ISME2021-IC1420

شبیه‌سازی جریان دوبعدی آشفته سیال حول مقاطع آیرودینامیکی با استفاده از روش لتیس‌بولتزمن و تکنیک مرز منحنی

علیرضا میرکی مود[1]، محمدحسن جوارشکیان[2]

[1] دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مکانیک و هوافضا، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران alireza.miraki@mail.um.ac.ir
[2]استاد، گروه مکانیک و هوافضا، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران javareshkian@um.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، یک نرم‌افزار بر مبنای روش چند آسایشی لتیس بولتزمن[1] در کنار روش اِدی‌های بزرگ[2] و استفاده از مدل مرز منحنی به‌منظور شبیه‌سازی جریان دو بعدی لزج آشفته حول ایرفویل ناکا 0012[3] توسعه داده شده است. با توجه به تعریف روش لتیس بولتزمن در شبکه دکارتی، مدل‌سازی مرز منحنی و دستیابی به نتایج کمّی مانند ضرایب آیرودینامیکی با دقت بالا از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. شبکه مورد استفاده در این پژوهش یک شبکه 1600 ×3000 گره‌ای می‌باشد که در آن وتر ایرفویل از 100 گره لتیس تشکیل شده است. در پژوهش حاضر ضمن ارائه توزیع سرعت، نمودار ضریب فشار بر حسب طول وتر ایرفویل در زاویه حمله 8 درجه و عدد رینولدز 1000 گزارش و با نتایج عددی اعتبار سنجی شده است. همچنین ضریب برآ در زوایای حمله مختلف نیز گزارش و مقایسه شده است. در نرم‌افزار توسعه داده شده، عدم استفاده از روش‌های ترکیبی و تکیه بر سادگی روش لتیس‌بولتزمن در این تحقیق، کاهش معادلات و به دنبال آن صرفه‌جویی در محاسبات را به همراه دارد. نتایج این تحقیق در کنار اعتبارسنجی انجام شده مؤید دقت قابل قبول نرم‌افزار توسعه داده شده در محاسبه ضرایب آیرودینامیکی می‌باشد.

واژه های کلیدی

روش لتیس بولتزمن، روش چند آسایشی، روش ادی‌های بزرگ، جریان آشفته، جریان لزج

مقدمه

در دینامیک سیالات عددی[4] به عنوان شاخه‌ای از مکانیک سیالات، که مکانیک قدیم را به علوم رایانه متصل می‌کند، همواره از روش‌های جدید عددی کم هزینه، با دقت و سرعت در محاسبات استقبال شده است. روش لتیس بولتزمن[5] از جمله روش‌هایی می‌باشد که در سال‌های اخیر، به علت دارا بودن دقتی از مرتبه روش‌های موجود در این حوزه، در کنار سادگی محاسبات و صرفه‌جویی در زمان حل، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. از زمان معرفی روش لتیس بولتزمن در اواخر دهه نود میلادی[1، 2]، پیشرفت سریع در توسعه و استفاده از این روش، آن را به عنوان یک روش محاسباتی جایگزین برای حل مسائل پیچیده دینامیک سیالات تبدیل کرده است. از نظر تاریخچه، روش لتیس بولتزمن مستقیما از مدل‌های لتیس گاز[6] تکامل یافته‌اند[3]. ایده اصلی روش لتیس بولتزمن، پل زدن روی شکاف بین مقیاس میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک[7] بوده است. در این روش به جای بررسی رفتار یک ذره به تنهایی، رفتار مجموعه‌ای از ذرات به عنوان یک واحد بررسی می‌شود. در این روش، از یک تابع توزیع برای بیان ویژگی‌های این مجموعه ذرات استفاده می‌شود که جز مفاهیم کلیدی روش لتیس بولتزمن می‌باشد. این مقیاس، مقیاس مزوسکوپیک[8] نامیده می‌شود[4].

به دلیل تعریف روش لتیس بولتزمن در شبکه دکارتی، همواره مدل سازی مرز منحنی در این روش با پیچیدگی‌هایی همراه بوده است. یک روش بسیار ساده و متداول به منظور اعمال مرز جامد در روش لتیس بولتزمن، روش پرش معکوس[9] می‌باشد[5]. این روش با وجود سادگی، به دلیل در نظر گرفتن مرز منحنی به صورت پله‌ای، دارای خطای زیادی مخصوصا در رینولدزهای بالا می باشد به همین دلیل روش‌های دیگری ارائه شده است.

