



مدل‌سازی عددی سه‌بعدی جریان فوق بحرانی در خم

هادی اکبریان، محمدرضا جعفرزاده

دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

haghot@gmail.com

خلاصه

در این مقاله جریان فوق بحرانی در خم مطالعه شده است. بدین منظور نتایج آزمایشات انجام شده در آزمایشگاه که در کانالی مستطیل شکل افقی با عرض ۴۰ سانتیمتر و نسبت شعاع انحناء به عرض ۱/۵ انجام شده است با نتایج مدل‌های عددی دو بعدی و سه بعدی مقایسه شده است. برای مدل‌سازی دو بعدی از مدل عددی رو (Roe2D) و برای مدل‌سازی سه بعدی از مدل عددی Flow3D استفاده شده است. مدل Flow3D به خوبی مقدار عمق آب در دیواره خارجی خم را برآورد می‌کند و قادر به شبیه‌سازی رفتار جریان فوق بحرانی در خم است. با افزایش عدد فرود خطای مدل Roe2D با افزایش شدید روبرو می‌شود. با مقایسه نتایج مدل‌های عددی ملاحظه شد که فرض اساسی در استخراج معادلات آب‌های کم‌عمق یعنی توزیع فشار هیدرواستاتیک که در نتیجه آن اثرات شتاب قائم ذرات آب صرف‌نظر می‌شود، تأثیر زیادی در برآورد عمق جریان و موقعیت عمق حداکثر در خم دارد.

کلمات کلیدی: جریان فوق بحرانی، کانال خمیده، حل عددی، امواج مورب، آب‌های کم‌عمق

۱. مقدمه

ساخت مسیرهای خمیده برای انتقال جریان در کانال‌های رو باز، امری اجتناب‌ناپذیر است. رفتار جریان در چنین کانال‌هایی پیچیده‌تر از جریان در کانال‌های مستقیم است. بدون توجه به رفتار جریان در کانال خمیده، طراحی کانال فنی و اقتصادی نخواهد بود. یکی رفتارهایی که در پایین دست سرریزها و خم‌ها رخ می‌دهد الگوی موج‌های مورب و متقاطع هستند. رفتار پیچیده جریان در خم بیش از ۸۰ سال است که مورد تحقیق پژوهشگران مختلف در ابتدا توسط مدل‌های هیدرولیکی و اخیراً با استفاده از روش‌های عددی، قرار گرفته است. از جمله محققینی که رفتار پیچیده این نوع جریان‌ها را بررسی کردند می‌توان به ناپ و ایپن (۱۹۳۸)، رینر و هیگر (۱۹۹۷)، والیانی^۱ و کالفی^۲ (۲۰۰۱)، بلترامی^۳ (۲۰۱۰)، سانگ سو هان^۴ و همکاران (۲۰۱۰)، جعفرزاده و همکاران (۲۰۱۲)، پروان^۵ و کروکستون^۶ (۲۰۱۶) و هوانگ^۷ و ونگ^۸ (۲۰۱۸) اشاره کرد [۱] تا [۸].

در این مقاله جریان فوق بحرانی در کانال خمیده با خم ۹۰ درجه و با نسبت شعاع انحناء به عرض ۱/۵ به صورت آزمایشگاهی مطالعه شده است و نتایج با مدل‌های عددی دو بعدی و سه بعدی مقایسه شده است.

