

## بررسی تجربی و عددی کاربرد میراگر جرمی برای کاهش ارتعاشات ناخواسته ربات شش درجه آزادی

حامد صادقی<sup>۱</sup>، دکتر عارف افشارفرد<sup>۲</sup>، دکتر علی‌رضا اکبرزاده توتونچی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکاه فردوسی مشهد، مشهد، sadesghi.hamed@mail.um.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکاه فردوسی مشهد، مشهد، afsharfard@um.ac.ir

<sup>۳</sup> استاد، دانشکاه فردوسی مشهد، مشهد، ali\_akbarzadeh@um.ac.ir

### چکیده

در ربات‌های سری که دارای لینک‌های بلند هستند ارتعاشات ناخواسته یکی از معضلات به‌شمار می‌آید. این ارتعاشات ربات باعث ایجاد جابجایی‌های قابل توجه در نوک آن می‌شوند که در نتیجه کاهش دقت و تکرار پذیری در این نوع ربات‌ها را به دنبال دارد. در این پژوهش سعی شده تا با ساخت و قرار دادن یک میراگر جرمی تنظیم‌شده (TMD) در مجری نهایی ربات FUM-6R دامنه ارتعاشات آن را در یک جهت کاهش دهیم. این نوع میراگرها از چابکی سیسم نمی‌کاهند و در عین حال به دلیل عملکرد غیرمحرک، می‌توانند سریع‌ترین پاسخ را به تحریک‌های سیستم بدهند. برای به دست آوردن خواص مدل از آزمون عملی مودال استفاده شده است. با استفاده نتایج آزمون مودال و روش اسکلتون یک مدل دو درجه آزادی ارائه شد که این مدل دو درجه رفتاری مشابه با دو فرکانس اول سازه ربات دارد. برای بدست آوردن نتایج مناسب از این نوع میراگر تلاش شده تا پارامترهای آن به‌وسیله الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به‌صورتی تنظیم شود که بیشترین کاهش دامنه را برای هر نوع تحریک در ناحیه دو فرکانس طبیعی اول ربات حاصل شود. در پایان TMD ساخته‌شده بر روی مجری نهایی نوک ربات قرار می‌گیرد. نتایج عملی نشان می‌دهد ارتعاشات ربات پس از اتصال میراگر جرمی تنظیم‌شده به آن کاهش می‌یابد و با نتایج روش‌های تئوری به کار رفته برای معادل سازی رفتار دینامیکی سازه مطابقت داد.

### واژه های کلیدی

میراگر جرمی تنظیم‌شده، آنالیز مودال، اسکلتون، بهینه‌سازی چند هدفه

### مقدمه

نیروهای تحریک با فرکانسی در محدوده فرکانس‌های طبیعی یک سازه می‌توانند دامنه ارتعاش بسیار زیادی ایجاد کنند. این نوسانات عموماً در نتیجه تحریک نیروهایی هستند که در فرکانسی نزدیک به فرکانس‌های طبیعی اول، به سازه ربات وارد می‌شوند. در این پژوهش برای اشاره به فرکانس‌های طبیعی اول واژه فرکانس‌های پایه بکار برده شده است.

ربات‌های سری، با در نظر گرفتن تعداد مفصل‌ها و طول لینک‌های آن‌ها در برابر ارتعاشات ممکن است بسیار تأثیرپذیر باشند. ایجاد ارتعاش در این نوع از ربات‌ها باعث کاهش دقت عملکرد آن‌ها و همچنین کاهش تکرارپذیری آن‌ها است. برای ربات FUM-6R، نیروهای هارمونیک اصلی بر اثر کارکرد موتورهای خود ربات به آن وارد می‌شوند. درجه آزادی این ربات برابر با ۶ است. هر یک از شش درجه آزادی به‌وسیله یک موتور قابل کنترل است. هنگامی که یکی از ۶ موتور ربات با فرکانسی نزدیک به یکی از فرکانس‌های پایه‌ای ربات کار کند، ارتعاشات زیاد و قابل توجهی در بدنه ربات ایجاد می‌شود. بروز این ارتعاشات علاوه بر کاهش دقت عملکرد در ربات و تکرارپذیری آن، باعث خستگی و کاهش طول عمر ربات است.

