نهمین کنگره مشترک سیستم‌های فازی و هوشمند ایران
۱۱ -۱۳ اسفند ماه ۱۴۰۰، مجتمع آموزش عالی بم

کاربردی از شبیه‌سازی مونت کارلو در آزمون کیفیت شیشه خودرو

حمیده ایرانمنش[۱]، عباس پرچمی[۲]، مهدی جباری نوقابی[۱] و بهرام صادق‌پور گیلده[۱]

[۱] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، iranmanesh.hamideh@mail.um.ac.ir
[۱] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، jabbarinm@um.ac.ir
[۱] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، sadeghpour@um.ac.ir
[۲] گروه آمار، دانشکده ریاضی و رایانه، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، parchami@uk.ac.ir

چکیده: آزمون فرضیه آماری یک روش موثر برای تصمیم‌گیری در مورد کارایی یک فرایند تولیدی است. با در نظر گرفتن کیفیت فازی به جای حدود مشخصات فنی دقیق، می‌توانیم تصمیمات مطمئن‌تری برای بررسی توانایی کارایی فرایندهای تولیدی بگیریم. در این مقاله یک مطالعه کاربردی بر اساس کیفیت فازی با استفاده از شاخص یانگتینگ ارائه شده است. با توجه به پیچیدگی فرمول‌های شاخص‌های کارایی حتی تحت شرایط نرمال بودن داده‌ها، ممکن است با چالش عدم توانایی پیدا کردن توزیع آماری برآوردگر کارایی فرایند روبرو شویم. همچنین این چالش نیز برای آزمون کارایی فرایند بر اساس کیفیت فازی دیده می‌شود. رویکرد پیشنهادی به‌کار برده‌شده در این مطالعهٔ کاربردی، یک تکنیک برای آزمودن کارایی یک محصول تولیدی بر اساس کیفیت فازی و مبتنی بر تکنیک‌های نمونه‌گیری تصادفی به روش مونت‌کارلو است و قابلیت تعمیم برای انواع کیفیت‌های فازی را دارد. این مطالعه در صنعت خودروسازی مبتنی بر کیفیت فازی از نوع مثلثی ارائه شده است. محاسبات عددی در این مطالعه برای نشان دادن عملکرد روش مونت‌کارلو برای تصمیم‌گیری‌های مطمئن در آزمون شاخص کارایی یانگتینگ ارائه شده‌اند.

کلمات کلیدی: آزمون فرضیه‌ها، کیفیت فازی، کارایی فرایند، شبیه‌سازی مونت‌کارلو.

۱ مقدمه

در کنترل کیفیت، مانند سایر مسائل آماری ممکن است با مفاهیم نادقیق و مبهم روبرو شویم. یک مورد کاربردی در تجزیه و تحلیل کیفیت وضعیتی است که در آن حدود مشخصات فنی یک مجموعه فازی باشد. در روش‌های متداول کنترل کیفیت، یک کالا را "باکیفیت" و یا "بی‌کیفیت" می نامند، اما به کمک مفهوم فازی، به هر کالا درجه‌ای (بین صفر و یک) به عنوان میزان کیفیت کالا داده می‌شود. با این دیدگاه می‌توان قضاوت و تصمیم‌گیری منصفانه‌تری در خصوص فرایند تولید کالا اتخاذ نمود. برای نخستین بار یانگتینگ [۱۱] در سال ۱۹۹۶ مفهوم "کیفیت فازی" را در شرایطی که حدود مشخصات فنی LSL و USL هستند، به کمک جایگزین کردن تابع نشانگر $I_{\{x:x\in[LSL,USL]\}}$ با تابع عضویت مجموعه فازی $\tilde{Q}$ ارائه داد. انگیزه و مزایای استفاده از این رویکرد کیفیت فازی به جای استفاده از رویکرد کیفیت کلاسیک در [۱، ۹] مورد بحث قرار گرفت. بر پایهٔ مفهوم کیفیت فازی کران‌های فازی و فاصلهٔ بین آنها در [۲] معرفی شد. صادق‌پور گیلده [۱۰] شاخص‌های کارایی C_p، C_{pk} و شاخص یانگتینگ را با لحاظ وقوع خطای اندازه‌گیری مقایسه کرد. نسل دیگری از شاخص‌های کارایی فرایند توسط پرچمی و ماشین‌چی [۷] برای اندازه‌گیری کارایی کیفیت فازی توسعه داده شد. یکی از مسائل اساسی در استنباط آماری، آزمون فرضیه‌های آماری است و آزمون کارایی یک روش رایج برای بررسی عملکرد فرایندهای تولیدی صنعتی است. ممکن است در آزمون فرضیه‌ها با مواردی روبرو شویم که داده‌ها به صورت مبهم/فازی ثبت شده باشند. در چنین شرایطی، روش‌های کلاسیک آزمون فرضیه‌ها قادر به حل این مسئله جدید نیستند و نیاز به تعمیم دارند. زاده [۱۳] مفهوم فازی نوع دوم را معرفی کرد و پرچمی و همکاران [۸] مفهوم فازی نوع دوم را برای شاخص‌های کارایی C_p، C_{pk} و C_{pm} بر اساس داده‌های