¹ Valiani

² Caleffi

³ Beltrami

⁴ Sang Soo Han

⁵ Brown

⁶ Crookston

⁷ Huang

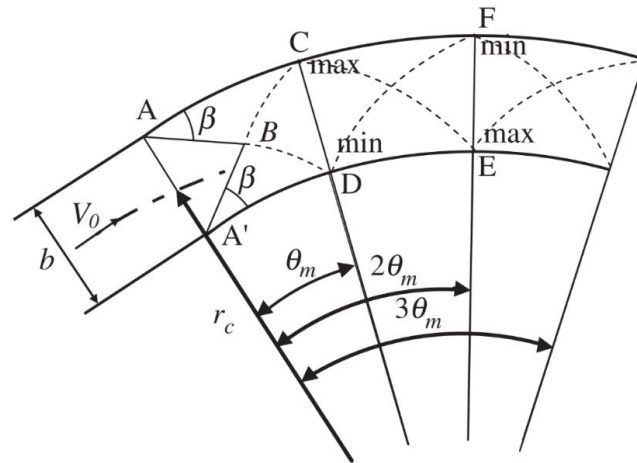
⁸ Wang

۲. هیدرولیک جریان فوق بحرانی در خم

در هنگام عبور جریان آب از مسیرهای غیرمستقیم، به علت وجود نیروی گریز از مرکز پدیده افزایش ارتفاع^۱ در قسمت خارجی خم رخ می‌دهد. در این پدیده سطح آب در دیوار خارجی خم، بالا و در دیوار داخلی خم پایین می‌آید. همچنین امواج متقاطع^۲ در محدوده خم و بعد از خم اتفاق می‌افتد که البته پدیده غالب در جریان‌های فوق بحرانی در خم، امواج متقاطع هستند [۹].

با استفاده از نتایج آزمایشات شُکری^۳ در مورد اضافه ارتفاع آب در نزدیکی انحناء و مسیرهای غیرمستقیم می‌توان دریافت که خط حداکثر سرعت جریان در یک کانال خمیده، از حالت معمولی آن انحراف پیدا می‌کند و به دیوار داخلی کانال می‌چسبد و همچنین سطح آب به حد پایین خود می‌رسد. سپس خط حداکثر سرعت جریان به تدریج به طرف دیوار خارجی حرکت می‌کند [۹] و [۱۰].

امواج متقاطع در جریان‌های فوق بحرانی در کانال‌های غیرمستقیم یا کانال‌های با سطح مقطع متغیر مشاهده می‌شود. این امواج تا مسافت زیادی در پایین دست ادامه پیدا می‌کنند و باعث افزایش ارتفاع دیوارهای کانال می‌شوند [۹]. مطابق با شکل ۱، هرگاه در یک کانال خمیده با عرض b و شعاع انحناء r_c ، جریان فوق بحرانی برقرار باشد، اولین موج مورب مثبت به علت انحناء کانال، در نقطه A دیوار خارجی باعث افزایش ارتفاع جریان می‌شود. این موج در طول خط AB امتداد می‌یابد. در همین هنگام موج منفی حاصل از دیوار داخلی، باعث کاهش عمق جریان شده، در طول خط A'B انتشار می‌یابد. دو موج حاصله در نقطه B یکدیگر را قطع می‌کنند. در بالادست مرز ABA، جریان تحت تأثیر انحناء کانال قرار نمی‌گیرد. بعد از نقطه B، در نتیجه تداخل امواج مورب، آشفتگی جریان در یک خط مستقیم منتشر نمی‌شود بلکه مسیرهای BC و BD را می‌پیماید. دیوار AC مسیر جریان را منحرف می‌کند. در این حالت، عمق آب به تدریج اضافه شده، در نقطه C به حداکثر می‌رسد و بعد از این نقطه در دیوار خارجی، از عمق آب کاسته می‌شود. از نقطه A' به بعد جریان از دیوار داخلی به خارج کشیده می‌شود. در نتیجه از سطح آب پایین می‌افتد و در نقطه D به حداقل خود می‌رسد. عمق آب بعد از نقطه D در دیوار داخلی اضافه می‌شود. توسعه امواج مورب، امواج سینوسی شکلی را در دیوارهای داخلی و خارجی به وجود می‌آورد که محل تقریبی فراز و فرودهای آن در زوایای θ ، 3θ و 5θ است.



شکل ۱- توسعه امواج مورب در جریان فوق بحرانی در خم [۶].

