

معرفی نمودارهای کنترلی ریسک تعدیل شده بر اساس

داده‌های فازی

افسانه رضایی فر*، دانشگاه فردوسی مشهد
بهرام صادق پور گیلده، دانشگاه فردوسی مشهد
غلامرضا محتشمی بزرادان، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده: استفاده از روش‌های کنترل کیفیت آماری در حوزه‌های مختلف پزشکی می‌تواند در بهبود کیفیت فرایندهای جراحی نقش مهمی را ایفا کند. نمودارهای کنترل کیفیت ریسک تعدیل شده به دلیل در نظر گرفتن مخاطرات قبل از عمل جراحی بیماران جهت پایش عملکرد جراحان تأثیر به‌سزایی دارد. به علت مبهم و نادقیق بودن ریسک و بیان آن به صورت عبارات کم، متوسط، زیاد و... لازم است که در قالب یک عدد فازی در نظر گرفته شود. در این صورت نمودارهای کنترلی خاصی برای پایش مقادیر آماره‌هایی که بر اساس داده‌های فازی ساخته شده‌اند، نیاز است. در این مطالعه این نمودارهای کنترلی معرفی می‌شوند. سپس با استفاده از داده‌های واقعی حاصل از اعمال جراحی بیماران قلبی، نتایج بررسی و مقایسه خواهند شد.

واژه‌های کلیدی: ریسک بیماران - رگرسیون لجستیک فازی - نمودار جمع تجمعی.

۱. مقدمه

روش‌های کنترل فرایندهای آماری (SPC^۱) به کادر پزشکی و پرستاری واحدهای بهداشت و درمان کمک می‌کند که با استفاده از روش‌های آماری فرایندهای جراحی و یا عواملی که در فرایندهای درمانی تأثیر می‌گذارند را کنترل کنند. استفاده از روش‌های پایش آماری و استفاده از اطلاعات آن، در فرایندهای بهداشت و درمان حاصل توسعه روش‌های کنترل فرایندهای آماری در عرصه صنعتی است [۲].

در فرایندهای صنعتی مواد اولیه همگن در نظر گرفته می‌شود. اما در حوزه بهداشت و درمان و در کنترل فرایندهای جراحی، بیماران به دلیل داشتن ویژگی‌های متفاوت از قبیل سن، جنسیت، سابقه بیماری و... جامعه ناهمگونی را تشکیل می‌دهند و احتمال مرگ هر بیمار پس

از عمل جراحی نه تنها به میزان مهارت و قابلیت‌های جراح، بلکه به ریسک‌های مرتبط با ویژگی‌های فردی بیمار نیز بستگی دارد.

در اکثر متون پزشکی ریسک تخمین زده شده برای هر بیمار با بیمار دیگر متفاوت است. تعدیل در ریسک قبل از عمل، رویکردی مناسب برای اطمینان به این مهم است که نرخ مرگ و میر غیر معمول که به علت وجود ویژگی‌های فردی متفاوت بیماران ظاهر می‌شود، به صورت نادرست به جراح نسبت داده نشود. رویکردهای تعدیل ریسک یکی از ابزارهای کنترل فرایندهای آماری است که برای نظارت بر کیفیت خدمات درمانی استفاده می‌شود [۳]. از این رو جهت کنترل و پایش فرایندهای پزشکی نمودارهای ریسک تعدیل شده ارائه شدند. لاوگرو و همکاران [۵،۴] و پولونیک و همکاران [۶] مدلی بر اساس تفاوت بین مرگ و میر واقعی و مورد انتظار به صورت جمع تجمعی ارائه دادند. اما در مدل لاوگرو مشخص نمی‌شود چه مقدار اختلاف نگران کننده است و در مدل پولونیک تغییر در حدود کنترلی و بروز

^۱ Statistical Process Control

*نویسنده مسئول،

آدرس پست الکترونیک: afsaneh.rezaeifar@mail.um.ac.ir

محاسبه تقریبی ARL وجود دارد. در برخی از مواقع که محاسبه احتمالات گذار در زنجیره مارکوف پیچیده باشد، روش شبیه‌سازی بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد.

۱.۲. نمودار جمع تجمعی ریسک تعدیل شده

نمودار جمعی تجمعی (CUSUM^۳) نخستین بار توسط پیچ [۱۱] معرفی شد. این نمودار نسبت به تغییرات کوچک حساس است و زمانی که بررسی کاهش و یا افزایش نرخ شکست مد نظر باشد؛ به کار گرفته می‌شود. آماره جمع تجمعی استاندارد آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_n = \max\{0, S_{n-1} + W_n\}, \quad (1)$$

که در آن $S_0 = 0$ و W_n امتیاز یا وزن مرتبط با زیر گروه m است (زیر گروه مجموعه‌ای از محصولات است که تقریباً در یک زمان جمع آوری شده باشند) [۱۰]. اگر θ پارامتر مورد نظر باشد، با نمودار CUSUM فرضیه‌های $H_0: \theta = \theta_0$ در مقابل $H_A: \theta = \theta_A$ به صورت دنباله‌ای آزمون می‌شود و زمانی که $S_n > h$ که h حد کنترلی بالا است (در اینجا فقط حد کنترلی بالا را داریم)، هشدار رخ می‌دهد یعنی این‌که فرایند به سمت فرضیه H_A تغییر پیدا کرده است.