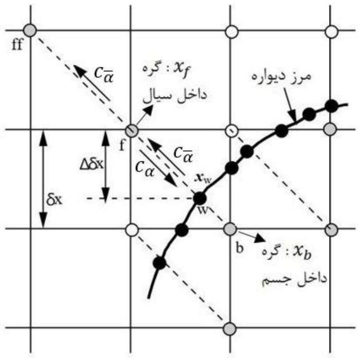
فلیپووا و هِنل[10][6] اولین مدل شرط مرزی با دقت مرتبه دو را به منظور شبیه‌سازی مرز منحنی ارائه دادند. این روش، در واقع بر اساس تعریف نوعی تابع توزیع مجازی برای گره‌های نزدیک مرز منحنی انجام می‌شود. در این روش، مطابق شکل 1، بر اساس موقعیت قرار گیری گره مرزی w بین دو گره b و f، متغییر Δ_e به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta_e = \frac{|x_f - x_w|}{|x_f - x_b|} \qquad (1)$$

[1] Multiple Relaxation Time
[2] Large Eddy Simulation
[3] NACA 0012
[4] CFD (Computational Fluid Dynamics)
[5] Lattice Boltzmann Method (LBM)
[6] Lattcie Gas-automata
[7] Microscopi, Macroscopic
[8] Mesoscopic
[9] Bounce-Back
[10] Filippova and Hänel

مقدار Δ_e برحسب قرارگیری گره مرزی w می‌تواند بزرگتر و یا کوچکتر از 0.5 باشد. تابع توزیع مجازی برای نقطه b در جهت $\bar{\alpha}$ مطابق معادله زیر و بر اساس درون یابی خطی محاسبه می‌شود:

$$f_{\bar{\alpha}}^{v}(\vec{r}_b.t) = (1-\chi)F_{\alpha}(\vec{r}_f.t) + \chi f_{\alpha}^{ev}(\vec{r}_b.t) + 2\omega_{\alpha}\rho\frac{3}{c^2}\vec{c}_{\alpha}\cdot\vec{u}_w \qquad (2)$$



شکل 1: اعمال مرز منحنی در شبکه دکارتی لتیس بولتزمن [7]

$f_{\alpha}^{ev}(\vec{r}_b.t)$ تابع توزیع تعادلی مجازی در جهت α (مطابق شکل 1)، در گره b می‌باشد، که با استفاده از بسط سری تیلور[11] به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_{\alpha}^{ev} = \omega_{\alpha}\rho(\vec{r}_f.t)\left[1 + \frac{3}{c^2}(\vec{c}_{\alpha}\cdot\vec{u}_b) - \frac{9}{2c^4}(\vec{u}_f\cdot\vec{u}_f) + \frac{3}{c^2}(\vec{c}_{\alpha}\cdot\vec{u}_f)^2\right] \qquad (3)$$

$\vec{u}_b$ سرعت مجازی نامشخص در گره b است که این سرعت، به صورت تابعی از Δ_e در مدل فلیپووا و هِنل تعریف می‌شود:

$$\Delta_e < 1/2 \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_b = \vec{u}_f \\ \chi = \dfrac{2\Delta_e - 1}{\tau - 1} \end{cases}$$

$$\Delta_e \geq 1/2 \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_b = \dfrac{\Delta_e - 1}{\Delta_e}\vec{u}_f + \dfrac{1}{\Delta_e}\vec{u}_w \\ \chi = \dfrac{2\Delta_e - 1}{\tau} \end{cases} \qquad (4)$$

مدل ارائه شده توسط فلیپووا و هِنل دارای ناپایداری عددی، به ویژه در رینولدزهای بالا بود[8]. به منظور اصلاح روش فیلیپوا و هنل، مای و همکاران[12] [9]، مدلی اصلاحی برای این روش ارائه دادند. در روش ارائه شده توسط مای و همکاران، برای حالت $\Delta_e < 1/2$ ، رابطه 5 جهت محاسبه $\vec{u}_b$ و ضریب درونیابی خطی معرفی کردند:

$$\Delta_e < 1/2 \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_b = \vec{u}_{ff} \\ \chi = \dfrac{2\Delta_e - 1}{\tau - 2} \end{cases} \qquad (5)$$

مای و همکاران[10] در ادامه تحقیقاتشان، به منظور بهبود پایداری عددی روش لتیس بولتزمن، برای حالتی که $\Delta_e \geq 1/2$ رابطه اصلاحی زیر را جهت محاسبه $\vec{u}_b$ و ضریب درونیابی خطی پیشنهاد کردند:

$$\Delta_e \geq 1/2 \rightarrow \begin{cases} \vec{u}_b = \dfrac{1}{\Delta_e}(2\Delta_e - 3)\vec{u}_f + \dfrac{3}{2\Delta_e}\vec{u}_w \\ \chi = \dfrac{2\Delta_e - 1}{\tau - 1/2} \end{cases} \qquad (6)$$

مای و همکاران نشان دادند رابطه اصلاحی 6، در حالتی که Δ_e نزدیک 1 و زمان آسایش بدون بعد نزدیک 0.5 باشد، پایداری عددی را بهبود می‌بخشد.

