



## بررسی اسکیم های خانواده آسم (AUSM) در جریان تقارن محوری غیرلج

علی قربانی کوه بنانی<sup>۱</sup>، عدنان محمدی<sup>۲</sup>، محمد حسن جوارشکیان<sup>۳\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، ali.ghorbani@mail.um.ac.ir

۲- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، admohammadi@mail.um.ac.ir

۳- استاد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، javareskian@um.ac.ir

### چکیده

در این پژوهش خانواده طرح آسم<sup>۱</sup> در جریان‌های تقارن محوری تراکم پذیر و پایا در یک کد بر مبنای روش حجم محدود و در یک شبکه با ساختار ذخیره‌سازی بی‌سازمان مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند. جریان‌های متقارن محوری با در نظر گرفتن اثرات سرعت جانبی می‌توانند مانند یک مساله دوبعدی در صفحه طولی در نظر گرفته شوند که در آن صورت حجم محاسبات در مقایسه با محاسبات سه بعدی بسیار کاهش می‌یابد. جهت شناسایی روش‌های کارآمدتر در خانواده آسم به لحاظ پیش‌بینی دقیق ویژگی‌های میدان جریان دارای تقارن محوری، مهم‌ترین و جدیدترین اصلاحات این خانواده توسعه و در آزمایش‌های جریان تقارن محوری داخلی و خارجی سرعت‌بالا همراه با موج ضربه‌ای، مورد بررسی قرار گرفتند. لازم به ذکر است که نکته بدیع این پژوهش ارزیابی و مقایسه انجام شده بر روی خانواده‌ی آسم در حل میدان جریان تراکم پذیر دارای تقارن محوری است که در تحقیقات پیشین کمتر مورد توجه بوده است. در بررسی‌های انجام شده معین می‌گردد که روش‌های AUSM+M و SLAU در پیش‌بینی محل موج ضربه‌ای و کیفیت جریان در مقابل سایر روش‌های آزمایش شده دقیق‌تر پیش‌بینی می‌کنند. بعلاوه مشخص می‌شود روش‌های AUSM+M و AUSM+ در محل موج ضربه‌ای در جریان داخلی دارای نوساناتی هستند، همچنین از نظر معیار سرعت همگرایی AUSM+M در جریان داخلی و روش SLAU در جریان خارجی سریع‌تر از سایر روش‌ها عمل می‌کنند.

**واژه‌های کلیدی:** طرح آسم - تقارن محوری - جریان تراکم‌پذیر - موج ضربه‌ای

### ۱- مقدمه

مدل‌سازی عددی جریان سیال و یا به عبارت دیگر دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۲</sup> تکنیکی است که به محاسبه میدان جریان سیال با مجموعه‌ای از شرایط مرزی تعریف شده می‌پردازد. در میان روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی، طرح‌های بالادستی به علت سادگی در پیاده‌سازی و هزینه محاسباتی معقول به‌طور گسترده‌ای توسعه یافته‌اند. طرح‌های بالادستی به دودسته تقسیم می‌شوند: تقسیم تفاضل شار<sup>۳</sup> تقسیم بردار شار<sup>۴</sup>. بر اساس ساختار امواج روش‌های تقسیم تفاضل شار را می‌توان به دودسته، روش‌های

کامل و غیر کامل مسئله ریمان تقسیم کرد. روش‌های حل کامل مسئله ریمان، مانند روش Roe<sup>۵</sup> [۱] و HLLC<sup>۶</sup> [۲] هستند. هرچند این روش‌ها دارای توانایی فوق‌العاده‌ای در پیش‌بینی ناپیوستگی تماسی و لایه‌مرزی و امواج ضربه‌ای ثابت هستند، اما در وسایل ابرصوتی دچار لرزش موج‌ضربه‌ای یا پدیده کربونسل [۳] می‌شوند. در مقابل روش‌های حل غیر کامل مسئله ریمان، پایداری فوق‌العاده‌ای در پدیده کربونسل از خود نشان داده‌اند، هرچند دارای دقت کم و نتایج هموار در ناپیوستگی تماسی هستند. روش‌های تقسیم بردار شار، دارای پیچیدگی الگوریتمی و هزینه محاسباتی کمتری هستند. عمدتاً این روش‌ها مشتمل بر طرح‌های ون‌لیبر [۴] و استیگر-وارمینگ [۵] هستند. روش‌های تقسیم بردار شار، دارای پایداری مناسبی در امواج تراکمی هستند، اما نمی‌توانند ناپیوستگی تماسی را به‌خوبی پیش‌بینی کنند. لیو و استفان [۶]، برای اولین بار دو گروه تقسیم تفاضل شار و تقسیم بردار شار را ترکیب و خانواده آسم را پایه‌گذاری کرده‌اند. در این روش شار غیر لوج به دو سیستم مجزای فشاری و جابجایی تقسیم می‌شود. این روش مزیت و پایداری روش‌های تقسیم بردار شار در امواج تراکمی و دقت روش‌های تقسیم تفاضل شار در ناپیوستگی تماسی را باهم دارد. به علت عملکرد بسیار مطلوب این روش با کمینه اتلافات لازم و پایداری مطلوب آن در امواج ضربه‌ای، خانواده این روش AUSM+ [۷]، AUSM+UP [۸] و AUSM+UP [۹] توسعه پیدا کردند.