فرض کنید y_n نتیجه حاصل شده برای زیر گروه m (به عنوان مثال نتیجه مرتبط با بیمار m) دارای تابع احتمال $d(y_n; p)$ باشد. موستاکیدس [۱۲] نشان داد در بین تمامی طرح‌های مختلف با ARL_0 یکسان، بهینه‌ترین انتخاب برای امتیازهای W_n که دارای کمترین ARL_1 است، لگاریتم نسبت درست‌نمایی است، یعنی

$$W_n = \log \left(\frac{d(y_n; p_A)}{d(y_n; p_0)} \right).$$

اگر بیمار m فوت کند، آن‌گاه $y_n = 1$ و در غیر این صورت $y_n = 0$ می‌توان نوشت:

$$d(y_n; p) = p^{x_n} [1 - p]^{1-x_n},$$

که در آن p نرخ شکست نام دارد و در نتیجه فرضیه‌های زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{cases} H_0: p = p_0 \\ H_A: p = p_A \end{cases}$$

با تعیین p_A می‌توان افزایش یا کاهش در نرخ شکست را بررسی کرد. در نتیجه امتیاز W_n به صورت زیر تعریف می‌شود:

رسانی مکرر باعث عدم تشخیص تغییرات تدریجی مدل می‌شود. پس از آن استینر و همکاران [۷] مدل جمع تجمعی ریسک تعدیل شده و سگو و همکاران [۸] مدل جمع تجمعی ریسک تعدیل شده زمان بقا را معرفی کردند.

با توجه به اینکه ریسک یک مقدار مبهم و نادقیق است و به صورت کم، متوسط، زیاد و... بیان می‌شوند؛ بهتر است در قالب یک عدد فازی در نظر گرفته شود. در این حالت لازم است از مدلی مناسب مانند رگرسیون لجستیک فازی [۹] جهت تعیین ریسک قبل از عمل جراحی بیماران استفاده شود. در این صورت نمودارهای کنترلی ریسک تعدیل شده نیز تعییراتی خواهند داشت.

در بخش ۲ این مطالعه مدل‌های جمع تجمعی ریسک تعدیل شده و جمع تجمعی ریسک تعدیل شده زمان بقا معرفی می‌شوند و سپس در بخش ۳ این مدل‌ها بر اساس داده‌های فازی بیان خواهند شد. در بخش ۴ نمودارهای کنترلی با یک مثال واقعی مقایسه می‌شوند.

۲. پیش نیازها

نمودارهای کنترلی کیفیت از ساده‌ترین روش‌های نظارت و کنترل آماری فرایند است. مهم‌ترین دلیل استفاده از یک نمودار کنترلی، شناسایی تغییرات و بهبود وضعیت موجود است. رابطه بسیار نزدیکی بین نمودارهای کنترلی و آزمون فرضیه وجود دارد. نمودار کنترلی یک آزمون فرضیه است که به منظور ارزیابی شرایط تحت کنترل بودن فرایند، از لحاظ آماری، به کار می‌رود.

در این نمودارها، اگر تمام نقاط بین حدود کنترلی بالا و پایین قرار گیرند، فرضیه مربوط به تحت کنترل بودن فرایند پذیرفته می‌شود. در غیر این صورت، وجود یک نقطه خارج از حدود کنترلی، بیانگر رد چنین فرضیه‌ای است (برای جزئیات بیشتر به [۱۰] مراجعه شود).

جهت ارزیابی نمودارهای کنترلی کیفیت از شاخص متوسط طول اجرا و یا به اختصار ARL^2 که متوسط تعداد بیماران مشاهده شده تا زمانی که هشدار رخ دهد، است؛ استفاده می‌شود. ARL_0 متوسط طول اجرا است، زمانی که فرایند تحت کنترل باشد و برای محاسبه حدود کنترلی استفاده می‌شود. مقدار این حدود معمولاً به گونه‌ای انتخاب می‌شود که $ARL_0 \geq M$ ، که M مقدار معلومی است. ARL_1 متوسط طول اجرا است در زمانی که فرایند خارج از کنترل باشد و جهت مقایسه نمودارهای کنترلی کیفیت استفاده می‌شود. روش‌های مختلفی مانند روش زنجیره‌ای مارکوف و یا شبیه‌سازی برای

³ Cumulative Sum

² Average Run Length

با رسم S_n در برابر n نمودار RA-CUSUM به دست می‌آید. در صورتی که $S_n > h$ ، نمودار هشدار می‌دهد.