در طی سال‌های گذشته، روش‌های مختلفی برای مدل سازی مرز منحنی، در روش لتیس بولتزمن ارائه شده است. با توجه به تحقیقات اخیر، مدل ارائه شده توسط مای و همکاران، نسبت به مدل‌های دیگر از دقت و پایداری بهتری برخوردار است[8، 11]. در این پژوهش نیز از مدل مای و همکاران برای مدل‌سازی مقاطع آیرودینامیکی؛ که به صورت مرز منحنی هستند، استفاده شده است.

در روش لتیس بولتزمن با مدل برخورد باتانگار-گروس-کروک[13]، با ثابت نگه داشتن ابعاد شبکه و افزایش عدد رینولدز، زمان آسایش بدون بعد به عدد 0/5 نزدیک می‌شود و پایداری عددی به خطر می‌افتد. یک راه حل برای رفع این مشکل، می‌تواند افزایش چگالی شبکه باشد، اما این کار، افزایش هزینه محاسباتی را به دنبال خواهد داشت[12]. تحقیقات زیادی برای بهبود پایداری حل در رینولدزهای بالا انجام شده است که نشان می‌دهد با استفاده از روش‌هایی مانند روش آنتروپیک لتیس بولتزمن[14] [13]، روش چند آسایشی لتیس بولتزمن[14، 15] و روش لتیس بولتزمن با شبیه‌سازی اِدی های بزرگ [16] می‌توان پایداری حل را بهبود بخشید.

کرافزیک و همکاران[15] [17] با استفاده از روش ادی‌های بزرگ و اعمال مدل اسماگورینسکی[16][18] در روش چند آسایشی لتیس بولتزمن، توانستند جریان آشفته حول یک مکعب؛ که روی دیواره یک کانال نصب شده است، تا عدد رینولدز 40000 شبیه‌سازی کنند. علاوه بر این کرافزیک و همکاران نشان دادند، روش چند آسایشی لتیس بولتزمن نسبت به مدل BGK پایدارتر خواهد بود و نوسانات فشار را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. در تحقیقات گذشته، از روش چند آسایشی لتیس بولتزمن در کنار مدل شبیه‌سازی ادی‌های بزرگ برای مدل‌سازی هندسه‌هایی مانند سیلندر مربعی[17]، سیلندر دایروی[11] استفاده شده است. در پژوهش‌های ذکرشده، شبیه‌سازی جریان آشفته حول هندسه‌هایی مانند ایرفویل، اکثرا با روش‌های هیبریدی لتیس بولتزمن مانند روش لتیس بولتزمن در ترکیب با روش حجم محدود[19]، و یا با استفاده از حلگرهایی مانند ایکس-فلو[17][20] انجام شده است.

[11] Taylor series
[12] Mei et al.
[13] Bhatnagar-Gross-Krook (BGK)
[14] Entropic Lattice Boltzmann Method
[15] Krafczyk et al.
[16] Smagorinsky
[17] XFlow

در پژوهش حاضر، با هدف به کارگیری روش لتیس بولتزمن در مباحث آیرودینامیکی، از روش چند آسایشی لتیس بولتزمن در کنار مدل شبیه‌سازی ادی‌های بزرگ استفاده شده است و یک نرم‌افزار به منظور دستیابی به حلی پایدار در جریان‌های با رینولدز بالا توسعه داده شده است. هندسه اعمالی در این پژوهش، ایرفویل ناکا 0012[18] می‌باشد که اهمیت اعمال مدل مرز منحنی؛ در شبکه دکارتی لتیس بولتزمن را دو چندان می‌کند. در این تحقیق، بدلیل اینکه از روش‌های ترکیبی استفاده نمی شود، شبیه‌سازی انجام شده کاهش معادلات و به دنبال آن صرفه‌جویی در محاسبات را به همراه خواهد داشت . نتایج شبیه‌سازی انجام گرفته در این پژوهش؛ با توجه به ضعف روش لتیس بولتزمن در مدل‌سازی مرز منحنی و اعتبارسنجی انجام شده کاملا مورد قبول می‌باشد.