شیما [۱۰] نسخه اصلاح‌شده AUSM با نام SLAU<sup>۷</sup> را معرفی کرد که در تمام رژیم‌های جریانی با اعداد مختلف جواب‌های قابل قبولی ارائه می‌دهد و علاوه بر این در آن هیچ متغیر وابسته‌ای وجود ندارد. همچنین در SLAU در مواجهه با امواج ضربه‌ای قوی دچار نوسان می‌شود [۱۱] و [۱۲] در این راستا و جهت برطرف نمودن مشکلات موجود در روش AUSM+UP و SLAU، روش AUSM+M با اصلاحاتی روی ترم‌های اتلافی شار فشاری و سرعت مطرح گردید.

بررسی و تحلیل میدان‌های سرعت بالای متقارن محوری به علت کاربرد در طراحی اجسام پرنده، ورودی‌ها و... حایز اهمیت هستند، در این تحقیق مجموعه‌ای از آزمایش‌های مطرح تقارن محوری داخلی و خارجی طراحی و طرح‌های ذکر شده در آن واکاوی می‌شوند. بعلاوه اینکه در این پژوهش چهار طرح از خانواده آسم در یک نرم‌افزار سلول‌مینا<sup>۸</sup> و تقارن محوری توسعه داده شده‌اند. بر نامه تنظیم شده در زبان فرترن به‌صورت صریح

<sup>5</sup> Riemann approximate solver

<sup>6</sup> Harten(Lax) and Van-Leer Scheme

<sup>7</sup> Simple Low-Dissipation AUSM

<sup>8</sup> Cell-base

<sup>1</sup> AUSM

<sup>2</sup> Computational Fluid Dynamics

<sup>3</sup> Flux difference splitting

<sup>4</sup> Flux vector splitting

$$(\dot{m})_{SLAU} = \frac{1}{2} \{ \rho_L (V_{nL} + |\bar{V}_n|^+) + \rho_R (V_{nR} + |\bar{V}_n|^-) \} \quad (9)$$

$$-\frac{x}{c} \Delta p \} \\ (\bar{p})_{SLAU} = \frac{p_L + p_R}{2} + \frac{P^+ |_{\alpha=0} - P^- |_{\alpha=0}}{2} (p_L - p_R) \\ + (1 - X) \times (P^+ |_{\alpha=0} - P^- |_{\alpha=0} - 1) \frac{(p_L - p_R)}{2} \quad (10)$$

جزئیات محاسبه  $P^+ |_{\alpha=0}$ ،  $P^- |_{\alpha=0}$ ،  $|\bar{V}_n|^+$ ،  $|\bar{V}_n|^-$  در [۱۴] ارائه شده است.

### ۵- محاسبه‌ی شار غیرلزج در طرح AUSM+

در این روش، محاسبه شار جرمی طبق رابطه (۱۲) محاسبه میشود:

$$M_{1/2} = M^+ + M^- \quad (11)$$

$$M^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|) & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M + 1)^2 \pm \frac{1}{8}(M^2 - 1)^2, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

برای محاسبه شار فشاری طبق رابطه (۱۳) به دست خواهد آمد:

$$p^\pm = \begin{cases} \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 (2 \mp M) \pm \frac{3}{16} M (M^2 - 1)^2, & |M| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}(M)), & |M| > 1 \end{cases} \quad (13)$$

همچنین در رابطه (۱۸) سرعت صوت تعریف شده است:

$$c_{1/2} = \min(\bar{c}_L, \bar{c}_R) \\ \bar{c}_L = c^{*2} / \max(c^*, |V_n|) \\ \bar{c}_R = c^{*2} / \max(c^*, |V_n|) \quad (14) \\ c^{*2} = \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)} H$$

### ۶- محاسبه‌ی شار غیرلزج در طرح AUSM+M

این روش در واقع اصلاحی بر روش AUSM+UP است که در روابط ارائه شده جهت محاسبه شار بصورت زیر می‌باشد که جزئیات دقیق این روابط در مرجع [۱۵] قابل پیگیری است:

$$M_p = -\frac{1}{2}(1 - f) \cdot \frac{\Delta p}{\rho_{1/2} c_{1/2}^2} \cdot (1 - g), \Delta p = p_R - p_L \quad (15)$$

$$f = \frac{1 - \cos(\pi M)}{2}, \\ M = \min(1.0, \max(|M_L|, |M_R|)) \\ P_{1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ P_s \cdot n_x + p_{ux} \\ P_s \cdot n_y + p_{uy} \\ 0 \end{bmatrix} \\ p_{ux} = -g \cdot \frac{\gamma(P_L + P_R)}{2c_{1/2}^2} \Psi_L^+ \Psi_R^- (u_R - u_L), \quad (16)$$

$$p_{uy} = -g \cdot \frac{\gamma(P_L + P_R)}{2c_{1/2}^2} \Psi_L^+ \Psi_R^- (v_R - v_L) \\ P_s = \frac{P_L + P_R}{2} + (\Psi_L^+ - \Psi_R^-) \frac{P_L + P_R}{2} \\ + f_0 \cdot (\Psi_L^+ + \Psi_R^- - 1) \frac{P_L + P_R}{2}$$

و در یک‌روند تکرار بر مبنای رانگ-کوتای چهار مرحله‌ای و با استفاده از روش حجم محدود مقادیر مجهول معادلات بقا را گزارش می‌دهد.

