تحلیل تغییرات دبی نشت در پاییندست بندهای انحرافی؛ بازنگری راهحل پاولوفسکی

سيد حسين مجتهدى و محمود فغفور مغربي

دانشجوی دکترای مهندسی آب و سازههای هیدرولیکی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد، آستاد گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی

مشهد

تاريخ دريافت: ؛ تاريخ پذيرش:

چکیدہ

سابقه و هدف: احداث کف بندها و بندهای انحرافی که بر روی بسترهای آبرفتی ایجاد می شوند، نقش مهمی در حفاظت بستر رودخانه ها ایفا می کنند. طراحی این سازه ها بر روی پی های نفوذ پذیر، نیازمند تعیین گرادیان خروجی و نشت بعد از انتهای پایین دست سازه می باشد که این مهم با تحلیل جریان نشت انجام می گیرد. جریان نشت می تواند در داخل و یا از زیر سازه های هیدرولیکی و همچنین از بستر کانال های روباز رخ دهد. یکی از روش های موجود جهت بررسی جریان نشت و حل معادله لاپلاس، استفاده از روش های تحلیلی می باشد که معمولاً بر اساس تئوری نگاشت همدیس استوار است. گرادیان هیدرولیکی در انتهای پایین دست و دبی نشت عبوری از زیر بند انحرافی می تواند توسط دیواره آب بند کنترل شود. در مقاله حاضر، روابط تحلیلی به صورت فرم بسته برای معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه، با آرایش های مختلف قرارگیری دیواره آب بند، که محیط متخلخل زیرین آن با عمق نامحدود می باشد ارائه شده است. مسئله برای چهار حالت مختلف دیواره آب بند قائم در انتهای پایین دست، دیواره آب بند قائم در انتهای بالادست، دو دیواره آب بند قائم در انتهای زیرین آن با عمق نامحدود می باشد ارائه شده است. مسئله برای چهار حالت مختلف دیواره آب بند قائم در انتهای پایین دست، دیواره آب بند قائم در انتهای بالادست، دو دیواره آب بند قائم در انتهای و رایتهای بین دست و سازه با طول های مساوی در بالادست و پایین دست

مواد و روشها: در این مقاله، با استفاده از تئوری نگاشت همدیس و یک دیدگاه ساده بر پایه معادله دارسی، در حالت گسترش نامحدود محیط متخلخل زیر سازه، معادلات گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت نسبت به فاصله از پاییندست سازه بهدست آمدهاند که درواقع، توسعه راهحل پاولوفسکی بهحساب می آید. در تئوری نگاشت همدیس از تبدیل شوارتز-کریستوفل استفاده می شود. **یافتهها**: با توجه به معادلات بهدست آمده، نمودارهای بی بعد برای تغییرات گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت عبوری از زیر سازه، نسبت به فاصله از انتهای پاییندست و همچنین طول سازه تولید شدهاند. با فرض اینکه d بعد طول سازه، s عمق آب بند، x فاصله از انتهای پاییندست و b عمق مدفون شدگی سازه باشند، تغییرات مقدار گرادیان هیدرولیکی در یک مقدار ثابت s/d یا b/d، با افزایش فاصله از پاییندست سازه کاهش می بابد و نیز در یک مقدار ثابت s/x یا b/x، با افزایش s/d یا b/d، شاهد افت مقدار گرادیان هیدرولیکی خواهیم بود. با هدف مقدار ثابت s/x یا b/x، با افزایش s/d یا b/d، شاهد افت مقدار گرادیان هیدرولیکی خواهیم بود. با هدف مقدار ثابت و به مقداری مشخص که از طول معینی در انتهای پاییندست سازه خارج می شود، مقدار s/d در حالت وجود آب بند در بالادست به ترتیب بیشتر از دو آب بند، آب بند در پاییندست و سازه با کف مدفون می باشد.

نتیجهگیری: با توجه به نمودارهای بهدست آمده و تحلیل آنها، نتایج نشان میدهند که تأثیر وجود آببند در پاییندست در کاهش دبی نشت بیشتر از سایر حالتها و مقدار گرادیان هیدرولیکی در حالت سازه با کف مدفون کمتر از سایر حالتها میباشد.

واژههای کلیدی: نگاشت همدیس، معادله دارسی، نشت، گرادیان هیدرولیکی، بند انحرافی، روش پاولوفسکی.

مقدمه

بررسی جریان نشت و حل معادله لاپلاس با استفاده از روش های تحلیلی و عددی قابل انجام است. روش های عددی معمولاً با استفاده از روش اجزاء محدود انجام میشود و روش های تحلیلی، معمولاً بر اساس تئوری نگاشت همدیس استوار است. جریان نشت میتواند در داخل و یا از زیر سازه های هیدرولیکی و همچنین از بستر کانال های روباز رخ دهد. مجتهدی و فغفور مغربی (۲۰۱۰)، جریان نشت از بستر کانال های منحنی شکل را با استفاده از تئوری نگاشت همدیس بررسی کردند (۱۲). این در حالی است که کف های نفوذناپذیر سازه های آبی باید طوری طراحی شوند که در برابر شکستگی کف به دلیل فشار بالابرنده و جوشش در انتهای پایین دست به دلیل گرادیان خروجی بیش از حد، که آغاز مرحله لوله گذاری در زیر سازه است، مقاوم باشند. احمدیان و فغفور مغربی (۲۰۱۷) با استفاده از تئوری نگاشت همدیس، موقعیت و زاویه قرارگیری بهینه دیواره های آببند در سدهای انحرافی را بهدست آوردند (۱). اما میتوان گفت قدیمی ترین روش های تجربی طراحی در مورد سازه های هیدرولیکی، بر اساس تئوری بلای⁽ و تئوری خزش وزنی لین^۲ میباشند. خوسلا و همکاران (۱۹۳۳) روش تحلیلی

¹ Bligh

² Lane

را برای سازهها با دیواره آببند میانی یا انتهایی در حالت عمق نامحدود محیط نفوذپذیر زیرین سازه ارائه کردند؛ آنها همچنین روش متغیرهای مستقل را برای در نظر گرفتن دیوارههای آببند متعدد پیشنهاد کردند (۱۲). مالهوترا (۱۹۳٦) تحلیل کفبندهای مسطح با دیوارههای آببند مساوی در دو انتها را که در یک محیط نامحدود قرار دارند، ارائه نمود (۱٤). پولوبارینوا- کوچینا (۱۹٦۲) روش های تحلیلی پاولوفسکی ٰ را برای دو حالت نشت با عمق محدود زیرین سازه ارائه کرد: یکی کفبند مسطح با یک دیواره أببند و دیگری کفهای مدفون بدون دیواره آببند. همچنین به راهحل تحلیلی فیلچاکوف ٔ در مورد نشت از یک محیط محدود با الگوهای مختلف بند انحرافی و دیواره آببند پرداخته است (۱۷). هار (۱۹٦۲) نیز راهحل.های تحلیلی را برای سازههای هیدرولیکی در حالت وجود یک دیواره آببند و نیز دو دیواره آببند در دو انتها و مدفونشدگی سازه در یک محیط با عمق نامحدود ارائه کرد (۷). بانرجی و مولشکوف (۱۹۹۲) راهحل تحلیلی برای نشت در عمق محدود را در فرازبند دوجداره ارائه دادند (۳). ایجام (۱۹۹٤) راهحل تحلیلی نشت را از زیر یک بند انحرافی در یک محیط نامحدود باوجود یک دیواره آببند شیبدار در انتهای پاییندست ارائه نمود. در این تحقیق وی معادله گرادیان هیدرولیکی را نسبت به فاصله از انتهای پاییندست بهدست آورد (۸). فاروق و اسمیت (۲۰۰۰) طراحی سازههای هیدرولیکی را با دو زهکش میانی مطالعه کردند. سازه موردبررسی شامل دو دیواره آببند در دو انتها بر روی محیط نفوذپذیر با عمق محدود و روش مورداستفاده، نگاشت همدیس میباشد. با استفاده از نتایج روش تحلیلی مذکور، نمودارهای طراحی برای استفاده آسان تولید شدند (٥). گوئل و پیلای (۲۰۱۰) اثر حفاظت سنگچین پاییندست یک کفبند مسطح با یک دیواره آب-بند در انتهای پاییندست را بر گرادیان خروجی در حالت نشت در عمق نامحدود مطالعه کردند (٦). جین و ردی (۲۰۱۱) مسئله نشت در عمق محدود در زیر یک کفبند مسطح با دو دیواره آببند مساوی در انتهای بالادست و پاییندست را با استفاده از روش تحلیلی نگاشت همدیس، بررسی نمودند (۹). کاسیموف و اوبنوسوف (۲۰۱۲) نشت پایدار دارسی از هسته یک سد خاکی و پوستههای مجاور آن را بهطور تحلیلی مطالعه کردند. روش تحلیلی مورداستفاده، نگاشت همدیس و هدوگراف سرعت است. هدف از این مقاله، بهبود بخشیدن راهحلهای معادله لاپلاس برای مسئله سد، توسط مطالعه تحلیلی نشت از میان نواحی ناهمگن سد میباشد (۱۰). اندرسون (۲۰۱۵) یک رامحل دقیق برای جریان نشت از طریق یک دیواره آببند نیمه نفوذیذیر را با استفاده از روش تصاویر بهدست آورد (۲). پاکیموف و کاسیموف (۲۰۱۷) با استفاده از نگاشت همدیس، راهحل ارائهشده توسط اندرسون (۲۰۱۵) را گسترش و توسعه دادند (۲۲). لو و همکاران (۲۰۱۸) با استفاده از یک