۲.۲. نمودار جمع تجمعی ریسک تعدیل شده زمان بقا

مدلی که بر اساس زمان بقا یا مدت زمان زنده ماندن بیمار بعد از عمل جراحی باشد؛ می‌تواند حساسیت بیشتری در نمایان ساختن تغییرات فرایند (نسبت به روشی که تنها نتایج مردن یا زنده ماندن بیمار را در نظر می‌گیرد) داشته باشد. از این رو نمودار جمع تجمعی ریسک تعدیل شده زمان بقا یا به اختصار RAST-CUSUM^۵ توسط سگو و همکاران [۸] معرفی شد.

توزیع زمان بیمار با استفاده از مدل رگرسیونی زمان شکست تسریع شده یا به اختصار AFT^۶ پیش بینی می‌شود [۱۳]. این مدل برای مشاهدات از راست سانسور شده (یعنی بیمارانی که حداقل تا زمان سانسور زنده می‌مانند) محاسبه می‌شود.

اگر فرض کنیم a_n زمان عمل جراحی بیمار m ، d_n زمان مردن بیمار m و c_n زمان تحت نظر بودن بیمار باشد، آن‌گاه:

$$T_n = \min\{d_n, c_n\} - a_n,$$

زمان بقا بیمار است. معمولاً $c_n = a_n + c$ در نظر گرفته می‌شود که c مقدار ثابت و زمان سانسور نام دارد، همچنین

$$\delta_n = \begin{cases} 1, & \text{اگر } d_n - a_n \leq c \\ 0, & \text{اگر } d_n - a_n > c \end{cases}$$

مشاهدات زوجی (T_n, δ_n) برای m امین بیمار در صورتی که اطلاعات بیشتری از بیمار به دست آید بروز رسانی نمی‌شود و تابع درستنمایی آن برابر است با:

$$L(\theta | t_n, \delta_n) = [f(t_n, \theta)]^{\delta_n} [S(t_n, \theta)]^{1-\delta_n},$$

که در آن θ بردار پارامترها، $f(t_n, \theta)$ تابع چگالی و $S(t_n, \theta)$ تابع بقا نام دارد.

برای مدل بندی کردن زمان بقا با مدل رگرسیونی AFT توزیع‌های پارامتری گسترده‌ای نظیر توزیع لگ لجستیک، وایبل، نرمال و... وجود دارد. در اینجا از توزیع لگ لجستیک به ترتیب با تابع چگالی و بقای زیر استفاده می‌شود:

$$f_o(x) = \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x}{\lambda}\right)^\alpha\right)^{-2}, \quad x > 0$$

$$S_o(x) = \left(1 + \left(\frac{x}{\lambda}\right)^\alpha\right)^{-1},$$

$$W_n = \begin{cases} \log\left(\frac{p_A}{p_o}\right), & \text{بیمار } m \text{ بمیرد} \\ \log\left(\frac{1-p_A}{1-p_o}\right), & \text{بیمار } m \text{ زنده بماند} \end{cases}$$

اما نمی‌توان نرخ شکست را برای همه بیماران یکسان در نظر گرفت و باید با توجه به ویژگی فردی بیماران متفاوت در نظر گرفته شود. بنابراین نمودار جمع تجمعی ریسک تعدیل شده که به اختصار RA-CUSUM^۴ نامیده می‌شود، نخستین بار توسط استینر و همکارانش [۷] بر حسب نسبت بخت‌ها جهت پایش جراحی قلب معرفی شد.

با تغییر در مقادیر امتیازات W_n به صورت تابعی از ریسک بیماران، نمودار CUSUM را بر حسب ریسک تعدیل می‌کنیم. فرض کنید $p_n = g(\mathbf{U}_n)$ که $\mathbf{U}_n = (u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nm})$ برداری از m متغیر توضیحی بیمار m است و تابع g با استفاده از مدلی مانند رگرسیون لجستیک برآورد می‌شود. از آن جایی که ریسک یا نرخ شکست هر بیمار متفاوت است؛ فرضیه‌های H_0 و H_A را بر حسب نسبت بخت‌ها تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} H_0: \frac{d(p_n)}{1-d(p_n)} = Q_o \frac{p_n}{1-p_n}, \\ H_A: \frac{d(p_n)}{1-d(p_n)} = Q_A \frac{p_n}{1-p_n}, \end{cases} \quad (2)$$

که در آن $d(p_n)$ احتمال مردن بیمار m با ریسک p_n است. اگر $d_o(p_n)$ و $d_A(p_n)$ مقادیر احتمال فوق به ترتیب تحت H_0 و H_A باشند آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$d_o(p_n) = \frac{Q_o p_n}{1-p_n + Q_o p_n},$$

$$d_A(p_n) = \frac{Q_A p_n}{1-p_n + Q_A p_n}.$$

ضریب Q_o معمولاً یک و Q_A بر حسب این‌که بخواهیم پسرفت (پیش‌رفت) عملکرد جراحان را تعیین کنیم، به صورت $Q_A > 1$ ($Q_A < 1$) مشخص می‌شود.