¹ Superelevation

² Cross Waves

³ Shukry



۳. معادلات حاکم

شکل کلی دیفرانسیلی معادلات بقاء جرم^۱ و مومنتم^۲ برای یک سیال تراکم‌پذیر، به صورت زیر است [۱۱] و [۱۲]:

$$\rho_t + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V) + \nabla \cdot [\rho V \times V + PI - \Pi] = \rho g \quad (2)$$

در روابط (۱) و (۲) متغیر t برای بیان زمان، x ، y و z برای بیان مکان، ρ برای بیان جرم مخصوص و $V=(u, v, w)$ برای بیان سرعت به کار می‌روند. تانسورها عبارتند از: (Π تانسور تنش لزجت)

$$\left\{ \begin{aligned} V \times V &= \begin{pmatrix} u^2 & uv & uw \\ vu & v^2 & vw \\ wu & wv & w^2 \end{pmatrix} \\ I &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \Pi &= \begin{bmatrix} \tau^{xx} & \tau^{xy} & \tau^{xz} \\ \tau^{yx} & \tau^{yy} & \tau^{yz} \\ \tau^{zx} & \tau^{zy} & \tau^{zz} \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

در صورت استفاده از معادلات آب‌های کم‌عمق^۳، از جملات لزجت صرف‌نظر می‌شود. با بیان نیروهای حجمی به صورت یک بردار جمله چشمه، معادلات به شکل زیر در می‌آیند:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_t + u\rho_x + v\rho_y + w\rho_z + \rho(u_x + v_y + w_z) &= 0 \\ u_t + uu_x + vv_y + ww_z + \frac{1}{\rho} p_x &= g_1 \\ v_t + uv_x + vv_y + ww_z + \frac{1}{\rho} p_y &= g_2 \\ w_t + uw_x + vw_y + ww_z + \frac{1}{\rho} p_z &= g_3 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

معادلات آب‌های کم‌عمق، معادلاتی هستند که برای تحلیل طیف وسیعی از رفتارهای جریان مثل مدل‌سازی جذر و مد، شکست امواج در سواحل، امواج سیلابی در رودخانه‌ها و موج حاصل از شکست سد استفاده می‌شود. فرض اساسی در استخراج معادلات آب‌های کم‌عمق مربوط به توزیع فشار هیدرواستاتیک است که در نتیجه آن از اثرات شتاب قائم ذرات آب، صرف‌نظر می‌شود.

۴. مدل‌سازی عددی

دینامیک سیالات محاسباتی^۴ (CFD) یک ابزار مبتنی بر روش‌های عددی جهت شبیه‌سازی رفتار سیستم‌هایی شامل جریان سیال، انتقال حرارت و سایر فرآیندهای فیزیکی وابسته است. این ابزار با حل عددی معادله جریان سیال روی یک ناحیه مورد نظر، با

¹ Conservation of Mass

² Momentum Equation

³ Shallow Waters Equation

⁴ Computational Fluid Dynamics

اعمال شرایط مرزی مشخص، رفتار سیال را پیش‌بینی می‌کند. در این پژوهش از مدل Flow3D برای حل معادلات سه‌بعدی حاکم استفاده شد. Flow3D، یک برنامه کامپیوتری با کاربردهای کلی و توانایی‌های بسیار است که کاربر می‌تواند با وارد کردن اطلاعات، مدل‌های مختلفی را به‌منظور ارائه محدوده وسیعی از پدیده‌های جریان، انتخاب کند [۱۳].

همچنین برای حل معادله آب‌های کم‌عمق از مدل Roe2D استفاده گردید. این روش به خوبی توانست ناپوستگی‌ها را در جریان‌های فوق بحرانی شبیه‌سازی کند. برای کنترل نوسان‌ها از محدود کننده شیب استفاده شد. جزئیات و روابط مورد استفاده برای حل معادلات در مقاله دیگری به وسیله نگارنده دوم این مقاله توضیح داده شده است [۱۴].