¹ Pavlovsky

² Filchakov

روش تحلیلی- تقریبی به نام روش اجزاء'، یک مدل برای محاسبه جریان ورودی آب به حفاریهای عمیق ارائه کردند. اثرات ضخامت دیواره آببند، عمق نفوذ آن و عرض حفاری بر جریان ورودی به خوبی در این مدل در نظر گرفته شد (۱۳). کاسیموف و همکاران (۲۰۱۹) نشت از یک سد خاکی ناحیه بندی شده با یک هسته رسی قائم، دو پوسته نفوذپذیر و زهکش در ينجه را مطالعه كردند. با استفاده از روش نگاشت همديس و هدوگراف سرعت، نشت از طريق هسته و پوسته پاييندست باهم ترکیبشده و دبی جریان و سطح ایستابی بهدست میآیند. در این مقاله، راهحلهای تحلیلی قدیمی در مورد مسئله سد خاکی، موردبازنگری قرار گرفت (۱۱). شیخ رضازاده نیکو و همکاران (۲۰۱۲) ابعاد و موقعیت دیوارههای سپری، پتو و زهکش جهت کاهش نیروی زیر فشار، دبی نشت و گرادیان خروجی در پی سدهای انحرافی را بهصورت آزمایشگاهی و عددی (روش اجزای محدود) مطالعه کردند (۱۸). منصوری و همکاران (۲۰۱٤) اثر موقعیتهای مختلف و زاویه قرارگیری دیواره آببند را بر گرادیان خروجی، دبی نشت و نیروی بالابرنده با استفاده از روش عددی بر مبنای اجزاء محدود، موردبررسی قرار دادند (۱۵). سلماسی و همکاران (۲۰۲۰) آرایشهای مختلف دو دیواره آببند را در زیر سازههای هیدرولیکی، بر نیروهای بالابرنده و گرادیان هیدرولیکی با استفاده از روش عددی اجزاء محدود تحقیق کردند. آنها مدل عددی خود را با استفاده از نتایج تحلیلی جین و ردی (۲۰۱۱) مقایسه و حداکثر خطا را ۵ درصد گزارش دادند (۱۹). سرتیپی و همکاران (۲۰۲۰) اثر عمق و فاصله بین دیوارههای آببند را در سدهای وزنی، بر نیروی بالابرنده با استفاده از روش عددی اجزاء محدود موردبررسی قرار دادند. جهت ارزیابی مدلسازی عددی، صحت نتایج با محاسبات تحلیلی مقاله جین و ردی (۲۰۱۱) مقایسه و انطباق خوبی بین نتایج مشاهده شد (۲۱). در مقاله دیگر سلماسی و همکاران (۲۰۲۰)، اثر دیواره أببند در بالادست و فیلتر در پاییندست جهت کنترل نشت در سدها با استفاده از روش اجزاء محدود موردبررسی قرار گرفت. جهت اعتبار سنجی مدل عددی از دادههای آزمایشگاهی استفاده شد. بر اساس این مطالعه، توصیههایی جهت ترکیب مناسب دیواره آببند در بالادست و فیلتر پاییندست ارائه گردید (۲۰).

در اکثر مطالعات انجامشده و در راهحلهای تحلیلی محققین قبلی، معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی خروجی و دبی نشت نسبت به انتهای پاییندست سازه مشاهده نمیشود؛ تنها در مقاله ایجام (۱۹۹٤) وگوئل و پیلای (۲۰۱۰) بهطور محدود به معادله گرادیان هیدرولیکی در انتهای پاییندست سازه در حالت وجود یک دیواره آببند پرداختهشده است (۸ و ۲). در پژوهش حاضر، با توسعه روش پاولوفسکی و با استفاده از تئوری توابع مختلط، روابط تحلیلی به فرم بسته برای معادله

¹ Method of Fragments

² Blanket

تغییرات گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پاییندست سازه و برای جریان نشت از زیر یک بند انحرافی، با آرایشهای مختلف قرارگیری دیواره آببند، که محیط متخلخل زیرین آن با عمق نامحدود می باشد به دست آمده است. مسئله برای چهار حالت مختلف دیواره آببند قائم در انتهای پایین دست، دیواره آببند قائم در انتهای بالادست، دو دیواره آببند قائم با طولهای مساوی در بالادست و پایین دست و سازه با کف مدفون حل شده است. علاوه بر آن، با استفاده از یک روش ساده بر پایه معادله دارسی در ترکیب با نگاشت همدیس، معادله دبی نشت نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه نیز مورد محاسبه قرار گرفته است.

مواد و روشها

روش تحلیلی مورداستفاده در این مقاله بر اساس روشی است که توسط پاولوفسکی پیشنهاد گردید. این روش، بکار بردن تبدیل شوارتز- کریستوفل ['] در دو مرحله است. در مرحله اول، محیط صفحه فیزیکی مسئله (صفحه z) به نیم صفحه کمکی t نگاشت می شود و رابطه (t) $z = F_1(t)$ به دست می آید. در تبدیل مرحله دوم، ناحیه مستطیل شکل پتانسیل مختلط، صفحه $\psi + i\psi = \omega$ ، که ψ خطوط جریان و ϕ خطوط هم پتانسیل نام دارند، به شکل همدیس بر نیم صفحه کمکی t نگاشت شده و تابع (t) = G به دست می آید. با استفاده از دو رابطه گفته شده، رابطه تابعی به صورت $(\omega) = z = r_1(t)$ حاصل خواهد شد. رابطه تبدیل شوارتز کریستوفل به صورت زیر می باشد:

$$z = M_1 \int_0^t \frac{dt}{(t - t_1)^{\lambda_1} (t - t_2)^{\lambda_2} \dots} + N$$

در رابطه ۱، 1، 1، 1 و ... نقاط مختلف از صفحه z بر روی نیمصفحه کمکی t؛ 1، ۵، 26 و ... زاویه نقاط متناظر در صفحه z برحسب رادیان و M و N نیز ثابتهای رابطه هستند. در بخش اول از حالتهای موردبررسی، از نتایج روش حل ایجام (۱۹۹٤) در به دست آوردن معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی استفاده می شود (۸)؛ بااین حال با توجه به اینکه در روش پاولوفسکی و در حالت گسترش نامحدود محیط متخلخل، به معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه پرداخته نشده است، پژوهش حاضر می تواند به نوعی توسعه یا بهبود روش پاولوفسکی با الهام گرفتن از روش ایجام (۱۹۹٤) نیز تلقی شود (۸). درواقع برای به دست آوردن معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه، نقطه ای دلخواه در انتهای پایین دست در نظر گرفته شده و در معادلات نگاشت صفحه فاصله از انتهای پایین دست سازه، نقطه ای دلخواه در انتهای پایین دست در نظر گرفته شده و در معادلات نگاشت مفحه

¹ Schwarz-Christoffel Transformation

شود. این دیدگاه ساده بر اساس معادله دارسی ^۱ استوار است که دبی نشت را بهصورت *q=k.i.A معر*فی میکند. برای بهدست آوردن معادله تغییرات دبی نشت، از جایگذاری معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی نسبت به انتهای پاییندست سازه، در رابطه فوق و انتگرالگیری از آن استفاده می شود. این رابطه به صورت زیر بیان می گردد:

$$q = k \int_{0}^{x} i_e(x) dx$$
 (j.e., the second sec

در این رابطه q دبی نشت (m³/s)، k هدایت هیدرولیکی محیط متخلخل (m/s) و (i_e(x) معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پاییندست (x) میباشند.