از طرفی وجود این ارتعاشات در هنگام برداشتن و گذاشتن اشیاء حتی با سرعت‌های کم نیز برای ربات مسئله‌ساز است. در این پژوهش تلاش شده تا با کاهش نوسانات در راستای جانبی برای ربات FUM-6R هنگام برداشتن و گذاشتن اشیاء، عمل کرد ربات بهتر شود. در این روش این کار به‌وسیله کاهش ارتعاشات نوک ابزار ربات انجام می‌شود. دو فرکانس طبیعی اول که در ارتعاشات به طرفین بر روی سازه ربات اثر می‌گذارند دارای دامنه زیادی هستند، به طوری که نسبت دامنه جابجایی به نیروی در این دو فرکانس حداقل ۱۰ برابر بیشتر از سایر فرکانس‌های طبیعی هست. این دو فرکانس طبیعی تأثیر بیشتری بر کاهش دقت ربات دارند و از این رو پرداختن به آن‌ها حائز اهمیت است. هدف در این پژوهش طراحی یک میراگر جرمی تنظیم‌شده هست، تا به کمک آن دامنه ارتعاش ربات در هنگام گذاشتن و برداشتن اشیاء کاهش یابد.

دکتر عارف افشارفرد و دکتر جم در مقاله سال ۲۰۱۳ خود [۱] ارتعاشات بازوی ربات سری متصل به میراگر ضربه‌ای را مورد مطالعه قرار دادند. در مقاله آن‌ها اثر استفاده از دمپر ضربه‌ای با جرم مختلف و فضای حرکتی متفاوت به منظور کاهش ارتعاشات ناخواسته بازوی ربات بررسی شد. نتایج این مقاله نشان می‌داد میراگر ضربه‌ای در کاهش ارتعاش ناخواسته و بهبود عمل کرد ربات مفید است.

علی آجیلیان، دکتر انوشیروان فرشیدیان‌فر و محمدرضا اخوان در مقاله‌ای سال ۲۰۱۷ منتشر کردند [۲] کاربرد میراگر جرمی تنظیم‌شده در زمینه کاهش ارتعاشات ناشی از باد در ساختمان‌های بلند مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در این مقاله معادلات حرکت سازه، معادلاتی



شکل ۱: نمای کلی ربات FUM-6R در وضعیت گذاشتن و برداشتن

گیربکس‌های هارمونیک‌درايو به کار رفته سختی پیچشی بسیار پایینی دارند. می‌دانیم که فرکانس طبیعی یک سازه به طور مستقیم با میزان سختی آن سازه رابطه دارد، گیربکس‌های هارمونیک‌درايو یکی از مهم‌ترین عوامل در کاهش فرکانس طبیعی کل سازه ربات هستند. این گیربکس‌ها با سختی پایینی خود درست شبیه به یک فنر پیچشی عمل می‌کنند و قسمت‌های جلویی ربات را نگه می‌دارند.

عامل بسیار مهم دیگر در کاهش سختی ربات، هندسه لینک دوم ربات هست. ساختار هندسی این بازو به گونه‌ای است که به راحتی دچار پیچش می‌شود. این مسئله می‌تواند ربات را دچار ارتعاش کند، مخصوصاً در حالت برداشتن و گذاشتن اشیاء، تغییر شکل لینک دوم سبب حرکت جانبی نوک ربات می‌شود.

چهارپایه‌ای که ربات بر روی آن هست عامل مهم دیگری است که در ارتعاشات ربات بسیار موثر است. این چهارپایه که از ورق فولاد با ضخامت کمتر از ده میلی‌متر ساخته شده، به راحتی دچار تغییر شکل می‌شود. میزان سختی چهارپایه‌ای که ربات بر روی آن هست در مقایسه با وزن ۲۶۰ کیلوگرمی خود ربات بسیار کم است. چهارپایه مورد بحث علاوه بر خم شدنش به طرفین، راحت دچار پیچش نیز می‌شوند. هر دو این نوع حرکت‌ها اثر بسزایی بروی ارتعاش نوک ربات به طرفین دارد.

### آنالیز مودال ربات

هدف این پژوهش طراحی یک میراگر جرمی تنظیم‌شده به منظور کاهش ارتعاش ربات FUM-6R در حالت «برداشتن و گذاشتن» است. وضعیت به حالتی گفته می‌شود که در آن ربات در حال برداشتن و یا گذاشتن شیء روی میز کار باشد.

هنگام گرفتن تست مودال ضربه چکش مودال به نوک ربات وارد شد. شکل ۲ و شکل ۳ نمودار FRF ربات است که از وارد کردن این ضربه به دست آمده است. سنسور شتاب سنج نیز در تمام مدت بر روی نوک ربات قرار دارد.

برای جریان باد و میراگر جرمی تنظیم‌شده بیان کردند. معادلات به دست آمده کوپل شده و با روش‌های عددی حل شدند. در نهایت شرایط مختلف وزش باد، گرداب‌های ناشی از آن و تأثیر میراگر جرمی تنظیم شده بررسی شد.

سان و جهانگیری در مقاله سال ۲۰۱۸ خود [۳] توربین‌های بادی که در ساحل قرار دارند را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در پژوهش خود یک پاندول را سه بعدی در نظر گرفتند تا حرکت نوسانی توربین بادی در دو جهت خنثی کند. برای مدل سازی نیروی وارد شده از باد، معادلات مریسین استفاده شد و معادلات به دست آمده به کمک حل عدد صحت سنجی شدند.