معمولی به کار بردند. چن و هانگ [۳] شاخص ناکارایی فرایند $\widetilde{C''_{pp}}$ را با در نظر گرفتن حدود مشخصات فازی نوع دوم معرفی کردند. چن و چانگ [۴] یک روش آزمون فرضیه آماری فازی برای داده‌های فازی با در نظر گرفتن حدود مشخصات فنی یک طرفه توسعه دادند. در حل مسئله آزمون فرضیه‌ها بر اساس داده‌های فازی، ابهام موجود در داده‌ها منجر به ایجاد ابهام در p–مقدار می‌شود. پرچمی [۵] به محاسبه p–مقدار فازی بر اساس داده‌های فازی مبتنی بر اصل گسترش می‌پردازد. همچنین، با توجه به اینکه روش p–مقدار متداول‌ترین روش آزمون فرضیه‌ها در بین کاربران علوم مختلف است، آنها دو مطالعه موردی مبتنی بر p–مقدار فازی نیز ارائه دادند.

فرض کنید انجام آزمون فرضیه صفر $H_0 : C_{\tilde{Q}} \le c_0$ (معادل با "فرایند ناکارا است") در مقابل فرضیه یک $H_1 : C_{\tilde{Q}} > c_0$ (معادل با "فرایند کارا است") مبتنی بر شاخص کارایی یانگتینگ $C_{\tilde{Q}}$ مورد نظر باشد. با توجه به پیچیدگی فرمول شاخص کارایی یانگتینگ حتی تحت شرایط نرمال بودن داده‌ها ممکن است با چالش عدم توانایی پیدا کردن توزیع آماری برآوردگر کارایی فرایند روبرو شویم. پرچمی و همکاران [۶] برای حل این مشکل یک الگوریتم ساده و کاربردی برای انجام آزمون فرض آماری پیشنهاد دادند. آنها این الگوریتم را مبتنی بر روش مونت‌کارلو برای آزمون شاخص کارایی یانگتینگ طراحی کردند.

انگیزه اصلی از نوشتن این مقاله، معرفی یک مسئله کاربردی در صنعت مبتنی بر کیفیت فازی مثلثی است که به روش مونت کارلو مورد بحث قرار می‌گیرد.

ادامهٔ مقاله به شرح ذیل سازمان داده شده است. در بخش دوم از این مقاله به ذکر مقدمه‌ای بر آزمون کیفیت فازی و شاخص کارایی یانگتینگ برای اندازه‌گیری کیفیت فازی می‌پردازیم. در بخش سوم یک مطالعه کاربردی جدید بر اساس کیفیت فازی مثلثی ارائه می‌شود. در انتها مقاله با نتیجه‌گیری پایان می‌یابد.