روش لتیس بولتزمن

روش لتیس‌بولتزمن عموما به منظور شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر در اعداد رینولدز پایین مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای درک بهتر علت ناپایداری این روش؛ به ویژه در اعداد رینولدز بالا، از تعریف عدد رینولدز و تعریف ویسکوزیته سیال در شبکه $D2Q9$ لتیس بولتزمن می‌توان استفاده کرد:

$$Re = UL/\nu \tag{7}$$

$$\nu = (2\tau - 1)\Delta x^2/(6\Delta t) \tag{8}$$

با محاسبه ویسکوزیته سیال از معادله 7 و جایگذاری آن در معادله 8 می‌توان معادله 9 را به صورت زیر نوشت:

$$UL/Re = (2\tau - 1)\Delta x^2/(6\Delta t) \tag{9}$$

با فرض برابر بودن Δt و Δx ضریب آسایش در روش تک آسایشی لتیس بولتزمن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau = \frac{3UL}{Re\Delta x} + 0.5 \tag{10}$$

از نظر تجربی با نزدیک شدن زمان آسایش بدون بعد به عدد 0/5 پایداری روش لتیس بولتزمن به خطر می‌افتد. با توجه به معادله 10، با افزایش عدد رینولدز بایستی مقدار Δx به اندازه کافی کوچک باشد تا مقدار زمان آسایش بالای 0/5 حفظ شود. در نتیجه افزایش چگالی شبکه می‌تواند باعث پایداری بیشتر در اعداد رینولدز بالا شود اما این کار افزایش بار محاسباتی را به دنبال خواهد داشت. به همین علت روش لتیس‌بولتزمن را نمی‌توان به طور مستقیم در شبیه‌سازی عددی جریان در اعداد رینولدز بالا به کار برد.

در پژوهش حاضر به منظور دستیابی به حلی پایدار؛ به ویژه در اعداد رینولدز بالا، از روش چند آسایشی لتیس بولتزمن به جای روش مرسوم تک آسایشی با تقریب BGK استفاده شده است. تفاوت اصلی این دو روش در اعمال پروسه برخورد می‌باشد. در روش تک آسایشی با استفاده از تقریب BGK، پروسه برخورد در فضای سرعت و با اعمال یک زمان استراحت[19] مدل‌سازی انجام می‌شود؛ در حالی که در روش چند آسایشی با تشکیل ماتریس آسایش S و اعمال پروسه برخورد در فضای اندازه حرکت شبیه‌سازی صورت می‌گیرد. شکل گسسته معادلات روش تک آسایشی و چند آسایشی به ترتیب به صورت معادلات 7 و 8 می باشد[21]:

$$\begin{aligned} f_\alpha(\vec{r} + \vec{c}_\alpha \Delta t.t + dt) - f_\alpha(\vec{r}.t) \\ = -\Omega\left[f_\alpha(\vec{r}.t) - f_\alpha^{eq}(\vec{r}.t)\right] \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} f_\alpha(\vec{r} + \vec{c}_\alpha \Delta t.t + dt) - f_\alpha(\vec{r}.t) \\ = -M^{-1}S\left[m_\alpha(\vec{r}.t)\right. \\ \left. - m_\alpha^{eq}(\vec{r}.t)\right] \end{aligned} \tag{12}$$

S ماتریس قطری آسایش است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = diag(S_0.S_1.S_2.S_3.S_4.S_5.S_6.S_7.S_8) \tag{13}$$

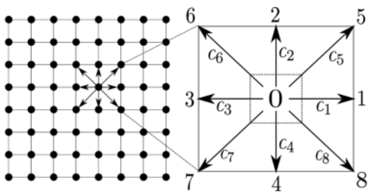
در این مقاله به منظور ایجاد پایداری لازم، مقادیر ماتریس آسایش به صـورت $S_1 = S_2 = 1.2$، $S_4 = S_6 = 1.1$، $S_7 = S_8 = 1/_{\tau}$ و $S_0 = S_3 = S_5 = 1$ در نظر گرفته شده است.

در معادله 12، ماتریس M برای حالتی که 9 بردار سـرعت نشـأت گرفته از گره مرکزی در الگو دو بعدی $D2Q9$ مطابق شکل 2 شماره گذاری شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

به وسیله تبدیل‌های خطی زیر، نگاشت بین فضای سرعت و اندازه حرکت اعمال می‌شود:

$$m_\alpha = Mf_\alpha \qquad \text{یا} \qquad f_\alpha = M^{-1}m_\alpha \tag{15}$$



شکل 2: شبکه $D2Q9$ و بردارهای سرعت نشأت گرفته از گره مرکزی

روش شبیه‌سازی اِدی‌های بزرگ

جریان‌های توربولانسی شامل طیف گسترده‌ای از مقیاس‌های طول و زمان هستند. به طور کلی تحرکات مقیاس بزرگ بسیار پر انرژی‌تر از تحرکات مقیاس کوچک هستند و به واسطه این قدرت و انرژی، آن ها را با اختلاف موثرترین حامل‌های خواص قابل اندازه‌گیری می‌دانند. به همین دلیل شبیه‌سازی که بتواند گردابه‌های بزرگ‌تر را دقیق‌تر از گردابه‌های کوچک حل نماید، ارزشمند خواهد بود. روش شبیه‌سازی اِدی‌های بزرگ دقیقا با رویکردی مشابه و حذف اطلاعات در مقیاس‌های کوچک، امکان شبیه‌سازی جریان‌های توربولانسی را فراهم می‌نماید.