بنابراین اهداف اصلی این پژوهش عبارتند از:

الف- توسعه طرح‌های خانواده آسم در میدان تراکم‌پذیر پایای دو بعدی تقارن محوری

ب- طراحی آزمایش‌های مطرح در زمینه جریان‌های تراکم‌پذیر پایای دو بعدی تقارن محوری

ج- مقایسه و موشکافی طرح‌های ذکر شده در آزمایش‌های بند ب در راستای معرفی بهترین طرح عددی این خانواده

### ۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر میدان جریان غیرلزج تراکم‌پذیر تقارن محوری [۱۳] عبارت است از:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + H_i = 0 \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + P \\ \rho u v \\ \rho u H \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v v + P \\ \rho v H \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$H_i = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

در این روابط Q بردار مقادیر بقایی و ρ مولفه چگالی است. عبارت u و v نشان‌دهنده بردار سرعت در مختصات کارتزین و E انرژی کل، P فشار، H آنتالپی کل و y طول در مختصات کارتزین را نشان می‌دهد. معادله (۱) با روش حجم محدود گسسته‌شده است و در فرم معادله (۶) قابل بازنویسی است:

$$\frac{A_i}{\Delta t} \Delta Q_i + \sum_j F_{i,j} S_{i,j} + A_i H_i = 0 \quad (6)$$

در رابطه بالا  $A_i$  مساحت هر سلول،  $\Delta t$  گام زمانی و  $\Delta Q_i$  تغییر مقادیر بقایی و  $F_{i,j}$  شار غیرلزج عبوری از هر وجه  $S_{i,j}$  بردار عمود بر وجه جداکننده سلول i و j و  $H_i$  ترم غیرلزج تقارن محوری است.

### ۳- محاسبه‌ی شار غیرلزج در طرح AUSM

در روش AUSM روند محاسبه شار جرمی بصورت رابطه (۷) تغییر می‌کند:

$$M_{1/2} = M^+ + M^- \\ M^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|) & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M + 1)^2, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

برای محاسبه شار فشاری رابطه (۸) داریم:

$$(\bar{p})_{AUSM} = P^+ p_L + P^- p_R \\ P^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{M} \times \frac{1}{2} \times (M \pm |M|) & \text{if } |M| \geq 1, \\ \pm 0.25 (M \pm 1)[(\pm 2 - M)] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

### ۴- محاسبه‌ی شار غیرلزج در طرح SLAU

## ۷- روش حل

معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله توسط روش حجم محدود گسسته شده و شارها توسط روابط اشاره شده در روش‌های مختلف محاسبه می‌شود، در شکل ۱ فلوجارت کلی برنامه تدوین شده نشان داده شده است.



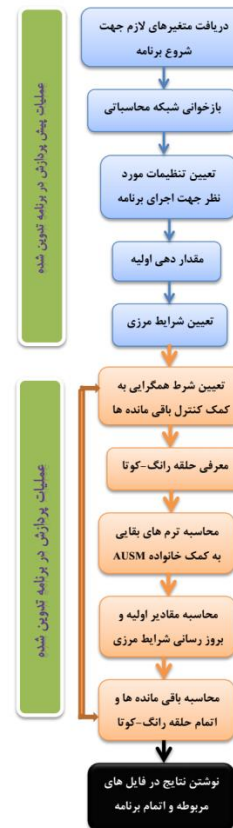
شکل ۲- شماتیک نازل واگرا-همگرا به همراه شرایط مرزی

طول نازل ۱۰ متر و ۱۰۰ سلول در جهت عمودی و ۲۵۰ سلول در جهت افقی برای شبکه بندی در نظر گرفته شده است. همچنین شرایط مرزی طبق جدول ۱ اعمال شده است.

جدول ۱- شرایط مرزی نازل واگرا-همگرا

نوع شرط مرزی	Mach	P(pascal)	T (K)
فشار ورودی	۱	۵۳۵۲۸	۲۴۸/۵
فشار خروجی		۴۸۱۴۵	

شکل ۳ نمودار فشار بی بعد در محدوده موج ضربه‌ای از چهار طرح خانواده AUSM به همراه جواب تحلیلی و نتایج حل این مسئله با نرم افزار تجاری فلونت<sup>۹</sup> در شرایط و شبکه بندی مشابه برای اعتبارسنجی حل آورده شده است. از مقایسه چهار طرح مشخص می‌شود که روش‌های AUSM+ و AUSM+M موج ضربه‌ای را با دقت بهتری نسبت به سایر روش‌های مطرح شده تسخیر می‌کند زیرا از اتلافات عددی دقیق‌تر با توجه به روابط (۱۵) و (۱۶) استفاده می‌کند لازم به ذکر است که این روش به همراه روش AUSM+ نوساناتی را در پیش‌بینی امواج ضربه ای دارند. روش AUSM+M در محاسبه ترم شار فشاری و جرمی همانند روش‌های مرتبه بالاتر برای محاسبه شار از سلول‌های همسایه بهره می‌برد، بنابراین دقت بالاتری در پیش‌بینی موج تراکمی دارد، هرچند در محل رخداد امواج تراکمی نوساناتی قابل مشاهده است. روش AUSM+ نیز به دلیل اتلافات پراشی در ترم فشاری دارای نوسانات در محل موج تراکمی دارد.



