

# طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب برای سیستم‌های با تعداد سنسور و عملگر زیاد مبتنی بر رویکرد انرژی

حمید بهزاد<sup>۱</sup>، دانشجوی دکتری؛ محمدعلی صدرنیا<sup>۲</sup>، دانشیار؛ احمد دارابی<sup>۳</sup>، استاد؛ امین رضانی<sup>۴</sup>، استادیار

- ۱- دانشکده مهندسی برق و رباتیک - دانشگاه صنعتی شاهرود - شاهرود- ایران - hamidbehzad@gmail.com  
 ۲- دانشکده مهندسی برق و رباتیک - دانشگاه صنعتی شاهرود - شاهرود- ایران - masadrnia@shahroodut.ac.ir  
 ۳- دانشکده مهندسی برق و رباتیک - دانشگاه صنعتی شاهرود - شاهرود- ایران - darabi\_ahmad@hotmail.com  
 ۴- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تربیت مدرس - تهران- ایران - ramezani@modares.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله روشی نوین برای کنترل تحمل پذیر عیب در سیستم‌های با تعداد عملگر و سنسور زیاد، که در معرض عیوب ضرب‌شونده و جمع‌شونده قرار دارند، ارائه شده است. ایده اصلی مقاله استفاده از یک واحد مصالحه‌کننده به همراه سنسور مجازی در خروجی سیستم است که وظیفه آن تشخیص سنسورهای دارای عیب و انتخاب خروجی مناسب برای استفاده توسط کنترل کننده می‌باشد. بدین منظور با به کارگیری روش مبتنی بر انرژی، عیوب ضرب‌شونده عملگر تخمین زده می‌شوند. سپس نتایج حاصل از تخمین به همراه رویت گر ورودی نامعلوم جهت تخمین عیوب جمع‌شونده و حالت‌های سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند. در نهایت با توزیع مناسب سیگنال‌های کنترلی، به جای تغییر ساختار کنترل کننده، اهداف کنترلی برآورده می‌شود. همچنین موثر بودن روش توسط یک مثال نشان داده شده است.

**واژه‌های کلیدی:** تخمین عیب، انرژی، کنترل تحمل پذیر عیب، عیب ضرب‌شونده، توزیع سیگنال کنترلی.

## Fault Tolerant Control for Overactuated-Oversensed Systems using Energetic Based Approach

Hamid Behzad<sup>1</sup>, PhD Student; Mohammad Ali Sadrnia<sup>2</sup>, Associate Professor; Ahmad Darabi<sup>3</sup>, Professor; Amin Ramezani<sup>4</sup>, Assistant Professor

- 1- Faculty of Electrical and Robotic Engineering, shahrood University of Technology, Shahrood, Iran, Email: hamidbehzad@gmail.com  
 2- Faculty of Electrical and Robotic Engineering, shahrood University of Technology, Shahrood, Iran, Email: masadrnia@yahoo.com  
 3- Faculty of Electrical and Robotic Engineering, shahrood University of Technology, Shahrood, Iran, Email: darabi\_ahmad@hotmail.com  
 4- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, Email: ramezani@modares.ac.ir

**Abstract:** This paper presents a fault tolerant approach for overactuated-oversensed systems subject to multiplicative and additive faults. The main idea is to use a reconciliatory unit in charge to discover online the possibly faulty physical sensors and exclude their measures from the generation of the "virtual" sensors. In the proposed approach, the energetic based approach has been used to estimate the actuator multiplicative faults. In the next step, an unknown input observer has been coupled with the energetic based estimator to estimate sensor multiplicative and additive faults. Finally, the control allocation approach has been used to reach the desire output. Finally, a simulation example is reported in details to show the effectiveness of the scheme.

**Keywords:** Fault estimation, energetic approach, fault tolerant control, multiplicative faults, control allocation.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۲/۰۴

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۳۰، ۱۳۹۷/۰۹/۰۱، ۱۳۹۷/۱۰/۱۸ و ۱۳۹۸/۰۱/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۲۰

نام نویسنده مسئول: محمدعلی صدرنیا

نشانی نویسنده مسئول: دانشکده مهندسی برق و رباتیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

## ۱- مقدمه

که به صورت جمع شونده است. در حالی که رویکرد توزیع سیگنال کنترلی برای سیستم‌های با افزونگی عملگر مورد استفاده قرار می‌گیرد، رویکرد مصالحه بین سنسورها به دنبال روش‌هایی برای ترکیب اطلاعات سنسورها در سیستم‌های با افزونگی سنسور است. ایده کلیدی روش در شکل (۱) نشان داده شده است. در این روش ابتدا عیوب عملگر مبتنی بر رویکرد انرژی ارائه شده در [۱۲] تخمین زده می‌شود. سپس با طراحی یک رویکرد ورودی نامعلوم [۱۳] و ترکیب آن با روش تخمین پارامتر، حالت‌های سیستم و عیوب سنسور شامل عیوب جمع شونده و ضرب شونده، تخمین زده می‌شوند. در مرحله بعد با به کارگیری روش ارائه شده در [۴] بین سنسورها مصالحه انجام شده و نتیجه به صورت یک سیگنال واحد به کنترل کننده اعمال می‌شود. در نهایت واحد توزیع سیگنال کنترلی، با توزیع سیگنال‌های کنترلی مشابه روش ارائه شده در [۱۱] و با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملگر، جهت کنترل سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برخلاف روش ارائه شده در [۴] که در آن روش مصالحه بین سنسورها برای حالت حلقه باز طراحی شده است، در رویکرد ارائه شده در این تحقیق سیستم به صورت حلقه بسته در نظر گرفته شده است. همچنین در این مقاله، نه تنها عیب سنسور، بلکه عیب عملگر هم مورد توجه قرار گرفته است. تفاوت کلیدی روش ارائه شده با [۷] در این است که هر دو نوع عیب ضرب شونده و جمع شونده مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین در این روش توزیع سیگنال کنترلی بر اساس تخمین حالت‌های سیستم است، در حالی که در روش ارائه شده در [۱۱] فرض بر این است که حالت‌های سیستم در دسترس هستند. در نهایت ویژگی‌های روش ارائه شده توسط یک مثال مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

## ۲- نمادها

در این تحقیق  $R$  بیانگر مجموعه اعداد حقیقی است. همچنین  $\| \cdot \|_2$  نماد نرم دو برداری است که صورت  $\|x\|_2 = \sqrt{x^T x}$  می‌باشد. همچنین عبارت تبدیل خطی کسری در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است که در آن برای ماتریس  $N$  با ابعاد مناسب و

$$M := \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (1)$$

تبدیل خطی کسری از نوع پایین به صورت زیر تعریف شده است:

$$LFT(M, N) := M_{11} + M_{12}N(I - M_{22}N)^{-1}M_{21} \quad (2)$$

## ۳- بیان مساله

سیستم خطی گسسته در زمان زیر را در نظر بگیرید:

$$x_p(t+1) = Ax_p(t) + B\Lambda(\sigma(t))u(t) \quad (3)$$

$$y(t) = \Delta(\gamma(t))C_y x_p(t) + Fb(t)$$

$$z(t) = H_z C_y x_p(t)$$

سیستم با تعداد عملگر و سنسور زیاد به سیستمی اطلاق می‌شود که دارای افزونگی عملگر و سنسور است. توزیع مناسب سیگنال کنترلی، به جای تغییر ساختار کنترل کننده، یک روش مهم در کنترل سیستم‌های هواپیما، زیردریایی و سایر سیستم‌های با تعداد عملگر زیاد است [۱]. از طرف دیگر، با توجه به این که در سیستم‌های حلقه بسته اطلاعات غلط از سیستم منجر به کاهش کارایی یا ناپایداری آن می‌شود، لذا ارائه روش‌های شناسایی و تشخیص عیب در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب نموده است [۲-۳]. لذا به منظور کاهش اثر عیب، می‌توان در سیستم‌های با افزونگی سنسور از ترکیب مناسب سیگنال‌های خروجی (مصالحه بین سنسورها) برای کاهش اثر عیب استفاده نمود [۴]. هدف اصلی رویکرد مصالحه بین سنسورها استخراج داده‌های مفید از بین سنسورهای معیوب موجود در سیستم می‌باشد [۴]. در این استراتژی به جای مقاوم‌سازی کنترل کننده در برابر عیب، اثر عیب برای کنترل کننده مخفی می‌شود. در نتیجه به جای تغییر ساختار کنترل کننده، سیگنال‌های ورودی و خروجی کنترل کننده به گونه‌ای متناسب با عیب جایابی می‌شوند که اثر عیب در خروجی سیستم ظاهر نشود [۵].