[18] NACA 0012

[19] Relaxation Time

روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ وابسته به زمان و پرهزینه می‌باشد اما نسبت به روش شبیه سازی مستقیم[20] هزینه محاسبات آن به مراتب کم‌تر است. در شبیه سازی به روش ادی‌های بزرگ به طور کلی دو مرحله مهم به وجود دارد: فیلتر کردن گردابه کوچک و مدل‌سازی آشفتگی زیرشبکه.

یکی از مدل‌های ابتدایی و رایج که در مدل مقیاس زیر شبکه مورد استفاده قرار می‌گیرد، مدلی است که توسط اسماگورینسکی[18] معرفی شده است. مدل دینامیکی اسماگورینسکی برای طیف گسترده از جریان‌ها می‌تواند اعمال شود. در مدل ویسکوزیته گردابی اسماگورینسکی، ویسکوزیته سینماتیکی کلی به صورت مجموع ویسکوزیته سینماتیک سیال و ویسکوزیته سینماتیک گردابی در نظر گرفته می‌شود:

$$\nu_{total} = \nu + \nu_t \tag{16}$$

در مدل اسماگورینسکی ویسکوزیته گردابی یا ν_t با تانسور نرخ کرنش $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right)$ و مقیاس فیلترینگ Δ به صورت زیر مرتبط می‌باشد[17]:

$$\nu_t = (C_s\Delta)^2\sqrt{\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \tag{17}$$

Δ مقیاس فیلترینگ و C_s ثابت اسماگورینسکی می باشد که قابل تنظیم است. در این شبیه‌سازی مقیاس فیلترینگ برابر مقدار 1 و ثابت اسماگورینسکی برابر 0.18 در نظر گرفته شده است. برای جلوگیری از خطاهای وابسته به ویسکوزیته که در اثر مقداردهی متفاوت ثابت اسماگورینسکی ایجاد می‌شوند، بهتر است که مقدار این ثابت در طول شبیه‌سازی ثابت درنظر گرفته شود.

یکی از راه‌های کاربردی به منظور محاسبه تانسور نرخ کرنش استفاده از تانسور شار مومنتم غیر تعادلی می‌باشد[22]:

$$\bar{S}_{ij} = -\frac{3\Delta t}{2{c_s}^2\rho\tau_{total}\Delta x^2}\sum_{\alpha} c_{\alpha i}c_{\alpha j}(f_\alpha - f_\alpha^{eq}) \tag{18}$$

برخلاف مدل حجم محدود که در آن حل‌گرهای ناویر- استوکس به طرح‌های تفاضل محدود برای محاسبه S_{ij} نیازمند هستند، روش لتیس بولتزمن امکان محاسبه مستقیم تانسور کرنش را با استفاده از خصوصیات غیر تعادلی توزیع ذرات فیلتر شده که همان متغیرهای محلی هستند را فراهم می‌کند.

با در نظر گرفتن معادله 16 و ارتباط بین ویسکوزیته سینماتیک سیال و زمان آسایش در معادله 8 می توان نوشت:

$$\tau_{total} = \tau + \tau_t \tag{19}$$

جهت اعمال این روش در مدل چند آسایشی لتیس بولتزمن کافی است مقادیر S_7 و S_8 موجود در ماتریس آسایش به صورت زیر در نظر گرفته شود:

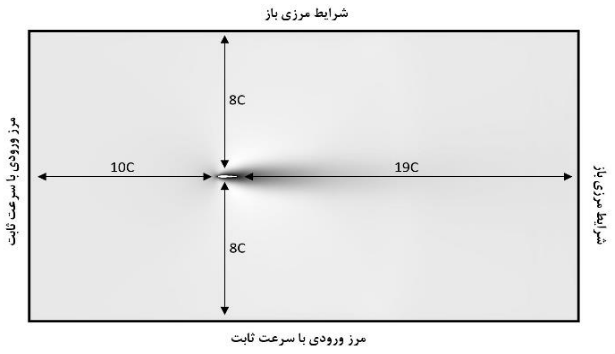
$$S_7 = S_8 = \frac{1}{\tau_{total}} \tag{20}$$

نکته حائز اهمیت محاسبه τ_{total} برای هر گره لتیس و اعمال آن در ماتریس آسایش برای هر گام زمانی می‌باشد.

