

استفاده از تئوری اتلافی بودن جهت تخمین عیوب عمل گر به همراه اغتشاش و عدم قطعیت ضرب شونده

حمید بهزاد^۱، محمد علی صدرنیا^۲، امین رضانی^۳ و احمد دارابی^۴
دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی شاهرود، hamidbehzad@gmail.com
عضو هیئت علمی، دانشگاه صنعتی شاهرود، masadrnia@yahoo.com
عضو هیئت علمی، دانشگاه تربیت مدرس، ramezani@modares.ac.ir
عضو هیئت علمی، دانشگاه صنعتی شاهرود، darabi_ahmad@hotmail.com

چکیده - در این مقاله، روشی نوین جهت تخمین عیوب عملگر به همراه عدم قطعیت و اغتشاش ارائه شده است. ابتدا با به کارگیری توصیف خطی کسری، اثر عدم قطعیت مدل سازی به صورت جمع شونده تبدیل شده است. سپس به منظور حذف اثرات ناشی از ورودی های نامعلوم از معادله توصیفی سیستم، ساختار رایج در رویت گر های ورودی نامعلوم مورد استفاده قرار گرفته است. در مرحله بعد با پیشنهاد روشی نوین برای محاسبه انرژی عیب عملگر بر اساس ورودی و خروجی های سیستم، عیب مربوطه با استفاده از انرژی محاسبه شده و به صورت برخط تخمین زده می شود. در نهایت با استفاده از عیب تخمین زده شده، ساختار رویت گر ورودی نامعلوم اصلاح و سپس با محاسبه گین رویت گر حالت ها و ورودی های نامعلوم تخمین زده می شوند به گونه ای که نسبت به خطای تخمین عیب مقاوم باشد. کلید واژه- انرژی، عیب عملگر، عدم قطعیت مدل سازی، نامساوی خطی ماتریسی، توصیف کسری خطی

۱- مقدمه

عدم قطعیت و اغتشاش ارائه شده است. به همین منظور با به کارگیری تبدیل خطی کسری، اثر عدم قطعیت از حالت ضرب شونده به صورت جمع شونده تبدیل شده است. سپس با به کارگیری ساختار مورد استفاده در رویت گرهای ورودی نامعلوم، اثرات ورودی نامعلوم شامل اغتشاش و عدم قطعیت، از معادله فضای حالت توصیف کننده سیستم حذف شده است. بعد از آن با اصلاح رابطه انرژی بیان شده در [۶]، انرژی عیب به صورت تابعی از انرژی تغذیه، انرژی ذخیره شده و انرژی تلف شده در نظر گرفته شده است. در مرحله بعد عیب عملگر به صورت برخط از روی انرژی آن تخمین زده شده است. در نهایت با به کارگیری همزمان این تخمین زن بارویت گر ورودی نامعلوم، حالت ها و ورودی های نامعلوم نیز تخمین زده شده اند. در این تحقیق عیوب سیستم با استفاده از انرژی آن تخمین زده می شود. بازسازی رابطه اتلافی بودن (رابطه انرژی) با استفاده از داده های ورودی و خروجی، یکی از ویژگی های اصلی این تحقیق است. روش توصیف شده در این مقاله مبتنی بر رویکرد ارائه شده در [۶] می باشد. ویژگی متمایز این تحقیق در مقایسه با [۶]، این است که علاوه بر تشخیص، تخمین عیب نیز مورد توجه قرار گرفته است. همچنین در این گزارش امکان جداسازی عیب از عدم قطعیت مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با توجه به این که روش ارائه شده مبتنی بر تابع لیاپانوف است، لذا