امریکانو در مقاله‌ای که ۲۰۲۰ منتشر کرد [۵] یک روش منظم برای میراگر جرمی تنظیم‌شده در زمانی که برای استفاده از دمپر دارای محدودیت هستیم ارائه می‌دهد. پژوهش او شامل بخش‌هایی برای انتخاب مقادیر بهینه میراگرها در سازه است.

با توجه به شکل لینک‌های ربات، ارتعاشات اصلی که ابزار ربات را هنگام گذاشتن و برداشتن اشیاء از محل مورد نظر خارج می‌کند، ارتعاشات به طرفین ربات است. به دلیل میزان اهمیت دو فرکانس طبیعی اولی که برای ارتعاش به طرفین اثرگذار هستند، در هنگام تعیین مقادیر میراگر جرمی تنظیم‌شده تصمیم گرفته شد تأثیر هر دو فرکانس‌ها در نظر گرفته شود. به منظور انجام این کار باید یک سیستم گسسته دو درجه آزادی پیدا شود که رفتاری منطبق بر دو فرکانس طبیعی اول مؤثر در ارتعاش ربات به طرفین داشته باشد. انجام این کار به کمک روش اسکلتون امکان‌پذیر هست. سپس بر مبنای رفتار دینامیکی این مدل دو درجه، میراگر جرمی تنظیم‌شده برای ربات طراحی می‌گردد و سپس ساخته می‌شود.

برای طراحی مقادیر بهینه میراگر جرمی تنظیم‌شده، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده شد. اول یک فنر، جرم و دمپر به شکل سری به مدل گسسته دودرجه آزادی اضافه شد، سپس با پیاده سازی کردن الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات خواص فنر، جرم و میرایی تلاش شد دامنه پاسخ ماندگار جرم اول سیستم برای تمام تحریک‌ها در ناحیه فرکانسی عملکرد موتورها کاهش داده شود.

### عوامل مؤثر بر ارتعاشات ربات

ربات FUM-6R موجود در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه فردوسی مشهد در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته و تلاش شده تا برای آن یک میراگر جرمی تنظیم‌شده طراحی گردد. شکل ۱ ربات را در حالت «گذاشتن و برداشتن» نمایش می‌دهد. ربات FUM-6R یک ربات شش درجه آزادی از نوع ربات‌های سری است. بدنه خارجی آن از آلومینیوم ساخته شده است و اعضای داخلی آن از جمله سیستم‌های انتقال قدرت و گیربکس‌ها فولاد می‌باشد. اکثر قطعات داخلی ربات از جنس فولاد ck۴۵ هستند. گیربکس‌های این ربات از نوع هارمونیک درایو است.

$$m = \begin{bmatrix} 55.28 & 0 \\ 0 & 205.32 \end{bmatrix} \text{ (kg)} \quad (7)$$

$$k = \begin{bmatrix} 2.384 & -2.384 \\ -2.384 & 14.7732 \end{bmatrix} \times 10^5 \text{ (N/m)} \quad (8)$$

$$\omega = \begin{bmatrix} 55.6064 & 0 \\ 0 & 91.7345 \end{bmatrix} \text{ (rad/s)} \quad (9)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} -0.9622 & 0.7245 \\ -0.2723 & -0.6893 \end{bmatrix} \quad (10)$$

### معادلات حرکت

برای بهینه‌سازی مقادیر میراگر جرمی تنظیم‌شده نیاز به معادلات حرکت سیستم دو درجه آزادی معادل با آن داریم. به این منظور باید مقادیر مربوط به ماتریس میرایی را برای سیستم دو درجه آزادی پیدا کنیم.

مقادیر این ماتریس میرایی باید به گونه‌ای باشد تا نسبت میرایی هر یک از فرکانس‌های طبیعی سیستم دو درجه آزادی درست برابر با نسبت میرایی خود سازه برای همان فرکانس‌های طبیعی باشد. برای این منظور می‌توان فرض میرایی رایلی را بکار گرفت. [7]

$$c = a_0 m + a_1 k \quad (11)$$

$$M_n = \{\phi\}_n^T m \{\phi\}_n \quad (12)$$

$$K_n = \{\phi\}_n^T k \{\phi\}_n \quad (13)$$

$$C_n = \{\phi\}_n^T c \{\phi\}_n \quad (14)$$

$$\xi_n = \frac{C_n}{2\omega_n M_n} \quad \text{Or} \quad \xi_n = \frac{C_n \omega_n}{2K_n} \quad (15)$$

$$C_n = a_0 M_n + a_1 K_n \quad (16)$$

$$\xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1 \omega_n}{2} \quad (17)$$

$$\begin{Bmatrix} \xi_n \\ \xi_m \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_m & \omega_m \\ 1/\omega_n & \omega_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = 2 \frac{\omega_m \omega_n}{\omega_n^2 - \omega_m^2} \begin{bmatrix} -\omega_n & -\omega_m \\ -1/\omega_n & 1/\omega_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_n \\ \xi_m \end{Bmatrix} \quad (19)$$