آماره جمع تجمعی این نمودار به صورت معادله (۱) است، که در

آن

$$W_n = \begin{cases} \log\left(\frac{(1-p_n+Q_o p_n)Q_A}{(1-p_n+Q_A p_n)Q_o}\right), & \text{بیمار } m \text{ بمیرد} \\ \log\left(\frac{1-p_n+Q_o p_n}{1-p_n+Q_A p_n}\right), & \text{بیمار } m \text{ زنده بماند} \end{cases} \quad (3)$$

⁵ Risk Adjusted Survival Time Cumulative Sum

⁶ Accelerated Failure Time

⁴ Risk Adjusted Cumulative Sum

نمودار RAST-CUSUM دارد. همچنین زمانی که مشاهدات کمتری سانسور شده باشند؛ زمان بقای اکثر بیماران ثبت می‌شود و باعث اطلاعات بیشتری در نمودار RAST-CUSUM می‌شود. در نتیجه اختلاف متوسط طول اجرا RA-CUSUM و RAST-CUSUM بیشتر می‌شود.

۳. بررسی دو نمودارهای کنترلی RA-CUSUM و RAST-CUSUM بر اساس داده‌های فازی

در این قسمت نمودار RA-CUSUM و RAST-CUSUM را بر اساس داده‌های فازی معرفی می‌کنیم. همان طور که در ابتدا بیان گردید، جهت تعیین ریسک بیماران به صورت فازی یکی از مدل‌های مناسب، رگرسیون لجستیک فازی است. قبل از معرفی دو نمودار، این مدل را به اختصار بررسی می‌کنیم (برای جزئیات مورد نیاز در رابطه با تعاریف فازی به [۱] مراجعه شود).

در رگرسیون لجستیک فازی با روش کمترین مربعات فرض بر این است که پاسخ مشاهده شده فازی باشد در این صورت پاسخ برآورده شده نیز فازی خواهد بود. این مدل عبارت است از:

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 u_{i1} + \dots + \tilde{\beta}_m u_{im}, \quad (6)$$

که در آن $i=1, 2, \dots, n$

$$\tilde{\beta}_j = (a_j, s_j)_T, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

پارامترهای مدل و اعداد فازی مثلثی هستند. همچنین

$$U_i = (u_{i1}, \dots, u_{im}),$$

بردار مشاهدات دقیق متغیر مستقل برای آمین مورد است. در این صورت پاسخ برآورده شده فازی برابر است با:

$$(f_i(a), f_i(s))_T,$$

که در آن

$$f_i(a) = a_0 + a_1 u_{i1} + \dots + a_m u_{im},$$

$$f_i(s) = s_0 + s_1 u_{i1} + \dots + s_m u_{im}.$$

با استفاده از روش کمترین مربعات مقادیر a_0, a_1, \dots, a_m و s_0, s_1, \dots, s_m برآورد می‌شوند. در انتها با استفاده از اصل توسیع، p_i در مدل (۶) حاصل می‌شود.

برای نیکویی برازش مدل نیز از روش معرفی شده توسط صادقپور گیلده و ژین [۱۴] استفاده می‌شود. این روش جهت بررسی نزدیکی دو عدد فازی به کار می‌رود و شاخص تعریف شده آن در بازه [۰, ۱] قرار دارد و هر چه به یک نزدیک‌تر باشد، نشان از مناسب بودن مدل مورد بررسی است.

که در آن‌ها $f_0(x)$ چگالی پایه و $S_0(x)$ تابع بقا پایه است و $\alpha > 0$ پارامتر شکل و $\lambda > 0$ پارامتر مقیاس است. با استفاده از مدل AFT برای توزیع لگ لجستیک، تابع بقا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S(x_n | U_n = u_n) = \left(1 + \left(\frac{x_n \exp(\beta^T u_n)}{\lambda} \right)^\alpha \right)^{-1}.$$

در این صورت α و $\frac{\lambda}{\exp(\beta^T u)}$ پارامترهای متغیر $X|U$ هستند. U بردار متغیرهای توضیحی نظیر سن، جنسیت، سابقه بیماری و ... است و β بردار پارامتر ضرایب رگرسیونی است.

با فرض ثابت بودن α و β به دنبال تغییر پارامتر مقیاس هستیم به طوری که فرضیه‌های زیر تحت بررسی قرار گیرد:

$$\begin{cases} H_0: \theta_0 = \left(\alpha, \frac{\lambda_0}{\exp(\beta^T U)} \right), \\ H_A: \theta_A = \left(\alpha, \frac{\rho_A \lambda_0}{\exp(\beta^T U)} \right), \end{cases} \quad (4)$$

به قسمی که $\rho_A > 1$.