۲ اندازه‌گیری کیفیت فازی

۲–۱ شاخص کارایی یانگتینگ

فرض کنید f تابع چگالی احتمال یک مشخصه کیفی یک بعدی X باشد. یانگتینگ (۱۹۹۶) شاخص کارایی زیر را برای اندازه‌گیری کیفیت فازی بر اساس داده‌های دقیق ارائه داد:

$$C_{\tilde{Q}} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{Q}(x)\, f(x)\, dx, & \text{برای مشخصه کیفیت فازی پیوسته}, \\ \sum_{i=1}^{n} \tilde{Q}(x_i)\, f(x_i), & \text{برای مشخصه کیفیت فازی گسسته}, \end{cases} \tag{۱}$$

که در آن $\tilde{Q}$ تابع عضویت کیفیت فازی برای نمایش درجه انطباق با کیفیت استاندارد فازی است. توجه داشته باشید که با در نظر گرفتن x به عنوان مشخصه کیفیت اندازه‌گیری شده یک محصول، $\tilde{Q}(x)$ نشان‌دهنده میزان مطابقت با کیفیت استاندارد است [۹]. لازم به ذکر است که شاخص کارایی فرایند معرفی‌شده در رابطه (۱) برابر با احتمال رخداد مشخصه کیفی X در کیفیت فازی با توجه به تعریف احتمالاتی زاده [۱۲] است، به بیان دیگر $C_{\tilde{Q}} = P\left(X \in \tilde{Q}\right)$.

معمولاً میانگین (μ) و انحراف استاندارد (σ) فرایند نامعلوم هستند که بر اساس نمونه تصادفی جمع‌آوری‌شده از فرایند تحت کنترل، می‌توان آنها را با میانگین نمونه $(\hat{\mu} = \sum_{i=1}^{n} X_i/n)$ و انحراف استاندارد نمونه $(\hat{\sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2/(n-1)})$ براورد کرد. سرانجام تحت شرایط نرمال بودن مشخصه کیفیت یک بعدی X، برآوردگر طبیعی شاخص یانگتینگ $C_{\tilde{Q}}$ با لحاظ کیفیت فازی $\tilde{Q}$ و بر اساس جایگزین کردن برآوردگرهای $\hat{\mu}$ و $\hat{\sigma}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\widehat{C_{\tilde{Q}}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{Q}(x)\, \widehat{f_{\mu,\sigma}}(x)\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{Q}(x)\, f_{\hat{\mu},\hat{\sigma}}(x)\, dx \tag{۲}$$

که در آن $f_{\mu,\sigma}(x)$ تابع چگالی احتمال توزیع نرمال با پارامترهای μ و σ^2 است.

۲–۲ آزمون کیفیت فازی بر اساس شاخص یانگتینگ

هدف اصلی برای تجزیه و تحلیل کیفیت فازی تحت شرایط نرمال بودن مشخصه کیفیت یک‌بعدی X، تعیین کردن مقدار بحرانی مناسب بر اساس شاخص یانگتینگ $C_{\tilde{Q}}$ برای تصمیم‌گیری در مورد توانا بودن فرایند تولیدی به تولید محصولات در حدود مشخصات فنی فازی از پیش‌تعیین‌شده است. بنابراین برای ارائه رویکرد آماری برای یک تصمیم‌گیری مطمئن، آزمون فرضیه‌های زیر را بر اساس نمونه تصادفی X_1، ...، X_n در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} H_0 : C_{\tilde{Q}} \le c_0 & (\text{فرایند ناکارا است}), \\ H_1 : C_{\tilde{Q}} > c_0 & (\text{فرایند کارا است}), \end{cases} \tag{۳}$$