به قرار دادن پارامترهای بدست آمده از معادله (19) داخل معادله (11) ماتریس میرایی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$c = \begin{bmatrix} 64.5413 & -22.3477 \\ -22.3477 & 295.2102 \end{bmatrix} \text{ (N/ms}^{-1}\text{)} \quad (20)$$

در ادامه به کمک مقادیر بدست آمده برای جرم سختی و میرایی معادلات حرکت به صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$m\{\ddot{x}\} + c\{\dot{x}\} + k\{x\} = \{Q\} \quad (21)$$

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

می‌توان با کمک روش‌های عددی و یا تبدیل لاپلاس معادلات حرکت دامنه پاسخ ماندگار در ازای نیرو تحریک عمل شده به سیستم

در جدول ۱ فرکانس‌های طبیعی و نسبت میرایی برای مدهای مختلف نشان داده شده است.

جدول ۱: فرکانس‌های طبیعی و نسبت میرایی ربات

مُد	فرکانس (Hz)	نسبت میرایی $\xi$
۱	۸,۸۵	۰,۰۰۹۲۹
۲	۱۲,۵	۰,۰۱۳۴
۳	۱۴,۴	۰,۰۰۸۲۲
۴	۱۸,۸	۰,۰۱۶۶

### روش اسکلتون برای سیستم‌های دو درجه آزادی

نمودار FRF سرعت و همچنین سایر FRF ها در محدوده‌های دور از نقاط تشدید مماس بر خطوطی می‌شوند که نشان دهنده سختی معادل یا جرم معادل سیستم است. اگر که خطوط مماس بر این امتدادها را رسم کنیم به خطوط موسوم به خطوط اسکلتون می‌رسیم. سپس به کمک معادلات (۱) و (۲) مقادیری برای جرم و سختی منتسب به این خطوط بدست می‌آوریم. [۶]

$$20 \log |Y(\omega)| = -20 \log(m') - 20 \log(\omega) \quad (1)$$

$$20 \log |Y(\omega)| = 20 \log(\omega) - 20 \log(k') \quad (2)$$

به کمک جرم و سختی به دست آمده از این معادلات می‌توان با کمک تبدیل‌هایی به مقادیری برای توضیح رفتار دینامیکی ربات رسید. این تبدیل‌ها طی معادلات زیر بیان شده‌اند. [۶]

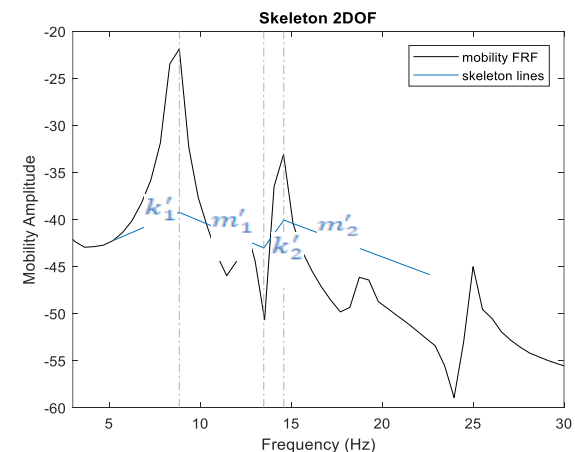
$$m_1 = m'_2 \quad (3)$$

$$k_1 = m'_2 \left( \frac{k'_1}{m'_1} + \frac{k'_2}{m'_2} - \frac{k'_2}{m'_1} \right) \quad (4)$$

$$k_2 = \frac{k_1 k'_1}{k_1 - k'_1} \quad (5)$$

$$m_1 = \frac{k_1 + k_2}{\omega_A^2} \quad (6)$$

با توجه به معادلات بالا و FRF سرعت بدست آمده از تست مودال خطوط اسکلتون را می‌توان به صورت شکل ۲ رسم کرد.