آماره جمع تجمعی نمودار RAST - CUSUM برابر معادله (۱) است، که در آن

$$W_n = \log \left(\frac{[f(t_n | \lambda = \rho_A \lambda_0, U_n = u_n)]^{\delta_n} [S(t_n | \lambda = \rho_A \lambda_0, U_n = u_n)]^{1-\delta_n}}{[f(t_n | \lambda = \lambda_0, U_n = u_n)]^{\delta_n} [S(t_n | \lambda = \lambda_0, U_n = u_n)]^{1-\delta_n}} \right) \\ = \gamma \delta_n \left\{ \log \left(1 + \left(\frac{t_n \exp(\beta^T u_n)}{\lambda_0} \right)^\alpha \right) - \log \left(1 + \left(\frac{t_n \exp(\beta^T u_n)}{\rho_A \lambda_0} \right)^\alpha \right) \right\} \\ - \delta_n \alpha \log(\rho_A).$$

۳.۲. مقایسه دو نمودار کنترلی RA-CUSUM و RAST-CUSUM

هر دو نمودار به یک اندازه تغییر در نسبت بخت‌ها را بررسی می‌کنند، زیرا اگر O_n بخت‌های مردن بیمار m باشد و c مشخص باشد، آن‌گاه،

$$O_n = \frac{1 - S(c | U_n = u_n)}{S(c | U_n = u_n)} = \left(\frac{c \exp(\beta^T u_n)}{\lambda} \right)^\alpha.$$

در نتیجه Q_A در فرضیه‌های (۲) برابر است با:

$$Q_A = \frac{\left(\frac{c \exp(\beta^T u_n)}{\lambda_A} \right)^\alpha}{\left(\frac{c \exp(\beta^T u_n)}{\lambda_0} \right)^\alpha} = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_A} \right)^\alpha = \rho_A^{-\alpha}. \quad (5)$$

برای این مدل، جهت تعیین ریسک قبل از عمل جراحی بیماران، از مدل رگرسیونی AFT استفاده شد در حالی که در نمودار RA-CUSUM از رگرسیون لجستیک استفاده می‌شود، اما ضرایب رگرسیونی برازش شده تقریباً یکسان هستند.

سگو و همکاران [۸] نشان دادند که ARL_1 نمودار RAST-CUSUM کمتر از RA-CUSUM است که نشان از عملکرد بهتر

و حدود کنترلی برای هر کدام از α -برشهای بالا و پایین مشخص می‌شود؛ به طوری که اگر $S_n^-(\alpha) > h_n^-(\alpha)$ و یا $S_n^+(\alpha) > h_n^+(\alpha)$ هشدار رخ می‌دهد.

برای به دست آوردن حدود کنترلی، لازم است توزیع هسته ریسک (m_n) و پهنای چپ (l_n) و پهنای راست (r_n) را بدانیم. پس از مشخص شدن توزیع آن‌ها و خطای نوع اول مدل (و متوسط طول اجرا)، حدود کنترلی با استفاده از شبیه‌سازی و تولید تصادفی از توزیع‌های مشخص شده به دست می‌آید.

۲.۳. نمودار RAST-CUSUM بر اساس داده‌های فازی

بین ضرایب رگرسیونی (مؤلفه‌های بردار β) در فرضیه‌های (۴) و ضرایب رگرسیون لجستیک جهت تعیین ریسک بیمار رابطه وجود دارد (برای جزئیات بیشتر به [۱۵] مراجعه شود)، در نتیجه با استفاده از مدل رگرسیون لجستیک فازی، بردار β برداری از پارامترهای فازی خواهد بود و فرضیه‌های زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{cases} H_0: \theta_0 = \left(\alpha, \frac{\lambda_0}{\exp(\beta^T U)} \right), \\ H_A: \theta_A = \left(\alpha, \frac{\rho_A \lambda_0}{\exp(\beta^T U)} \right). \end{cases}$$

و آماره جمع تجمعی آن مانند معادله (۷) است که در آن

$$\tilde{W}_n = \begin{cases} -\alpha_0 \log \rho_A \oplus \log \left(\bigoplus_{\lambda_0} \left(\frac{t_n \exp(\beta^T O U)}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) \ominus \log \left(\bigoplus_{\rho_A \lambda_0} \left(\frac{t_n \exp(\beta^T O U)}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) & \text{بیمار نام بمیرد} \\ \log \left(\bigoplus_{\lambda_0} \left(\frac{t_n \exp(\beta^T O U)}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) \ominus \log \left(\bigoplus_{\rho_A \lambda_0} \left(\frac{t_n \exp(\beta^T O U)}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) & \text{بیمار نام زنده بماند} \end{cases}$$