حالتهای مختلف قرارگیری آببند قائم و حل تحلیلی معادله گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از پاییندست سازه

در این بخش سه حالت مختلف قرارگیری سازه به همراه دیواره آببند و یک حالت با عمق مدفون شدگی جهت بررسی معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت در نظر گرفته می شوند: الف) سازه با دیواره آببند در انتهای پایین دست، ب) سازه با دیواره آببند در انتهای بالادست، ج) سازه با دو دیواره آببند در بالادست و پایین دست و د) سازه با عمق مدفون شدگی.

الف- آببند قائم در انتهای پاییندست

در این بخش، از مطالعات انجامشده توسط ایجام (۱۹۹٤) که حل تحلیلی مسئله نشت را در حالت قرارگیری دیواره آب-بند شیبدار در انتهای پاییندست انجام داد، استفاده شده است (۸). وی معادله گرادیان هیدرولیکی را نسبت به فاصله از انتهای پاییندست سازه بهدست آورد. سپس حالت خاص آن، یعنی حالت آببند قائم از آن استخراج گردید. شکل صفحه فیزیکی مسئله و صفحه کمکی در نگاشت انجامشده مذکور بهصورت اشکال ۱-الف و ۱-ب هستند.

¹ Darcy



شکل ۱- صفحات نگاشت همدیس در حالت وجود آببند در پاییندست. صفحه فیزیکی مسئله (صفحه _z) (الف) و صفحه کمکی

(ب) t

Figure 1- Conformal mapping planes in the case of cutoff at downstream end. Physical plane (z plane) (A) and Auxiliary plane (t plane) (B).

ایجام (۱۹۹٤) نقطه P را بهعنوان یک نقطه دلخواه در انتهای پایین دست سازه انتخاب کرد که این نقطه در صفحه کمکی بر روی نقطه t_p نگاشت می شود (۸). پس از به دست آوردن رابطه بین صفحه فیزیکی مسئله و صفحه کمکی با استفاده از تبدیل شوارتز – کریستوفل، با جایگذاری مختصات نقاط B و P در آن، مقدار پارامترهای مجهول t_B و t_p از روابط زیر به دست می آیند:

$$-2b/s = \sqrt{t_B^2 - 1}$$
 ۲ رابطه ۳

$$x_P / s = \sqrt{t_P^2 - 1}$$
 ٤ دابطه ٤

در شکل ۱- الف، محورهای مختصات نشان داده شده اند. در رابطه فوق، xp مختص x نقطه P، نقطه D، نقطهای دلخواه بعد از انتهای پایین دست سازه، می باشد. با فرض اینکه دیواره آب بند به صورت قائم باشد؛ ایجام (۱۹۹٤) رابطه گرادیان هیدرولیکی خروجی به دست آمده در انتهای پایین دست سازه را به صورت زیر به دست آورد (۸):

$$I_e = \frac{H}{\pi . s} \frac{\sqrt{t_P + 1}}{t_P \sqrt{t_P - t_B}}$$

معادله ٥ بر اساس روابط ۳ و ٤، برحسب b/s و x_P/s خواهد بود. خوسلا و همکاران (۱۹۳٦) نیز رابطه معادله ٥ بر اساس روابط ۳ و ٤، برحسب b/s برحسب $I_e = \frac{H}{d} \frac{1}{\pi \sqrt{\lambda}}$ $I_e = \frac{H}{d} \frac{1}{\pi \sqrt{\lambda}}$ $\lambda = b/d$ طول کل سازه و b عمق دیواره آببند هستند (۱۲). در این بخش برای محاسبه دبی نشت خروجی از انتهای سازه می توان از قانون دارسی استفاده کرد. به این صورت که با داشتن معادله گرادیان هیدرولیکی برحسب x از انتهای سازه (معادله ٥) و انتگرالگیری از رابطه $dq = k.I_e(x)dx$ می توان دبی نشت را با توجه به فاصله از انتهای پاییندست محاسبه کرد:

مقادیر پارامترهای t_B و t_B در رابطه ٦- الف باید از روابط ۳ و ٤ جایگزین شوند. با بی بعد کردن رابطه ٦- الف به صورت رابطه ٦- ب، معادله تغییرات q/kH نسبت به b/s با فرض x/s های مشخص، قابل رسم خواهد بود.

$$\frac{q}{kH} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{x} \frac{\sqrt{\sqrt{1 + (x_P / s)^2} + 1}}{\sqrt{1 + (x_P / s)^2} \sqrt{\sqrt{1 + (x_P / s)^2} - \sqrt{1 + (2b / s)^2}}} \frac{dx}{s}$$

ب- آببند قائم در انتهای بالادست

در این بخش راهحل تحلیلی محاسبه معادله گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از پاییندست سازه با استفاده از نگاشت همدیس بهدست آورده می شود. معادله گرادیان هیدرولیکی قبلاً در راهحل های محققین پیشین مشاهده نشده و فقط به محاسبه مقدار گرادیان هیدرولیکی در انتهای پاییندست سازه اشاره شده است. در این حالت دیواره آببند قائم در انتهای بالادست قرارگرفته است. صفحه فیزیکی موردبررسی در شکل ۲-الف نشان داده شده است.







(الف) A

شکل۲– صفحات نگاشت همدیس در حالت وجود آببند در بالادست. صفحه فیزیکی مسئله (صفحه z) (الف)، صفحه کمکی t (ب) و صفحه پتانسیل مختلط (ج)

Figure 2- Conformal mapping planes in the case of cutoff at upstream end. Physical plane (z plane) (A), Auxiliary plane (t plane) (B), and Complex potential plane (C).

$$z = s\sqrt{t^2 - 1}$$

با اعمال شرایط نقطه $F(z=2b,t=L_1)$ در معادله ۷ رابطه زیر برای محاسبه پارامتر مجهول L_1 بدست می آید:

برای بهدست آوردن معادله گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پاییندست سازه، نیاز به نگاشت صفحه پتانسیل مختلط @ داریم. صفحه پتانسیل مختلط بهصورت شکل ۲-ج میباشد. با استفاده مجدد از تبدیل شوارتز- کریستوفل، رابطه نگاشت صفحه پتانسیل مختلط نیز حاصل خواهد شد:

$$\omega = \frac{kH}{\pi} \sin^{-1} \frac{t + \frac{1 - L_1}{2}}{\frac{1 + L_1}{2}} - \frac{kH}{2}$$

طبق تعریف، در روش پاولوفسکی، برای رابطه گرادیان هیدرولیکی، با استفاده از تبدیل شوارتز – کریستوفل ناحیه جریان در هر یک از صفحات z و @ را می توان به طور همدیس بر روی نیم صفحه کمکی t نگاشت نمود و از آنجا با حذف متغیر t، تابع @ = f(z) را تعیین کرد. این روش برای تعیین تحلیلی شیب آبی خروجی مناسب است. ملاحظه می شود که شیب آبی در هر

نقطه درون یک ناحیه جریان همسانگرد برابر با
$$\frac{d\phi}{dt}\frac{dt}{dz}\frac{ds}{ds} = \frac{1}{k}\frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{k}\frac{d\phi}{dt}\frac{dt}{dz}\frac{dz}{ds}$$
 است. در این رابطه، ۶ امتداد خط جریان
در آن نقطه میباشد. با قرار دادن θ برای زاویه بین جهت خط جریان و محور x خواهیم داشت $dz/ds = \cos\theta + i\sin\theta$.
چون خط جریان در نقطه بحرانی خروجی (نقطه انتهای پاییندست سازه)، معمولاً ψ را برابر مقدار ثابت نشان میدهد
(بنابراین $dddt = dddt$) و مرز همپتانسیل، تراز پایاب را با زاویه ۹۰ درجه ($\theta = 90^\circ$) قطع میکند، معادله فوق به شکل
زیر تبدیل میشود:

$$I_e = \frac{i}{k} \frac{d\omega}{dt} \frac{dt}{dz}$$
 (بطه ۱۰

در رابطه فوق، i همان عدد مختلط است. با محاسبه و جایگذاری $\frac{d\omega}{dt}\frac{dt}{dz}$ و مقادیر رابطه ۸ در رابطه ۱۰، رابطه زیر برای گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پاییندست سازه بهدست خواهد آمد:

$$I_e = \frac{iH}{\pi\sqrt{\lambda^2 - (\lambda_1 + t)^2}} \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{s.t}, \ \lambda = (1 + L_1)/2, \ \lambda_1 = (1 - L_1)/2$$
 (1) algorithm of the second se