۵. گسسته‌سازی معادلات در Flow3D

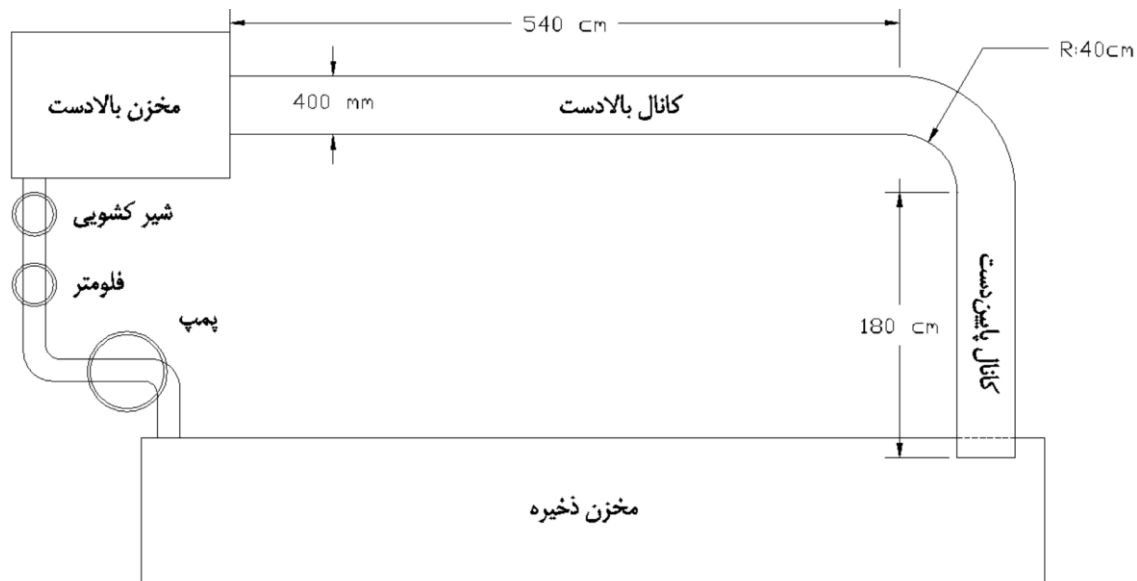
چگونگی گسسته‌سازی معادلات به وسیله شبکه عددی تعیین می‌شود که اساساً نمایش گسسته‌ای از حوزه هندسی است و مسئله می‌بایست روی آن حل شود. در واقع شبکه، حوزه حل را به تعداد زیردامنه (المان‌ها و حجم‌های کنترل) تقسیم می‌کند. رویکردهای گسسته‌سازی معادلات جهت حل عددی مسائل دینامیک سیالات محاسباتی در مدل Flow3D روش حجم محدود است.

در روش حجم محدود، حوزه حل به تعداد محدودی از حجم‌های کنترل هم‌مرز تقسیم می‌شود. معادلات تعادل به‌صورت انتگرالی به هر حجم کنترل اعمال می‌شود. در مرکز هندسی هر حجم کنترل، یک گره محاسباتی قرار دارد که مقدار متغیرهای جریان باید در آن نقطه محاسبه شود. در صورت نیاز از روش درون‌یابی برای بیان مقادیر متغیرها در سطوح حجم کنترل بر اساس مقادیر گره محاسباتی مرکزی استفاده می‌شود. در نتیجه، می‌توان یک معادله جبری برای هر حجم کنترل بدست آورد که از حل آن‌ها تصویر کاملی از رفتار جریان بدست خواهد آمد. روش حجم محدود می‌تواند با هر نوع شبکه‌ای سازگار باشد و از این رو برای هندسه‌های پیچیده مناسب است. این روش یکی از رایج‌ترین شیوه‌های گسسته‌سازی در دینامیک سیالات محاسباتی به شمار می‌رود [۱۱].

۶. فلوم آزمایشگاهی

آزمایشات در یک فلوم افقی مستطیل شکل به ابعاد ۴۰۰ میلی‌متر در ۴۰۰ میلی‌متر مطابق با شکل ۲ انجام شد. جنس دیواره‌ها و کف فلوم پلکسی گلس شفاف بود. آب از مخزن ذخیره به مخزن بالادست در ابتدای کانال پمپاژ شد. دریچه‌ای در ورودی مخزن به کانال احداث شد که با تغییر بازشدگی آن جریان‌های با سرعت‌های مختلف در کانال ایجاد شد.