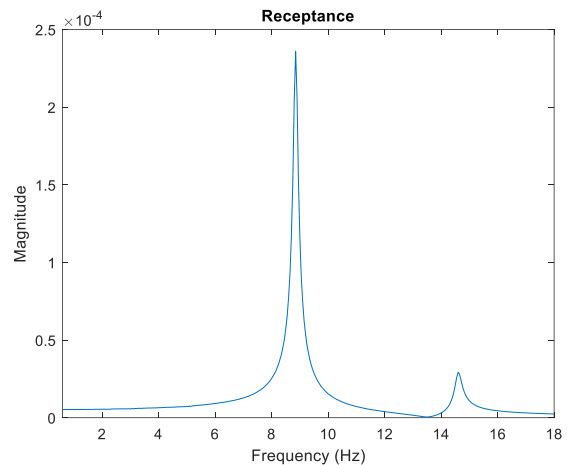


شکل ۲: نمودار FRF سرعت به همراه خطوط اسکلتون

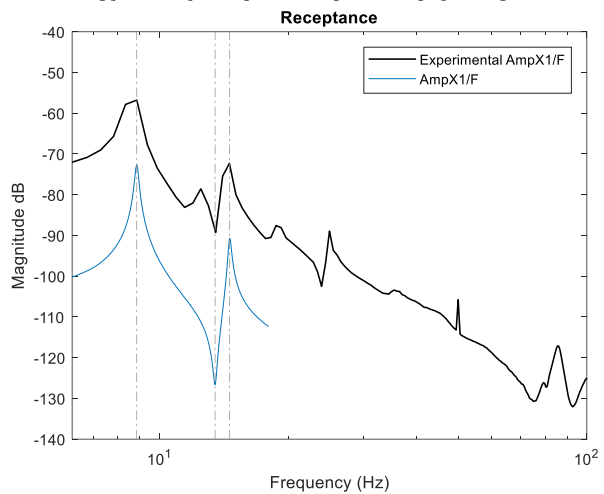
به کمک روش‌های بیان شده می‌توان مقادیر زیر را برای سیستم

دو درجه آزادی بدست آورد

بدست آورد. شکل ۳ نسبت دامنه پاسخ ماندگار به نیروی تحریک هارمونیک در فرکانس‌های مختلف را نشان می‌دهد.



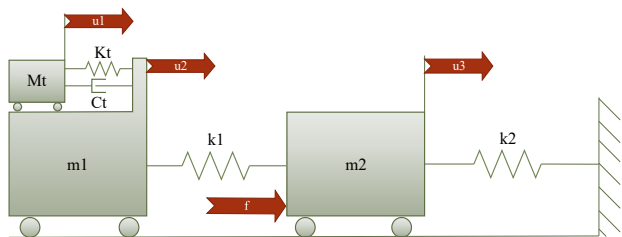
شکل ۱: نمودار FRF سرعت به همراه خطوط اسکلتون



شکل ۳: نسبت دامنه پاسخ ماندگار به نیروی تحریک

### مقادیر بهینه میراگر جرمی تنظیم‌شده به کمک الگوریتم ازدحام ذرات

برای معادل سازی رفتار میراگر جرمی تنظیم‌شده یک جرم به وسیله فنر و دمپر به سیستم دو درجه آزادی اضافه می‌کنیم. جرم استفاده شده باید متناسب با فضای موجود تعیین شود.



شکل ۴: سیستم گسسته دو درجه آزادی به همراه میراگر جرمی تنظیم‌شده

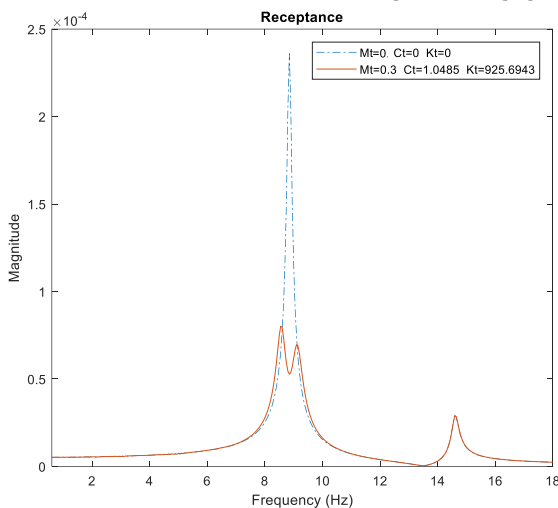
هرچه جرم استفاده شده بیشتر باشد عملکرد میراگر بهینه تر می‌شود از طرفی محدودیت در فضای کار و بار اضافه شده به سازه باید در نظر گرفته شود. در طراحی میراگر جرمی تنظیم‌شده برای ربات FUM-6R از یک جرم به وزن ۳۰۰ گرم استفاده شده است.

در مرحله بعد سعی می‌کنیم سایر پارامترها را به صورتی بهینه کنیم که نسبت دامنه پاسخ ماندگرا به نیروی تحریک هارمونیک برای فرکانس‌های مختلف تا حد امکان کاهش یابد. این کار با تعریف یک تابع هزینه برای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات امکان‌پذیر است. نتایج بدست آمده از این طریق به صورت جدول ۲ هستند.

