می‌کند. در واقع به نظر می‌رسد عدم قطعیت بیشتر در این زمینه باعث جذابیت بیشتر پروژه می‌گردد(۷).

۳-۲ عدم قطعیت در تغییر نرخ ارز: با توجه به سیاست تثبیت نرخ ارز در سال‌های اخیر، به نظر می‌رسد ارزش واقعی ارز خارجی بیشتر از ارزش اعلام شده توسط بانک مرکزی می‌باشد. بنابراین این امکان وجود دارد که بانک مرکزی در هر لحظه نرخ ارز را در راستای حمایت از تولیدکننده داخلی افزایش دهد. اما با توجه به صادراتی بودن محصول مورد اشاره، به نظر می‌رسد سیاست افزایش نرخ ارز باعث ارزشمندتر شدن پروژه می‌شود. به دیگر بیان افزایش نرخ ارز باعث افزایش ارزش صادرات در بازارهای خارجی و افزایش توان رقابت‌پذیری در بازارهای داخلی می‌گردد. البته در اینجا چنین فرض شده است که اکثر ماشین‌آلات تولید کننده این محصول ساخت داخلی می‌باشند و افزایش نرخ ارز تاثیر چندانی روی قیمت آنها ندارد. با این توضیحات اثر تغییر در نرخ ارز بر روی ارزش پروژه در جهت مثبت و در راستای افزایش جذابیت پروژه ارزیابی می‌گردد(۸).

۳-۳ عدم قطعیت تکنولوژیکی: منظور از این نوع عدم قطعیت شانس انتقال موفق از لحاظ تکنولوژیکی از یک مرحله به مرحله بعد می‌باشد. پر واضح است که اجرای موفقیت‌آمیز انتقال از یک مرحله به مرحله بعد، به عنوان پیشنیازی از موفقیت کل پروژه می‌باشد. با توجه به این توضیحات این منبع عدم قطعیت، در جهت منفی یعنی کاهش ارزش پروژه عمل می‌کند. به دیگر بیان هرچه اثر این منبع عدم قطعیت بیشتر باشد ارزش کل پروژه کاهش خواهد یافت(۹).

[3]-Extend

۴-ساختار مدل‌سازی مساله

در بخش۳ منابع عدم قطعیت موثر بر پروژه مورد بررسی قرار گرفت. برای بدست آوردن قیمت اختیار واقعی باید در ابتدا منابع غیر قطعی را با توجه به ویژگی‌ها و شرایط آن‌ها به صورت ریاضی مدل‌سازی گردند. در راستای نیل به این هدف در این قسمت به ذکر جزئیات و شرایط منابع عدم قطعیت پرداخته شده است و مناسب‌ترین مدل برای آن‌ها پیشنهاد شده است(۱۰).

۴-۱ مدل‌سازی عدم قطعیت بازار: فرض کنید تقاضای محصول در هر لحظه از زمان به صورت $X = \{X_t, t \geq 0\}$ در نظر گرفته شده است. از آنجائیکه نمی‌توان به صورت دقیق تقاضای محصول را پیش‌بینی نمود، ناگزیر باید تقاضا را با یک فرآیند تصادفی مناسب مدل نمود. با توجه به تجربیات قبلی و داده‌های مشابه استفاده از توزیع براونی هندسی[۴] جهت مدل‌سازی تقاضا مناسب به نظر می‌رسد. یعنی فرض می‌شود تقاضای محصول به صورت معادله (۱) تغییر می‌کند.

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dz_t \quad (۱)$$

μو σبه ترتیب بیان‌کننده نرخ رشد و انحراف‌استاندارد تقاضای محصول تعبیر می‌گردند. در رابطه (1) متغیر تصادفی از فرآیند وینر[۵] با $dz_t \sim N(0, \sqrt{dt})$ پیروی می‌کند. با توجه به ماهیت غیر منفی‌بودن تقاضا، استفاده از توزیع لاگ‌نرمال بسیار مناسب به نظر می‌رسد. با این توضیح می‌توان ادعا نمود تقاضای این محصول در زمانtبه صورت (۲) خواهد شد. (اثبات در پیوست (الف) آمده است.)

$$X_t = X_0 exp\left(\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t + \sigma z_t\right) \quad (۲)$$