و α -برش‌های آن برابر است با:

$$W_n^-(\alpha) = \begin{cases} -\alpha_0 \log \rho_A + \Upsilon \{ \log(A_{1n} - A_{rn}(1-\alpha)) \}, & \text{بیمار نام بمیرد} \\ \log(A_{1n} - A_{rn}(1-\alpha)), & \text{بیمار نام زنده بماند} \end{cases}$$

$$W_n^+(\alpha) = \begin{cases} -\alpha_0 \log \rho_A + \Upsilon \{ \log(A_{1n} + A_{rn}(1-\alpha)) \}, & \text{بیمار نام بمیرد} \\ \log(A_{1n} + A_{rn}(1-\alpha)), & \text{بیمار نام زنده بماند} \end{cases}$$

که در آن

$$A_{1n} = \frac{1 + \left(\frac{t_n m_n}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0}}{1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0}}$$

$$A_{rn} = \frac{\alpha_0 \left(\frac{t_n}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} m_n^{\alpha_0 - 1} \left(\rho_A^{-\alpha_0} \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) r_n + \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) l_n \right)}{\left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right)^\Upsilon}$$

$$A_{rn} = \frac{\alpha_0 \left(\frac{t_n}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} m_n^{\alpha_0 - 1} \left(\rho_A^{-\alpha_0} \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) l_n + \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) r_n \right)}{\left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right)^\Upsilon}$$

۱.۳. نمودار RA-CUSUM بر اساس داده‌های فازی

همان طور که در ابتدای بحث ذکر شد با توجه به این که ریسک مبهم است؛ اگر با استفاده از رگرسیون لجستیک فازی ریسک بیماری به صورت عدد فازی $p_n = (m_n, l_n, r_n)_{LR}$ برآورده شده باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} H_0: \frac{\tilde{d}(p_n)}{1 - \tilde{d}(p_n)} = Q_0 \frac{\tilde{p}_n}{1 - \tilde{p}_n}, \\ H_A: \frac{\tilde{d}(p_n)}{1 - \tilde{d}(p_n)} = Q_A \frac{\tilde{p}_n}{1 - \tilde{p}_n}. \end{cases}$$

بر اساس حساب اعداد فازی LR، تحت فرضیه H_0 داریم:

$$\frac{\tilde{d}(p_n)}{1 - \tilde{d}(p_n)} = \left(\frac{Q_0 m_n}{1 - m_n}, \frac{l_n}{(1 - m_n)^\Upsilon}, \frac{r_n}{(1 - m_n)^\Upsilon} \right)_{LR}$$

در این حالت آماره جمع تجمعی زیر را خواهیم داشت:

$$\tilde{S}_n(s) = \max_{s=\max\{a,y\}} \{ \circ(a), (\tilde{S}_{n-1} \oplus \tilde{W}_n)(y) \}, s \in \mathbb{R}. \quad (7)$$

که در آن صفر یک عدد فازی LR با پهنای صفر است و

$$\tilde{W}_n = \begin{cases} \log \left\{ \frac{(1 \ominus \tilde{p}_n \oplus Q_0 \ominus \tilde{p}_n) \ominus Q_A}{(1 \ominus \tilde{p}_n \oplus Q_A \ominus \tilde{p}_n) \ominus Q_0} \right\}, & \text{بیمار نام بمیرد} \\ \log \left\{ \frac{1 \ominus \tilde{p}_n \oplus Q_0 \ominus \tilde{p}_n}{1 \ominus \tilde{p}_n \oplus Q_A \ominus \tilde{p}_n} \right\}. & \text{بیمار نام زنده بماند} \end{cases}$$

در نتیجه \tilde{W}_n یک عدد فازی است و α برش‌های آن عبارت است از:

$$W_n^-(\alpha) = \begin{cases} \log \left(\frac{Q_A}{(1 - m_n + Q_A m_n)} (C_1(\alpha - 1) + 1) \right), & \text{بیمار نام بمیرد} \\ \log \left(\frac{1}{(1 - m_n + Q_A m_n)} (C_1(\alpha - 1) + 1) \right), & \text{بیمار نام زنده بماند} \end{cases}$$

$$W_n^+(\alpha) = \begin{cases} \log \left(\frac{Q_A}{(1 - m_n + Q_A m_n)} (C_r(1 - \alpha) + 1) \right), & \text{بیمار نام بمیرد} \\ \log \left(\frac{1}{(1 - m_n + Q_A m_n)} (C_r(1 - \alpha) + 1) \right), & \text{بیمار نام زنده بماند} \end{cases}$$

که در آن $\alpha \in [0, 1]$ و

$$C_1 = \frac{(l_n + Q_A r_n) + (l_n + r_n)(1 - m_n + Q_A m_n)}{(1 - m_n + Q_A m_n)},$$

و

$$C_r = \frac{(r_n + Q_A l_n) + (l_n + r_n)(1 - m_n + Q_A m_n)}{(1 - m_n + Q_A m_n)}.$$