[20] Direct Numerical Simulation (DNS)

هندسه و شرایط مرزی

هندسه اعمال شده به منظور شبیه‌سازی جریان حول ایرفویل ناکا0012 مطابق شکل 3 در نظر گرفته شده است. به منظور به حداقل رساندن اثرات ناشی از وجود ایرفویل بر شرایط جریان در مرزها، ایرفویل در فواصل 8C از مرزهای بالا و پایین، 10C از مرز ورودی و 19C از مرز خروجی قرار داده شده است. در این تحقیق به منظور شبیه‌سازی جریان سیال از یک شبکه 1600×3000 گره‌ای استفاده شده است که وتر ایرفویل را100 گره لتیس تشکیل می‌دهد.



شکل 3: هندسه و شرایط مرزی

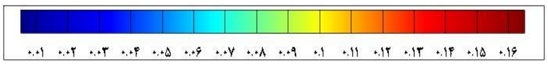
در روش لتیس بولتزمن شبیه‌سازی جریان به کمک یک شبکه دکارتی انجام می‌شود که این موضوع اعمال زاویه حمله بر روی خود ایرفویل را در کنار شبیه‌سازی مرز منحنی بسیار دشوار می‌کند. به همین علت در این شبیه سازی، زاویه حمله در مرز اعمال شده است. در نتیجه مطابق شکل 3 مرز جنوبی و غربی به عنوان مرز ورودی با سرعت ثابت در نظر گرفته شده است. به منظور دستیابی به حلی پایدار، مرز شرقی و مرز شمالی دارای شرایط مرزی باز مرتبه اول می‌باشند. به طور مثال برای مرز شرقی از درون‌یابی مرتبه اول به صورت زیر استفاده شده است:

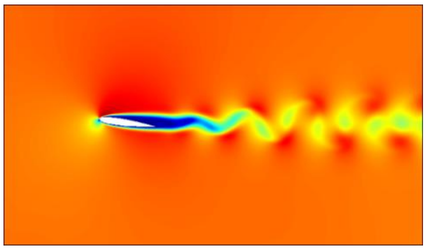
$$\begin{aligned} f_3 &= f_{3.n-1} \\ f_6 &= f_{6.n-1} \\ f_7 &= f_{7.n-1} \end{aligned} \tag{21}$$

در این پژوهش به منظور دستیابی به نتایج صحیح تر و عدد رینولدز 1000، سرعت ورودی یا همان U_0، برابر0.12 در مقیاس لتیس تنظیم شده است. سرعت ورودی به طور معمول با توجه به عدد رینولدز و ویسکوزیته جریان، دارای مقدار عددی بین 0.1 تا 0.2 در مقیاس شبکه لتیس بولتزمن می‌باشد.

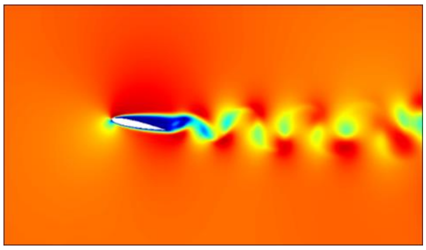
نتایج

در این مقاله، شبیه سازی جریان حول ایرفویل ناکا0012 در زوایای حمله مختلف شامل 4، 8 و 11 درجه انجام شده است. در تمامی شبیه‌سازی‌های انجام شده، عدد رینولدز جریان برابر 1000 می‌باشد. در شکل 4 توزیع سرعت در زوایای حمله 8 و 11 درجه گزارش شده است.





(الف)



(ب)

شکل 4: الف) توزیع سرعت در زاویه حمله 8 درجه، ب)توزیع سرعت در زاویه حمله 11 درجه

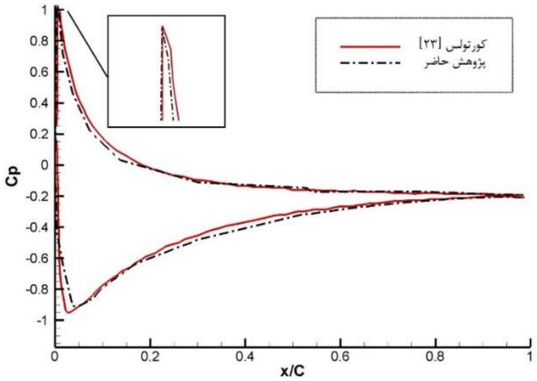
با توجه به دقت کم روش لتیس بولتزمن در شبیه‌سازی مرز منحنی، دستیابی به نتایج کمّی مانند ضرایب آیرودینامیکی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. فشار در نقطه w (مطابق شکل 1) با توجه به مقدار فشار در نقاط b و f درون‌یابی شده است و با استفاده از معادله 22 ضریب فشار محاسبه شده است.