مطلب دیگری که حائز اهمیت می‌باشد، این است که با افزایش تولید میزان مهارت کارگران تولیدی بیشتر شده و هزینه‌های تولید کاهش می‌یابد. برای لحاظ نمودن این مطلب، فرض می‌گردد که سود حاصل از فروش هر واحد محصول تولیدی از رابطه$K_t = K_0 e^{(l\theta t)}$ پیروی می‌کند. در این فرمول l نرخ یادگیری و θ کاهش هزینه‌های هر واحد می‌باشد. با توجه به فرض بالا سود حاصل از فروش این محصول از رابطه (۳) بدست خواهد آمد.

$$V_t = f(x_t) = K_t X_t \quad (۳)$$

با بکارگیری لم ایتو[۶] رابطه (۴) قابل دستیابی می‌باشد.

$$dV_t = \left(\mu + l\theta - \frac{1}{2}\sigma^2\right) V_t dt + \sigma V_t dz_t \quad (۴)$$

از رابطه (۴) معلوم می‌گردد که نرخ یادگیری همانند متوسط نرخ افزایش تقاضا عمل می‌کند. برای ساده سازی با استفاده از روابط مارتینگل[۷] می‌توان μرا با توجه به ارزش بازاری ریسک[۸] به صورت (۵) تعریف نمود.

$$\frac{\mu - r}{\sigma} = \omega \rightarrow \mu = r + \omega\sigma \quad (۵)$$

با فرض اینکه هزینه فرصت ازدست رفته برای این سرمایه گذاری به صورت η تعریف شود رابطه (۵) به صورت رابطه (۶) بازنویسی می‌گردد.

$$\mu = r + \omega\sigma - \eta \quad (۶)$$

با بهره‌گیری از دو رابطه (۴) و (۶) داریم:

$$\frac{dV_t}{V_t} = \left(r + l\theta - \eta - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dt + \sigma(\varepsilon dt + dz_t) \quad (۷)$$

از رابطه (۷) می‌توان ادعا نمود، ارزش پروژه از یک فرآیند تصادفی جدیدی پیروی می‌کند. (در یک فضای جدید مثل Q). در واقع رابطه (۷) چنین بیان می‌کند که پارامتر تصادفی از یک توزیع براونی استاندارد پیروی می‌کند. این توزیع به صورت رابطه (۸) می‌باشد.

$$z_t^* = z_t + \int_0^t \varepsilon_s \, ds \rightarrow dz_t^* = dz_t + \varepsilon_t dt \quad (۸)$$

---

[4]- Geometric Brownian Motion
[5]-Wiener Process
[6]- Ito Lemma
[7]-Martingale
[8]-Market price of risk

با استفاده از رابطه (۸) می‌توان رابطه (۷) را به صورت رابطه (۹) بازنویسی نمود.

$$\frac{dV_t}{V_t} = \left(r + l\theta - \eta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dz_t^* \quad (۹)$$

با بهره‌گیری از رابطه (۹) می‌توان به راحتی به رابطه (۱۰) دست یافت.

$$V_t = V_0 exp\left(\left(r + l\theta - \eta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma z_t^*\right) \quad (۱۰)$$

رابطه (۱۰) بیان‌کننده ارزش پروژه با توجه به عدم قطعیت بازار می‌باشد.

۴-۲ عدم قطعیت نرخ ارز: اثرات تغییر تقاضای محصول معمولا به صورت پیوسته اعمال می‌شود، درحالیکه به نظر می‌رسد تغییرات نرخ ارز به صورت گسسته اتفاق می‌افتد. با توجه به سیاست تثبیت نرخ ارز توسط دولت جمهوری اسلامی ایران، معمولا تغییرات محسوسی در نرخ ارز ایجاد نمی‌شود. این در حالیست که با اجرای این سیاست در طول زمان، ارزش واقعی ارز خارجی بیشتر از ارزش اسمی اعلام شده توسط بانک مرکزی خواهد شد و این امکان وجود دارد که در هر لحظه قیمت ارز توسط بانک مرکزی افزایش یابد. ضمنا با توجه به اینکه قسمتی از تولیدات محصول مورد بررسی صادر می‌شود، این افزایش نرخ ارز باعث جذابیت بیشتر پروژه خواهد شد. به نظر می‌رسد با ملاحظات ماهیت گسسته بودن تغییرات نرخ ارز فرآیند پواسون با پارامتر λ برای مدل‌سازی بسیار مناسب باشد. طبق خصوصیات فرآیند پواسون داریم:

$$P[N_{t+s} - N_s = n] = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!} \quad (۱۱)$$