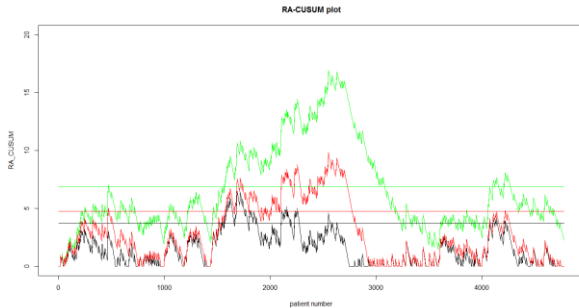
در نتیجه

$$S_n^-(\alpha) = \max\{ \circ, S_{n-1}^-(\alpha) + W_n^-(\alpha) \}.$$

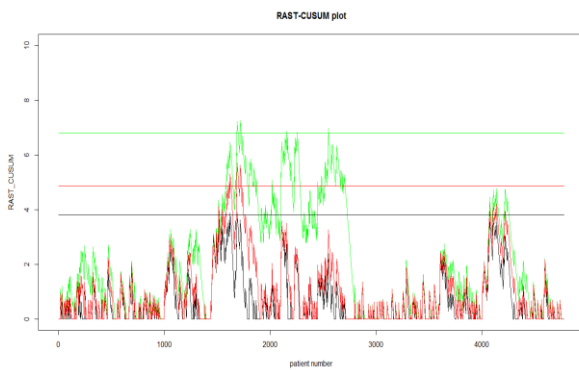
و

$$S_n^+(\alpha) = \max\{ \circ, S_{n-1}^+(\alpha) + W_n^+(\alpha) \}.$$

۴. کاربرد مدل بروی داده‌های واقعی



شکل ۱: نمودار RA-CUSUM بر اساس داده‌های فازی



شکل ۲: نمودار RAST-CUSUM بر اساس داده‌های فازی

همان طور که در شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود؛ هر دو نمودار در یک زمان هشدار داده‌اند. که می‌تواند به علت بالا بودن نرخ سانسور باشد. این نرخ احتمال بیش از سی روز زنده ماندن بیمار با نمره پارسونیت صفر است ($S_0(30)$) و هرچه کمتر باشد، نشان دهنده در دسترس بودن زمان بقا بیشتری از بیماران است. در نتیجه اطلاعات بیشتری برای رسم نمودار RAST-CUSUM خواهیم داشت و عملکرد این نمودار بهتر خواهد بود.

به طور کلی تغییر در نمودار پایدار نبوده، چراکه فرایند به وضعیت تحت کنترل برگشته است. اما این برگشت برای مدل RAST-CUSUM با سرعت بیشتری همراه بوده است.

در هر دو شکل مشاهده می‌شود که زمانی که نمودار خارج از کنترل و یا به حدود کنترلی نزدیک است، فاصله بین S_n و $S_n^+(0/85)$ و $S_n^-(0/85)$ زیاد است، اما در سایر موارد این سه تقریباً همگرا بوده و نزدیک به هم هستند. بنابراین تغییر در رفتار نمودار با استفاده از داده‌های فازی به راحتی مشهود است.

با استفاده داده‌های مقاله استینر و همکاران [۷] که نتایج عمل جراحی قلبی ۶۹۹۴ بیمار در سال‌های ۱۹۹۸-۱۹۹۲ میلادی در یک مرکز جراحی در انگلستان است؛ مدل معرفی شده بررسی می‌شود. در مجموع تعداد افراد فوت شده تا روز پس از عمل جراحی ۴۶۱ نفر با نرخ مرگ و میر ۶/۶ درصد بوده است و نمره پارسونیت بیماران بر اساس مشخصات افراد از قبیل جنسیت، سن، سابقه بیماری و ... توسط متخصصین مربوطه مشخص شده است و می‌تواند متغیر توضیحی مناسبی جهت پیش بینی ریسک عمل جراحی بیماران باشد (برای توضیحات بیشتر به پارسونیت [۱۶] مراجعه شود).

برای پیدا کردن پارامترهای مدل در فاز ۱ از داده‌های جمع‌آوری شده در دو سال اول (۱۹۹۲-۱۹۹۳) استفاده و شروع مدل در فاز ۲ از سال ۱۹۹۴ در نظر گرفته شده است.

مدل رگرسیون لجستیک فازی (۶) به صورت زیر به دست آمد:

$$f_i(a) = -3/528 + 0/0554u_i,$$

$$f_i(s) = 0/1834 + 0/000014u_i,$$

که در آن u_i نمره پارسونیت بیمار i ام است. میزان نیکویی برازش مدل نیز ۰/۷۲ به دست آمد که نشان می‌دهد مدل برازش جهت تعیین ریسک تقریباً مناسب است.