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\,\rho_0 {u_0}^2} \tag{22}$$

در شکل 5، ضریب فشار در زاویه حمله 8 درجه و عدد رینولدز 1000 گزارش شده است و با نتایج عددی گزارش شده در مقاله کورتولس[23]، مقایسه و اعتبارسنجی شده است. نتایج کورتولس حاصل از شبیه‌سازی با حلگر فلوئنت و الگوریتم سیمپل می‌باشد.

به منظور محاسبه نیروی وارد بر ایرفویل (مانند نیروی برآ و پسا) از دو روش معمول می‌توان استفاده کرد: روش انتگرال گیری تنش سطح[21] و روش تبادل مومنتم[22][7]. روش انتگرال گیری تنش سطح به دلیل حجم محاسبات زیاد سادگی روش لتیس بولتزمن را از بین می‌برد. در تحقیق حاضر از روش تبادل مومنتم به منظور محاسبه نیروهای وارد بر ایرفویل استفاده شده است. در روش تبادل ممنوتم با فرض اینکه نیروی وارد در هر جهت برابر اختلاف مومنتم در آن مسیر است نیروی کل روی سطح ایرفویل به صورت زیر محاسبه می‌شود[7]:

$$F = \sum_{all\ xb} \sum_{\alpha=1}^{N_d} c_{\bar{\alpha}}[f_\alpha(x_b.\mathrm{t}) + f_{\bar{\alpha}}(x_b + c_{\bar{\alpha}}\Delta t.\mathrm{t})] \times [1 - \zeta(x_b + c_{\bar{\alpha}})]\,\Delta x/\Delta t \tag{23}$$



شکل 5: نمودار ضریب فشار در زاویه حمله 8 درجه و عدد رینولدز 1000 و مقایسه آن با نتایج کورتولس

در معادله 22، N_d تعداد بردارهای یکه سرعت مخالف صفر را نشان می دهد و $\zeta(x_b + e_{\bar{\alpha}})$ اندیکاتوری تعریف شده است که برای نقاط داخل استوانه یا x_b مقدار یک و برای نقاط خارج استوانه یا x_f مقدار صفر را داراست. با محاسبه نیرو های برآ و قرار دادن آنها در روابط زیر ضریب لیفت قابل محاسبه می‌باشد.

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\,\rho_0 {u_0}^2 C} \tag{24}$$

جدول 1: مقایسه ضریب برآ بدست آمده با نتایج کورتولس در زوایای حمله 4، 8 و 11 درجه در عدد رینولدز 1000

	ضریب برآ		
	11°	8°	4°
مرجع[23]	0/45	0/32	0/21
تحقیق حاضر	0/42	0/31	0/2

نتیجه گیری و جمع بندی

نکات مهم این تحقیق عبارتند از:

1- نرم‌افزار توسعه داده شده بر مبنای روش چند آسایشی لتیس بولتزمن در کنار روش اِدی های بزرگ، از نظر سادگی و کاهش هزینه محاسبات؛ به ویژه در شبیه سازی جریان‌های با عدد رینولدز بالا حول مقاطع آیرودینامیکی، روشی کارآمد محسوب می‌شود.

2- نتایج این شبیه‌سازی در مقایسه با نتایج منتشر شده از دقت خوبی برخوردار است که مبین صحت نرم افزار توسعه داده شده می باشد.

3- نتایج حوزه حل، مبین تسخیر خوب ادی‌ها توسط نرم افزار توسعه داده شده می‌باشد.

4- در نرم‌افزار توسعه داد شده تنها از یک معادله برای شبیه‌سازی جریان حول ایرفویل ا ستفاده می شود که در مقایِ سه با نتایج منت شر شده مقایسه شده، کاهش چشمگیر معادلات را به دنبال دارد.

فهرست علائم

f تابع توزیع

c بردار یکه سرعت

[21] Stress Integration Approach

[22] Momentum Exchange Approach

c_s سرعت صوت در مقیاس مزوسکوپیک

علائم یونانی

χ ضریب درون‌یابی خطی

ω تابع وزنی

زیرنویس

α جهت‌های لتیس(مطابق شکل 2)

0 شرایط دور دست

بالانویس

v حالت مجازی

eq حالت تعادلی

ev حالت تعادلی مجازی

مراجع و منابع

[1] R. Benzi, S. Succi and M. Vergassola, 1992, The lattice Boltzmann equation: theory and applications, *Physics Reports,* Vol. 222, No. 3, pp. 145-197.