تئوری اتلافی بودن یکی از مفاهیم پایه در مطالعه رفتار سیستم های دینامیکی است [۱]. اتلافی بودن یک مفهوم تئوری برای تحلیل سیستم های فیزیکی می باشد. کاربردهای زیادی از این تئوری در حوزه سیستم های الکتریکی، مکانیکی، شیمیایی و مخابراتی گزارش شده است [۲]. ایده استفاده از تئوری اتلافی بودن به منظور تشخیص عیب اولین بار توسط [۳ و ۴] مطرح گردید. بعد از آن [۵] با تعمیم این روش به روش مبتنی بر انرژی، نشان داد که انرژی ذخیره شده در سیستم های اتلافی نمی تواند از انرژی تغذیه بیشتر باشد. بنابراین نتیجه گرفته است که هرگاه این نامساوی نقض شود به معنای رخداد عیب در سیستم است. بعد از آن [۶] با اضافه کردن عبارت انرژی تلف شده، این نامساوی را به صورت یک تساوی بیان کرد. ایده مطرح شده در [۶] این بود که در سیستم های اتلافی، مجموع انرژی ذخیره شده و تلف شده بایستی برابر با انرژی تغذیه سیستم باشد. پس هرگاه این تساوی نقض شود به معنای رخداد عیب است. سپس بر اساس این ایده، روش تشخیص عیبی ارائه شده است.

در این مقاله روشی نوین برای تخمین عیوب عملگر به همراه

قبل از توضیح در مورد روش ارائه شده، توجه به تعاریف و فرضیات زیر ضروری می‌باشد.

تعریف ۱: سیستم توصیف شده در (۱) را بدون عیب، عدم قطعیت و اغتشاش در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن S_{uv} به عنوان نرخ تغذیه، این سیستم اتلافی نامیده می‌شود اگر تابع ذخیره $V(x) = x'(t)Qx(t)$ و ورودی $u(t)$ موجود باشند به گونه‌ای که نامساوی

$$\partial_x V(x)\dot{x}(t) \leq S(u, y)$$

برای همه سیگنال‌های (x, u, y) برقرار باشد.

فرض ۱: فرض می‌شود عدم قطعیت عضو مجموعه فشرده $F_\Delta \in R^n$ بوده و در همه زمان‌ها محدود هستند.

۲-۱- تخمین عیب مبتنی بر تئوری انرژی

سیستم توصیف شده در معادله فضای حالت (۵) را در نظر بگیرید. با در نظر گرفتن تبدیل کسری خطی ارائه شده در [۸]، می‌توان این رابطه را به صورت زیر توصیف نمود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) + Bf(t) + G_1 P(t) \quad (۸)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$q(t) = G_2 x(t)$$

$$P(t) = \Delta(t)q(t), \quad \|\Delta(t)\|_2 \leq 1$$

که با تعریف

$$E := [E_d \quad G_1] \quad w(t) := [d(t) \quad P(t)]$$

به صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ew(t) + Bf(t) \quad (۹)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$q(t) = G_2 x(t)$$

$$P(t) = \Delta(t)q(t), \quad \|\Delta(t)\|_2 \leq 1$$

اکنون با تعریف ماتریس‌های $H := E(CE)^\dagger$ و $T := I - HC$ می‌توان رابطه (۹) را به صورت ساختار رایج در طراحی رویترهای ورودی نامعلوم توصیف نمود.

$$\dot{x}(t) = TAx(t) + TBU(t) + TEw(t) + TBf(t) + Hy(t) \quad (۱۰)$$

در [۹] نشان داده شده است که رابطه (۱۰) هم ارز با رابطه (۹) می‌باشد. همچنین در صورت برقراری شرط

$$\text{rank}(CE) = \text{rank}(E) \quad (۱۱)$$

مقدار TE در رابطه (۱۰) برابر صفر خواهد بود.

به منظور استفاده از تئوری پسیو بودن برای تخمین عیب $f(t)$ در سیستم (۱۰)، بایستی شرایط پسیو بودن آن بررسی شود. بدین منظور، سیستم توصیف شده در (۱۰)، به صورت یک سیستم با سه ورودی در نظر گرفته می‌شود که ورودی‌های آن

قابلیت گسترش به سیستم‌های غیر خطی و سیستم‌های خطی متغیر با پارامتر را دارد. ویژگی‌های روش ارائه شده به همراه یک مثال کاربردی در ادامه نشان داده شده است.