شکل ۱- فلوجارت کلی برنامه

## ۸- بحث و بررسی نتایج

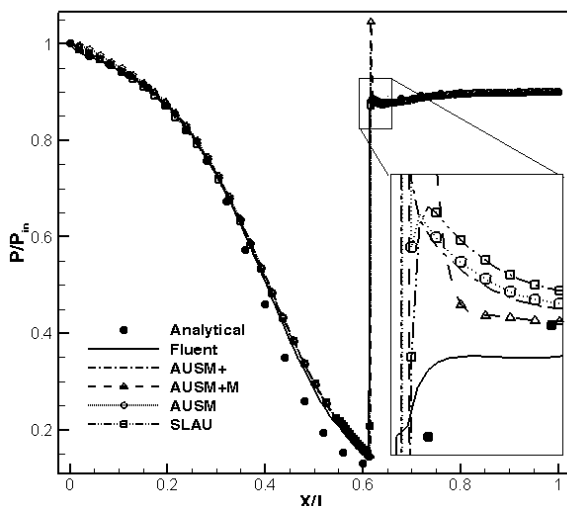
در این پژوهش بررسی چهار طرح از خانواده آسم، AUSM، AUSM+ و SLAU برای آزمایش در جریان‌های تقارن محوری انجام شده است. ابتدا نازل واگرا-همگرا به عنوان نماینده جریان داخلی تقارن محوری بررسی می‌شود، سپس برای جریان تقارن محوری خارجی یک کره معمولی و کره پخدار مورد بررسی و بحث قرار می‌گیرد.

### ۸-۱ نازل واگرا-همگرا

اولین آزمایش برای نازل واگرا-همگرا تقارن محوری حاوی موج ضربه‌ای دوبعدی انجام شده است. تا توان‌مندی این خانواده برای بررسی موج ضربه‌ای در حالت تقارن محوری جریان داخلی مورد بررسی قرار گیرد. رابطه (۱۷) مساحت تابعی به طول نازل واگرا-همگرا را نشان میدهد

$$A(x) = 1.398 + 0.347 \tanh(0.8x - 4) \quad (17)$$

در شکل ۲ شماتیکی از نازل واگرا-همگرا به همراه شرایط مرزی نشان داده شده است. در مرز ورودی فشار و دمای استاتیک بعلاوه عدد ماخ جریان فیزیکی در نظر گرفته شده است. در این مسئله جریان غیرلزج، ناپایا و تقارن محوری دوبعدی فرض شده است.

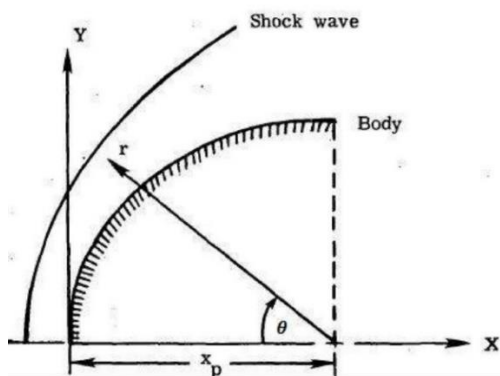


شکل ۳- مقایسه توزیع فشار بی بعد روش‌های AUSM+، AUSM+M، AUSM و SLAU با نتایج تحلیلی

ضربه‌ای و تنظیم کردن ترم‌های کنترلی از نوسان به‌وجود آمده جلوگیری کرد. این روش در معیار سرعت همگرایی نیز از سایر روش‌ها سریع‌تر عملکرده است با وجود دقت کمتر در پیش‌بینی کیفیت موج ضربه‌ای در توزیع دما، در مجموع این روش را بهترین طرح از نظر عملکرد در جریان تقارن‌محوری داخلی انتخاب می‌کنیم.