با در نظر گرفتن رویکرد اخیر در طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب، استراتژی سنسور مجازی توسط [۶] ارائه شد. عیب این روش این است که فرض شده است عیوب سنسور به درستی تخمین زده شده‌اند. رویکرد سنسور مجازی با هدف طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب فعال توسط [۷] مورد توجه قرار گرفت. در روش ارائه شده تنها عیوب جمع شونده مورد توجه قرار گرفته‌اند در حالی که عیوب ضرب شونده می‌توانند اثرات نامطلوب تری بر روی سیستم داشته باشند. استراتژی سنسور مجازی توسط [۴] و به منظور مصالحه بین سنسورها مورد استفاده قرار گرفت، ولی روش مذکور به عیوب عملگر توجهی نداشته است. همچنین این روش راه کاری برای طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب ارائه نداده است. از طرف دیگر رویکرد توزیع مناسب سیگنال کنترلی، به جای تغییر ساختار کنترل کننده، توسط محققین زیادی مورد بررسی قرار گرفته است [۱۱-۱۰]، ولی در اغلب این روش‌ها فرض بر این است که خروجی سیستم در معرض عیب قرار ندارد.

هدف از این تحقیق طراحی یک کنترل کننده تحمل پذیر عیب می‌باشد. رویکرد ارائه شده در این تحقیق برای کاهش اثر عیوب عملگر در خروجی سیستم استفاده از روش توزیع مناسب سیگنال کنترلی می‌باشد به گونه‌ای که این توزیع به صورت تطبیقی انجام می‌پذیرد و منجر به مقاوم‌سازی خروجی سیستم در برابر عیوب عملگر می‌گردد. همچنین به منظور مقاوم‌سازی سنسورهای فیزیکی در برابر عیوب رخ داده، رویکرد مصالحه بین سنسورها پیشنهاد شده است. عیب در نظر گرفته شده برای عملگر شامل عیب ناشی از فقدان کارایی در عملگر است که از دسته عیوب ضرب شونده است. همچنین برای سنسور دو نوع عیب در نظر گرفته شده است. نوع اول شامل عیب فقدان کارایی سنسور که به صورت ضرب شونده است. نوع دوم آن شامل عیب بایاس (آفست) می‌باشد

$$\hat{z}(t) = H_z C_y \hat{x}_p(t) \quad (۲-۹)$$

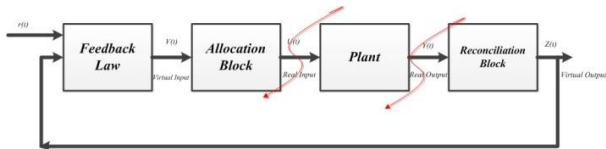
به این منظور بایستی ابتدا عیوب و حالت های سیستم تخمین زده شوند. لذا در مرحله اول، با به کارگیری روش مبتنی بر انرژی ارائه شده در [۱۲] و با پردازش ورودی و خروجی های سیستم، عیب عملگر تخمین زده می شود. طبق روش ارائه شده در [۱۲] ابتدا ساختار رویت گر ورودی نامعلوم به گونه ای مورد استفاده قرار گرفته است که اثر همه ورودی های نامعلوم (شامل عیوب جمع شونده و ضرب شونده خروجی) به غیر عیب عملگر، از رابطه توصیف کننده سیستم حذف می شود. سپس با توصیف رابطه تعادلی انرژی به صورت زیر:

$$\varepsilon_{\text{sup}} = \varepsilon_{\text{stor}} + \varepsilon_{\text{diss}} + \varepsilon_{\text{fault}} \quad (۱۰)$$

و با به کارگیری تکنیک های جبری این رابطه تعادلی به صورت یک رگرسیون ظاهر شده و سپس عیب عملگر تخمین زده شده است. توجه به این نکته ضروری است که در رابطه (۱۰)،  $\varepsilon_{\text{sup}}$  انرژی تغذیه،  $\varepsilon_{\text{stor}}$  انرژی ذخیره شده،  $\varepsilon_{\text{diss}}$  انرژی تلف شده و  $\varepsilon_{\text{fault}}$  انرژی عیب می باشد.

در مرحله بعد، با توصیف خروجی معادله (۳) به صورت خطی-کسری و تعریف یک حالت مجازی و نیز استفاده از ساختار رویت گر ورودی نامعلوم، علاوه بر حذف عیب عملگر از رابطه (۳)، عیوب سنسور و حالت های سیستم مورد تخمین قرار گرفته اند.

در نهایت، با به کارگیری نتایج فوق، علاوه بر تخمین خروجی مجازی، سیگنال کنترلی محاسبه و به گونه ای توزیع شده است که هدف کنترلی سیستم برآورده گردد.



شکل ۱) ساختار کلی سیستم

**فرض ۲)** با توجه به این که در این مساله عبارت  $y(t+1)$  بسیار مورد استفاده قرار گرفته است، لذا فرض بر این است که با توجه به سنسورهای فیزیکی موجود، اطلاعات خروجی در لحظه  $t+1$  در دسترس است. البته این فرض به معنای غیر علی بودن سیستم نیست، بلکه بدون از دست رفتن عمومیت مساله و با تغییر متغیر  $\tau = t+1$  می توان روابط را مجدد بازنویسی نمود. این بدان معنی است که با استفاده از اطلاعات  $y(\tau)$ ،  $y(\tau-1)$  و  $u(\tau-1)$  می توان تخمین در لحظه  $\tau-1$  استفاده نمود.

**نکته ۱)** رابطه تعادلی انرژی بیان گر این است که اگر مقادیر انرژی تغذیه، انرژی ذخیره و انرژی اتلافی در دسترس باشد، می توان انرژی عیب را تخمین زد. با توجه به این که انرژی های فوق تابعی از حالت های سیستم هستند، لذا می توان با تخمین حالت ها، مقادیر انرژی های فوق را محاسبه نمود. ولی با توجه به استفاده از رویت گرهای حالت، تنها تقریبی از حالت ها در دسترس هستند. لذا بایکارگیری رابطه تعادلی انرژی مقدار قابل قبولی از عیب عملگر را نمی توان تخمین زد. به همین دلیل در این مقاله، مشابه روش ارائه شده در [۱۲] و بابه کارگیری

که در آن  $x_p(t) \in R^n$  بردار حالت سیستم و  $u(t) \in R^{n_u}$  ورودی معلوم است. همچنین  $y(t) \in R^m$  بیان گر خروجی های سیستم است که متأثر از عیب جمع شونده ناشی از بایاس (آفت)  $b(t) \in R^q$  و عیب ضرب شونده ناشی از فقدان کارایی  $\Delta(\gamma(t)) \in R^{m \times m}$  است. از این پس به منظور سادگی محاسبات فرض بر این است که عیب  $\Delta(\gamma(t))$  دارای ساختار زیر است:

$$\Delta(\gamma(t)) = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_m \end{bmatrix} \quad (۴)$$

توجه به این نکته ضروری است که عملکرد عملگر تحت تأثیر عیب ضرب شونده  $\Lambda(\sigma(t)) \in R^{n_u \times n_u}$  است که در آن:

$$\Lambda(\sigma(t)) = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{n_u} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