همچنین پرش q_t به عنوان فرآیند پواسون مرکب نمایی[۹] به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود.

$$q_t = exp\left(\alpha N_t - \lambda t(e^{\alpha} - 1)\right) \quad (۱۲)$$

با فرض اینکه $\phi = e^{\alpha} - 1$ باشد، می‌توان روابط (۱۲) را ساده نمود. ϕ به عنوان درصد پرش در ارزش پروژه هنگامی که یک پرش در فرآیند پواسون اتفاق افتد، تعبیر می‌شود. با این تعبیر ارزش پروژه فقط با در نظرگیری عدم قطعیت در نرخ ارز، از رابطه (۱۳) بدست می‌آید.

$$V_t = V_0 e^{\alpha n - \lambda \phi t} \quad (۱۳)$$

با جایگذاری ϕ در رابطه (۱۳) داریم:

$$V_t = V_0(1 + \phi)^n e^{-\lambda \phi t} \quad (۱۴)$$

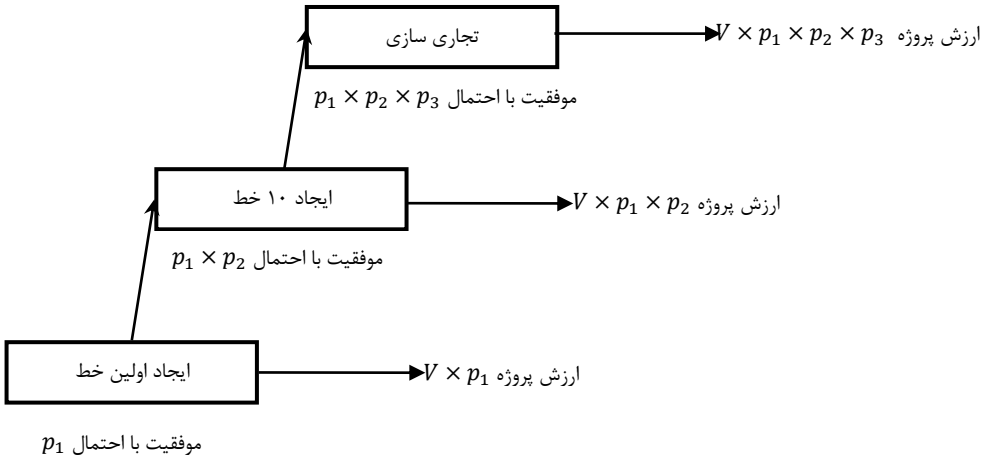
در رابطه (۱۴)، n تعداد پرش‌ها در نظر گرفته شده است که احتمال وقوع آن برابر با $\frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!}$ است. با توجه به توضیحات بالا ارزش کل پروژه با توجه به عدم‌قطعیت بازار و عدم قطعیت نرخ ارز، از رابطه (۱۵) پیروی می‌کند.

$$\frac{dV_t}{V_t} = \left(r + l\theta - \eta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dz^* + dq_t \quad (۱۵)$$

رابطه (۱۵) بیان‌کننده ترکیبی از فرآیند براونی هندسی و پرشی q_t می‌باشد.

شکل ۲ نشان‌دهنده ارزش پروژه با توجه به تغییرات تکنولوژیکی می‌باشد.

[۹]-exponential compound Poisson process



شکل ۲. ارزش پروژه با توجه به تغییرات تکنولوژیکی

۵-قیمت اختیار معامله:

ارزش اختیار معامله در زمان سررسید تابعی از ارزش خالص مقدار مبنا (سهام ، شاخص و...) می‌باشد(۱۱). اگر مقدار این ارزش کمتر از صفر باشد، صاحب این اختیار تمایل به اعمال اختیار ندارد یعنی ارزش اختیار معامله برابر صفر می‌باشد. چنانچه ارزش خالص مقدار مبنا مقداری بزرگتر از صفر داشته باشد دارنده اختیار معامله حق خود را اعمال می‌نماید در این صورت اختیار معامله ارزشی برابر با ارزش خالص مقدار مبنا دارد. در مجموع ارزش اختیار معامله برابر

$$\mathrm{c} = \max\{\mathrm{V_T} - I_\mathrm{T}, 0\} \quad (۱۶)$$

در این رابطه T زمان سررسید برای اعمال اختیار معامله در نظر گرفته شده است. همچنین منظور از I_T متوسط کل هزینه‌های مورد انتظار می‌باشد. با این توضیحات رابطه (۱۶) نشان‌دهنده ارزش مورد انتظار اختیار معامله حقیقی در زمان T می‌باشد.