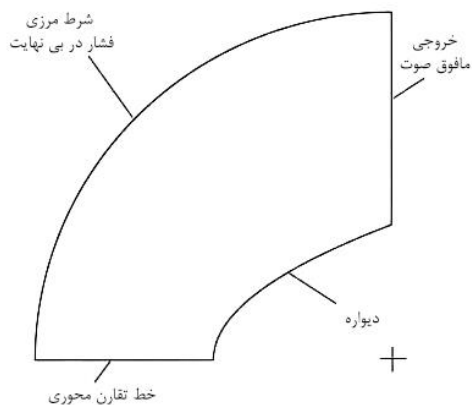
#### 2-8- جریان تراکم پذیر حول کره

جهت بررسی جریان متقارن محوری خارجی و مقایسه خانواده آسم، جریان ماوراءصوت با عدد ماخ ۲ حول دماغه به شکل کره مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که در شکل ۵ نشان داده شده است هندسه مورد بررسی کره‌ای به شعاع ۱ متر که نسبت به طول مرجع بی بعدسازی شده است. شرایط جریان بر طبق داده‌های نتایج تجربی در مرجع [۱۶] در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۵- نمایی از هندسه دماغه کره مورد بررسی در حل جریان

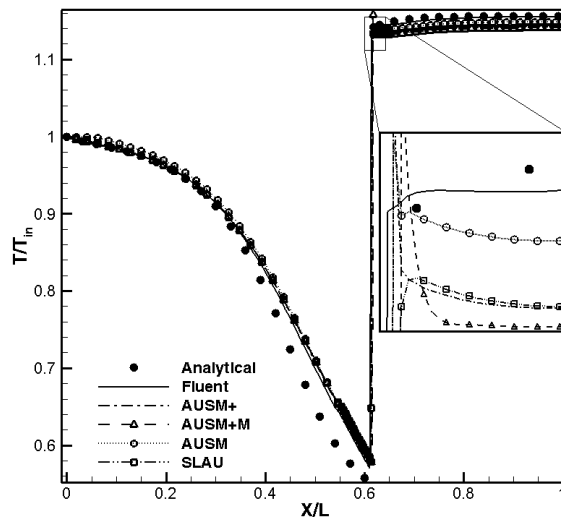
برای شبکه‌بندی حول دماغه کره شبکه‌ای به اندازه ۳۰۰\*۶۰۰ سلول استفاده کرده‌ایم. همچنین شرایط مرزی مورد استفاده را در شکل ۶ می‌توانید مشاهده کنید.



شکل ۶- شرایط مرزی مورد استفاده برای تحلیل جریان خارجی تقارن محوری

برای ارزیابی صحت و دقت حل، محل دقیق موج ضربه‌ای حل متقارن محوری حاصل از روش‌های AUSM+, AUSM+M, AUSM و SLAU با نتایج در مرجع [۱۶] در شکل ۷ مقایسه شده‌اند. در جریان خارجی تقارن‌محوری نیز روش AUSM+M نسبت به سایر روش‌ها دقت بهتری را از خود در نشان دادن محل موج ضربه‌ای ارائه می‌دهد که دلیل آن، اصلاحات صورت گرفته شده در این روش در راستای هوشمندانه‌تر کردن اتلافات مرتبط با شار جرمی و فشاری و تعریف دقیق سرعت صوت

شکل ۴ توزیع دما بی بعد درون نازل واگرا-همگرا حاوی موج ضربه‌ای برای روش‌های AUSM+, AUSM+M, AUSM و SLAU به همراه جواب تحلیلی مسئله و توزیع دمایی بعد حاصل از شبیه‌سازی مشابه در فلونت را نشان می‌دهد. در توزیع دما روش AUSM دقت بهتری را از خود بعد از موج ضربه‌ای نشان می‌دهد. در توزیع دما روش AUSM+M دقت کمتری نسبت به سایر روش‌ها از خود ارائه می‌دهد، این روش با توجه به بررسی‌های صورت گرفته در شار جرمی دارای نواقصی است که به همین علت در محاسبه چگالی و به تبع آن در توزیع دما خطا بیشتری به نسبت سایر روش‌ها در محاسبه میدان دمایی دارد. همچنین روش AUSM+ نیز به علت عدم تناسب کافی در ترم اتلافی فشاری نوساناتی را در ناحیه موج-تراکمی دارد. به دلیل استفاده از روابط آیزنتروپیک برای به‌دست آوردن جواب تحلیلی از آنجا که در این روابط جریان یک‌بعدی فرض می‌شود و اثرات تغییر مساحت ناگهانی اعمال نمی‌شود اختلاف بین جواب تحلیلی و نتایج عددی در قبل از موج ضربه‌ای، و در محلی که اختلاف مساحت زیاد است، شکل می‌گیرد.



شکل ۴- مقایسه توزیع دما بی‌بعدی بعد از روش‌های AUSM+, AUSM+M, AUSM و SLAU با نتایج تحلیلی

در جدول ۲ مدت زمان پردازش برای همگرایی چهار روش نام برده شده برای مسئله نازل واگرا-همگرا مورد بررسی قرار گرفته است، نتایج نشان می‌دهد طرح AUSM+M دارای سرعت همگرایی بسیار بالاتری نسبت به بقیه دارد نسبت به روش AUSM+ دو برابر و نسبت به روش SLAU سی برابر سریع‌تر است.