۲- بیان مساله

در معادله دینامیکی فضای حالت پیوسته در زمان زیر را در نظر بگیرید.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + B(u(t) + f(t)) + E_d d(t) \quad (۱)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (۲)$$

که در آن $x(t) \in R^n$ بردار حالت سیستم می‌باشد که تحت تاثیر عدم قطعیت $\Delta A \in R^{n \times n}$ و ورودی $u(t) \in R^{n_u}$ می‌باشد. همچنین $y(t) \in R^m$ بیان گر خروجی‌های سیستم بوده و $d(t) \in R^{n_d}$ و $f(t) \in R^{n_u}$ به ترتیب می‌توانند اغتشاش و عیب عملگر باشند.

از میان روش‌های متعدد برای مدل سازی عدم قطعیت، در این تحقیق با الگو برداری از [۷]، ساختار نرم محدود زیر برای عدم قطعیت در نظر گرفته شده است.

$$\Delta A = G_1 \Delta(t) G_2 \quad (۳)$$

که در آن G_1 و G_2 ماتریس‌های معلوم با ابعاد متناسب و ماتریسی نامعلوم ولی با نرم محدود می‌باشد. بدین صورت که

$$\|\Delta(t)\|_2 \leq 1 \quad (۴)$$

بنابراین رابطه (۱) به صورت زیر قابل بازنویسی می‌باشد.

$$\dot{x}(t) = (A + G_1 \Delta(t) G_2)x(t) + Bu(t) + E_d d(t) + Bf(t) \quad (۵)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (۶)$$

هدف از این تحقیق ارائه روشی نوین برای تخمین عیب عملگر $f(t)$ می‌باشد. برای این منظور، ابتدا با استفاده از تبدیل کسری خطی ارائه شده در [۸] اثر عدم قطعیت به صورت یک عبارت جمع شونده تبدیل شده است. سپس با در نظر گرفتن اغتشاش و اثر عدم قطعیت به صورت ورودی نامعلوم و استفاده از ساختار رایج در رویترهای ورودی نامعلوم [۹]، اثر آن از معادله فضای حالت توصیف کننده سیستم حذف شده است. بعد از آن با پیشنهاد رابطه زیر برای انرژی سیستم

$$\varepsilon_{sup} = \varepsilon_{stor} + \varepsilon_{diss} + \varepsilon_{fault} \quad (۷)$$

انرژی عیب عملگر محاسبه و در نهایت با طراحی رویتر ورودی نامعلوم، اثر حالتها و ورودی‌های نامعلوم سیستم تخمین زده شده است. با توجه به تخمین عیوب و ورودی‌های نامعلوم، می‌توان به سادگی اثر آن‌ها را در خروجی اصلاح و یک کنترل کننده تحمل پذیر عیب طراحی نمود.

$$S(U(t), y(t)) = \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & N_1 CTB & N_1 CTB & N_1 CH \\ (CTB)' N_1 & 0 & 0 & 0 \\ (CTB)' N_1 & 0 & 0 & 0 \\ (CH)' N_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$d(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'TQ + QTA & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

و بنابراین با توجه به رابطه اخیر، سیستم توصیف شده در (۱۰) اتلافی است اگر $\dot{V}(x(t)) - S(U(t), y(t)) < 0$ باشد. این شرایط زمانی برقرار می شود که بتوان ماتریس M یافت به نحوی که:

$$A'TQ + QTA = -MM' \quad (24)$$

با توجه به توصیف ارائه شده در (۱۰) و با فرض برقراری شرط (۱۴) و (۱۵)، می توان با به کارگیری تئوری پسیو بودن، عیوب سیستم را تخمین زد. به همین منظور تئوری زیر ارائه می شود. **تئوری ۱:** با فرض برقراری شروط (۱۴) و (۱۵)، می توان عیب عملگر ($f(t)$) را در هر لحظه از زمان با استفاده از ورودی و خروجی های سیستم و با استفاده از کمینه کردن رابطه زیر محاسبه نمود:

$$\hat{f}(t) = \underset{\theta(t)}{\operatorname{argmin}} (Y(t) - \varphi(t)\theta(t)) \quad (25)$$