یک کانال مستقیم به طول ۵۴۰ سانتیمتر قبل از خم برای اطمینان از طول توسعه یافتگی جریان ساخته شد. در انتهای این کانال مستقیم، یک کانال خمیده با زاویه مرکزی ۹۰ درجه قرار داشت که شعاع داخلی آن ۴۰ سانتیمتر و شعاع خارجی آن ۸۰ سانتیمتر بود. مخزن اصلی، به ابعاد $1 \times 7 \times 1$ متر بود که در پایین دست کانال واقع شده بود و وظیفه انباشت آب کل مجموعه را بر عهده داشت. پس از مخزن اصلی، از یک پمپ گریز از مرکز استفاده شد تا آب را از مخزن ذخیره به مخزن بالادست کانال پمپاژ کند. در مسیر انتقال آب از مخزن اصلی به مخزن بالادست کانال که توسط لوله‌ای به قطر ۱۵۰ میلی‌متر انجام می‌شد، پس از فلومتر یک شیر کشویی زبانه لاستیکی برای تنظیم دبی جریان نصب شد. عرض جریان با اضافه کردن یک دیواره میانی به وسط کانال تغییر کرد و متعاقباً شعاع داخلی کانال خمیده و نسبت شعاع خم به عرض کانال عوض شد.



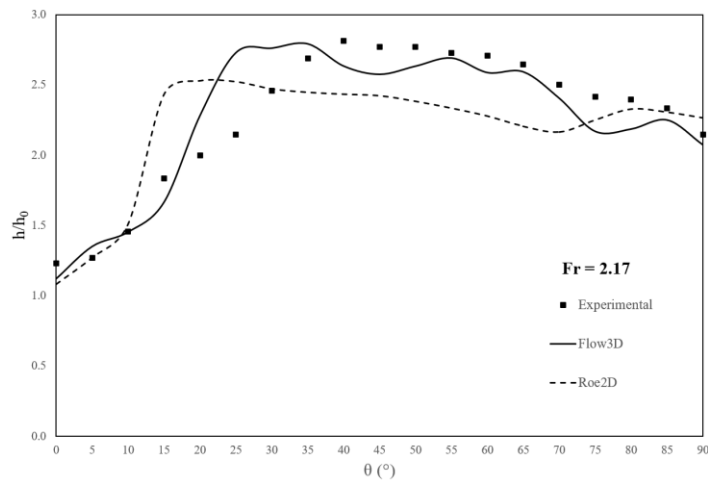
شکل ۲- پلان فلوم آزمایشگاهی

۷. نتایج و بحث

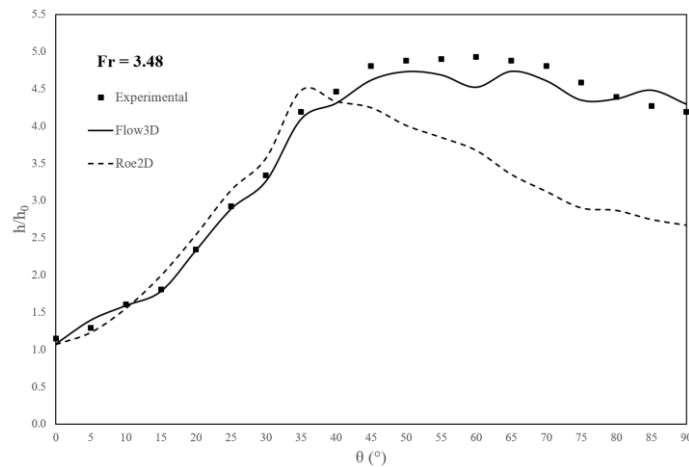
آزمایشات مختلفی در کانال با نسبت شعاع به عرض ۱/۵ انجام شد. مقادیر دبی جریان و عمق آب در کانال خمیده برداشت و مقدار عدد فرود جریان ورودی به خم محاسبه گردید. با استفاده از مدل Flow3D و مدل Roe2D آزمایش‌های انجام شده شبیه‌سازی گردید.