همچنین  $z(t) \in R^r$ ،  $r < m$  خروجی مجازی تعریف شده برای سیستم است و بیان گر اطلاعات مورد نیاز برای طراحی کنترل کننده است. به علاوه این که بردار ورودی  $u(t)$  متعلق به مجموعه  $\Omega$  است به گونه ای که:

$$u(t) \in \Omega := \left\{ u \in R^{n_u} \mid u^- \leq u \leq u^+ \right\} \quad (۶)$$

که در آن  $u^- := [u_1^-, u_2^-, \dots, u_{n_u}^-]^T \in R^{n_u}$  و  $u^+ := [u_1^+, u_2^+, \dots, u_{n_u}^+]^T \in R^{n_u}$  به گونه ای که  $u_i^- \leq u_i \leq u_i^+$ ،  $i=1, \dots, m$  است

**فرض ۱)** فرض بر این است که ماتریس  $B\Lambda(\sigma)$  دارای رتبه ستونی ناقص است.

$$\text{rank}(B\Lambda(\sigma)) = k < n_u \quad (۷)$$

**تعریف ۱)** سیستم توصیف شده در (۳) را بدون عیب در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن نرخ تغذیه  $S(u, y)$ ، این سیستم اتلافی نامیده می شود اگر تابع ذخیره  $V(x_p(t)) = x_p^T(t) Q x_p(t) > 0$  و تابع ورودی  $u(t)$  موجود باشند، به گونه ای که نامساوی اتلافی

$$V(x_p(t+1)) - V(x_p(t)) \leq S(u, y) \quad (۸)$$

برای همه  $(x_p, u, y) \in R^n \times R^{n_u} \times R^m$  برآورده شود. توجه به این نکته ضروری است که در تعریف بالا نرخ تغذیه برای سیستم های پسیو به صورت  $S(u, y) = y^T M u$  در نظر گرفته می شود که در آن  $M$  یک ماتریس دلخواه است.

با فرض در دسترس بودن ورودی مجازی  $v(t)$  و خروجی  $y(t)$ ، هدف از این تحقیق محاسبه سیگنال کنترلی  $u(t)$  و توزیع مناسب آن، تخمین خروجی مجازی  $\hat{z}(t)$  و تخمین حالت  $\hat{x}_p(t)$  است به گونه ای که

$$B_v v(t) = B\Lambda(\hat{\sigma}(t))u(t) \quad (۱-۹)$$

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}_u \sigma(t) + \bar{F} \Delta b(t) \\ y(t) &= \bar{C}x(t) + P(t) \\ P(t) &= (I - \Delta_{\gamma(t)})q(t), \quad \|I - \Delta_{\gamma(t)}\|_2 \leq 1 \\ q(t) &= C_q x(t) \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_u = \begin{bmatrix} BU(u(t)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C_y \quad F], \quad C_q = [C_y \quad 0]$$

$$\Delta b(t) = b(t+1) - b(t), \quad \|\Delta b(t)\| \leq \alpha$$

با فرض در دسترس بودن ماتریس‌های  $H = \bar{B}_u (\bar{C} \bar{B}_u)^\dagger$  و  $T = I - H\bar{C}$  به گونه‌ای که:

$$\text{rank}(\bar{C} \bar{B}_u) = \text{rank}(\bar{B}_u) \quad (16)$$

رابطه (۱۴) به صورت زیر توصیف خواهد شد:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= T\bar{A}x(t) + T\bar{B}_u U(u(t))\sigma(t) \\ &\quad + T\bar{F}\Delta b(t) + Hy(t+1) \\ y(t) &= \bar{C}x(t) + P(t) \end{aligned} \quad (17)$$

$$P(t) = (I - \Delta_{\gamma})q(t), \quad \|I - \Delta_{\gamma}\| \leq 1$$

$$q(t) = C_q x(t)$$

توجه به این نکته ضروری است که شرط (۱۶) به همراه تعریف

ماتریس‌های  $T$  و  $H$  تضمین می‌کند  $T\bar{B}_u = 0$ .

بنابراین با در نظر گرفتن رویت‌گر ورودی نامعلوم زیر:

$$\hat{x}(t+1) = T\bar{A}\hat{x}(t) + Hy(t+1) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (18)$$

$$\hat{y}(t) = \bar{C}\hat{x}(t) + \hat{P}(t) \quad (19)$$

$$\hat{P}(t) = (I - \hat{\Delta}_{\gamma})\hat{q}(t), \quad \|I - \hat{\Delta}_{\gamma}\|_2 \leq 1$$

$$\hat{q}(t) = C_q \hat{x}(t)$$

و تعریف خطای تخمین حالت  $e(t) := x(t) - \hat{x}(t)$  و نیز

$\tilde{P}(t) = P(t) - \hat{P}(t)$  و  $\tilde{q}(t) = q(t) - \hat{q}(t)$  می‌توان دینامیک خطای

تخمین حالت را به صورت زیر نوشت:

$$e(t+1) = Ne(t) + F_p \tilde{P}(t) + F_w w(t) \quad (19)$$

$$\tilde{q}(t) = C_q e(t)$$

$$\tilde{P}(t) = (I - \hat{\Delta}_{\gamma})\tilde{q}(t)$$

که در آن:

$$N := T\bar{A} - L\bar{C}, \quad F_p := -L, \quad F_w := T\bar{F} \quad (20)$$

$$w(t) := \Delta b(t)$$

بنابراین هدف محاسبه بهره رویت‌گر است به گونه‌ای که دینامیک خطای

رویت‌گر در رابطه (۱۹) برای کلیه مقادیر  $\tilde{P}(t)$  و  $\tilde{q}(t)$  و نیز

$w(t) \in \ell_2$  پایدار باشد. بنابراین خطای  $e(t)$  به صورت زیر محدود

خواهد بود:

$$\|e(\cdot)\|_2 \leq \delta \|w(\cdot)\|_2 \quad (21)$$

تکنیک‌های جبری اثر حالت‌های سیستم از رابطه توصیف‌کننده انرژی حذف و این انرژی‌ها به صورت تابعی از ورودی و خروجی‌های سیستم محاسبه شده‌اند. سپس با توصیف رابطه تعادلی انرژی به صورت یک رگرسور، عیوب عملگر مورد تخمین قرار گرفته‌اند.

**نکته ۲)** رابطه (۹-۱) یک رابطه بهینه‌سازی برای حل مساله جایابی سیگنال کنترلی است. روش جایابی سیگنال کنترلی برای سیستم‌های با افزونگی عملگر که در معرض عیب قرار دارند ارائه شده است. در این روش به جای تغییر ساختار کنترلی کننده، نحوه توزیع سیگنال کنترلی اعمالی به عملگر به صورت برخط تغییر پیدا می‌کند. در واقع در این روش سیگنال اعمال شده به عملگر به صورت  $u(t) = \frac{B_y}{B} \Lambda^{-1}(\hat{\sigma}(t))v(t)$  انتخاب می‌شود. به طور مشابه در رابطه (۹-۲)، ماتریس  $H_z$  وظیفه ترکیب داده‌های خروجی را دارد به نحوی که بتوان با ارائه یک بردار مرجع با تعداد سیگنال حداقل خروجی‌های مطلوب را در سنسورها مشاهده نمود.