اگر ماتریس N_2 وجود داشته باشد به نحوی که

$$(TA)'Q + Q(TA) = CN_2C \quad (26)$$

که در آن

$$Y(t) := \dot{y}'(t)N_1y(t) + y'(t)N_1\dot{y}(t) - y'(t)N_2y(t) - 2y'(t)N_1C(TB)u(t) - 2y'(t)N_1CH\dot{y}(t) \quad (27)$$

$$\varphi(t) := 2y'(t)N_1C(TB) \quad (28)$$

اثبات: با فرض برقراری رابطه (۱۵)، می توان نرخ تابع ذخیره ارائه شده در (۱۸) را به صورت زیر مرتب نمود:

$$\dot{y}'(t)N_1y(t) + y'(t)N_1\dot{y}(t) = \quad (29)$$

$$x'(t) \left((TA)'Q + Q(TA) \right) x(t) + 2y'(t)N_1C(TB)u(t) + 2y'(t)N_1CH\dot{y}(t)$$

با فرض وجود ماتریس N_2 به گونه ای که

$$(TA)'Q + Q(TA) = CN_2C \quad (30)$$

رابطه (۲۹) به صورت زیر توصیف می شود:

$$\dot{y}'(t)N_1y(t) + y'(t)N_1\dot{y}(t) = y'(t)N_2y(t) + 2y'(t)N_1C(TB)u(t) + 2y'(t)N_1CH\dot{y}(t) \quad (31)$$

با تعریف

$u(t)$ ، $f(t)$ و $\dot{y}(t)$ هستند. بنابراین می توان رابطه پسیویی پیشنهاد شده در (۷) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V}(x(t)) = S(U(t), y(t)) + d(t) \quad (12)$$

$$U(t) = (u(t), f(t), \dot{y}(t)) \quad (13)$$

که در آن $S(U(t), y(t))$ نرخ تابع تغذیه، $\dot{V}(x(t))$ نرخ تابع ذخیره و $d(t)$ نرخ تابع اتلاف است. لم زیر شرایط لازم برای پسیو بودن سیستم (۱۰) را بیان می کند.

لم ۱: سیستم در نظر گرفته شده در (۱۰) پسیو نامیده می شود اگر ماتریس متقارن مثبت معین Q و ماتریس های M و N_1 موجود باشند به نحوی که

$$A'TQ + QTA = -MM' \quad (14)$$

$$Q = CN_1C \quad (15)$$

اثبات: تابع ذخیره زیر را برای سیستم (۱۰) در نظر بگیرید:

$$V(x(t)) = x'(t)Qx(t) \quad (16)$$

با در نظر گرفتن مشتق این تابع، نرخ تابع ذخیره به صورت زیر ظاهر می شود:

$$\dot{V}(x(t)) = x'(t)Q\dot{x}(t) + \dot{x}'(t)Qx(t) \quad (17)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۱۰)، توصیف زیر را از رابطه (۱۷) خواهیم داشت:

$$\dot{V}(x(t)) = (TAx(t) + TBu(t) + TBf(t) + Hy(t))'Qx(t) + x'(t)Q(TAx(t) + TBu(t) + TBf(t) + Hy(t)) \quad (18)$$

که می توان آن را به صورت زیر مرتب نمود:

$$\dot{V}(x(t)) = \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'TQ + QTA & QTB & QTB & QH \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

با فرض این که ماتریس N_1 موجود باشد به نحوی که

$$Q = CN_1C \quad (20)$$

آن گاه می توان رابطه (۱۹) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V}(x(t)) = \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & N_1 CTB & N_1 CTB & N_1 CH \\ (CTB)' N_1 & 0 & 0 & 0 \\ (CTB)' N_1 & 0 & 0 & 0 \\ (CH)' N_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'TQ + QTA & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix}$$

رابطه بیان شده در (۲۱) معادل رابطه (۱۲) می باشد، بدین صورت که

(۳۶) پایدار و با ازاء هر مقدار $\tilde{f}(t) \in \ell_2$ خطای $e(t)$ محدود باشد.

$$\|e(\cdot)\|_2 \leq \|v(\cdot)\|_2 \quad (۳۷)$$

در تئوری بعدی یک روش محدب برای طراحی گین L ارائه شده است.