با جایگذاری مختصات نقطه P در معادله ۷ بهعنوان یک نقطه دلخواه در پاییندست سازه، می توان t_p را محاسبه کرد و در رابطه ۱۱ بهجای پارامتر t قرارداد. بنابراین معادله گرادیان هیدرولیکی برحسب فاصله از انتهای پاییندست سازه بهدست خواهد آمد. مطابق بخش قبل با جایگذاری رابطه ۱۱ در رابطه $dq = k.I_e(x)dx$ می توان رابطه دبی را با توجه به فاصله از انتهای پاییندست محاسبه کرد:

$$\frac{q}{kH} = \frac{i}{\pi . s} \int_{0}^{x} \frac{1}{\sqrt{\lambda^{2} - (\lambda_{1} + t)^{2}}} \frac{\sqrt{t^{2} - 1}}{t} dx, \lambda = (1 + L_{1})/2, \lambda_{1} = (1 - L_{1})/2$$

$$(1 - L_{1})/2$$

مشابه روند رابطه ٦، با بیبعد کردن رابطه ١٢- الف بهصورت رابطه ١٢- ب، معادله تغییرات q/kH نسبت به b/s با فرض x/s های مشخص، قابل ترسیم خواهد بود.

$$\frac{q}{kH} = \frac{i}{\pi} \int_{0}^{x} \frac{1}{\sqrt{\lambda^{2} - \left(\lambda_{1} + \sqrt{1 + \left((2b/s) + (x/s)\right)^{2}}\right)^{2}}} \frac{(2b/s) + (x/s)}{\sqrt{1 + \left((2b/s) + (x/s)\right)^{2}}} \frac{dx}{s}$$
 (j.4)

ج- دو أببند قائم در انتهای بالادست و پاییندست

در این بخش محاسبه معادله گرادیان هیدرولیکی از پیچیدگی محاسبات مربوط به توابع خاص مانند توابع انتگرالهای بیضوی برخوردار بوده و دلیل آن هم، ضمنی بودن معادله است و مانند معادلات بخشهای قبل، جهت محاسبه دبی نشت نمی توان رابطه صریحی را بهدست آورد. صفحه فیزیکی مسئله در شکل ۳-الف و در شکل ۳-ب و ۳-ج نیز به ترتیب صفحه کمکی و صفحه پتانسیل مختلط نشان داده شدهاند.



شکل۳– صفحات نگاشت همدیس در حالت وجود دو آببند. صفحه فیزیکی مسئله (صفحه z) (الف)، صفحه کمکی t (ب) و

صفحه پتانسيل مختلط (ج)

Figure 3- Conformal mapping planes in the case of double cutoff. Physical plane (*z* plane) (A), Auxiliary plane (*t* plane) (B), and Complex potential plane (C).

هار (۱۹۹۲) این مسئله را در حالت سازه با دو آببند به همراه عمق مدفون شدگی سازه به مقدار b حل کرد که البته فقط به مقدار گرادیان هیدرولیکی در انتهای پایین دست اشاره کرده است (۷). در این مقاله مقدار b برابر صفر است و هدف، به دست آوردن معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی در انتهای پایین دست سازه با استفاده از روش نگاشت همدیس می باشد. مطابق حالتهای قبلی، صفحه فیزیکی مسئله بر روی نیم صفحه کمکی نگاشت می شود و سپس از تبدیل شوارتز – کریستوفل استفاده خواهد شد. در شکل ۳ – ب پارامترهای m و σ مجهول می باشند. پس از نگاشت صفحه فیزیکی مسئله بر روی صفحه کمکی، معادله صفحه فیزیکی مسئله به صورت زیر به دست می آید:

$$z = \frac{2b}{\pi} \left[(E' - K')F(\phi, m) + K'.E(\phi, m) \right]$$

در این رابطه 'K و 'E به ترتیب توابع انتگرال بیضوی کامل نوع اول و دوم با مدول 'm؛ (ϕ,m) و (ϕ,m) نیز توابع انتگرال بیضوی نوع اول و دوم با مدول m و آرگومان ϕ میباشند و $\sqrt{1-m^2}$ نیز مدول مکمل نام دارد. هار (۱۹٦۲)، نموداری را برای بهدست آوردن پارامتر m بهصورت شکل ٤ ارائه و برای پارامتر مجهول σ نیز رابطه ' $K' = \sigma$ را ارائه کرد (۷).



شکل b/s - تغییرات پارامتر m برحسب b/s (باز ترسیم شده ازهار (۱۹۹۲))

Figure 4- Variation of b/s versus m (Re drawn from Harr (1962)).

با انجام روندی مشابه بخش های قبل، با انجام نگاشت صفحه پتانسیل مختلط، معادله آن بهصورت زیر بهدست می آید:

$$\omega = \frac{kH}{\pi} \cos^{-1} t$$
 رابطه ۱٤
آنچه در این بخش اهمیت دارد، به دست آوردن معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی بر حسب فاصله از انتهای پایین دست سازه
است که در دو حالت قبل، رابطه صریحی برای آن به دست آمد. طبق تعریف گرادیان هیدرولیکی مطابق رابطه ۱۰، برای معادله
تغییرات گرادیان هیدرولیکی رابطه زیر حاصل می شود:

$$I_{e} = \frac{iH}{2b} \frac{\sqrt{m^{2} - t^{2}}}{K'(t^{2} - \sigma^{2})}$$

رابطه ۱۵ یک رابطه ضمنی است. برای بهدست آوردن پارامتر t، با قرار دادن مختصات نقطه $(z = b + x_P, t = t_P)$ در معادله ۱۳ می توان مقدار t_P را محاسبه کرد. ضمناً باید توجه کرد که با توجه به شکل ۳– ب، $1 < t_P$ است و با جایگذاری مختصات نقطه $P = \sin^{-1}(t_P/m)$ در مختصات نقطه $P = \sin^{-1}(t_P/m)$ معادله ۳ می توان مقدار آر گومان توابع انتگرال بیضوی نوع یک و دو که به صورت (t_P/m) تعریف می شود، یک عدد مختلط خواهد بود که پس از حل رابطه برای یک آر گومان مختلط، رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{x_P}{s} = \frac{b}{s} \left\{ \frac{2}{\pi} \left[(E' - K')F(\theta, m) + K'.E(\theta, m) \right] - 1 \right\}$$

با توجه به مختلط بودن آرگومان توابع انتگرالهای بیضوی نوع یک و دو در رابطه فوق، این توابع بر اساس بیرد و فریدمن (۱۹۷۱)، بصورت زیر تعریف میشوند (٤):

$$F(\theta,m) = F(\beta,m) + iK'$$
 البطه ۱۷

$$E(\theta,m) = E(\beta,m) + i(K'-E') + \cot\beta\sqrt{1-m^2\sin^2\beta}$$

در روابط فوق، $(\beta = \sin^{-1}(1/t_p)$ ست. در حالت دو دیواره آببند در بالادست و پایین دست، با توجه به ضمنی بودن معادلات و برای محاسبه دبی نشت، نمی توان به طور مستقیم مقدار p را از رابطه ۱۲ برحسب x_p/s محاسبه و سپس در رابطه $dq = k.I_e(x)dx$ قرارداد و انتگرالگیری نمود. برای محاسبه مقدار دبی نشت از انتهای پایین دست سازه، باید با قرار دادن مقادیر مختلف برای $x/q = k.I_e(x)$ در رابطه ۱۲، مقدار p را به دست آورد. در ادامه، با جایگذاری آن در رابطه ۱۵ مقدار گرادیان هیدرولیکی را محاسبه و سپس مقدار دبی را به صورت تجمعی از انتهای پایین دست سازه محاسبه کرد. در روابط فوق پارامتر منحنی z/d در مدول m مستتر و از شکل ٤ قابل استخراج است. معادله ۱۵ که برای تغییرات تابع گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه به دست آمده و همچنین محاسبه تغییرات تابع دبی نشت بر اساس آن، تاکنون به صورت تحلیلی در پژوهش های قبل مشاهده نشده است.

د- سازه با کف مدفون

در حالتهای قبل فرض بر این بود که پایه ساختار سازه بر روی سطح محیط جریان نشت قرار دارد. در این بخش، تأثیر قرار گرفتن ساختار سازه در زیر سطح بر روی معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت نسبت به فاصله از انتهای سازه، موردبررسی قرار می گیرد. در این بخش نیز مشابه بخش قبل، محاسبه معادله گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت از پیچیدگی محاسبات مربوط به توابع خاص مانند توابع انتگرالهای بیضوی برخوردار و دلیل آنهم ضمنی بودن معادله است؛ بهطوریکه نمی توان رابطه صریحی را بهدست آورد. صفحه فیزیکی مسئله در شکل ٥-الف و در شکلهای ٥-ب و ٥-ب نیز به ترتیب صفحه کمکی و صفحه پتانسیل مختلط نشان داده شدهاند.