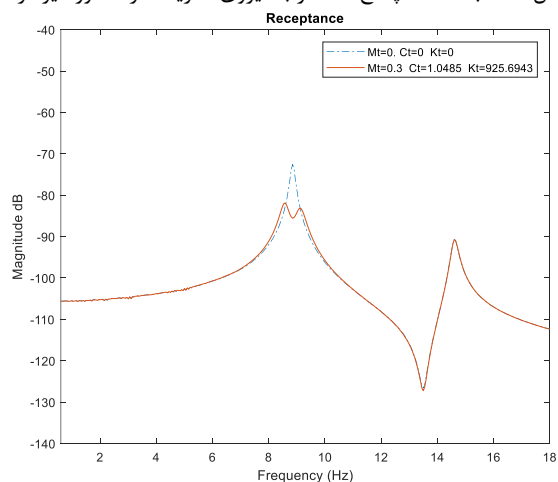
جدول ۲: پارامترهای بهینه میراگر جرمی تنظیم‌شده

پارامتر	مقادیر بهینه
جرم	۳۰۰ kg
سختی	۹۲۵,۶۹ N/m
میرایی	۱,۰۴۸۵ Ns/m

در شکل ۵ و شکل ۶ تغییرات دامنه ارتعاشات مربوط به جرم شماره یک پس از اضافه شدن میراگر جرمی تنظیم‌شده به سیستم دو درجه آزادی را مشاهده می‌کنید. این نتایج نشان می‌دهند که دامنه نسبت پاسخ به نیروی تحریک هارمونیک در نزدیکی فرکانس طبیعی اول بیش از ۶۰٪ کاهش یافته است.



شکل ۵: نسبت دامنه پاسخ ماندگار به نیروی تحریک در حضور میراگر



شکل ۶: نسبت دامنه پاسخ ماندگار به نیروی تحریک در حضور میراگر

مقایسه نتایج بدست آمده با یکی از مقالات موجود

تنظیم‌شده برای سیستم گسسته دو درجه آزادی که پیشتر بدست آمده بود به صورت معادلات (۲۸) و (۲۹) هستند.

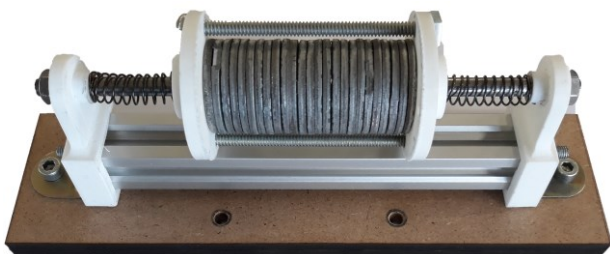
$$C_t = 1.1176 \left( \frac{N}{ms^{-1}} \right) \quad (28)$$

$$K_t = 933 \left( \frac{N}{m} \right) \quad (29)$$

نتایج به دست آمده از این روش حدود شش درصد با نتایج الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات تفاوت دارند.

### ساخت میراگر جرمی تنظیم‌شده

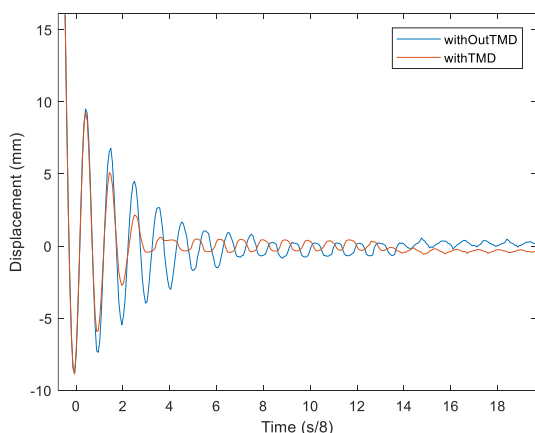
برای بررسی صحت نتایج بدست آمده تصمیم گرفته شد تا ابتدا یک مدل میراگر جرمی تنظیم‌شده ساده و ارزان ساخته شود و به مجری نهایی ربات متصل شود، این مدل ساده شده در شکل ۷ قابل مشاهده است. با این مدل آزمایشی ساخته شده می‌شود به صورت تجربی میزان تاثیر و عملکرد میراگر جرمی تنظیم‌شده را بر روی ربات مطالعه کرد. فرکانس طبیعی این میراگر ۶٫۹ هرتز است و با مقدار بهینه واقعی ۲۰٪ اختلاف دارد.