جدول ۲- زمان همگرایی روش‌های AUSM+, AUSM+M, AUSM و SLAU

SLAU برای مسئله نازل واگرا-همگرا	
روش حل	زمان همگرایی (ثانیه)
AUSM+	۲۲۰۰
AUSM+M	۱۰۰۰
AUSM	۲۰۰۰
SLAU	۳۰۰۰۰

برای انتخاب بهترین طرح سه معیار بررسی دقیق محل موج ضربه‌ای، پیش‌بینی کیفیت موج ضربه‌ای و سرعت همگرایی را در این پژوهش مدنظر داریم. روش AUSM+M به دلیل عملکرد بهتر در پیش‌بینی محل موج

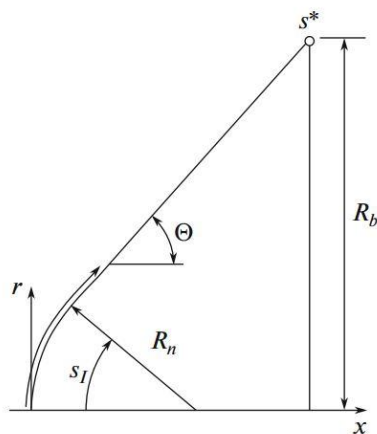
جدول ۳- زمان همگرایی روش‌های AUSM، AUSM+M، AUSM+ و SLAU

SLAU برای مسئله دماغه کروی	
روش حل	زمان همگرایی (ثانیه)
AUSM+	۲۰۰۰۰
AUSM+M	۲۵۰۰۰
AUSM	۳۰۰۰۰
SLAU	۱۰۰۰۰

در این آزمایش روش AUSM+M از لحاظ محاسبه محل موج ضربه - ای نزدیک‌ترین نتیجه را ارائه می‌دهد. از لحاظ معیار کیفیت موج ضربه‌ای دو روش AUSM+M و SLAU به ترتیب دقیق‌ترین توزیع فشار نسبت به نتایج تجربی را نشان می‌دهد. اما در معیار سرعت همگرایی روش SLAU سریع‌ترین طرح از چهار طرح خانواده آسم بررسی شده در این آزمایش می‌باشد. باتوجه به توضیحات داده شده دو روش AUSM+M و SLAU بهترین روش از لحاظ سه معیار معرفی شده در آزمایش دماغه کروی تقارن- محوری هستند.

### 3-8- جریان تراکم پذیر حول دماغه سرپخ

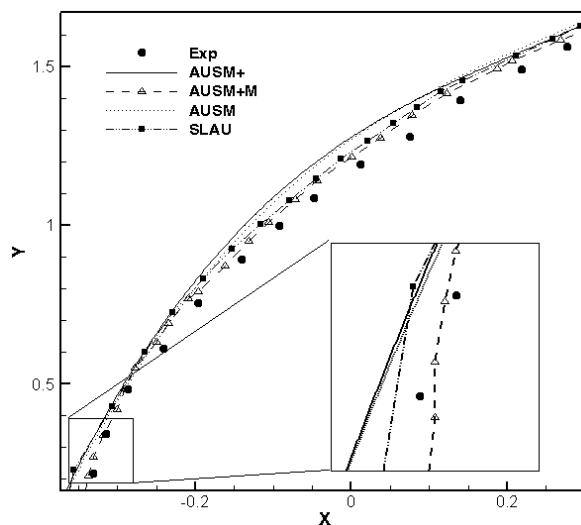
سومین مسئله مورد بررسی، تحلیل جریان حول دماغه سرپخ است که هندسه آن در شکل ۹ نشان داده شده است. در این هندسه زاویه سرپخ برابر ۶۰ درجه و نسبت  $\frac{R_n}{R_b} = 0/25$  می‌باشد. شرایط جریان بر طبق داده‌های تجربی مرجع [۱۷] در نظر گرفته شده‌اند. شبکه مورد استفاده برای حل جریان در این آزمایش شبکه‌ای حاوی  $300 \times 60$  سلول می‌باشد و شرایط مرزی مورد استفاده طبق شکل ۶ می‌باشد. نتایج عددی برای چهار طرح از خانواده آسم استخراج شده و تاثیرات این روش‌ها در شبیه‌سازی جریان مورد بررسی قرار گرفتند. عدد ماخ جریان آزاد در این تحلیل ۲/۹۶ می‌باشد.



شکل ۹ - نمایی از هندسه دماغه سرپخ کروی مورد بررسی

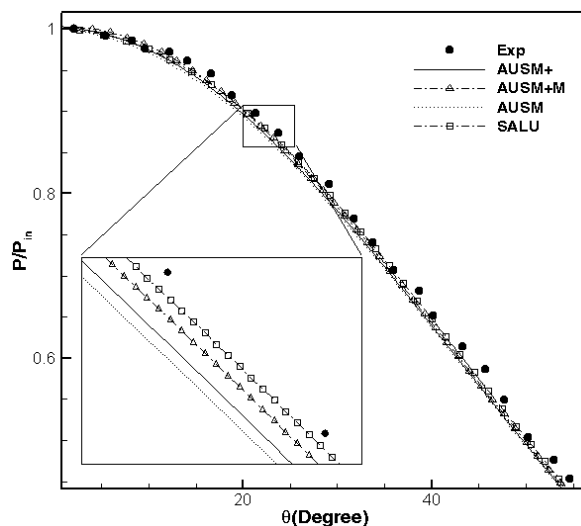
در شکل ۱۰ به مقایسه محل موج ضربه‌ای حل متقارن محوری حاصل از روش‌های AUSM+، AUSM+M، AUSM+M و SLAU با نتایج در مرجع [۱۷] پرداخته شده‌اند. در پیش‌بینی محل موج ضربه‌ای در این هندسه روش SLAU و AUSM+M برخلاف دو روش دیگر محل ابتدایی موج ضربه‌ای را بهتر پیش‌بینی می‌کنند.