شکل‌های ۳، ۴ و ۵ عمق بدون بعد جریان در دیواره خارجی خم برای اعداد فرود 2.17، 3.48 و 5.75 را نشان می‌دهد. نتایج آزمایشات نشان داد که با افزایش عدد فرود جریان ورودی به خم، مقدار عمق حداکثر جریان در دیواره خارجی افزایش می‌یابد.

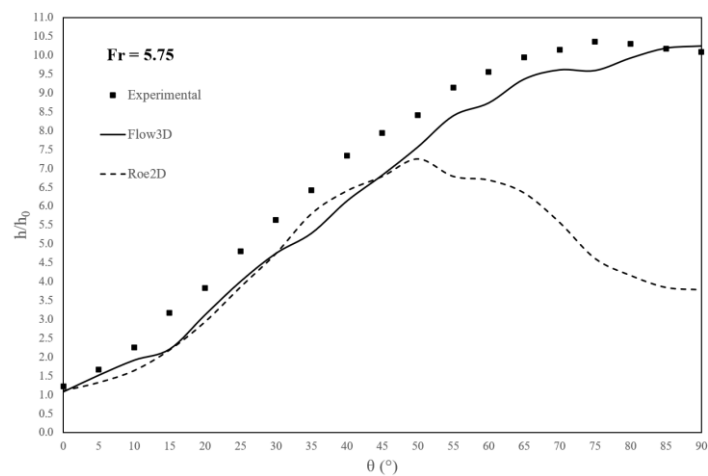
مدل Flow3D به خوبی مقدار عمق آب در دیواره خارجی خم را برآورد می‌کند و قادر به شبیه‌سازی رفتار جریان فوق بحرانی در خم است. با افزایش عدد فرود خطای مدل Roe2D با افزایش شدید روبرو می‌شود. که علت آن در نظر نگرفتن مؤلفه قائم شتاب در معادلات آب‌های کم‌عمق است. هر چه عدد فرود بیشتر شود، شتاب در راستای قائم بیشتر شده و خطای معادلات آب‌های کم‌عمق برای برآورد عمق آب در دیواره خارجی خم بیشتر می‌شود. شکل‌های ۶ تا ۹ تطابق مدل Flow3D و مدل Roe2D را با نتایج آزمایشگاه در دیواره خارجی خم و میزان خطای برآورد عمق را نشان می‌دهد.



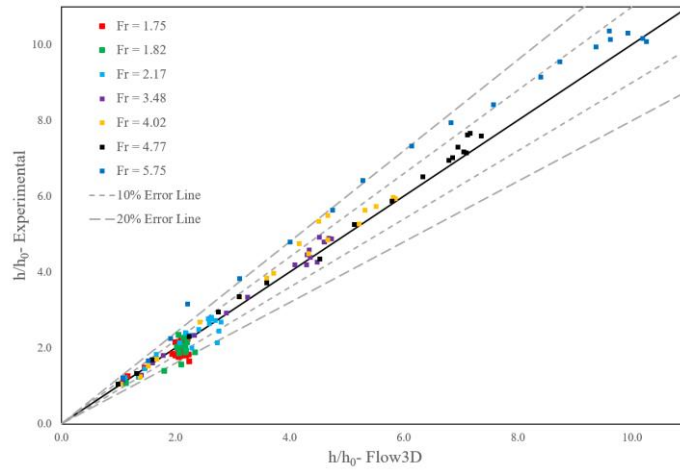
شکل ۳- عمق بدون بعد جریان در دیواره خارجی خم برای عدد فرود ورودی 2.17 ($R/B = 1.5$)