با فرض $ARI_0 = 10000$ حدود کنترلی با $\alpha = 0/85$ به صورت $h^-(0/85) = 3/53$ و $h^+(0/85) = 6/56$ به دست آمد و در صورتی که $\alpha = 1$ آن‌گاه $h = 4/58$.

با استفاده از مدل RA-CUSUM بر اساس داده‌های فازی با فرض $Q_A = 2$ ، پسرقت عملکرد جراحان را بررسی می‌کنیم (شکل ۱).

برای رسم نمودار RAST-CUSUM بر اساس داده فازی نیاز به برآورد پارامترهای مدل است. با استفاده از داده‌های فاز ۱ این پارامترها به صورت $\alpha_0 = 0/529$ و $\lambda_0 = 30606$ برآورد شده‌اند.

با توجه به معادله (۵)، $\rho_A = 0/2697$ ، سپس با فرض $\alpha = 0/85$ و حدود کنترلی مشابه نمودار قبل، مدل رسم می‌شود (شکل ۲).



Surgeons, *Journal of the Operational Research Society*,
50 (1999), 684-689.

[6] J. Poloniecki, O. Valencia, and P. Littlejohns, Cumulative risk-adjusted mortality chart for detecting changes in death rate: Observational study of heart surgery, *British Medical Journal*, **316** (1998), 1697-1700.

[7] S. H. Steiner, R. J. Cook, V. T. Farewell, and T. Treasure, Monitoring surgical performances using risk-adjusted cumulative sum charts, *Biostatistics*, **1** (2000), 441-452.

[8] L. H. Sego, MR. Jr. Reynolds, and W. H. Woodall, Risk-adjusted monitoring of survival times, *The journal of Statistics in Medicine*, **28** (2009), 1389-1401.

[9] S. Pourahmad, S. M. T. Ayatollahi, S. M. Taheri and Z. H. Agahi, Fuzzy logistic regression based on the least squares approach with application in clinical studies, *Computers and Mathematics with applications*, **62** (2011), 3353-3365.

[10] D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, (1991).

[11] E. S. Page, Continuous inspection Schemes, *Biometrika*, **41** (1954), 100-115.

[12] G. V. Moustakides, Optimal Stopping times for detecting changes in distributions, *Annals of Statistics*, **14** (1986), 1379-1387.

[13] J. P. Klein, and M. L. Moeschberger, *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*, Springer: New York, (1997), 373-400.

[14] B. S. Gildeh and D. Gien, A goodness of fit index to reliability analysis in fuzzy model. In 3rd WSEAS international conference on fuzzy sets and fuzzy systems, Interlaken, Switzerland, (2002).

[15] L. H. Sego, Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, (2006).

[16] V. Parsonnet, D. Dean, and A. D. Bernstein, A method of uniform stratification of risks for evaluating the result surgery in acquired adult heart disease, *Circulation*, **779 (Supp11)** (1989), 1-12.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله نمودارهای کنترلی کیفیت RA-CUSUM و RAST-CUSUM جهت پایش عملکرد جراحان، معرفی و با هم مقایسه شد. با توجه به اینکه ریسک‌های قبل از اعمال جراحی بیماران با عباراتی نظیر کم، متوسط، زیاد و ... مشخص می‌شوند، بهتر است به صورت عدد فازی در نظر گرفته شوند. بنابراین در این حالت نمودارهای کنترلی ریسک تعدیل شده خاصی برای پایش عملکرد جراحان لازم است. در این مطالعه، ضمن معرفی نمودارهای کنترلی فوق، آن‌ها را برای داده‌های حاصل از اعمال جراحی بیماران قلبی رسم کرده و مقایسه نموده‌ایم و مشاهده شد که فاصله سه نمودار رسم شده بر اساس هسته اعداد فازی و α -برش‌های پایین و بالای آن، زمانی که نمودار خارج از کنترل است بیشتر شده و در سایر مواقع به هم نزدیک هستند که تغییر در رفتار نمودار را مشخص می‌کند.

۶. مراجع

- [۱] م. طاهری و م. ماشین چی، مقدمه ای بر احتمال و آمار فازی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، (۱۳۸۷).
- [2] W. H. Woodall, The Use of Control Charts in Health-Care and Public-Health Surveillance, *Journal of Quality Technology*, **38** (2006), 89-104.
- [3] K. Atashgar, and A. Alanchari, Improving the Quality of Surgical and Treatment Processes Using Cumulative Sum Control Charts: A Comprehensive and Applied Review, *Iranian Journal of Surgery*, **25 (1)** (2017), 100-126.
- [4] J. Lovegrove, O. Valencia, T. Treasure, C. Sherlaw-Jahson, and S. Gallivan, Monitoring the result of Cardiac surgery by variable-life-adjusted display, *The Lancet*, **18 (350(9085))** (1997), 1128-1130.
- [5] J. Lovegrove, C. Sherlaw-Jahson, O. Valencia and S. Gallivan, Monitoring the Performance of Cardiac