منجر به این شده است که با از دست دادن کمترین میزان دقت و با تزریق صحیح اتلافات عددی بهترین پاسخ حاصل گردد.



شکل ۷ - مقایسه محل موج ضربه‌ای در روش‌های AUSM+، AUSM+M و SLAU با نتایج تجربی مرجع [۱۶]

در شکل ۸ مقدار فشار بی‌بعد روی سطح کره برای چهار طرح خانواده آسم ذکر شده با مقدار متناظر آن در مورد نمونه مرجع [۱۶] مقایسه شده‌اند. با توجه به شکل ۸ در پیش‌بینی مقدار فشار روی سطح کره دو روش AUSM+M و SLAU دقت بهتری از دو روش دیگر دارند. دو روش AUSM+ و روش AUSM به ترتیب نتایج ضعیف‌تری به دلیل ضعف در محاسبه ترم فشاری از خود نشان می‌دهند.



شکل ۸ - مقایسه نمودار فشار روی سطح در روش‌های AUSM+، AUSM+M و SLAU با نتایج تجربی مرجع [۱۶]

برای انتخاب سریع‌ترین حلگر برای مسئله دماغه کروی جدول ۳ تهیه شده است. زمان همگرایی روش SLAU در این مسئله سریع‌تر از بقیه روش‌ها بوده است و روش AUSM کندترین روش را در این آزمایش دارد.

جدول ۴- زمان همگرایی روش‌های AUSM+, AUSM+M, AUSM و SLAU

SLAU برای مسئله دماغه سرپخ	
روش حل	زمان همگرایی (ثانیه)
AUSM+	۲۵۰۰
AUSM+M	۳۵۰۰
AUSM	۱۶۰۰۰
SLAU	۲۰۰۰

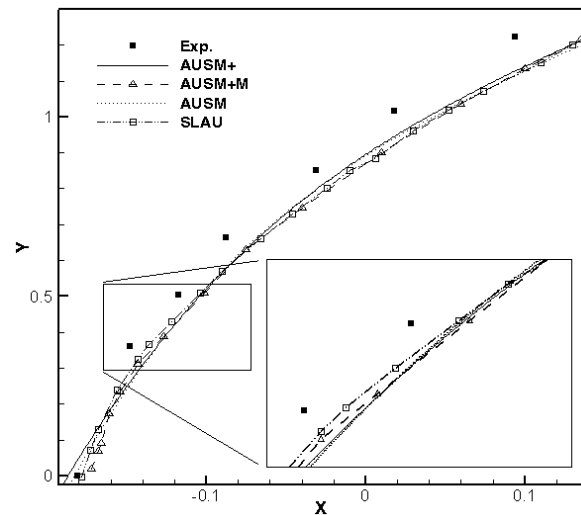
در آزمایش دماغه سرپخ به لحاظ معیار محل موج ضربه‌ای دو طرح SLAU و AUSM+M نتایج دقیق‌تری دارند، از لحاظ معیار کیفیت موج ضربه‌ای نیز دو طرح AUSM+ و AUSM+M نسبت به نتایج تجربی بهترین جواب را می‌دهند. از نظر سریع‌ترین سرعت همگرایی، روش SLAU بهترین طرح مورد بررسی است.

#### ۹- نتیجه گیری

در این پژوهش جهت شناسایی بهترین روش در خانواده آسم به لحاظ سه معیار دقت در محل موج ضربه‌ای، کیفیت موج ضربه‌ای و سرعت همگرایی بالا، این خانواده در آزمایش‌های جریان تقارن محوری داخلی و خارجی دوبعدی، مورد بررسی قرار گرفتند. بر اساس آزمایش‌های انجام شده برای جریان داخلی روش AUSM+M از نظر مدت زمان همگرایی و دقت نتایج نسبت به باقی روش‌های مورد استفاده بهتر عمل کرده است. در روش AUSM+M به دلیل مرتبه بالاتر عمل کردن این روش در نواحی موج ضربه‌ای و روش AUSM+ به خاطر ضعف در محاسبه شار فشاری در نواحی موج ضربه‌ای دارای نوساناتی هستند. در جریان خارجی نیز روش AUSM+M و SLAU در پیش‌بینی محل موج ضربه‌ای و توزیع فشار دقیق‌تر نسبت به نتایج تجربی در مقابل دو روش دیگر بهتر عمل میکنند. اما از لحاظ سرعت همگرایی روش SALU و AUSM+ سریعتر از روش AUSM+M عمل میکنند.