با بهره‌گیری از رابطه (۱۵) ارزش پروژه به صورت رابطه (۱۷) محاسبه خواهد شد.

$$V_t = V_0 * (1+\phi)^n exp\left(\left(r + l\theta - \eta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma dz^*\right) \quad (۱۷)$$

ارزش پایه برابر V_t دارای توزیع لاگ نرمال با میانگین و واریانس زیر خواهد بود (۱۸ و ۱۹).

$$E[V_T] = e^{(r+l\theta-\lambda\phi)}V_0 * (1+\phi)^n \quad (۱۸)$$

$$V[V_t] = e^{2(r+l\theta-\eta-\lambda\phi)}[V_0 * (1+\phi)]^{2n} * \left(e^{\sigma^2 t} - 1\right) \quad (۱۹)$$

ارزش اختیار معامله حقیقی به صورت رابطه (۲۰) بدست می‌آید. جزئیات اثبات این رابطه به تفصیل در پیوست (ب) مقاله آورده شده است.

$$C_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} * [e^{(l\theta-\eta-\lambda(1+\phi))T}V_0 * (1+\phi)^n N(d_1) - e^{-(r+\lambda)T} I_T N(d_2)] \quad (۲۰)$$

در رابطه (۲۰) d_1 و d_2 به صورت روابط (۲۱) و (۲۲) در نظر گرفته شده‌اند.

$$d_1 = \frac{ln\left[\frac{V_0(1+\phi)^n}{I_T}\right] + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2 + \theta l_t - \eta - \lambda\phi\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (۲۱)$$

$$d_2 = \frac{ln\left[\frac{V_0(1+\phi)^n}{I_T}\right] + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 + \theta l_t - \eta - \lambda\phi\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (۲۲)$$

همچنین $N(d_1)$ و $N(d_2)$ توزیع تجمعی نرمال استاندارد d_1 و d_2 می‌باشند.

۶-اختیار معامله آمریکایی

با توجه به تعریف اختیار معامله اروپایی، ارزش اختیار معامله تنها در زمان سررسید مشخص می‌شود در حالی که در اختیار معامله آمریکایی صاحب اختیار معامله می‌تواند در هر نقطه قبل از موعد سررسید حق خود را اعمال نماید. با توجه به این نکته که محاسبه ارزش اروپایی سریع تر و راحتر از محاسبه ارزش آمریکایی می‌باشد لذا برای محاسبه ارزش آمریکایی ابتدا ارزش اروپایی را محاسبه کرده و در طول زمان بر اساس آن ارزش آمریکایی را تعیین می‌نماییم(۱۲).

در حال حاضر برای تعیین ارزش اختیار معامله آمریکایی روش مستقیم و در عین حال کارایی وجود ندارد. لذا برای تعیین ارزش آن ابتدا بازه زمانی خود را به چند بازه گسسته شکسته و به سرمایه گذار این حق داده می‌شود که اختیار خود را در هر بازه اعمال نماید. برای افزایش میزان دقت محاسبه مشخصا با شبیه سازی کامپیوتری می‌توان تعداد این بازه ها را نیز به تعداد بیشتری افزایش داد.

امید ریاضی پرداخت اختیار معامله آمریکایی برابر $c = supE[V_\tau - I]$ است که τلحظه اعمال اختیار معامله در بین $t_1 < t_2 \dots\dots\dots < t_k$ می‌باشد که شخص دارنده اختیار معامله یا در همان لحظه اعمال می‌نماید و یا آنکه برای دوره های بعد نگه میدارد.

۷-نتیجه‌گیری

در این مقاله سرمایه‌گذاری روی یک محصول شیمیایی مورد بحث و بررسی قرار گرفت. مراحل این سرمایه‌گذاری در ۳ مرحله کلی بیان شد. سپس منابع عدم قطعیت تاثیرگذار روی ارزش پروژه بیان و به طور مناسب مدل‌سازی گردید. در بخش ۵ ارزش اختیار معامله معادل با گسترش پروژه در حالت اروپایی محاسبه شد و در نهایت در بخش ۶ این محاسبات برای حالت آمریکایی تعمیم یافت.