تئوری ۲: اگر ماتریس متقارن و مثبت معین S ، ماتریس G و عدد اسکالر و مثبت μ وجود داشته باشد به گونه ای که مساله

$$\min_{s.t.} \mu \quad (۳۸)$$

$$\begin{bmatrix} G_{11} & STB \\ BT'S & -\mu I \end{bmatrix} \leq 0$$

$$G_{11} = A^T S + STA - C^T G' - GC + I \quad (۳۹)$$

دارای پاسخ باشد، آن گاه پایداری رابطه (۳۶) و برقراری شرط (۳۷)، توسط گین $L = S^{-1}G$ تضمین می شود.

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(t) = e'(t) S e(t) \quad (۴۰)$$

که مشتق آن به صورت زیر است

$$\dot{V}(t) = \dot{e}'(t) S e(t) + e'(t) S \dot{e}(t) \quad (۴۱)$$

با ترکیب رابطه فوق با رابطه (۳۶) داریم

$$\dot{V}(t) = \left(Ne(t) + TB \tilde{f}(t) \right)' S e(t) + e'(t) S \left(Ne(t) + TB \tilde{f}(t) \right) \quad (۴۲)$$

که معادل رابطه زیر است

$$\dot{V}(t) = e'(t) (N'S + SN) e(t) + \tilde{f}'(t) B^T S e(t) + e'(t) S TB \tilde{f}(t) \quad (۴۳)$$

با توجه به این که شرط پایداری خطای رویت گر در (۳۶) با در نظر گرفتن این که نسبت به ورودی $\tilde{f}(t)$ مقاوم باشد این است که

$$\dot{V}(t) \leq -e'(t) e(t) + \mu \tilde{f}'(t) \tilde{f}(t) \quad (۴۴)$$

می توان رابطه (۴۳) را با در نظر گرفتن (۴۴)، به صورت نامساوی ماتریسی خطی زیر توصیف نمود:

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{f}(t) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} N'S + SN + I & STB \\ B^T S & -\mu I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \tilde{f}(t) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (۴۵)$$

که با توجه به این که $N = TA - LC$ و تغییر متغیر $G = SL$ به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & STB \\ B^T S & -\mu I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (۴۶)$$

$$G_{11} = A^T S + STA - C^T G' - GC + I$$

□

در ادامه توجه به نکته زیر ضروری می باشد.

نکته ۳ در ساختار ورودی نامعلوم (۱۰)، می توان مشابه روش

$$Y(t) := \dot{y}'(t) N_1 y(t) + y'(t) N_1 \dot{y}(t) - y'(t) N_2 y(t) - 2y'(t) N_1 C(TB) u(t) - 2y'(t) N_1 C \dot{y}(t) \quad (۳۲)$$

$$\varphi(t) := 2y'(t) N_1 C(TB)$$

می توان رابطه (۳۱) را به صورت معادله رگرسیون خطی زیر نوشت:

$$Y(t) = \varphi(t) f(t) \quad (۳۳)$$

□

در ادامه توجه به نکات زیر ضروری می باشد:

نکته ۱ اگر چه در رابطه (۲۷) مشتق خروجی با فرض بدون نویز بودن آن محاسبه شده است، ولی روش های زیادی برای حل این مساله ارائه شده است که از آن جمله می توان به [۱۰] اشاره نمود.