C (ج)

(الف)

شکل ۵- صفحات نگاشت همدیس در حالت وجود سازه با کف مدفون. صفحه فیزیکی مسئله (صفحه ی) (الف)، صفحه کمکی t (ب) و صفحه پتانسیل مختلط (ج)

Figure 5- Conformal mapping planes in the case of depressed floor. Physical plane (*z* plane) (A), Auxiliary plane (*t* plane) (B), and Complex potential plane (C).

هار (۱۹۹۲) این مسئله را حل کرد که البته فقط به مقدار گرادیان هیدرولیکی در انتهای پاییندست اشاره کرده است (۷). در این مقاله، هدف، بهدست آوردن معادله تغییرات گرادیان هیدرولیکی در انتهای پاییندست سازه با استفاده از روش نگاشت همدیس میباشد. مطابق حالتهای قبلی، صفحه فیزیکی مسئله بر روی نیمصفحه کمکی نگاشت میشود و سپس از تبدیل شوارتز – کریستوفل استفاده خواهد شد. در شکل ۵-ب پارامتر *m* مجهول است. پس از نگاشت صفحه فیزیکی مسئله بر روی صفحه کمکی، معادله صفحه فیزیکی مسئله به صورت زیر به دست میآید:

$$z = \frac{b}{E - {m'}^2 K} \Big[E(\phi, m) - {m'}^2 F(\phi, m) \Big]$$
 (بطه ۲۹

در این رابطه K و E بهترتیب توابع انتگرال بیضوی کامل نوع اول و دوم با مدول m و تعریف سایر پارامترها نیز مشابه بخش قبل است. هار (۱۹۹۲)، نموداری را برای بهدست آوردن پارامتر m بهصورت شکل ۲ ارائه کرد (۷).



شکل ۲- تغییرات پارامتر m برحسب d/b (باز ترسیم شده ازهار (۱۹۹۲))

Figure 6- Variation of m versus d/b (Re drawn from Harr (1962)).

با توجه به اینکه نگاشت صفحه پتانسیل مختلط مشابه بخش قبل است، طبق تعریف گرادیان هیدرولیکی، معادله آن بهصورت زیر خواهد بود:

$$I_e = \frac{-iH}{\pi} \frac{E - {m'}^2 K}{b\sqrt{m^2 - t^2}}$$

 t_p رابطه ۲۰ یک رابطه ضمنی است. با قرار دادن مختصات نقطه $P(z = (b + x_p) - id, t = t_p)$ در معادله ۱۹ می توان مقدار t_p مقدار را محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه $1 < t_p$ است، با جایگذاری مختصات نقطه P در رابطه ۱۹، مقدار را محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه $1 < t_p$ است، با جایگذاری مختصات نقطه را در رابطه ۱۹، مقدار را محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه $1 < t_p$ است، با جایگذاری مختصات نقطه رابطه دو در رابطه ۱۹ می توان مقدار یوب را محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه $1 < t_p$ است، با جایگذاری مختصات نقطه را در رابطه ۱۹ می مقدار را محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه $1 < t_p$ است، با جایگذاری مختصات نقطه با در رابطه ۱۹ می مقدار یوب را محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه را با محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه از محاسبه با محاسبه کرد. ضمناً باید دقت کرد با توجه به اینکه از محاسبه با حواهد بود و از محاسبه کرد. ضمان توابع انتگرال بیضوی نوع یک و دو به صورت $\theta = \sin^{-1}(t_p/m)$ به از حار رابطه برای یک آرگومان مختلط، رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{x_P}{d} = \frac{b}{d} \left[\frac{E(\theta, m) - {m'}^2 F(\theta, m)}{E - {m'}^2 K} - 1 \right] + i$$

$$(1)$$

با توجه به مختلط بودن آرگومان توابع انتگرالهای بیضوی نوع یک و دو در رابطه فوق، بهطور مشابه این توابع بهصورت روابط ۱۷ و ۱۸ قابل تعریف هستند. در این حالت با توجه به ضمنی بودن معادلات و برای محاسبه دبی نشت، نمی توان به طور مستقیم مقدار p را از رابطه ۲۱ برحسب k/d محاسبه و سپس در رابطه $k.I_e(x)dx$ و از رابطه ۲۱ برحسب k/d محاسبه و سپس در رابطه $k.I_e(x)dx$ محاسبه دو انتگرال گیری نمود. برای محاسبه مقدار k/d را از رابطه ۲۱ برحسب k/d محاسبه و سپس در رابطه معادین محتلف برای k/d در رابطه ۲۱ معدار برای محاسبه مقدار و انتگرال گیری نمود. برای محاسبه مقدار دبی نشت از انتهای پاییندست سازه، باید با قرار دادن مقادیر مختلف برای k/d در رابطه ۲۱، مقدار برای محاسبه مقدار دبی نشت از انتهای پاییندست سازه، باید با قرار دادن مقادیر مختلف برای k/d در رابطه ۲۱ مقدار دبی را برای محاسبه و سپس مقدار دبی نشت از انتهای پاییندست سازه، باید با قرار دادن مقادیر مختلف برای k/d در رابطه ۲۱، مقدار برای محاسبه مقدار دبی نشت از انتهای پاییندست سازه، در رابطه ۲۰، مقدار گرادیان هیدرولیکی را محاسبه و سپس مقدار دبی را به در ابطه ۲۱ معال پاییندست سازه، در رابطه دول یا و دادن مقادیر مختلف برای ای محاسبه و سپس مقدار دبی را برای محاسبه و سپس مقدار دبی را معای را به دست آورد. در ادامه با جایگذاری آن در رابطه ۲۰، مقدار گرادیان هیدرولیکی را محاسبه و سپس مقدار دبی را به صورت تجمعی از انتهای پاییندست سازه محاسبه کرد. در روابط فوق پارامتر منحنی k/d در مدول m مستتر و از شکل ۶ به صورت تجمعی از انتهای پاییندست سازه محاسبه کرد. در روابط فوق پارامتر منحنی k/d در مدول m مستتر و از شکل ۶ قابل استخراج است.

نتايج و بحث

4

یکی از نتایج مهم و جنبههای کاربردی ناشی از راهحلهای تحلیلی که در این پژوهش نیز از آن استفاده شده است، بهدست آوردن روابط کلی به فرم بسته و تبدیل آنها به نمودارهای کاربردی و بیبعدی است که استفاده از روابط تحلیلی را در طراحی بندهای انحرافی که بر روی بسترهای آبرفتی احداث میشوند، تسهیل میکند. در اشکال ذیل، بر اساس روابط بهدستآمده، نمودارهایی جهت تعیین تغییرات گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت ارائه شدهاند. دانستن نحوه تغییرات مقدار گرادیان هیدرولیکی در انتهای پاییندست سازه، برای مهندسان طراح از اهمیت بالایی برخوردار است که در نمودارهای اشکال ۷ و ۸ ارائه شدهاند. اهمیت این تغییرات در طراحی تمهیدات حفاظتی پاییندست بندهای انحرافی است. با توجه به معادلات تغییرات گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پاییندست سازه، در شکل ۷، نمودار تغییرات Ies/H نسبت به x/s و برحسب b/s برای چهار حالت مختلف نشان داده شده است (توجه شود که در حالت سازه با کف مدفون، تغییرات نسبت به d/d و برحسب b/d رسم شده است). $I_e d/H$







0.30

0.25

0.20

0.10

0.05

0.00

H 0.15

b/d=l

1





3

2

x/d

D (د)



4

شکل ۷– تغییرات گرادیان هیدرولیکی نسبت به x/s (x/d) برحسب پارامتر b/d (b/d). دیواره آببند در پاییندست (الف)، دیواره آببند در بالادست (ب)، دو دیواره آببند (ج) و سازه با کف مدفون (د).

Figure 7- Hydraulic gradients variation versus x/s(x/d) and b/s(b/d) as curve parameter. Cutoff at downstream (A), Cutoff at upstream (B), Double cutoffs (C), and Depressed floor (D).