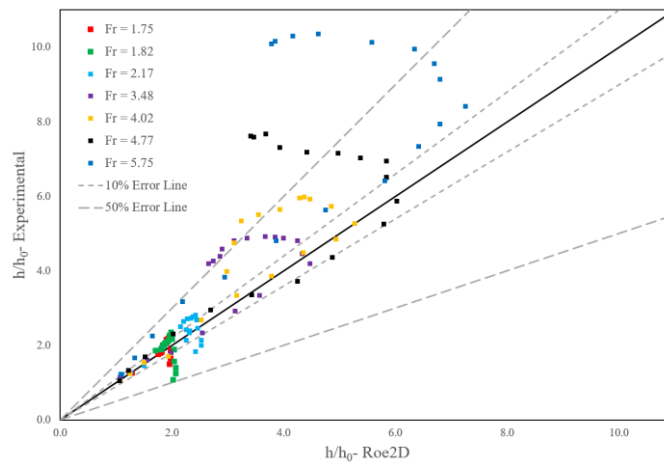
شکل ۴- عمق بدون بعد جریان در دیواره خارجی خم برای عدد فرود ورودی 3.48 ($R/B = 1.5$)



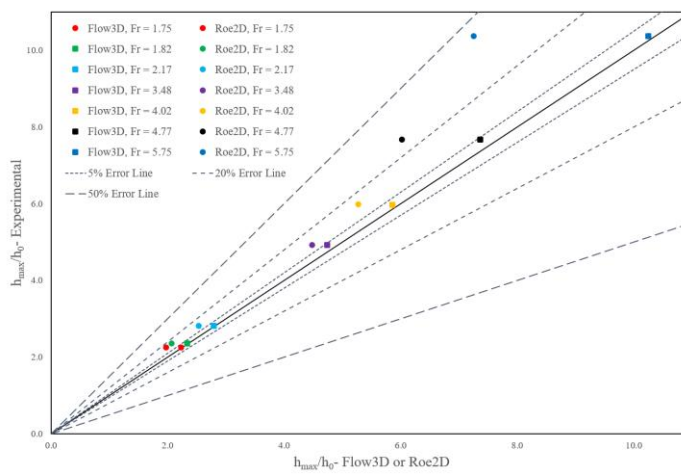
شکل ۵- عمق بدون بعد جریان در دیواره خارجی خم برای عدد فرود ورودی 5.75 ($R/B = 1.5$)



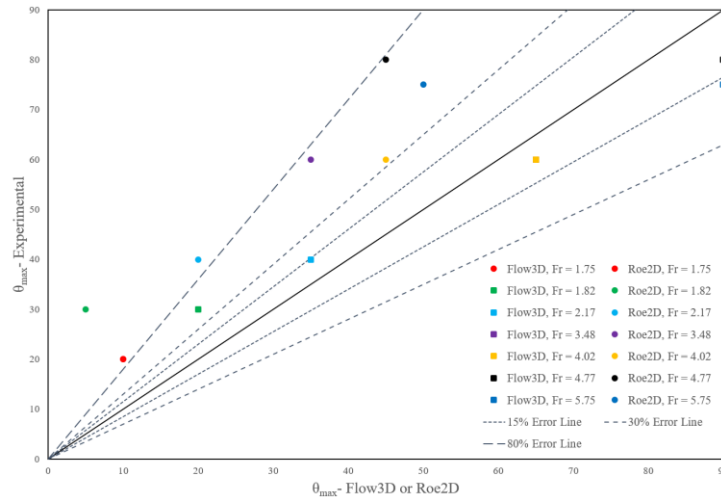
شکل ۶- تطابق عمق جریان در مدل Flow3D با نتایج آزمایشگاه در دیواره خارجی خم ($R/B = 1.5$)



شکل ۷- تطابق عمق جریان در مدل Roe2D با نتایج آزمایشگاه در دیواره خارجی خم ($R/B = 1.5$)



شکل ۸- تطابق عمق حداکثر جریان در مدل Flow3D و مدل Roe2D با نتایج آزمایشگاه در دیواره خارجی خم