که در آن $c_0 \in (0,1)$ حداقل معیار استاندارد برای شاخص یانگتینگ $C_{\tilde{Q}}$ است. اگر $\widehat{C_{\tilde{Q}}}$ آماره آزمون و مقادیر بزرگ آن موجب رد فرضیه صفر باشند و تعریف کنیم:

$$\phi(X) = \begin{cases} 1 & \widehat{C_{\tilde{Q}}} > c, \\ 0 & \text{در غیر این صورت}, \end{cases} \tag{۴}$$

که در آن c مقدار بحرانی آزمون کیفیت فازی است، بنابراین آزمون $\phi(X)$ فرضیه صفر را در صورتی رد می‌کند که نامساوی $\widehat{C_{\tilde{Q}}} > c$ برقرار باشد، لذا احتمال خطای نوع اول به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = \sup_{H_0} Pr\left(\widehat{C_{\tilde{Q}}} > c\right) = P\left(\widehat{C_{\tilde{Q}}} > c \mid C_{\tilde{Q}} = c_0\right). \tag{۵}$$

در نتیجه

$$P\left(\widehat{C_{\tilde{Q}}} \le c \mid C_{\tilde{Q}} = c_0\right) = 1 - \alpha. \tag{۶}$$

به بیانی دیگر مقدار بحرانی c برابر با چندک $(1-\alpha)$ ام توزیع $\widehat{C_{\tilde{Q}}}$ تحت شرط $C_{\tilde{Q}} = c_0$ است. نحوه تعیین مقدار بحرانی c با استفاده از روش مونت‌کارلو طراحی‌شده در الگوریتم ۱ [۶] است. از طرف دیگر، p–

مقدار آزمون کیفیت به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$p-value = P\left(\widehat{C_{\tilde{Q}}} > \widehat{c_{\tilde{Q}}} \mid C_{\tilde{Q}} = c_0\right) = E\left[I\left(\widehat{C_{\tilde{Q}}} > \widehat{c_{\tilde{Q}}} \mid C_{\tilde{Q}} = c_0\right)\right], \quad (۷)$$

که در آن $\widehat{c_{\tilde{Q}}}$ مقدار مشاهده‌شده شاخص کارایی یانگتینگ بر اساس مشاهدات x_1، ...، x_n با استفاده از رابطه (۲) است و $I(A)$ تابع نشانگر پیشامد/مجموعه A می‌باشد. همچنین تابع توان آزمون کیفیت فازی با استفاده از شاخص یانگتینگ طبق فرمول زیر تعریف می‌شود:

$$\Pi(C_{\tilde{Q}}) = P\left(\widehat{C_{\tilde{Q}}} > c \mid C_{\tilde{Q}}\right), \quad (۸)$$

که در آن c مقدار بحرانی آزمون است.

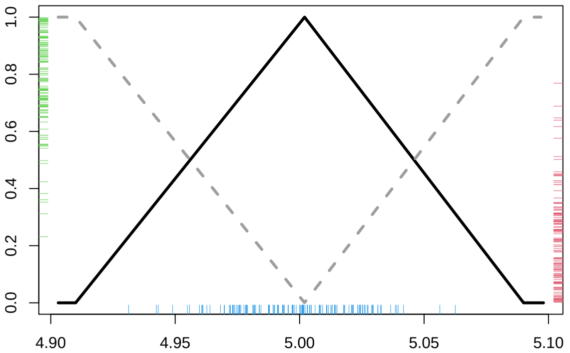
۳ آزمون کارایی فرایند تولید شیشه‌های خودرو

عمدتاً شیشه‌های خودرو به عنوان بخشی از بدنه و نمای آن دارای دو کارکرد اصلی زیر می‌باشند:

۱. تامین دید مناسب و ایمن از محیط پیرامونی خودرو برای سرنشینان

۲. تامین ایمنی سرنشینان خودرو هنگام بروز تصادفات و وقوع موارد پیش‌بینی‌نشده مانند برخورد اجسام خارجی به شیشه