[2] S. Chen and G. D. Doolen, 1998, Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annual review of fluid mechanics,* Vol. 30, No. 1, pp. 329-364.

[3] G. R. McNamara and G. Zanetti, 1988, Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata, *Phys. Rev. Lett. Physical Review Letters,* Vol. 61, No. 20, pp. 2332-2335.

[4] A. A. Mohamad, 2019a, *Lattice Boltzmann method : fundamentals and engineering applications with computer codes*, pp. 3

[5] D. P. Ziegler, 1993, Boundary conditions for lattice Boltzmann simulations, *Journal of statistical physics,* Vol. 71, No. 5-6, pp. 1171-1177.

[6] O. Filippova and D. Hänel, 1998, Grid refinement for lattice-BGK models, *Journal of Computational physics,* Vol. 147, No. 1, pp. 219-228.

[7] D. Yu, R. Mei, L.-S. Luo and W. Shyy, 2003, Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation, *Progress in Aerospace Sciences,* Vol. 39, No. 5, pp. 329-367.

[8] A. Farrokhpanah, A. Nabovati and J. Mostaghimi, Study of Curved Boundary Treatments in Lattice Boltzmann Method.

[9] R. Mei, L.-S. Luo and W. Shyy, 1999, An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of computational physics,* Vol. 155, No. 2, pp. 307-330.

[10] R. Mei, W. Shyy, D. Yu and L.-S. Luo, 2000, Lattice Boltzmann method for 3-D flows with curved boundary, *Journal of Computational Physics,* Vol. 161, No. 2, pp. 680-699.

[11] B. An, J. Bergadà, F. Mellibovsky and W. Sang, 2020, New applications of numerical simulation based on lattice Boltzmann method at high Reynolds numbers, *Computers & Mathematics with Applications,* Vol. 79, No. 6, pp. 1718-1741.

[12] A. E, T. I and B. A. C, 2014, Investigation of the Lattice Boltzmann SRT and MRT Stability for Lid Driven Cavity Flow, *IJMMM International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing,* Vol. 2, No. 4, pp. 317-324.

[13] F. Bösch, S. S. Chikatamarla and I. V. Karlin, 2015, Entropic multirelaxation lattice Boltzmann models for turbulent flows, *Physical Review E,* Vol. 92, No. 4, pp. 043309.

[14] Z.-H. Chai, B.-C. Shi and L. Zheng, 2006, Simulating high Reynolds number flow in two-dimensional lid-driven cavity by multi-relaxation-time lattice Boltzmann method, *Chinese Physics,* Vol. 15, No. 8, pp. 1855-1863.

[15] A. Fakhari and T. Lee, 2013, Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method for immiscible fluids at high Reynolds numbers, *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics,* Vol. 87, No. 2.

[16] S. Chen, 2009, A large-eddy-based lattice Boltzmann model for turbulent flow simulation, *Applied mathematics and computation,* Vol. 215, No. 2, pp. 591-598.

[17] M. Krafczyk, J. Tölke and L.-S. Luo, 2003, Large-eddy simulations with a multiple-relaxation-time LBE model, *International Journal of Modern Physics B,* Vol. 17, No. 01n02, pp. 33-39.

[18] J. Smagorinsky, 1963, General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment, *Monthly weather review,* Vol. 91, No. 3, pp. 99-164.

[19] G. Di Ilio, D. Chiappini, S. Ubertini, G. Bella and S. Succi, 2018, Fluid flow around NACA 0012 airfoil at low-Reynolds numbers with hybrid lattice Boltzmann method, *Computers & Fluids,* Vol. 166, pp. 200-208.

[20] M. Chávez-Modena, J. Martínez, J. Cabello and E. Ferrer, 2020, Simulations of aerodynamic separated flows using the lattice Boltzmann solver XFlow, *Energies,* Vol. 13, No. 19, pp. 5146.

[21] A. A. Mohamad, 2019, *Lattice Boltzmann method : fundamentals and engineering applications with computer codes*, pp. 29&145.

[22] S. Hou, J. Sterling, S. Chen and G. Doolen, 1994, A lattice Boltzmann subgrid model for high Reynolds number flows, *arXiv preprint comp-gas/9401004*.

[23] D. F. Kurtulus, 2015, On the unsteady behavior of the flow around NACA 0012 airfoil with steady external conditions at Re= 1000, *International journal of micro air vehicles,* Vol. 7, No. 3, pp. 301-326.