نکته ۲ اگرچه روش ارائه شده در این تحقیق برای تخمین عیوب عملگر است، ولی می توان روش مورد نظر را برای تخمین عیوب سنسور نیز استفاده کرد. بدین منظور کافی است تا مشابه روش ارائه شده در [۱۱] یک متغیر حالت کمکی به صورت $X(t) = [x(t) \ f_s(t)]'$ تعریف شود به گونه ای که دارای پاسخ سریع تر از همه حالت های سیستم باشد. سپس با استفاده از رویت گر ورودی نامعلوم، عیوب سنسور نیز تخمین زده شوند. در این حالت بایستی ماتریس های Q ، N_1 و N_2 در رابطه (۲۸) متناسب با مدل تکمیل شده، اصلاح گردند.

۲-۲- طراحی رویت گر ورودی نامعلوم

همان طور که در بخش بیان مساله توضیح داده شد، روش ارائه شده در این تحقیق بر اساس یک الگوریتم دو مرحله ای است. در مرحله اول عیب $f(t)$ توسط تخمین گر و با استفاده از رابطه اتلافی بودن، تخمین زده می شود. در مرحله دوم بایستی یک رویت گر ورودی نامعلوم طراحی شود تا به کمک آن حالتها و سایر عیوب سیستم تخمین زده شوند. به منظور طراحی رویت گر ورودی نامعلوم، سیستم (۱۰) را به همراه عیوب تخمین زده شده در (۲۵) را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}(t) = TA x(t) + TB u(t) + TB f(t) + H \dot{y}(t) \quad (۳۴)$$

با در نظر گرفتن رویت گر ورودی نامعلوم به صورت زیر

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= TA \hat{x}(t) + TB u(t) + TB \hat{f}(t) + H \dot{y}(t) \quad (۳۵) \\ \hat{y}(t) &= C \hat{x}(t) \end{aligned}$$

خطای تخمین به صورت زیر قابل توصیف است:

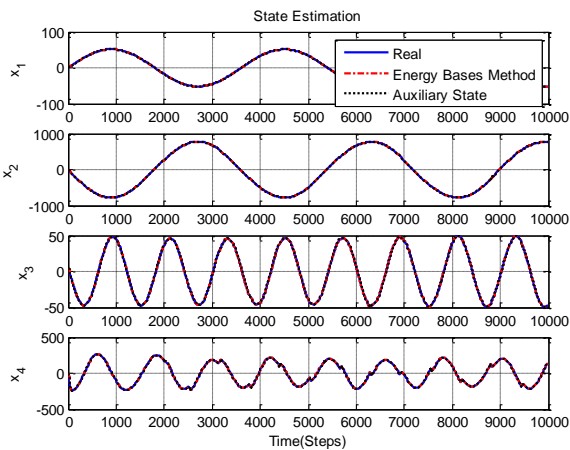
$$\dot{e}(t) = Ne(t) + TB \tilde{f}(t) \quad (۳۶)$$

که در آن $N = TA - LC$ و $\tilde{f}(t) = f(t) - \hat{f}(t)$

هدف یافتن گین رویتگر L است به گونه ای که خطای تخمین

در این مرحله با محاسبه ماتریس Q طبق رابطه (۱۴) و ماتریس های N_1 و N_2 طبق (۱۵) و (۲۶)، می توان $Y(t)$ و $\varphi(t)$ را برای تخمین عیب ساختاری $f(t)$ توسط رابطه (۲۷) محاسبه نمود.

در ادامه، با توجه به معلوم شدن مقدار $\hat{f}(t)$ در هر لحظه، همه شرایط لازم برای طراحی رویت گر (۳۵) فراهم است. در نهایت، با محاسبه نامعادله خطی ماتریسی (۳۸) گین رویت گر محاسبه می گردد. در ادامه به منظور بررسی صحت روابط، نتایج برای دو روش متفاوت مقایسه شده اند. روش اول استفاده از انرژی عیب جهت تخمین آن و سپس استفاده از رویت گر ورودی نامعلوم جهت تخمین حالت ها و ورودی های نامعلوم است. روش دوم تعریف متغیر کمکی $X = [x \ f]^T$ ، مشابه روش ارائه شده در [۱۲] است. از این متغیر کمکی برای تخمین حالت های معادله فضای حالت جدید با استفاده از رویت گر ورودی نامعلوم استفاده شده است.