در حوزه ایمنی، شیشه‌های خودرو به دو دسته شیشه‌های سکوریت و شیشه‌های لمینت تقسیم می‌شوند. عموماً شیشه‌های عقب و جانبی خودروها از نوع سکوریت هستند. شیشه سکوریت شیشه‌ای است که با اعمال یک فرایند عملیات حرارتی، استحکام بالائی یافته و در برابر ضربه‌ها و تنش‌های مکانیکی و حرارتی تا پنج برابر شیشه آنیل مستحکم است. همچنین، در صورت بروز ضربات سنگین و تصادفات شدید که منجر به شکست شیشه می‌شود، قطعات شیشه شکسته شدهٔ شیشه‌های سکوریت، بسیار کوچک و فاقد لبه‌های برنده هستند و مانع صدمات جدی به سرنشینان خودرو می‌شود. در مقابل، شیشه جلوی خودرو از نوع لایه‌دار و لمینت است. شیشه لمینت در واقع متشکل از دو لایه شیشه و یک لایه طلق بین آنهاست. این لایه طلق، نقش اصلی در ممانعت از ورود اجسام خارجی به داخل اتومبیل و جلوگیری از پاشش خرده‌های شیشه لایه داخلی به روی سرنشینان در صورت شکست شیشه، دارد. در فرایند تولید کلیه شیشه‌های خودروئی مشخصه کیفیت نظیر ضخامت باید به شکلی بهینه باشند که ضمن حصول اطمینان از ایمنی محصول، مطابق الزامات استاندارد، فرم و شکل و انحنای آن دقیق و مطابق بدنه خودرو باشد، طوری که هیچگونه موج غیراستاندارد در سطح آن مشاهده نشود. در این مطالعه موردی به بررسی یک نمونه تصادفی به حجم ۱۳۵ از ضخامت شیشه جلوی خودرو در فرایند تولید شیشه‌های خودروئی پرداخته می‌شود. در ادامه، قصد داریم کارایی فرایند ضخامت شیشه جلوی خودرو (بر حسب میلی‌متر) را بر اساس شاخص یانگتینگ در سطح معنی‌داری $\alpha = 0.01$ با در نظر گرفتن



شکل ۱: تابع عضویت مثلثی کیفیت فازی $\tilde{Q}$ و درجه انطباق و عدم‌انطباق مشاهدات

کیفیت فازی مثلثی زیر آزمون کنیم:

$$\tilde{Q}(x) = \begin{cases} \frac{x-4.910}{0.092} & if \quad 4.910 \le x < 5.002, \\ \frac{5.090-x}{0.088} & if \quad 5.002 \le x < 5.090, \\ 0 & \text{سایر نقاط.} \end{cases} \quad (۹)$$

تابع عضویت فوق با کیفیت فازی مثلثی در شکل ۱ ترسیم شده است، و همچنین درجه انطباق و عدم‌انطباق برای هر مشاهده به ترتیب در سمت چپ و راست شکل ۱ نشان داده شده است.

روش مونت‌کارلو در این مطالعه برای آزمون فرضیه $H_0 : C_{\tilde{Q}} \le 0.76$، در مقابل $H_1 : C_{\tilde{Q}} > 0.76$، بر اساس نمونه تصادفی مشاهده‌شدهٔ x_1، ...، x_{135} در نظر گرفته شده است.

همچنین آماره $W = 0.993$ به همراه p–مقدار $p-value = 0.711$ که مربوط به آزمون شاپیرو–ویلک می‌شوند، گواهی بر تایید نرمال بودن داده‌ها هستند. براورد شاخص کارایی یانگتینگ بر اساس مشاهدات x_1 ، ...، x_{135} با استفاده از رابطه (۲) برابر است با:

$$\widehat{c_{\tilde{Q}}} = \int_{4.910}^{5.090} \tilde{Q}(x)\, f_{\hat{\mu},\hat{\sigma}}(x)\, dx = 0.780,$$