#### ۴- تخمین عیب

#### ۴-۱- تخمین عیب جمع‌شونده سنسور(بایاس) و حالت‌های سیستم

با توجه به ساختار قطری  $\Lambda(\sigma(t))$ ، می‌توان رابطه (۳) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$x_p(t+1) = Ax_p(t) + BU(u(t))\sigma(t) \quad (11)$$

$$y(t) = \Delta(\gamma(t))C_y x_p(t) + Fb(t)$$

که در آن:

$$\Lambda(\sigma(t))u(t) = U(u(t))\sigma(t) \quad (12)$$

$$U(u(t)) = \text{diag}(u_1(t) \quad \dots \quad u_{n_u}(t))$$

$$\sigma(t) = [\sigma_1(t) \quad \dots \quad \sigma_{n_u}(t)]^T$$

همچنین می‌توان خروجی رابطه (۱۱) را با اضافه و کم کردن عبارت  $C_y x_p(t)$  به صورت زیر توصیف نمود:

$$x_p(t+1) = Ax_p(t) + BU(u(t))\sigma(t) \quad (13)$$

$$y(t) = C_y x_p(t) + Fb(t) + P(t)$$

$$P(t) = (I - \Delta_{\gamma})q(t), \quad \|I - \Delta_{\gamma}\|_2 \leq 1$$

$$q(t) = C_y x_p(t)$$

این نوع توصیف در واقع بیان خطی-کسری رابطه (۱۱) است. اکنون

می‌توان با تعریف حالت مجازی  $x(t) := [x_p(t) \quad b(t)]^T$  رابطه (۱۳)

را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} N^T \Upsilon N - \Upsilon + I & N^T \Upsilon F_p & N^T \Upsilon F_w \\ * & F_p^T \Upsilon F_p & F_p^T \Upsilon F_w \\ * & * & F_w^T \Upsilon F_w - \mu I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (29)$$

$$-\lambda \begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -C^T C & 0 & 0 \\ * & I & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \leq 0$$

که این رابطه هم ارز:

$$\begin{bmatrix} N^T \Upsilon N - \Upsilon + I + \lambda C^T C & N^T \Upsilon F_p & N^T \Upsilon F_w \\ * & F_p^T \Upsilon F_p - \lambda I & F_p^T \Upsilon F_w \\ * & * & F_w^T \Upsilon F_w - \mu I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (30)$$

اکنون بابه کارگیری لم مکمل شور، می توان رابطه (۳۰) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} \Upsilon & \Upsilon N & \Upsilon F_p & \Upsilon F_w \\ * & \Upsilon - I - \lambda C^T C & 0 & 0 \\ * & * & \lambda I & 0 \\ * & * & 0 & \mu I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (31)$$

در نهایت با تغییر متغیر  $\Upsilon L = S$ ، نامعادله خطی ماتریسی رابطه (۳۱) نتیجه می شود.

#### ۴-۲- تخمین عیب ناشی از فقدان کارایی در سنسور

در این قسمت با استفاده از روش تخمین پارامتر، عیوب ضرب شونده سنسور تخمین زده می شوند. در این روش فرض برای این است که عیب فقدان کارایی سنسور ثابت و یا دارای تغییرات کمی است. در روش ارائه شده که مبتنی بر الگوریتم پنجره زمانی است، همواره از  $N$  نمونه آخر حالت و خروجی، که  $N$  به صورت تقریبی انتخاب می شود، برای تخمین عیب استفاده می کند. با این توضیحات رابطه خروجی سیستم به صورت زیر نوشته می شود:

$$y(t-i) = \Delta(\hat{\gamma}(t)) C_y \hat{x}_p(t-i) + F_b \hat{b}(t-i), \quad i=0, \dots, N-1 \quad (32)$$

که این رابطه هم ارز با

$$y(t-i) - F_b \hat{b}(t-i) = X(t-i) \hat{\gamma}(t), \quad i=0, \dots, N-1 \quad (33)$$

است که در آن

$$X(t-i) := \text{diag}(C_y \hat{x}_p(t-i)) \quad (34)$$

است. بنابراین می توان مساله را به صورت رگرسیون زیر توصیف نمود:

$$Y_s(t) = \varphi_s(t) \gamma(t) \quad (35)$$

که در آن

$$Y_s(t) := \begin{bmatrix} y(t) - F_b \hat{b}(t) \\ \vdots \\ y(t-N+1) - F_b \hat{b}(t-N+1) \end{bmatrix} \quad (36)$$

مقادیر اندازه گیری شده و

$$\varphi_s(t) := \begin{bmatrix} X(t) \\ \vdots \\ X(t-N+1) \end{bmatrix} \quad (37)$$

تئوری (۱) فرض کنید ماتریس متقارن و مثبت معین  $\Upsilon$ ، ماتریس  $S$  و اعداد اسکالر و مثبت  $\lambda$  و  $\mu$  موجود باشند به نحوی که مساله بهینه سازی زیر دارای پاسخ باشد:

$$\min_{\Upsilon, S, \lambda, \mu} \psi_1 \lambda + \psi_2 \mu \quad (22)$$

Subject to

$$\begin{bmatrix} \Upsilon & \Upsilon N & \Upsilon F_p & \Upsilon F_w \\ * & \Upsilon - I - \lambda C^T C & 0 & 0 \\ * & * & \lambda I & 0 \\ * & * & 0 & \mu I \end{bmatrix} \geq 0$$

که در آن  $\psi_1, \psi_2 > 0$  فاکتورهای وزنی از پیش تعیین شده هستند. آن گاه محدود ماندن خطای حالت (۱۹) توسط بهره  $L = \Upsilon^{-1} S$  تضمین می شود.

#### اثبات:

تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(t) = e^T(t) \Upsilon e(t) \quad (23)$$

با در نظر گرفتن (۱۹) می توان نرخ تغییرات تابع لیپانوف (۲۳) را به صورت زیر بیان نمود:

$$\Delta(V(t)) = V(t+1) - V(t) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} &= e^T(t) (N^T Q N - \Upsilon) e(t) + \tilde{P}^T(t) (F_p^T \Upsilon F_p) w(t) \\ &+ 2e^T(t) (N^T \Upsilon F_p) \tilde{P}(t) + 2e^T(t) (N^T \Upsilon F_w) w(t) \\ &+ \tilde{P}^T(t) (F_p^T \Upsilon F_p) \tilde{P}(t) + w^T(t) (F_w^T \Upsilon F_w) w(t) \end{aligned}$$

پایداری رابطه (۱۹) به شرطی تضمین می شود که:

$$\Delta V(t) \leq -e^T(t) e(t) + \mu w^T(t) w(t) \quad (25)$$

برای هر  $\tilde{P}(t)$  و  $\tilde{q}(t)$  که در رابطه زیر صدق کند:

$$\|\tilde{P}(t)\|_2 \leq \|\tilde{q}(t)\|_2 \quad (26)$$

با در نظر گرفتن (۲۳)، می توان رابطه (۲۵) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} N^T \Upsilon N - \Upsilon + I & N^T \Upsilon F_p & N^T \Upsilon F_w \\ * & F_p^T \Upsilon F_p & F_p^T \Upsilon F_w \\ * & * & F_w^T \Upsilon F_w - \mu I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (27)$$

همچنین رابطه (۲۶) به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -C^T C & 0 & 0 \\ * & I & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{P}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (28)$$

اکنون با استفاده از روش  $S$ ، می توان ادعا کرد که نامساوی های بالا تنها در صورتی برقرار هستند که مقدار اسکالر  $\lambda$  موجود باشد به نحوی که:

لم ۱) سیستم توصیف شده در (۴۱) با نرخ تغذیه

$$\varepsilon_{\text{sup}} = \begin{bmatrix} y(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & A_p^T T_p^T Q T_p B_p & A_p^T T_p^T Q H_p \\ * & 0 & B_p^T T_p^T Q H_p \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix} \quad (42)$$

و تابع ذخیره  $X_p^T(t) Q X_p(t)$  اتلافی است اگر ماتریس مثبت معین و متقارن  $Q$  و ماتریس  $N_1$  موجود باشند به نحوی که

$$\begin{aligned} A_p^T T_p^T Q T_p A_p - Q &\leq 0 \\ B_p^T T_p^T Q T_p B_p &\leq 0 \\ H_p^T Q H_p &\leq 0 \\ L_p T_p A_p &= N_1 C_p \end{aligned} \quad (43)$$

که در آن  $L_p$  ماتریس پایین مثلثی است که از تجزیه چولسکی ماتریس  $Q$  محاسبه شده است.

اثبات: مراجعه شود به پیوست.