شکل (۱) حالت های تخمین زده شده

اگرچه بررسی شکل (۱) نشان می دهد که هر دو روش در تخمین حالت ها به طور یکسان عمل نموده اند، ولی خطای تخمین حالت (شکل ۲) نشان گر برتری روش انرژی است. همین طور اثری از ورودی نامعلوم شامل $d(t)$ و عدم قطعیت $\Delta(t)$ در شکل ها مشاهده نمی شود.

بررسی ها در شکل (۳) نشان می دهد که تخمین عیوب ساختاری در روش انرژی با سرعت بالاتری انجام می پذیرد.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله، روشی نوین جهت تخمین عیوب ساختاری به همراه عدم قطعیت و اغتشاش ارائه شد. در این روش با پیشنهاد یک تابع لیپانوف برای سیستم انرژی عیب محاسبه و سپس اطلاعات عیب از روی انرژی مربوطه تخمین زده شده است. نتایج بیان گر برتری روش نسبت به روش رویت گر هستند. با توجه به

ارائه شده در [۱۳] و با در نظر گرفتن خروجی به صورت زیر

$$\dot{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (47)$$

و سپس ترکیب آن با رابطه (۹)

$$\dot{y}(t) = CAx(t) + CBu(t) + CEw(t) + CBf(t) \quad (48)$$

اثر ورودی نامعلوم $w(t)$ را به صورت زیر تخمین زد:

$$w(t) = (CE)^{\dagger} (\dot{y}(t) - CA\hat{x}(t) - CBu(t) - CBf(t)) \quad (49)$$

۳- شبیه سازی عددی

در این بخش اثر روش پیشنهادی در اصلاح خروجی ارائه می گردد. بدین منظور، سیستم هیدرولیکی پیوسته در زمان توصیف شده در [۷] را با معادله فضای حالت پیوسته و با تغییراتی اندک در ماتریس خروجی به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -99 & -6.6 & 0 & 0 \\ 950 & -9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -5000 & -150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1123.6 \\ 0 & 0 \\ -2400 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix} \Delta(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} f(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

که در آن $d(t)$ اثر اغتشاش، $\Delta(t)$ اثر عدم قطعیت و $f(t)$ اثر عیب عمل گر می باشد. در این مثال ورودی های $u_1(t)$ و $u_2(t)$ به صورت زیر

$$\begin{cases} u_1(t) = 100\sin(0.3t) \\ u_2(t) = 50\sin(0.1t) \end{cases}$$

و اغتشاش $d(t)$ به صورت رابطه زیر است.

$$d(t) = 20\sin(0.5t) \quad (51)$$

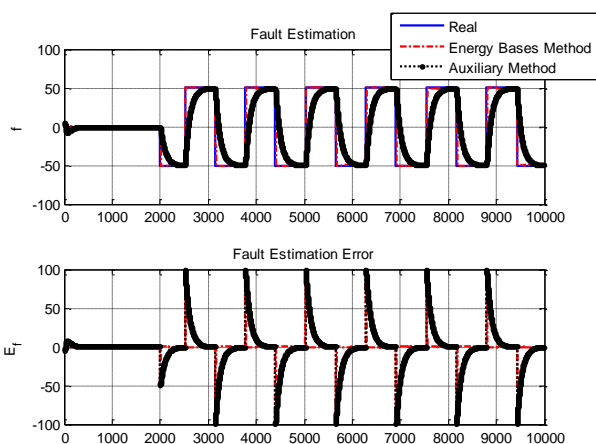
همچنین عدم قطعیت $\Delta(t)$ در لحظه $t = 5000s$ به سیستم اعمال می شود.