همانطور که از نمودارهای شکل ۷ ملاحظه می شود، مقدار گرادیان هیدرولیکی با افزایش طول سازه (نسبت b/s یا b/d) یا افزایش فاصله نسبت به انتهای سازه (نسبت x/s یا x/d)، کاهش مییابد. با توجه به نوع خاک زیرین سازه، گرادیان ایمن طبق خوسلا و همکاران (۱۹۳٦)، با در نظر گرفتن ضریب اطمینان، 1/4 تا 1/7 میباشد (۱۲). درنتیجه طراح میتواند با توجه به مقادیر s b و H گرادیان هیدرولیکی را درست در انتهای پاییندست بهدست آورد (نقاط شروع نمودارهای شکل ۷). در صورت بیشتر بودن گرادیان از حد ایمن، طولی در پاییندست سازه که لازم است تمهیدات حفاظتی اجرا شود (x/s یا x/s) تا مقدار گرادیان به حد ایمن برسد، از روی نمودارها قابل استخراج است. همچنین در شکل ۷–الف مشاهده میشود که نقاط شروع مقادیر نمودارها، مقدار گرادیان هیدرولیکی را درست در انتهای پاییندست سازه نشان می-دهند که با مقادیر بهدستآمده از رابطه خوسلا و همکاران (۱۹۳٦) مطابقت دارد (۱۲). بر اساس رابطه خوسلا و همکاران (۱۹۳۹)، مقادیر λ برای پارامترهای مختلف b/s بر روی منحنی، به ترتیب برابر 1.618، 2.562، 4.531 و 10.51 هستند و درنتیجه مقدار $\frac{1}{\sqrt{2}} = I_e d/H = 0.09$ و 0.09 و 0.19 و 0.09 که با نقاط شروع منحنی ها برابرند (۱۲). در این بخش مقایسهای نیز با روش تحلیلی جین و ردی (۲۰۱۱) انجام می شود (۹). در پژوهش جین و ردی (۲۰۱۱)، راهحل تحلیلی برای یک کفبند با دو دیواره آببند در دو انتها که یکلایه نفوذناپذیر با عمق محدود در زیر آن قرارگرفته، بهدستآمده است (۹). با افزایش عمق لایه زیرین کفبند در راهحل جین و ردی (۲۰۱۱)، می توان به حالت مدنظر در این مقاله، یعنی عمق نامحدود لایه زیرین سازه، نزدیک شد و نتایج مقدار گرادیان هیدرولیکی درست در انتهای پاییندست سازه را با نتایج مقدار گرادیان هیدرولیکی در مقاله حاضر برای دو دیواره آببند، زمانیکه نسبت x/s=0 است، مقایسه کرد (۹). در مقاله جين و ردى (۲۰۱۱)، B طول كل كفبند، c عمق ديواره أببند و D عمق لايه نفوذپذير زيرين است (۹). با فرض B/c=10 و میل کردن ضخامت لایه نفوذپذیر زیرین به بینهایت، از رابطه ارائهشده در مقاله جین و ردی (۲۰۱۱)، مقدار Ies/H برابر 0.13 بهدست میآید (۹). در مقاله حاضر، چون مقدار گرادیان هیدرولیکی درست در انتهای پاییندست سازه

مدنظر است، با توجه به 2b/s=10، مقدار پارامتر m=0.67 و مختصات نقطه P(z=b,t=1) میباشد. درنتیجه با استفاده از رابطه ۱۵ مقدار I_es/H برابر 0.129 حاصل میشود.







شکل ۸- مقایسه تغییرات گرادیان هیدرولیکی حالت دیواره آببند در پایین دست و سایر حالتها. دیواره آببند در پایین دست و بالادست (الف)، دیواره آببند در پایین دست و دو دیواره آببند (ب) و دیواره آببند در پایین دست و سازه با کف مدفون (ج).

Figure 8- Comparison of downstream cutoff hydraulic gradients with other cases. Cutoff at downstream and upstream (A), Cutoff at downstream and double cutoff(B), and Cutoff at downstream and depressed floor (C).

در شکل ۸ مقایسهای بین تغییرات گرادیان هیدرولیکی در حالت آببند در پاییندست با سه حالت دیگر انجام شده است. در شکل ۸-الف مشاهده می شود که در مقدار حدودی ۵.6 = x/s، گرادیان هیدرولیکی برای دیواره آببند در بالادست و دیواره آببند در پاییندست تقریباً باهم برابرند و از آن مقدار به بعد به سمت پاییندست، گرادیان در حالت دیواره آببند در بالادست به کمتر از مقدار نظیر برای آببند در پاییندست، می رسد. در شکل ۸-ب، کاهش قابل ملاحظهای در مقدار گرادیان هیدرولیکی در حالت وجود دو آببند نسبت به حالت یک آببند در پاییندست وجود دارد. از دیدگاه طراحی بندهای انحرافی، درواقع، با افزایش طول سازه، عملاً اثر حالت دیواره آببند در پاییندست و دو دیواره آببند در کاهش گرادیان هیدرولیکی ، تفاوتی باهم ندارند اما در b/s های کوچکتر، اثر دو آببند در کاهش گرادیان بیشتر از وجود یک آببند در پاییندست است. در شکل ۸-ج، افت بیشتری در نمودارهای گرادیان هیدرولیکی بین دو حالت، نسبت به شکل ۸-ب، دیده می شود. به عنوان مثال، تغییرات مقدار گرادیان هیدرولیکی در نمودار 2 = s/d در حالت یک دیواره آببند در پاییندست تقریباً با مقدار متناظر آن در نمودار 1 = b/d در حالت سازه با کف مدفون، تطابق دارد. بنابراین، به عنوان یک معیار طراحی، استفاده از سازه با کف مدفون، تطابق دارد. بنابراین، به عنوان یک معیار طراحی، استفاده از سازه با کف مدفون، تطابق دارد. بنابراین، به عنوان در طراحی، معیار طراحی، استفاده از سازه با کف مدفون، تطابق دارد. بنابراین، به عنوان یک معیار طراحی، استفاده از سازه با کف مدفون، تطابق دارد. بنابراین، معنوان یک معیار طراحی، استفاده از سازه با کف مدفون، تطابق دارد. به این استفاده از سازه با کف مدفون در طراحی، تأثیر بیشتری در کاهش گرادیان هیدرولیکی نسبت به سایر حالتها دارد. به این صورت که در یک مقدار ثابت s/s، با افزایش مقدار s/d، مقایسه بین مقادیر گرادیان هیدرولیکی متناظر در سه حالت صورت که در یک مقدار ثابت s/s، با افزایش مقدار s/d، مقایسه بین مقادیر گرادیان هیدرولیکی متناظر در سه حالت معرورت که در یک مقدار ثابت s/s، با افزایش مقدار s/d، مقایسه بین مقادیر گرادیان هیدرولیکی متناظر در سه حالت معرورت که در یک مقدار ثابت s/s، با افزایش مقدار s/d، مقایسه بین مقادیر گرادیان هدرولیکی متناظر در سه حالت معرورت که در یک مقدار ثابت s/s، با افزایش مقدار s/d، مقایسه بین مقادیر گرادیان هدرولیکی متناظر در سه حالت معرورت که در یک مقدار ثابت s/s، با افزایش مقدار s/d، مقایسه بین مقادیر گرادیان هدرولیکی متناظر در سه حالت معرورت که در یک مقدار ثابت s/d، می باشد (منظور از s/d می راد.



شکل ۹- تغییرات دبی نشت نسبت به x/s (x/d) بر حسب پارامتر b/s (b/d).دیواره آببند در پاییندست (الف)، دیواره آببند در بالادست (ب)، دو دیواره آببند (ج) و سازه با کف مدفون (د).

Figure 9- Seepage discharge variations versus x/s(x/d) and b/s(b/d) as curve parameter. Cutoff

at downstream (A), Cutoff at upstream (B), Double cutoffs (C), and Depressed floor (D). در شکل ۹، نمودار تغییرات q/kH نسبت به b/s و برحسب x/s برای چهار حالت مختلف نشان داده شده است (توجه شود که در حالت سازه با کف مدفون، تغییرات q/kH نسبت به b/d و برحسب x/d رسم شده است). در شکل ۹ مشاهده میشود که با افزایش فاصله از انتهای پاییندست سازه، دبی افزایش و با افزایش طول سازه، دبی نشت کاهش پیدا خواهد کرد. ضمناً در فواصل دورتر از انتهای پاییندست سازه، با افزایش طول سازه، دبی با شیب بیشتری کاهش می یابد و فاصله نمودارهای x/s از هم، کاهش پیدا میکند؛ یعنی با دور شدن از انتهای سازه، میزان نرخ شدت افزایش دبی، کمتر می-شود.