اکنون می توان توسط تئوری ارائه شده در پایین، عیب  $\sigma(t)$  را تخمین زد.

تئوری ۲) فرض کنید شرایط ارائه شده در رابطه (۴۳) از لم ۱ برقرار باشد. همچنین فرض کنید ماتریس  $N_2$  موجود باشد به نحوی که

$$Q = C_p^T N_2 C_p \quad (44)$$

آن گاه سیستم توصیف شده در (۴۱) به فرم رگرسیون زیر قابل توصیف است:

$$y_p(t) = \varphi_p(t) \sigma(t) \quad (45)$$

که در آن  $y_p(t)$  و  $\varphi_p(t)$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$y_p(t) := \begin{bmatrix} y^T(t) \\ N_2 - \left( (C_p T_p)^{\dagger} (I - C_p H_p) \right)^T T_p^T Q T_p \left( (C_p T_p)^{\dagger} (I - C_p H_p) \right) \\ - N_1 - H_p^T Q H_p - 2 \left( (C_p T_p)^{\dagger} (I - C_p H_p) \right)^T T_p^T L_p^T N_1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$y(t) = -y^T(t-1) N_1^T N_1 y(t-1) - 2y^T(t-1) N_1^T L_p H_p y(t)$$

$$\varphi_p(t) := \left( 2y^T(t-1) N_1^T L_p + 2y^T(t) H_p^T Q \right) T_p B_p$$

اثبات: مراجعه شود به پیوست.

اکنون می توان مشابه روش ارائه شده در قسمت قبل و با تعریف یک پنجره زمانی به طول  $N$  رگرسور (۴۵) را به صورت زیر نوشت:

$$Y_p(t) = \Phi_p(t) \sigma(t) \quad (47)$$

که در آن:

$$Y_p(t) := \begin{bmatrix} y_p(t-N+1) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{bmatrix}, \Phi_p(t) := \begin{bmatrix} \varphi_p(t-N+1) \\ \vdots \\ \varphi_p(t) \end{bmatrix} \quad (48)$$

بنابراین می توان متغیر  $\sigma(t)$  را توسط روش های متعدد از جمله حداقل میانگین مربعات خطای دسته ای تخمین زد. در این صورت:

رگرسورهای خطی هستند. آن گاه متغیر  $\hat{\gamma}$  را می توان با حل مساله بهینه سازی زیر تخمین زد:

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}(t) &:= \arg \min_{\gamma} \frac{1}{2} \| Y_s(t) - \varphi_s(t) \gamma \|^2 \\ &\text{subject to} \\ &\hat{\gamma} \in \Gamma \end{aligned} \quad (38)$$

نکته ۳) یک پارامتر طراحی بوده و بسته به نظر طراح دارد ولی انتخاب نامناسب آن می تواند در پاسخ ها تاثیر گذار باشد. انتخاب مقدار کوچک برای  $N$  موجب از دست رفتن بعضی از اطلاعات و انتخاب مقدار بزرگ برای آن موجب زیاد شدن زمان محاسبات برخط می شود. یک بازه پیشنهاد شده در [۱۱] بازه  $2n_u \leq N \leq 4n_u$  است.

### ۳-۴- تخمین عیب فقدان کارایی عملگر

روش ارائه شده در این تحقیق جهت تخمین عیب عملگر مبتنی بر تئوری اتلافی بودن است. در این روش، که به تفصیل در [۱۲] توضیح داده شده است، عیوب عملگر با به کارگیری داده های ورودی و خروجی سیستم انجام می پذیرد. به همین منظور ابتدا بایستی اثر ورودی های نامعلوم ( $P(t)$  و  $\Delta b(t)$ ) از معادله فضای حالت سیستم حذف شوند. بنابراین می توان در قدم اول و به منظور حذف اثر  $P(t)$  از خروجی معادله فضای حالت، با تعریف حالت مجازی

$$\begin{aligned} X_p(t) &:= \begin{bmatrix} x(t) & P(t) \end{bmatrix} \\ X_p(t+1) &= A_p X_p(t) + B_p \sigma(t) \\ &\quad + E_p d(t) \\ y(t) &= C_p X_p(t) \end{aligned} \quad (39)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} A_p &:= \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, B_p := \begin{bmatrix} \bar{B}_u \\ 0 \end{bmatrix}, E_p := \begin{bmatrix} \bar{F} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \\ C_p &:= \begin{bmatrix} \bar{C} & I \end{bmatrix}, d(t) := \begin{bmatrix} \Delta b(t) & \Delta P(t) \end{bmatrix} \\ \Delta P(t) &:= P(t+1) - P(t) \end{aligned} \quad (40)$$

در مرحله بعد و به منظور حذف اثرات ناشی از  $d(t)$  در معادلات توصیف کننده سیستم، می توان با تعریف  $H_p = E_p (C_p E_p)^{\dagger}$  و  $T_p = I - H_p C_p$ ،  $\text{rank}(C_p E_p) = \text{rank}(E_p)$ ، مشروط به این که رابطه (۳۹) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} X_p(t+1) &= T_p A_p X_p(t) + T_p B_p \sigma(t) \\ &\quad + T_p E_p d(t) + H_p y(t+1) \\ y(t) &= C_p X_p(t) \end{aligned} \quad (42)$$

توجه به این نکته ضروری است که، همانند بخش قبل، شرط  $\text{rank}(C_p E_p) = \text{rank}(E_p)$  به همراه تعریف ماتریس های  $H_p$  و  $T_p$  تضمین می کند  $T_p E_p = 0$ . به منظور تخمین  $\sigma(t)$  بایستی در مرحله اول اتلافی بودن معادله فضای حالت توصیف شده در بالا اثبات شود. لذا لم زیر ارائه می شود:

۷- محاسبه  $\hat{\gamma}(t)$  طبق رابطه ارائه شده در (۳۸)

۸- تخمین خروجی واقعی طبق رابطه  $\hat{y}(t) = C_y \hat{x}_p(t)$

۹- تخمین خروجی مجازی (خروجی مصالحه شده بین سنسورها) طبق رابطه  $\hat{z}(t) = H_z \hat{y}(t)$  و بازگشت آن به ورودی

۱۰- محاسبه سیگنال کنترلی  $v(t)$  توسط کنترل کننده تناسبی-انتگرالی

۱۱- حل مساله جایابی سیگنال کنترلی طبق روابط زیر به منظور محاسبه سیگنال کنترلی مناسب

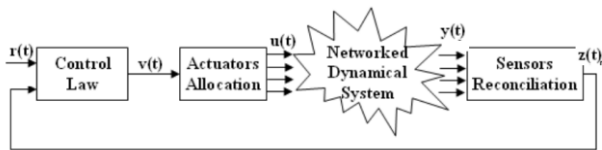
$$u(t) := \arg \min_{s, u} \|s\|_{Q_s}^2 + \|u\|_{Q_u}^2$$

$$B_y v(t) = BU(u(t)) \hat{\sigma}(t) + s, u \in \Omega$$

که در آن  $s \in R^n$  بردار اضافی پیریتی و  $Q_s = Q_s^T > 0$  و  $Q_u = Q_u^T > 0$  ماتریس‌های وزنی ثابت هستند.