که در آن $f_{\hat{\mu},\hat{\sigma}}$ براورد تابع چگالی احتمال توزیع نرمال است، که میانگین (μ) و انحراف استاندارد فرایند (σ) بر اساس نمونه تصادفی جمع‌آوری‌شده، با میانگین نمونه ($\hat{\mu} = 4.999$) و انحراف استاندارد نمونه ($\hat{\sigma} = 0.0250$) براورد می‌شوند. در نتیجه مقدار $\widehat{c_{\tilde{Q}}}$ بزرگتر از مقدار بحرانی مونت‌کارلو c در سطح معنی‌داری $\alpha = 0.01$ نیست. ($0.780 < c$) لازم به ذکر است که مقدار بحرانی مونت‌کارلو $c = 0.791$ با استفاده از الگوریتم ۱ طراحی‌شده در مرجع [۶] قابل محاسبه است و نحوهٔ به کارگیری این الگوریتم در ادامه توضیح داده می‌شود.

با در نظر گرفتن ۱۲ تکرار برای اجرای شبیه‌سازی در گام دوم الگوریتم [۶]، دنبالهٔ زیر را برای پوشش مقادیر میانگین μ_j در نظر می‌گیریم: ۴/۹۸۰، ۴/۹۸۴، ۴/۹۸۷، ۴/۹۹۰، ۴/۹۹۴، ۴/۹۹۷، ۵/۰۰۱، ۵/۰۰۴، ۵/۰۰۸، ۵/۰۱۱، ۵/۰۱۵، ۵/۰۱۸.

با توجه به تابع عضویت کیفیت فازی در این مطالعه، ریشهٔ نامعلوم σ_j با

استفاده از گام سوم الگوریتم ۱، برای هر دوازده حالت ممکن با استفاده از روش نیوتن رافسون به دست می‌آید. سپس با تولید ۱۰۰۰ نمونه مستقل از توزیع نرمال $N\left(\mu_j, \sigma_j^2\right)$، براورد شاخص کارایی یانگتینگ را برای هر نمونهٔ شبیه‌سازی‌شده با استفاده از رابطه (۲) به دست می‌آوریم. بعد از مرتب کردن این ۱۰۰۰ شاخص کارایی براوردشده، ۹۹۰ امین شاخص کارایی به عنوان مقدار بحرانی برای هر دوازده حالت ممکن در نظر گرفته می‌شود. میانگین دوازده مقدار بحرانی به دست آمده برابر با $c = 0.791$ است، که به عنوان مقدار بحرانی مونت‌کارلو در این مطالعه در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه با مقایسه $\widehat{c_{\tilde{Q}}} = 0.780$ و c، فرضیه صفر رد نمی‌شود و بنابراین فرایند مربوط به بررسی ضخامت شیشه خودرو در این مطالعه، یک فرایند ناکارا در سطح معنی‌داری $\alpha = 0.01$ قلمداد می‌شود. نتایج و تصمیم‌گیری مربوط به آزمون کیفیت فازی مشاهدات ضخامت شیشهٔ جلوی خودرو بر اساس حداقل معیار استاندارد $c_0 = 0.76$ برای سطوح معنی‌داری مختلف ۰/۰۱۰، ۰/۰۲۵ ، ۰/۰۵۰ و ۰/۱۰۰ در جدول ۱ خلاصه شده‌اند.