شکل ۱۰ - مقایسه تغییرات دبی نشت حالت دیواره آبند در پاییندست و سایر حالتها. دیواره آبند در پاییندست و بالادست (الف)، دیواره آببند در پاییندست و دو دیواره آببند (ب) و دیواره آببند در پاییندست و سازه با کف مدفون (ج).

Figure 10- Comparison of downstream cutoff seepage discharge with other cases. Cutoff at downstream and upstream (A), Cutoff at downstream and double cutoff(B), and Cutoff at

downstream and depressed floor (C).

در شکل ۱۰، مقایسهای بین تغییرات دبی نشت در حالت آببند در پاییندست با سه حالت دیگر انجامشده است. روند کلی در هر سه مقایسه نشاندهنده این موضوع است که مقدار دبی نشت در حالت آببند در پاییندست نسبت به سایر حالتها کمتر است. تنها در شکل ۱۰–ج، مشاهده می شود که در مقدار حدودی b/s or (b/d)=0.75 مقدار دبی نشت سازه با کف مدفون، کمتر از مقدار متناظر در حالت سازه با آببند در پاییندست است و پس از مقدار حدودی ذکرشده، مقدار دبی نشت سازه با آببند در پاییندست، کمتر از مقدار متناظر آن در حالت سازه با کف مدفون خواهد بود. همچنین اختلاف نمودارها در شکلهای ۱۰-ب و ۱۰-ج و در فواصل کوچک از انتهای پاییندست کمتر است و با افزایش فاصله از انتهای پاييندست سازه، اختلاف دبی های نشت بيشتر خواهند شد. يکی از کاربردهای مهم مهندسی، تغييرات دبی نشت نسبت به انتهای پاییندست سازه است که می توان از آن در استحصال جریان زیرسطحی استفاده نمود. با توجه به نمودارهای شکل ۱۰، با داشتن مقادیر k ،S ،b و H، دبی نشتی را که میتوان آن را با استفاده از سیستمهای زهکشی زیرسطحی استحصال کرد، بهدست آورد. باهدف محدود کردن نشت به مقداری مشخص که از طول معینی در انتهای پاییندست سازه خارج میشود. مقدار b/s در حالت وجود آببند در بالادست به ترتیب بیشتر از دو آببند، آببند در پاییندست و سازه با کف مدفون ميباشد (البته ترتيب حالت أببند در پاييندست با حالت سازه با كف مدفون مي تواند بسته به مقدار b/s يا b/d جابجا شود). بهعنوان مثال در نسبت x/s=2 و نشت q/kH=0.4، نسبت b/s در حالت أببند در بالادست، دو أببند، أببند در پاييندست و سازه با كف مدفون، به ترتيب داراي مقادير 1.55، 0.85، 0.6 و 0.4 مي باشند. با فرض عبور دبي يكسان نشت از چهار حالت، در شرایط ثابت بودن مقدار b/s، به ترتیب در حالت سازه با کف مدفون، أببند در پاییندست، دو أببند و آببند در بالادست به طولهای بزرگتری در انتهای پاییندست جهت عبور دبی نشت موردنیاز است. بهعنوان مثال در نسبت b/s=0.6 و نشت p/kH=0.4 ، نسبت x/s به ترتیب دارای مقادیر 2.2، 2، 1.4 و 1.3 می باشند.

در انتهای این بخش برای نشان دادن جنبه کاربردی نمودارهای تغییرات گرادیان هیدرولیکی در طراحی بندهای انحرافی، مثالی عددی ذکر میشود. سازه هیدرولیکی یک بند انحرافی را در حالتهای مختلف مانند شکل ۱–الف (سازه با دیواره آب-بند در پاییندست)، ۳–الف (سازه با دو دیواره آببند) و ۰–الف (سازه با کف مدفون) در نظر بگیرید. اگر اختلاف هد بالادست و پاییندست سازه برابر m 5=*H* طول کل سازه m 20=*2b* عمق دیواره آببند برابر m 5=۲، عمق مدفونشدگی برابر m 1=*b* و گرادیان هیدرولیکی ایمن بر اساس مشخصات خاک زیرین سازه برابر 1/7 فرض شوند، طول حفاظت پایین دست سازه برای جلوگیری از جوشش، در حالتهای مختلف، به طریقی که در ادامه توضیح داده می شود به دست می آید. با داده های فوق، 2=*8 ط*و 10=*b/d* هستند؛ در نتیجه با استفاده از نمودارهای اشکال ۷ یا ۸ گرادیان هیدرولیکی (*ی*) درست در انتهای پایین دست سازه برای سازه با دیواره آب بند در پایین دست، دو دیواره آب بند و سازه با کف مدفون به تر تیب برابر 2.0. 10.8 و 20.02 خواهند شد. مقدار گرادیان هیدرولیکی در دو حالت اول بیشتر از گرادیان هیدرولیکی ایمن است بنابراین طولی در پایین دست سازه برای اجرای تمهیدات حفاظتی (مانند اجرای فیلتر معکوس و بلوک گذاری بتنی) باید در نظر گرفته شود تا گرادیان هیدرولیکی به مقدار ایمن خود برسد. این طول بر اساس مراجع موجود که طراحی بر اساس آنها انجام می گیرد، برابر m 7.5=15 پیشنهاد می شود درحالی که بر اساس شکل ۷–الف و ۷–ج، برای سازه با دیواره آب بند در پایین دست و سازه با دو دیواره آب بند، مقدار ایمن خود برسد. این طول بر اساس مراجع موجود که طراحی بر اساس آنها انجام می گیرد، برابر m 7.5=15 پیشنهاد می شود درحالی که بر اساس شکل ۷–الف و ۷–ج، برای سازه با دیواره آب بند در کند مدفون، ایمن می بازه با دو دیواره آب بند، مقدار کار برای اینکه مقدار گرادیان هیدرولیکی به حد ایمن خود برسد به ترتیب برابر عالین دست و سازه با دو دیواره آب بند، مقدار کار برای اینکه مقدار گرادیان هیدرولیکی به حد ایمن خود درسد به ترتیب برابر کف مدفون، ایمن می باشد. همچنین، با توجه به اینکه برای جلوگیری از آب شستگی، بعد از طول حفاظتی مذکور نیاز به یک کف منگی چین شده می باشد. همچنین، با توجه به اینکه برای جلوگیری از آب شستگی، بعد از طول حفاظتی مذکور نیاز به یک کف سنگی چین شده می باشد، طبق مراجع موجود، این طول برابر همان طول حفاظت شده (۲.51) پیشنهاد می گردد بنابراین مقدار طول سنگیچین نیز بهجای m 7.5 مقادیر m 6 و m 4 خواهند بود. با انتخاب سازه با کف مدفون در طراحی، می توان

نتیجه گیری کلی

در این پژوهش، روابط بهدست آمده از حل تحلیلی برای خصوصیات جریان نشت اعم از گرادیان هیدرولیکی و دبی نشت، به صورت نمودارهای بی بعد تبدیل شدند که می توانند در طراحی بندهای انحرافی مورداستفاده قرار بگیرند. بر اساس نتایج و نمودارهای ارائه شده ملاحظه می شود، هرچند که با افزایش فاصله از انتهای پایین دست و از مقدار حدودی 0.6 = x/s، گرادیان هیدرولیکی در حالت آب بند بالادست کمتر از مقدار متناظر برای پایین دست است، اما همان طور که تحقیقات پیشین مانند خوسلا و همکاران (۱۹۳٦) نیز نشان داده اند استفاده از آب بند در بالادست به تنهایی پیشنهاد نمی شود (۱۲). اثر سازه با کف مدفون در کاهش مقدار گرادیان هیدرولیکی نسبت به سایر حالتها بیشتر است. در فواصل نزدیک به انتهای پایین دست سازه، افزایش طول سازه تأثیر قابل توجهی در کاهش دبی نشت ندارد؛ به عبارت دیگر، دبی عبوری از انتهای مبنای تهیه و منشأ دادههای مقاله حاضر، بر اساس رساله مقطع دکترای نویسنده اول است که در سال جاری و در دانشگاه

نویسندگان از دانشگاه فردوسی مشهد به دلیل حمایتهای بیدریغ جهت انجام این پژوهش تشکر مینمایند.

ياييندست سازه در حالت ديواره أببند در ياييندست، دو ديواره أببند و سازه با كف مدفون عملاً يكسان است اما بافاصله

گرفتن از انتهای پاییندست سازه، دبی نشت عبوری در حالت دیواره آببند در پاییندست کمتر از سایر حالتها خواهد بود.

فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گرو مهندسی عمران در حال انجام است.