۱۲-  $t = t + 1$

۱۳- بازگشت به مرحله ۱



شکل ۲) بلوک جایابی سیگنال کنترلی به همراه واحد مصالحه بین سنسور [۱۱]

### ۶- شبیه‌سازی عددی

به منظور بررسی توانایی روش ارائه شده در کنترل و تخمین عیوب، سیستم خطی گسسته در زمان زیر مورد بررسی قرار گرفته است:

$$x_p(t+1) = Ax_p(t) + B \Lambda(\sigma(t)) u(t) \quad (50)$$

$$y(t) = \Delta(\gamma(t)) C_y x_p(t) + Fb(t)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0.098806 & 0.0096049 \\ -0.0032754 & 0.093033 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.013 & 0.013 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0.135 \end{bmatrix}, C_y = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \\ 15 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}(t) = \left( \Phi_p^T(t) \Phi_p(t) \right)^{-1} \Phi_p^T(t) Y_p(t) \quad (49)$$

### ۵- الگوریتم جایابی سیگنال کنترلی-مصالحه بین سنسورها

در این بخش روش کنترلی ارائه شده به صورت یک الگوریتم توضیح داده می‌شود. توجه به این نکته ضروری است که به منظور کنترل سیستم، کنترل کننده تناسبی-انتگرالی به همراه الگوریتم جایابی سیگنال کنترلی مورد استفاده قرار گرفته است. این الگوریتم روشی است که به منظور کنترل سیستم‌های با افزونگی عملگر در معرض عیب مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش ابتدا بردار کنترلی مطلوب با طول حداقل توسط کنترل کننده (بدون تغییر ساختار کنترلی کننده) فراهم می‌شود. سپس واحد جایابی سیگنال کنترلی، جهت و مقدار بردار کنترلی اعمالی به عملگر را به نحوی تنظیم می‌کند که ضمن رعایت قیود، بردار کنترلی اعمال شده به عملگر هم‌ارز با بردار کنترلی مطلوب تولید شده توسط کنترل کننده باشد (شکل ۲).

#### الگوریتم جایابی سیگنال کنترلی - مصالحه بین سنسورها

مقداردهی اولیه:

۱- محاسبه  $L$  مطابق تئوری ۱

۲- انتخاب مناسب  $N$  برای تخمین پارامتر

۳- مقداردهی اولیه

$$\Lambda(\hat{\sigma}(t)) = I_{n_s}, \Delta(\hat{\lambda}(t)) = I_m, \hat{b}(t) = 0, t=0, \dots, N-1$$

۴- ذخیره  $L$  و  $\Lambda(\hat{\sigma}(t)) = I_{n_s}, \Delta(\hat{\lambda}(t)) = I_m, \hat{b}(t) = 0$  برای  $t=0, \dots, N-1$

محاسبات برخط ( $t \geq N$ ):

۱- دریافت  $y(t)$  از سنسورها

۲- محاسبه  $T_p = I - H_p C_p$  و  $H_p = E_p (C_p E_p)^{\dagger}$

۳- محاسبه  $Q, N_1, N_2$  و  $L_p$  طبق شرایط توصیف شده در لم ۱ و تئوری ۲

۴- محاسبه  $\hat{\sigma}(t)$  طبق رابطه ارائه شده در (۴۹)

۵- محاسبه  $T = I - H\bar{C}$  و  $H = \bar{B}_u (\bar{C}\bar{B}_u)^{\dagger}$

۶- تخمین حالت‌های سیستم و عیب ناشی از بایاس در سنسورها ( $b(t)$ ) مطابق رویه‌گر ارائه شده در (۱۸)

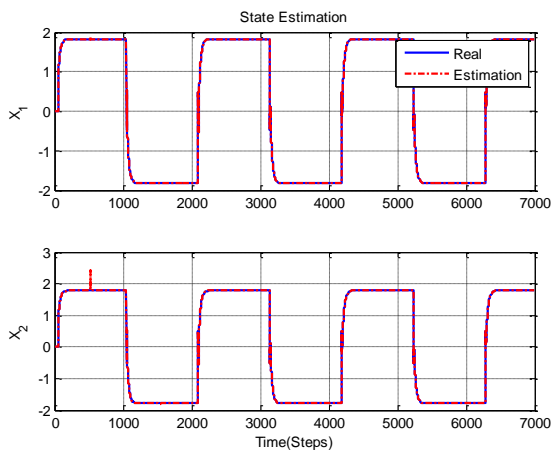
$$A_p = \begin{bmatrix} 0.098806 & 0.0096049 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0032754 & 0.093033 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_p = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 15 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0.013u_1(t) & 0.013u_2(t) & 0.001u_3(t) \\ 0 & 0 & 0.135u_3(t) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

و تعریف  $T_p = I - H_p C_p$  و  $H_p = E_p (C_p E_p)^{\dagger}$  می توان شرایط اتلافی بودن را توسط رابطه (۴۳) لم ۱ بررسی نمود. در نهایت بابه کارگیری رابطه (۴۹) عیب ضرب شونده عملگر تخمین زده می شود که در آن  $y_p(t)$  و  $\varphi_p(t)$  طبق رابطه (۴۶) از تئوری (۲) قابل محاسبه هستند.

نتایج در شکل های ۳ الی ۱۱ نشان داده شده اند. شکل (۳) بیان گر حالت های تخمین زده شده است. همچنین خطای تخمین حالت در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۳ تخمین حالت های سیستم

در شکل های (۶) و (۷) نتایج ناشی از تخمین عیوب عملگر و خطای تخمین با استفاده از رابطه تعادلی انرژی نشان داده شده اند. همچنین شکل های (۸) و (۹) نشان دهنده نتایج ناشی از روش استفاده شده برای تخمین عیب ضرب شونده (فقدان کارایی) سنسور می باشد. همچنین در شکل (۱۰) عیب ناشی از بایاس در سنسور و تخمین آن مقایسه شده اند. در نهایت با انتخاب مناسب پارامترهای کنترل کننده انتگرالی-تناسبی و توزیع مناسب سیگنال های کنترلی خروجی سیستم

همچنین فرض بر این است که  $0 < \gamma(t) \leq 1, 0 < \sigma(t) \leq 1$ . هدف محاسبه خروجی مجازی  $z(t)$  با در نظر گرفتن  $H_z = [0.5 \ 0.5 \ 0]$  و سپس طراحی سیگنال کنترلی مناسب است. به این منظور ابتدا رابطه (۵۰) به صورت رابطه توصیف شده در (۱۱) بازنویسی می شود. سپس با اضافه و کم کردن عبارت  $C_y x_p(t)$  به خروجی رابطه (۱۱)، به صورت خطی-کسری در رابطه (۱۱) نتیجه می شود. اکنون با تعریف حالت مجازی  $x(t) := [x_p(t) \ b(t)]^T$  می توان مدل فضای حالت سیستم را به صورت (۱۲) توصیف نمود که در آن

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.098806 & 0.0096049 & 0 \\ -0.0032754 & 0.093033 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \bar{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

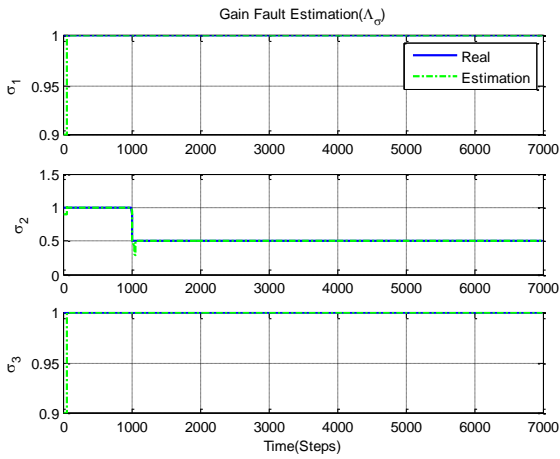
$$\bar{B}_u = \begin{bmatrix} 0.013u_1(t) & 0.013u_2(t) & 0.001u_3(t) \\ 0 & 0 & 0.135u_3(t) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 15 & 1 & 1 \end{bmatrix}, C_q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 15 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

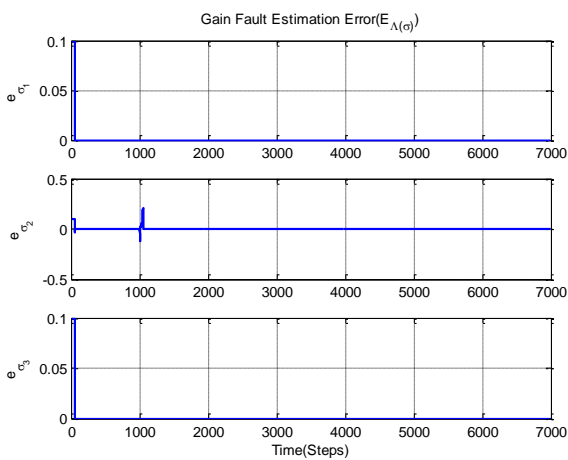
حال با تعریف  $H = \bar{B}_u (\bar{C} \bar{B}_u)^{\dagger}$  و  $T = I - H \bar{C}$  و سپس بازنویسی سیستم به صورت (۱۵)، می توان روی تگر (۱۸) را تعریف نمود. اکنون با محاسبه بهره روی تگر توسط (۲۲)، همگرایی خطای تخمین در (۱۹) تضمین می شود. با استفاده از نتایج به دست آمده در روی تگر و تعریف  $Y_s(t)$  و  $\varphi_s(t)$  به صورت روابط (۳۶) و (۳۷)، می توان عیب ضرب شونده سنسورها را توسط رابطه (۳۸) تخمین زد.