شکل ۹- تطابق موقعیت عمق حداکثر جریان در مدل Flow3D و مدل Roe2D با نتایج آزمایشگاه در دیواره خارجی خم

۸. نتیجه‌گیری

در این مقاله جریان فوق بحرانی در کانال خمیده روباز با نسبت شعاع خم به عرض ۱/۵ مطالعه شد و نتایج آزمایشات انجام شده با نتایج مدل‌سازی عددی دو بعدی و سه بعدی مقایسه شد. با افزایش عدد فرود جریان ورودی به خم، مقدار عمق حداکثر جریان در دیواره خارجی افزایش می‌یابد. مدل عددی سه بعدی به خوبی توانست رفتار جریان فوق بحرانی با طیف وسیعی از اعداد فرود ورودی به خم را شبیه‌سازی کند. مدل عددی دو بعدی برای اعداد فرود کمتر دقت خوبی دارد ولی برای اعداد فرود بیشتر با خطای زیادی مواجه می‌شود. با مقایسه نتایج مدل‌های عددی نتیجه‌گیری می‌شود که فرض اساسی در استخراج معادلات آب‌های کم عمق یعنی توزیع فشار هیدرواستاتیک که در نتیجه آن اثرات شتاب قائم ذرات آب صرف نظر می‌شود، تأثیر زیادی در برآورد عمق جریان و موقعیت عمق حداکثر در خم دارد.

۹. مراجع

1. Knapp, R.T. and Ippen A.T. (1938). "Curvilinear flows of liquids with free surfaces at velocities above that of wave propagation", Proceedings of the 5th International Congress of Applied Mechanics, John Wiley & Sons, Inc., New York.
2. Reinauer, R. and Hager, H., (1997), "Supercritical bend flow", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 123 (3), PP. 208-218.
3. Valiani, A. and Caleffi, V., (2005), "Brief analysis of shallow water equations suitability to numerically simulate supercritical flow in sharp bends", ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 131 (10), PP. 912-218.
4. Beltrami, G.M., Repetto, R. and Del guzzo, A. (2007), "A simple method to regularize supercritical flow profiles in bends." Journal of Hydraulic Research Vol. 45, No.6, PP. 773-786.
5. Han, S.S., Biron, P.M. and Ramamurthy, A.S. (2010). "Three-dimensional modelling of flow in sharp open-channel bends with vanes", Journal of Hydraulic Research, Vol. 49, No. 1, PP. 64-72.



دوازدهمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران، ۲۱ تا ۲۳ تیرماه ۱۴۰۰
دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران



6. Jaefarzadeh, M.R., Shamkhalchian and A.R., Jomezadeh, M. (2012). "Supercritical flow profile improvement by means of a convex corner at a bend inlet", Journal of Hydraulic Research, Vol. 50, No. 6, PP. 623-630.
7. Brown, K. and Crookston, B. (2016). "Investigating supercritical flows in curved open channels with three-dimensional numerical modeling", Hydraulic Structures and Water System Management. 6th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, Portland, PP. 230-239.
8. Huang, X. and Wang, Q. (2018). "Numerical models and theoretical analysis of supercritical bend flow", Journal of Water Science and Engineering, Vol. 11, No. 4, PP. 338-343.
9. Chow, V.T. (1986). "Open channel hydraulics", P. 522, McMillan Inc., New York.
10. Henderson, F.M. (1966). "Open Channel Flow", McMillan Inc., New York.
11. Ferziger, J. H. and Peric, M. (2001). "Computational Methods for Fluid Dynamics", 3rd Ed. Springer Publishing Co., Berlin.
12. Toro, E. (2001). "Shock capturing methods for free surface shallow flows" John Wiley, Chichester, New York.
13. www.FlowScience.com
14. Alamatian, E. and Jaefarzadeh, M.R., (2012), "Evaluation of turbulence models in the simulation of oblique standing shock waves in supercritical channel flows", International Journal of Civil Engineering, Vol. 10, Issue 1, PP. 61-71.