تعارض منافع

تقدیر و تشکر

دادهها و اطلاعات

در این مقاله، تعارض منافعی وجود ندارد و این مسئله مورد تأیید همه نویسندگان است.

مشارکت نویسندگان

در مقاله حاضر، نویسنده اول در مدلسازی تحلیلی، محاسبات، ترسیم نمودارها، تحلیل و تفسیر نتایج و نگارش نسخه اولیه مشارکت داشته و نویسنده دوم در تحلیل و تفسیر نتایج، ویرایش متن و نظارت و راهنمایی بر مدلسازی مشارکت و مسئولیت داشته است.

اصول اخلاقي

نویسندگان اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این اثر علمی رعایت نمودهاند و این موضوع مورد تأیید همه آنها میباشد.

حمایت مالی

مقاله حاضر، حاصل بخشی از رساله مقطع دکترای نویسنده اول می باشد که ذیل حمایت دانشگاه فردوسی مشهد در حال انجام است.

منابع مورداستفاده

1. Ahmadian, S. and Maghrebi₂₇ M.F. 2017. Optimizing location and angle of cutoff walls in diversion dams using conformal mapping. Journal of Hydraulic. 12:4. 1-13. (In Persian).

2. Anderson, E.I. 2015. Exact and Approximate Solutions for Seepage through Semipermeable Cutoff Walls. International Journal of Geo-mechanics, 15:6. 04014087-1–04014087-10.

3. Banerjee, S., and Muleshkov, A. 1992. Analytical solution of steady seepage into double-walled cofferdams. Journal of Engineering Mechanics. 118: 3. 525-539.

4. Byrd, P. F., and Friedman, M. D. 1971. Handbook of elliptic integrals for engineers and scientists, Springer, New York, Pp: 25-27.

5. Farouk, M.I., and Smith, I.M. 2000. Design of Hydraulic Structures with Two Intermediate Filters. Journal of Applied Mathematical Modeling. 24:11. 779-794.

6. Goel, A., and Pillai, N.N., 2010. Variation of Exit Gradient Downstream of Weirs on Permeable Foundations. Pacific Journal Science and Technology. 11:1. 28–36.

7. Harr, M.E. 1962. Groundwater and Seepage, McGraw Hill, New York, Pp: 101-135.

8. Ijam, A.Z. 1994. Conformal Analysis of Seepage below a Hydraulic Structure with Inclined Cutoff. International Journal for Numerical and Analytical methods in Geo-mechanics, 18:5. 345-353.

9. Jain, A.K., and Reddi, L.N. 2011. Finite- Depth Seepage below Flat Aprons with Equal End Cutoffs. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE. 137:12. 1659-1667.

10. Kacimov, A.R., and Obnosov, Y.V. 2012. Analytical solutions for seepage near material boundaries in dam cores: The Davison-Kalinin problems revisited. Applied Mathematical Modeling. 36:3. 1286-1301.

11. Kacimov, A.R., Al-Maktoumi, A., and Obnosov, Y.V. 2019. Seepage through earth dam with clay core and toe drain: the Casagrande–Numerov analytical legacy revisited. ISH Journal of Hydraulic Engineering. 25:3. 1-9.

12. Khosla, A.N., Bose, N.R., and Taylor, E.M. 1936. Design of Weirs on Permeable Foundations. Publication No. 12, Central Board of Irrigation, New Delhi, India.

13. Lou, G.Y., Qui, J.S., Cao, H., and Pan, H. 2018. Simplified method for calculating inflow into a deep excavation with consideration of the effects of cutoff walls. Hydrogeology Journal. 26:1. 2853-2865.

14. Malhotra, J. K. 1936. Appendix to Chapter VII: Mathematical Investigations of the Subsoil Flow under Two Standard Forms of Structures. Publication No. 12, Central Board of Irrigation, New Delhi, India, Pp: 85–90.

15. Mansuri, B., Salmasi, F., and Oghati, B. 2014. Effect of Location and Angle of Cutoff Wall on Uplift Pressure in Diversion Dam. Journal of Geotechnical and Geological Engineering. 32:1. 1165-1173.

16. Mojtahedi, S.H., and Maghrebi, M.F. 2010. Analytical method in seepage computation from a canal with a semi- elliptic section using conformal mapping. Iranian Journal of Irrigation and Drainage. 1:4. 22-30. (In Persian).

17. Polubarinova-Kochina, P.Y. 1962. Theory of Groundwater Movement. Translation by J. M. Roger de Wiest Princeton University, Princeton, NJ, Pp: 66-106.

18. Sheikh Rezazadeh Nikoo, N., Khalili Shayan, H., and Amiri Tokaldani, E. 2012. Experimental and numerical investigation of the optimal dimensions and location of cutoff walls, blankets and drainage on the reduction of uplift forces, seepage discharge and hydraulic gradients in diversion dam foundations. 11th Hydraulic Conference, Urmia, Iran, 1-8 (In Persian).

19. Salmasi, F., Nourani, B., and Abraham, J. 2020. Investigation of the effect of the different configurations of double-cutoff walls beneath hydraulic structures on uplift forces and exit hydraulic gradients. Journal of Hydrology. 586:1. 48-58.

20. Salmasi, F., Nouri, M., and Abraham, J. 2020. Upstream cutoff and downstream filters to control of seepage in dams. Water Resources Management 34:1. 4271-4288.

21. Sartipi, N., Salmasi, F., Abraham, J., and Hosseinzadeh Dalir, A. 2020. Investigation of the effect of depth and distance between cutoff walls on uplift force for gravity dams. International Journal of Environmental Science and Technology. 18:1. 1361-1378.

22. Yakimov, N.D., and Kacimov, A.R. 2017. Darcian Flow under/through a Leaky Cutoff Wall: Terzaghi–Anderson's Seepage Problem Revisited. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geo-mechanics. 41:1. 1182–1195.

Analysis of seepage discharge variations at the downstream end of diversion dams; Pavlovsky's solution revisited

Seyyed Hossein Mojtahedi¹ and ¹Mahmoud Faghfour Maghrebi²

¹Ph.D Candidate of Water and Hydraulic Structures Engineering, Dept. of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad,

² Professor, Dept. of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad.

Received: ; Accepted:

Abstract

Background and Objectives: The construction of aprons and diversion dams on alluvial beds have important role in rivers protection. Design of such hydraulic structures on permeable foundations is required to determine hydraulic gradient and seepage discharge at the downstream end and beyond. This important issue is well done by seepage flow analysis. The seepage flow may occur in or beneath hydraulic structures and also from the bed of open channels. One of the existing methods for analyzing seepage flow and solving Laplace equation is the application of analytical solution which is usually based on the theory of conformal mapping. The hydraulic gradient at the end of downstream and seepage discharge passing beneath diversion dams could be controlled by cutoff walls. In the present paper, closed-form analytical equations for the variations of hydraulic gradient and seepage discharge are presented as a function of the distance from downstream end for various arrangements of cutoff walls. The porous media beneath the structure is assumed to have infinite depth. The problem is solved for four scenarios: cutoff wall at downstream end, cutoff wall at upstream end, double cutoff walls at both ends and the structure with depressed floor.

Materials and methods: In this paper, hydraulic gradient and seepage discharge have been obtained with respect to the distance from downstream end by the use of conformal mapping and an approach based on Darcy equation. Indeed, this method is the extension of Pavlovsky's solution. The Schwarz-Christoffel transformation is used in conformal mapping.

Results: Based on the resulting equations, non-dimensional charts have been produced for the variations of hydraulic gradient and seepage discharge with respect to the distance from downstream end and the length of structure. Assuming *b* is the length of structure, *s* is the depth of cutoff wall, *x* is the distance from downstream end, and *d* is the depth of depressing floor, at constant ratios of b/s or b/d, the hydraulic gradient values are decreased with increasing the distance from the end and also at constant ratios of x/s or x/d, the hydraulic gradient values are decreased with increasing the distance from the b/s

¹ Correspondence author; Email: maghrebi@um.ac.ir

or b/d ratios. For limiting the seepage discharge in a determined value which is passed from the downstream end of the structure, the value of b/s in the case of cutoff at upstream end is greater than double cutoffs, cutoff at downstream end and, depressed floor, respectively.

Conclusion: Based on the obtaining charts, the results show that the cutoff wall at the downstream end is more effective in decreasing seepage discharge and the hydraulic gradient in the case of depressed floor is less than the other cases.

Keywords: Conformal mapping, Darcy's equation, Seepage, Hydraulic gradients, Diversion dam, Pavlovsky's method.