از طرف دیگر با تعریف حالت مجازی  $X_p(t) := [x(t) \ P(t)]$  و بازتعریف رابطه (۱۴) به صورت (۳۹) به گونه ای که:

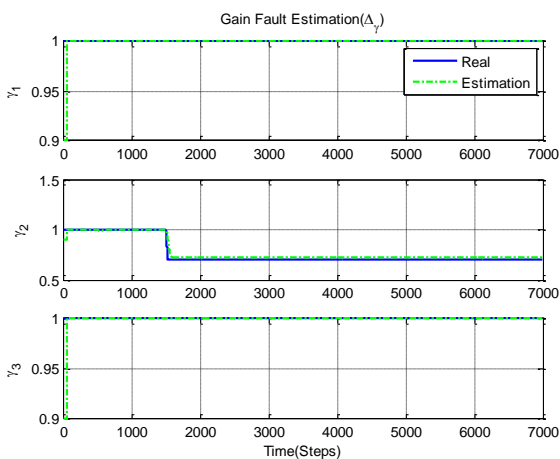




شکل ۶ تخمین عیب ناشی از فقدان کارایی عملگر

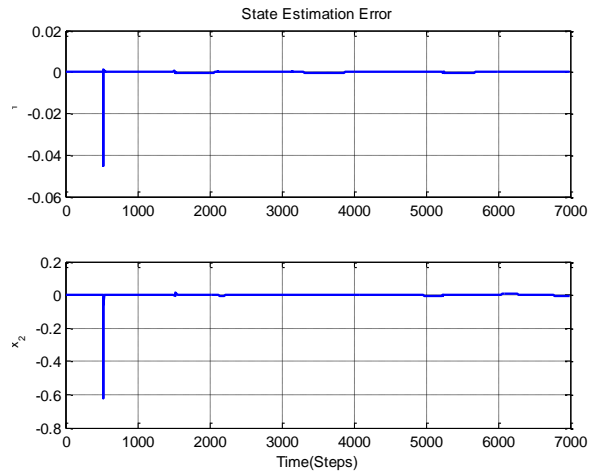


شکل ۷ خطای تخمین عیب ناشی از فقدان کارایی عملگر

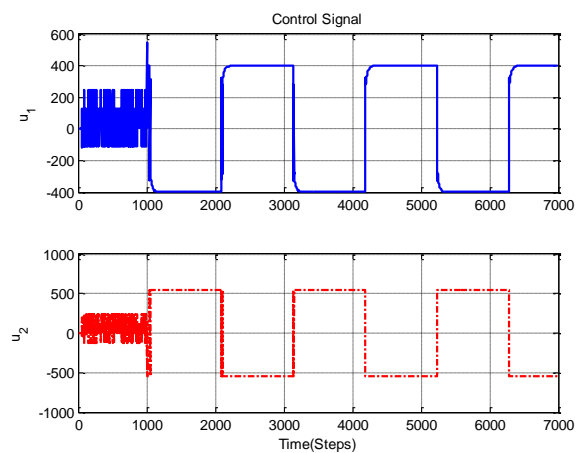


شکل ۸ تخمین عیب ناشی از فقدان کارایی سنسور

به صورت ردیابی تنظیم شده است. سیگنال کنترلی و خروجی ردیابی در شکل های (۵) و (۱۱) نشان داده شده اند. توجه به این نکته ضروری است که در شکل (۱۱) خطوط قرمز مربوط به خروجی مصالحه شده ناشی از بازسازی به صورت  $H_z C_y \hat{x}_p(t)$  و خطوط سبز مربوط به خروجی مصالحه شده به صورت واقعی و به شکل  $H_z C_y y(t)$  است. این شکل نشان می دهد استفاده از روش تخمین عیب جهت بازسازی خروجی به همراه روش مصالحه بین سنسور منجر به پاسخ قابل قبول در خروجی خواهد شد.



شکل ۴ خطای تخمین حالت های سیستم



شکل ۵ سیگنال کنترلی

همچنین با ترکیب رویت گر ورودی نامعلوم با روش تخمین پارامتر عیوب سنسور و حالت‌های سیستم تخمین زده شده‌اند. در نهایت با پیشنهاد یک ماتریس مناسب بین سنسورها مصالحه صورت گرفته و نیز با به‌کارگیری روش جایابی سیگنال کنترلی، به‌جای تغییر ساختار کنترل کننده، ساختار سیگنال کنترلی تغییر پیدا کرده است.

### سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله از هم‌فکری اعضای هیئت تحریریه مجله علمی-پژوهشی مهندسی برق دانشگاه تبریز کمال سپاسگزاری را دارند.

### پیوست‌ها

#### اثبات لم ۱:

برای ساخت رابطه تعادلی انرژی (۱۲)، تابع ذخیره زیر را در نظر بگیرید:

$$V(X_p(t)) = X_p^T(t) Q X_p(t) \quad (54)$$

با توجه به این‌که:

$$V(X_p(t+1)) = X_p^T(t+1) Q X_p(t+1) \quad (55)$$

و با در نظر گرفتن رابطه (۴۱) می‌توان رابطه (۵۵) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

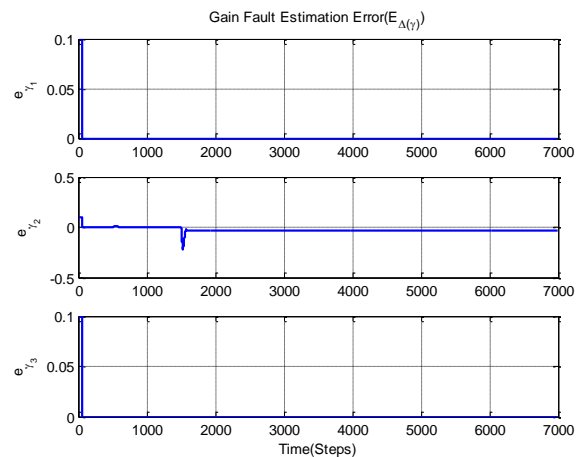
$$\begin{aligned} V(X_p(t+1)) = & X_p^T(t) A_p^T T_p^T Q T_p A_p X_p(t) + 2X_p^T(t) A_p^T T_p^T Q T_p B_p \sigma(t) \\ & + 2X_p^T(t) A_p^T T_p^T Q H_p y(t+1) + \sigma^T(t) B_p^T T_p^T Q T_p B_p \sigma(t) \\ & + 2\sigma^T(t) B_p^T T_p^T Q H_p y(t+1) + y^T(t+1) H_p^T Q H_p y(t+1) \end{aligned} \quad (56)$$

با در نظر گرفتن روابط (۵۴) و (۵۶) و با تعریف نرخ تغییرات تابع ذخیره را به صورت زیر نوشت:

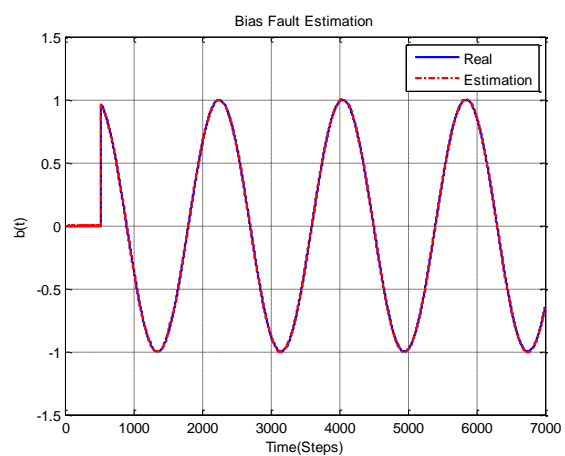
$$\begin{aligned} \Delta V(X_p(t)) = & \begin{bmatrix} X_p(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix}^T \\ & \begin{bmatrix} A_p^T T_p^T Q T_p A_p - Q & A_p^T T_p^T Q T_p B_p & A_p^T T_p^T Q H_p \\ * & B_p^T T_p^T Q T_p B_p & B_p^T T_p^T Q H_p \\ * & * & H_p^T Q H_p \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} X_p(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (57)$$

اکنون با توجه به این‌که ماتریس  $Q$  یک ماتریس متقارن و مثبت معین است، می‌توان با به‌کارگیری روش تجزیه چولسکی، ماتریس  $Q$  را به صورت ضرب دو ماتریس پایین مثلثی  $L_p$  تجزیه نمود به نحوی که:

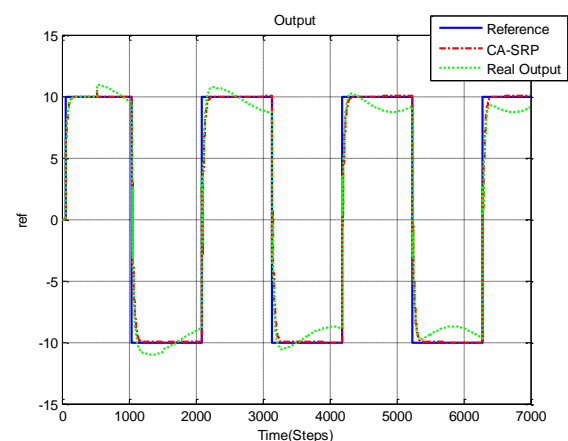
$$Q = L_p L_p^T \quad (58)$$



شکل ۹) خطای تخمین عیب ناشی از فقدان کارایی سنسور



شکل ۱۰) تخمین عیب ناشی از آفست در سنسور



شکل ۱۱) خروجی کنترل شده

### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی نوین جهت کنترل سیستم‌های خطی گسسته در زمان که در معرض عیوب ناشی از فقدان کارایی عملگر و سنسور و نیز عیب ناشی از بایاس هستند، ارائه شد. در روش مذکور عیب عملگر با به‌کارگیری روش مبتنی بر تئوری اتلافی بودن تخمین زده می‌شود.

### اثبات تئوری (۲)

با در نظر گرفتن  $L_p$  و با فرض این که ماتریس  $N_1$  موجود باشد به نحوی که:

$$L_p T_p A_p = N_1 C_p \quad (۵۹)$$

آن گاه رابطه (۵۷) معادل رابطه زیر است:

$$\Delta V(X(t)) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & A_p^T T_p^T Q T_p B_p & A_p^T T_p^T Q H_p \\ * & 0 & B_p^T T_p^T Q H_p \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_p(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_p^T T_p^T Q T_p A_p - Q & 0 & 0 \\ * & B_p^T T_p^T Q T_p B_p & 0 \\ * & * & H_p^T Q H_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix} \quad (۶۰)$$

رابطه (۶۰) را می توان به صورت زیر توسط رابطه تعادلی انرژی توصیف شده در (۱۰) و به صورت زیر بیان نمود:

$$\Delta V(X_p(t)) = S(U_d(t), y(t)) + d_p(t) \quad (۶۱)$$

که در آن:

$$S(U_d(t), y(t)) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & A_p^T T_p^T Q T_p B_p & A_p^T T_p^T Q H_p \\ * & 0 & B_p^T T_p^T Q H_p \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix} + d_p(t) = \begin{bmatrix} X_p(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_p^T T_p^T Q T_p A_p - Q & 0 & 0 \\ * & B_p^T T_p^T Q T_p B_p & 0 \\ * & * & H_p^T Q H_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p(t) \\ \sigma(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix} \quad (۶۲)$$

آن گاه سیستم توصیف شده در (۴۱) اتلافی است اگر

$$\Delta(V(X_p(t))) - S(U_d(t), y(t)) \leq 0$$

$$\begin{bmatrix} A_p^T T_p^T Q T_p A_p - Q & 0 & 0 \\ * & B_p^T T_p^T Q T_p B_p & 0 \\ * & * & H_p^T Q H_p \end{bmatrix} \leq 0 \quad (۶۳)$$

است که هم ارز با رابطه (۴۳) می باشد.

### مراجع

[1] T. A. Johansen, T. I. Fossen, P. Tøndel, Efficient, "optimal constrained control allocation via multi-parametric programming", Journal of guidance, control, and dynamics, vol. 28, no. 3, pp. 506-515, 2005.

[۲] مرتضی خرم کشکولی، مریم دهقانی «تشخیص، شناسایی و جداسازی عیب توربین گاز پالایشگاه دوم پارس جنوبی با استفاده از روش های ترکیبی داده کاوی، k-means، تحلیل مؤلفه های اصلی (PCA) و ماشین بردار پشتیبان (SVM)» مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، شماره ۲، جلد ۴۷، تابستان ۹۶

- Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on, Vol. 2, IEEE, pp. 1295–1300, 2002.
- [9] M. W. Oppenheimer, D. B. Doman, M. A. Bolender, "Control allocation for over-actuated systems", in: Control and Automation, 2006. MED'06. 14th Mediterranean Conference on, IEEE, pp. 1–6, 2006.
- [10] J. B. Davidson, F. J. Lallman, W. T. Bundick, "Real-time adaptive control allocation applied to a high performance aircraft", 5th SIAM conference on control and its application, 2001.
- [11] A. Casavola, E. Garone, "Fault-tolerant adaptive control allocation schemes for overactuated systems", International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 20, no.17, pp. 1958–1980, 2010.
- [12] H. Behzad, M. A. Sadrnia, A. Ramezani, "A. Darabi, Actuator multiplicative fault estimation in discrete-time systems using energetic based approach", The Modares Journal of Electrical Engineering, 2018.
- [13] Y. Guan, M. Saif, "A novel approach to the design of unknown input observers", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, no.5, pp. 632–635, 1991.
- [۳] مینا سلیم، محمدجواد خسروجردی «طراحی تخمین گر عیب با استفاده از تکنیک  $H^\infty$  مبتنی بر داده» مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، شماره ۴، جلد ۴۶، زمستان ۹۵.
- [4] H. Behzad, A. Casavola, F. Tedesco, M. A. Sadrnia, "A fault-tolerant sensor reconciliation scheme based on lpv unknown input observers", Decision and Control (CDC), 2016 IEEE 55th Conference on, IEEE, pp. 2158–2163, 2016.
- [5] J. Lunze, J. H. Richter, "Reconfigurable fault-tolerant control: a tutorial introduction", European journal of control, vol. 14 , no.5, pp. 359–386, 2008.
- [6] T. Steffen, "Control reconfiguration of dynamical systems: linear approaches and structural tests", Springer Science & Business Media, Vol. 320, 2005.
- [7] J.-C. Ponsart, D. Theilliol, C. Aubrun, "Virtual sensors design for active fault tolerant control system applied to a winding machine", Control Engineering Practice, vol.18 , no.9, pp. 1037–1044, 2010.
- [8] O. Harkegard, "Efficient active set algorithms for solving constrained least squares problems in aircraft control allocation",