شکل ۷: مدل ساخته شده میراگر جرمی تنظیم‌شده

### نتایج

میراگر جرمی تنظیم‌شده که در مورد آن صحبت کردیم به کمک پیچ بر روی مجری نهایی روبات نصب می‌شود. در شکل زیر کاهش ارتعاشات نوک ربات پس از اتصال میراگر جرمی ساخته شده به آن را نشان می‌دهد که به وسیله دوربین فیلم برداری با ۶۰ تصویر در ثانیه گرفته شده است. این نمودار نشان می‌دهد که ارتعاشات ربات حدود ۳۵٪ کاهش پیدا می‌کند.



شکل ۱: ارتعاشات ربات بر اثر ضربه وارده در زمان وجود میراگر جرمی تنظیم‌شده و زمان نبود آن

### نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در مقاله‌ای که در سال ۱۹۹۷ توسط فهیم سادک و بیژن محرز منتشر شد [۸]، روشی برای پیدا کردن پارامترهای بهینه برای میراگر جرمی تنظیم‌شده ارائه شده است. در آن مقاله روش تحلیلی آورده شده است که نشان می‌دهد، بهترین حالت برای میراگر جرمی تنظیم‌شده وقتی به دست می‌آید که میزان نسبت میرایی فرکانس‌های دوم و اول برای سازه‌های پس از اتصال میراگر، با هم برابر شوند و از طرف دیگر باید میزان آن‌ها با میانگین نسبت میرایی خود سازه برای مد مورد نظر (اول) پیش از اتصال به میراگر و نسبت میرایی خود میراگر جرمی به صورت یک سیستم یک درجه آزادی یکسان باشد. برای محاسبه نسبت میرایی مربوط به دو فرکانس اول سازه ربات پس از اتصال میراگر جرمی تنظیم‌شده باید ماتریس A را تشکیل می‌دهیم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -m_r^{-1}k_t & -m_r^{-1}c_t \end{bmatrix} \quad (23)$$

سپس مقدار ویژه ماتریس A باید محاسبه شوند.

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (24)$$

با محاسبه ریشه‌های معادله (۲۴) شش مقدار ( $\lambda$ ) به دست می‌آید. این مقادیر دوه‌دو مزدوج مختلط هستند. برای هر دو مقدار آن که مزدوج مختلط باشند مقادیر یکسانی برای فرکانس طبیعی و نسبت میرایی به دست می‌آید.

$$\lambda_{r,r^*} = -\omega_r \zeta_r \pm j\omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2}, \quad r = 1, 2, 3 \quad (25)$$

به کمک معادله (۲۵) می‌توان نسبت میرایی و فرکانس‌های طبیعی مربوط به سیستم دو درجه آزادی دارای میراگر جرمی تنظیم‌شده (سه درجه آزادی) را محاسبه کرد. جدول ۳ را ببینید.

جدول ۳: فرکانس طبیعی و نسبت میرایی مدل گسسته به همراه میراگر

مُد	فرکانس طبیعی	نسبت میرایی $\zeta$
۱	۸٫۵۷۹	۰٫۰۱۹۶۴
۲	۹٫۱۱۶	۰٫۰۲۱۲۹
۳	۱۴٫۶۰۵	۰٫۰۰۸۵۱

از دو ردیف اول جدول ۳ مشخص می‌شود که نسبت میرایی دو فرکانس طبیعی اول سیستم پس از نصب میراگر جرمی تنظیم‌شده بسیار به هم نزدیک هستند. برای بررسی شرط بعدی نسبت میرایی میراگر جرمی تنظیم‌شده ( $\beta$ ) محاسبه می‌شود. به این منظور، میراگر به صورت یک سیستم ۱ درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود. معادلات (۲۶) و (۲۷) بیانگر همین موضوع هستند.

$$\frac{\beta + \xi_1}{2} = \frac{0.0315 + 0.00929}{2} = 0.0204 \quad (26)$$

$$\zeta_1 \cong \zeta_2 \cong \frac{\beta + \xi_1}{2} \quad (27)$$

فهیم ساداک و بیژن محرز به کمک روش‌های عددی معادلاتی را برای محاسبه مقادیر بهینه میراگر جرمی تنظیم‌شده ارائه دادند. این معادلات به صورت جداگانه برای سیستم‌های دو درجه آزادی و یک درجه آزادی ارائه شدند. طبق این مقاله مقادیر بهینه میراگر جرمی

ماتریس سختی	$k$
سختی مربوط به اتصال میراگر جرمی تنظیم شده	$K_t$
ماتریس جرم	$m$
جرم میراگر جرمی تنظیم شده	$M_t$
بردار نیرو	$\{Q\}$
<b>علائم یونانی</b>	
نسبت میرایی میراگر جرمی تنظیم شده	$\beta$
نسبت میرایی ربات به همراه میراگر جرمی تنظیم شده برای مد $n$ ام	$\zeta_n$
نسبت بین جرم میراگر جرمی تنظیم شده و جرم معادل	$\mu$
نسبت میرایی ربات برای مد $n$ ام	$\xi_n$
شکل مد $n$ ام	$\{\phi\}_n$
فرکانس زاویه‌ای	$\omega$