جدول ۱: نتایج آزمون کیفیت فازی برای نمونه‌ای به حجم ۱۳۵ در مطالعه مربوط به ضخامت شیشه جلوی خودرو

سطح معنی‌داری	مقدار بحرانی مونت‌کارلو برای $C_{\tilde{Q}}$	قاعده تصمیم‌گیری	وضع فرایند بر اساس کیفیت مثلثی	p−مقدار مونت‌کارلو
۰/۰۱۰	۰/۷۹۱	عدم رد فرضیه صفر	ناکارا	۰/۰۶۸
۰/۰۲۵	۰/۷۸۶	عدم رد فرضیه صفر	ناکارا	۰/۰۶۸
۰/۰۵۰	۰/۷۸۲	عدم رد فرضیه صفر	ناکارا	۰/۰۶۸
۰/۱۰۰	۰/۷۷۸	رد فرضیه صفر	کارا	۰/۰۶۸

۴ نتیجه گیری

در مقاله حاضر، مطالعه‌ای کاربردی بر اساس کیفیت فازی مثلثی برای ارزیابی و آزمون کارایی فرایندهای تولیدی با استفاده از شاخص کارایی یانگتینگ ارائه شد. در این مطالعه با استفاده از روش طراحی‌شده الگوریتم ۱ [۶] به براورد مقدار بحرانی و p−مقدار بر اساس رویکرد آماری آزمون کیفیت فازی مثلثی پرداخته شد. آزمایشگر می‌تواند به جای حدود مشخصات فنی دقیق این مطالعه را برای انواع کیفیت‌های فازی برای تعیین مطابقت فرایند مورد بررسی با الزامات کارایی از پیش تعیین‌شده به کار گیرد و در صورت در نظر گرفتن کیفیت فازی مورد نظر تحقیقات خود، تصمیمات مطمئن‌تری بگیرد. هدف اصلی این مقاله، معرفی یک مسئله کاربردی در صنعت مبتنی بر کیفیت فازی است که به روش مونت کارلو مورد بحث قرار می‌گیرد. تحقیقات آتی در همین راستا، در ارتباط با آزمون شاخص‌های کارایی چندمتغیره بر اساس انواع کیفیت‌های فازی خواهد بود.

مراجع

[۱] پرچمی، ع.، ماشین چی، م. (۱۳۹۱). کنترل کیفیت آماری، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان.

[۲] پرچمی، ع. و ماشین‌چی، م. (۱۳۸۶). کیفیت فازی و نسل جدیدی از شاخص‌های کارآیی. اندیشه آماری، شماره اول سال دوازدهم، صص. ۶۸ تا ۷۶.

[3] S. M. Chen, T. M. Hung, (2021). What can fuzziness do for capability analysis based on fuzzy data. Scientia Iranica, 28(2), 1049–1064.

[4] K. S. Chen, T. C. Chang, (2020). A fuzzy approach to determine process quality for one-sided specification with imprecise data. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 234(9), 1198–1206.

[5] A. Parchami, (2020). Fuzzy decision in testing hypotheses by fuzzy data: Two case studies. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 17(5), 127–136.

[6] A. Parchami, H. Iranmanesh, B. Sadeghpour Gildeh (2021). Monte Carlo statistical test for fuzzy quality, Iranian Journal of Fuzzy Systems, 2103–6531.

[7] A. Parchami, M. Mashinchi (2010). A new generation of process capability indices, Journal of Applied Statistics, 37 (1), 77–89.

[8] A. Parchami, S. Ç. Onar, B. Öztayşi, C. Kahraman, (2017). Process capability analysis using interval type-2 fuzzy sets. International Journal of Computational Intelligence Systems, 10(1), 721–733.

[9] A. Parchami, B. Sadeghpour Gildeh, M. Mashinchi (2016). Why Fuzzy Quality?. International Journal for Quality Research, 10 (3), 457–470.

[10] B. Sadeghpour Gildeh, (2003). Comparison of C_p, C_{pk} and C_p-tilde process capability indices in the case of measurement error occurrence. IFSA World Congress, Istanbul, Turkey, 563–567.

[11] C. Yongting (1996). Fuzzy quality and analysis on fuzzy probability. Fuzzy Sets and Systems, 83, 283–290.

[12] L.A. Zadeh, (1968). Probability measures of fuzzy events. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 23 (2), 421–427.

[13] L. A. Zadeh, (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-III. Information sciences, 9(1), 43–80.