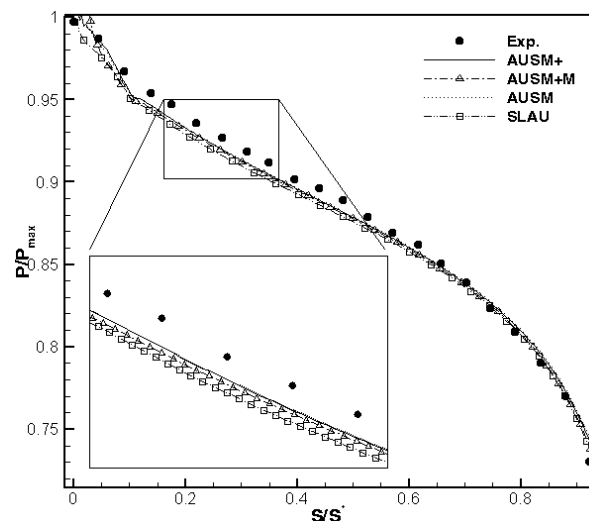
#### ۱۰- مراجع

- [1] Roe, P. L., "Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes," Journal of computational physics, 43(2), 357-372, 1981.
- [2] Toro, E. F., Spruce, M., & Speares, W., "Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver," Shock waves, 4(1), 25-34, 1994.
- [3] Peery, K., & Imlay, S., "Blunt-body flow simulations," In 24th Joint Propulsion Conference, 1988, p. 2904.
- [4] Van Leer, B. (1997), "Flux-vector splitting for the Euler equation. In Upwind and High-Resolution Schemes (pp. 80-89)," Springer, Berlin, Heidelberg.
- [5] Steger, J. L., & Warming, R. F., "Flux vector splitting of the inviscid gasdynamic equations with application to finite-difference methods," Journal of computational physics, 40(2), 263-293, 1981.
- [6] Liou, M. S., & Steffen Jr, C. J., "A new flux splitting scheme," Journal of Computational physics, 107(1), 23-39, 1993.
- [7] Meng-Sing, L., "A Sequel to AUSM: AUSM+," Journal of Computational Physics, 129(1), 12-16, 1996.



شکل ۱۰- مقایسه محل موج ضربه‌ای در روش‌های AUSM+, AUSM+M و SLAU با نتایج تجربی مرجع [۱۷]

نمودار شکل ۱۱ مقدار فشار بی‌بعد روی سطح دماغه سرپخ برای چهار طرح AUSM+, AUSM+M, AUSM و SLAU با مقدار متناظر آن در مورد نمونه مرجع [۱۷] مقایسه شده‌اند. برای پیش‌بینی مقدار فشار روی سطح دماغه روش SLAU دقت پائین‌تری بخاطر اتلافات در محاسبه ترم فشاری دارد. همچنین با اینکه دو روش AUSM+ و AUSM+M، دقت بهتری در پیش‌بینی میدان فشار در این آزمایش ارائه می‌دهد.



شکل ۱۱- مقایسه نمودار فشار روی سطح در روش‌های AUSM+, AUSM+M و SLAU با نتایج تجربی مرجع [۱۷]

جدول ۴ زمان مصرفی برای همگرایی در چهار روش نامبرده شده را نشان می‌دهد که به استناد به آن می‌توان نتیجه گرفت که روش SLAU در جریان خارجی برخلاف جریان داخلی سرعت همگرایی بالاتری را دارا می‌باشد و روش AUSM+ کندترین روش از خانواده آسم تست شده در این آزمایش دارا می‌باشد.

- [8] Kim, K. H., Kim, C., & Rho, O. H., "Methods for the accurate computations of hypersonic flows: I.AUSMPW+ scheme," *Journal of Computational Physics*, 174(1), 38-80, 2001.
- [9] Liou, M. S. , "A sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up for all speeds," *Journal of computational physics*, 214(1), 137-170, 2006.
- [10] Shima, E., & Kitamura, K., "Parameter-free simple low-dissipation AUSM-family scheme for all speeds," *AIAA journal*, 49(8), 1693-1709, 2011.
- [11] Chakravarthy, K., & Chakraborty, D. , "Modified SLAU2 scheme with enhanced shock stability," *Computers & Fluids*, 100, 176-184, 2014.
- [12] Chen, S. S., Yan, C., Lin, B. X., Liu, L. Y., & Yu, J. , "Affordable shock-stable item for Godunov-type schemes against carbuncle phenomenon," *Journal of Computational Physics*, 373, 662-672, 2018.
- [13] Hoffman K.A., Chiang S.T., *Computational Fluid Dynamics*, 4th edition, Volume III, EES, 2000.
- [14] Shima, E., & Kitamura, K., "On new simple low-dissipation scheme of AUSM-family for all speeds", In 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition (p. 136), 2009.
- [15] Chen, S. S., Cai, F. J., Xue, H. C., Wang, N., & Yan, C., "An improved AUSM-family scheme with robustness and accuracy for all Mach number flows," *Applied Mathematical Modelling*, 77, 1065-1081, 2020.
- [16] O. M. Belotserkovskiy, "Supersonic gas flow around blunt bodies", Theoretical and experimental investigations, computer center of the academy of sciences, Moscow, 1966.
- [17] C. Jerry, "Calculation of axisymmetric supersonic flow past blunt bodies with sonic corners, including a program description and listing" National aeronautic and administration, Washington D.C, 1968.