#### مراجع و منابع

- [1] J. Jam and A. A. Fard, 2013, "Application of single unit impact dampers to reduce undesired vibration of the 3R robot arms", *International Journal of Aerospace Sciences*, Vol. 2, pp. 49-54.
- [2] A. A. A. M. n. A. M. A. A. n. A. A. Farshidianfar, 2017, "Study of wind-induced vibrations in tall buildings with tuned mass dampers taking into account vortices effects", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 51 Pages 14-22 .
- [3] C. Sun and V. Jahangiri, 2018, "Bi-directional vibration control of offshore wind turbines using a 3D pendulum tuned mass damper", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 105, pp. 338-360.
- [4] Author, A., Author, B., and Author, C., 1994. "Article Title". *Journal Name*, 1(5), May, pp. 1-3.
- [5] M. M. A. da Costa, D. A. Castello, C. Magluta and N. Roitman, 2021, "On the optimal design and robustness of spatially distributed tuned mass dampers", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 150, pp. 107289.
- [6] David John Ewins, 2000, "Modal testing: Theory, Practice and Application": Wiley;
- [7] R. W. Clough, 2003, "DYNAMICS OF STRUCTURES" Computers & Structures, Inc.
- [8] F. Sadek, B. Mohraz, A. W. Taylor and R. M. Chung, 1997, "A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 26, No. 6, pp. 617-635.

در ابتدای امر با بررسی داده‌های به دست آمده از آزمون عملی مودال بر روی ربات FUM-6R فرکانس‌های طبیعی ربات پیدا شدند و سپس مدهایی که در ارتعاشات ربات به طرفین تاثیر داشتند تفکیک شد. سپس به کمک روش اسکلتون مدل ۲ درجه آزادی معادل به دو فرکانس طبیعی اول ربات به دست آورده شد.

بعد از آن به وسیله روش‌های تئوری به محاسبه مقادیر ماتریس میرایی مدل گسسته پرداخته شد و به این ترتیب معادلات حرکت سیستم گسسته با میرایی به دست آمد. با نصب سیری یک جرم کمک فنر و دمپر به مدل دو درجه آزادی، معادلات حرکت در حضور میراگر جرمی تنظیم شده بدست آمد. این میراگر جرمی تنظیم شده در یک جهت نوسان می‌کند. با استفاده از معادلات بیان شده توانستیم پاسخ حالت ماندگار ارتعاشات جرم اول (که میراگر جرمی تنظیم شده بر روی آن نصب) به ازای تحریک هارمونیک وارد شده به جرم دیگر، به دست آید. این سیستم معادل ارتعاشات نوک ربات شش درجه آزادی بر اثر نیروی تحریک است که متورها به سازه وارد می‌کنند.

پس از آن با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات مؤلفه‌های میرایی و سختی میراگر جرمی تنظیم شده طوری بهینه شدند تا دامنه پاسخ حالت ماندگار سیستم برای تمام فرکانس‌های تحریک در محدوده دو فرکانس طبیعی پایه ربات کمترین مقدار ممکن باشد. نتایج حاصل شده از این روش نشان دادند که میراگر جرمی تنظیم شده می‌تواند ارتعاش ربات را بیش از ۶۰٪ کاهش دهد.

سپس مقادیر بهینه میراگر جرمی تنظیم شده به کمک روش ارائه شده در یک مقاله معتبر در این زمینه وجود محاسبه شد و نتایج با مقادیر بهینه‌ای که از الگوریتم ازدحام ذرات دست آمده، مقایسه شد. در مرحله آخر از این پژوهش یک مدل ساده به منظور بررسی عملی میزان عملکرد میراگر جرمی تنظیم شده ساخته شد و سپس بر روی مجری نهایی ربات نصب شد. با نصب شدن میراگر جرمی ساخته شده بر روی ربات و تکرار تست مودال مشخص شد مدت زمان نشست پاسخ حالت گذرا بیش از ۵۰٪ کاهش یافته است.

نتایج به دست آمده در این پژوهش نشان می‌دهد استفاده از میراگر جرمی تنظیم شده ایده عملی و مفیدی برای کاهش ارتعاش ربات‌ها است که می‌تواند دامنه ارتعاش و طول مدت زمان آن را به صورت مشخص کاهش دهد. با وجود این که میراگر جرمی ساخته شده در این پژوهش دقیقاً خواص بهینه موردنظر را دارا نیست با این وجود به صورت آشکاری رفتار ارتعاشی ربات را بهبود بخشیده است.

#### فهرست علائم

ماتریس میرایی	$c$
میرایی مربوط به اتصال میراگر جرمی تنظیم شده	$C_t$
نیرو	$f$