منابع

.۱ Copeland T, Antikarov V. (2001)Real Options, Revised Edition: A Practitioners Guide. Texere, New York.

.۲ Sturm M, Goldstein MA, Huntington H, Douglas TA. (2017)Using an option pricing approach to evaluate strategic decisions in a rapidly changing climate: Black–Scholes and climate change. Climatic Change.140(3-4):437-49.

.۳ Medlin CJ, Möller K, editors. Capital investment and network logic. 25th Annual IMP Conference Marseille; 2009.

.٤ Amram M, Kulatilaka N. (1998)Real options:: Managing strategic investment in an uncertain world. OUP Catalogue.

.٥ Cheah CY, Liu J. (2006)Valuing governmental support in infrastructure projects as real options using Monte Carlo simulation. Construction management and economics.24(5):545-54.

.٦ Rivey D. A Practical Method for Incorporating Real Options Analysis into US Federal Benefit-Cost Analysis Procedures: Citeseer; 2007.

.۷ Bloom N. (2014)Fluctuations in uncertainty. Journal of Economic Perspectives.28(2):153-76.

.۸ Carter D, Pantzalis C, Simkins BJ. (2003)Asymmetric exposure to foreign-exchange risk: Financial and real option hedges implemented by US multinational corporations. Available at SSRN 387082.

.۹ Ketikidis PH, Koh SL, Gunasekaran A, Cucchiella F, Gastaldi M. (2006)Risk management in supply chain: a realoption approach. Journal of Manufacturing Technology Management.

.۱۰ Wörsdörfer D, Lier S, Crasselt N. (2017)Real options-based evaluation model for transformable plant designs in the process industry. Journal of manufacturing systems.42:29-43.

.۱۱ Jörnsten K, Nonås SL, Sandal L, Ubøe J. (2013)Mixed contracts for the newsvendor problem with real options and discrete demand. Omega.41(5):809-19.

.۱۲ Zmeškal Z. (2010)Generalised soft binomial American real option pricing model (fuzzy–stochastic approach). European Journal of Operational Research.207(2):1096-103.

زیرنویس ها

۱-Real Option
۲ Exercise Price
۲-Extend

٤- Geometric Brownian Motion
٥-Wiener Process
٦- Ito Lemma
٧-Martingale
٨-Market price of risk
٩-exponential compound Poisson process

پیوست (الف)

اثبات رابطه (۲)

برای اثبات رابطه (۲) کافی است از لم ایتو استفاده شود. با توجه به این لم اگر x_t از فرآیند $dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dz_t$ پیروی کند آنگاه $f(x_t)$ از فرآیند زیر پیروی خواهد نمود.

$$df(X_t) = \frac{\partial f}{\partial X_t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X_t^2}(dX_t)^2$$

با توجه به اینکه مقدار dt بسیار کوچک می‌باشد پس می‌توان نتیجه گرفت که می‌توان برای ساده‌سازی استدلال‌های زیر را انجام داد.

$$dt^2 = dtdz_t = 0$$

همچنین از آنجائیک $dz_t \sim N(0, \sqrt{dt})$ ه می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت $dz^2 = dt$. با توجه به فرض لگ‌نرمال بودن تقاضاداریم:

$$f(X_t) = lnX_t \rightarrow dlnX_t = \frac{1}{X_t}dX_t - \frac{1}{2}\frac{1}{X_t^2}(dX_t)^2 = \frac{dX_t}{X_t} - \frac{1}{2}\frac{1}{X_t^2}(\mu X_t dt + \sigma X_t dz_t)^2 = \frac{dX_t}{X_t} - \frac{1}{2}\frac{1}{X_t^2}X_t^2\sigma_t^2 dt$$
$$\rightarrow dlnX_t = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dz_t$$

با انتگرال‌گیری از طرفین رابطه اخیر رابطه (۲) اثبات خواهدشد.

پیوست (ب)

اثبات رابطه (۲۰)

قیمت اختیار معامله اروپایی برابر $c = max\{V_T - I_T, 0\}$ می‌باشد که این مقدار در صورتی بزرگتر از صفر می‌باشد که رابطه زیر برقرار باشد.

$$V_0(1+\phi)^n exp\left((r + l\theta - \eta - \lambda\phi)T - \frac{1}{2}\sigma^2 T + \sigma\sqrt{T}\varepsilon\right) - I_T > 0 \ , \varepsilon \sim N(0,1)$$

اگر مقدار $\mu = r - \frac{1}{2}\sigma^2$ باشد داریم:

$$V_0(1+\phi)^n exp\left((\mu + l\theta - \eta - \lambda\phi)T + \sigma\sqrt{T}\varepsilon\right) - I_T > 0$$

فرض کنید مقدار uرا برابر زیر تعریف کنیم

$$u = \frac{ln\left(\frac{I_T}{V_0(1+\phi)^n}\right) - (\mu + l\theta - \eta - \lambda\phi)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

اگر $u \geq \varepsilon$ باشد بدین معنی است که $max\{V_T - I_T, 0\} = 0$ شده است یعنی اختیار معامله هیچ ارزشی ندارد. همچنین اگر $max\{V_T - I_T, 0\}$ باشد به معنی این است که اختیار معامله مورد نظر دارای ارزش است و ارزش آن برابر با رابطه زیر خواهد شد.

$$V_0(1+\phi)^n \, exp\left((\mu + l\theta - \eta - \lambda\phi)T + \sigma\sqrt{T}\varepsilon\right) - I_T > 0$$

در رابطه بالا ε یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد می‌باشد. یعنی:

$$\varepsilon \sim N(0,1)$$

با انتگرال گیری روی این متغییر داریم:

$$= e^{-rT}(V_0(1+\phi)^n \int_u^{\infty} e^{\left((\mu+l\theta-\eta-\lambda\phi)T+\sigma\sqrt{T}\varepsilon\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2}} d\varepsilon - e^{-rT} I_T \int_u^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2}}\right) d\varepsilon$$

$$= V_0(1+\phi)^n e^{((-r+l\theta-\eta-\lambda\phi)T)} \int_u^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varepsilon-\sigma\sqrt{T})^2}{2}+\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)T} d\varepsilon - e^{-rT} I_T [N(-u)]$$

با فرض اینکه $x = \varepsilon - \sigma\sqrt{T}$ باشد داریم:

$$C_0 = V_0(1+\phi)^n e^{\left((-r+l\theta-\eta-\lambda\phi)T+\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)T\right)} \int_{u-\sigma\sqrt{T}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx - e^{-rT} I_T [N(-u)]$$

$$V_0(1+\phi)^n e^{\left((-r+l\theta-\eta-\lambda\phi)T+\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)T\right)} \left[1 - N\left(u - \sigma\sqrt{T}\right)\right] - e^{-rT} I_T [N(-u)]$$

باتوجه به دو رابطه زیر می‌توان رابطه بالا را ساده نمود.

$$-ln\left[\frac{I_T}{V_0(1+\phi)^n}\right] = ln\left[\frac{V_0(1+\phi)^n}{I_T}\right]$$

$$1 - N(u) = N(-u)$$

با استفاده از دو رابطه بالا داریم:

$$C_0 = V_0(1+\phi)^n e^{\left((-r+l\theta-\eta-\lambda\phi)T+\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)T\right)} N\left(-\frac{ln\left[\frac{I_T}{V_0(1+\phi)^n}\right] - (\mu + \theta l - \eta - \lambda\phi)T}{\sigma\sqrt{T}} + \sigma\sqrt{T}\right)$$
$$- e^{-rT} I_T N\left(-\frac{ln\left[\frac{I_T}{V_0(1+\phi)^n}\right] - (\mu + \theta l - \eta - \lambda\phi)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

در انتها اگر مقدار احتمال پواسون را در حالت ضرب نماییم ($p[N_t = n] = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!}$) مقدار زیر به دست می‌آید:

$$C_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!} * V_0(1+\phi)^n e^{((l\theta-\eta-\lambda\phi)T)} N\left(\frac{ln\left[\frac{V_0(1+\phi)^n}{I_T}\right] + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2 + \theta l - \eta - \lambda\phi\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$
$$- e^{-rT} I_T N\left(\frac{ln\left[\frac{V_0(1+\phi)^n}{I_T}\right] + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 + \theta l - \eta - \lambda\phi\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$