با در نظر گرفتن $G_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 1]$ و $G_2 = [0 \ 0 \ 0.3 \ 0.2]$ می توان رابطه (۴۳) را به فرم خطی کسری (۸) بیان نمود. به منظور توصیف رابطه (۸) به صورت ساختار ورودی نامعلوم ارائه شده در (۱۰)، ماتریس E و ورودی نامعلوم $w(t)$ به صورت زیر تعریف می شوند

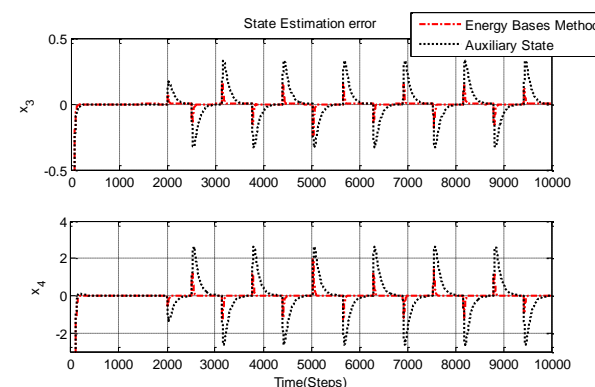
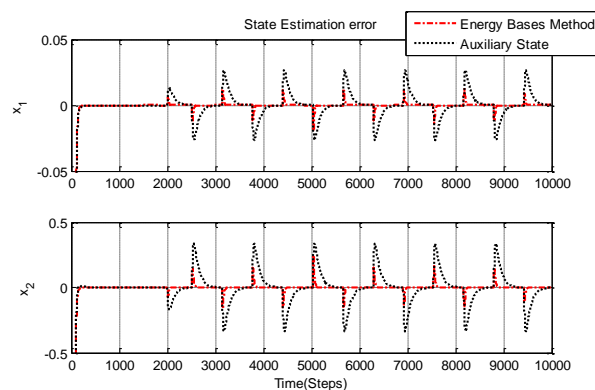
$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad w(t) = \begin{bmatrix} P(t) \\ d(t) \end{bmatrix}$$

based fault detection for dissipative systems. In Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on, pages 517–521. IEEE, 2010

اینکه در این روش از تابع لیاپانوف برای تخمین عیب استفاده می شود، می توان از آن برای تخمین عیوب سیستم های غیر خطی نیز استفاده نمود. همچنین روش پیشنهادی این قابلیت را دارد که عیوب ضرب شونده را بدون تبدیل به جمع شونده تخمین زد. در نتیجه می توان اثر عیوب ضرب شونده را بر پایداری نیز بررسی کرد.



شکل ۳) عیب ساختاری تخمین زده شده (بالا)، خطای تخمین عیب (پایین) است.



شکل ۲) خطای تخمین حالت

[7] C. Gao, Q. Zhao, and G.-R. Duan. *Multiplicative fault estimation for a type of nonlinear uncertain system*. In Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese, pages 4355–4360. IEEE, 2011.

[8] K. Zhou and J. C. Doyle. *Essentials of robust control*, volume 104. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.

[9] S.-H. Wang, P. Dorato, and E. Davison. *Observing the states of systems with unmeasurable disturbances*. 1975.

[10] A. Dabroom, H. K. Khalil, *Numerical differentiation using high-gain observers*, in Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control Vol. 5, No. December, pp. 4790–4795, 1997.

[11] J. Park, R. Giorgio and B.R. William "On the representation of sensor faults in fault detection filters." *Automatica* 30.11 (1994): 1793-1795.

[12] S. Mešić, V. Verdult, M. Verhaegen, and S. Kanev. *Estimation and robustness analysis of actuator faults based on kalman filtering*. In proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Washington, DC, USA, pages 9–11, 2003.

[۱۳] باقرپور اردکانی، اسماعیل، محمد رضا حائری یزدی، و محمد محبوب. "تخمین گر ورودی نامعلوم برای تشخیص نقص حسگر در سیستم های خطی با عدم قطعیت نامنطبق." *مهندسی مکانیک مدرس* ۱۵، ۴ (۲۰۱۵): ۲۹۲–۳۰۰.

مراجع

[1] J. C. Willems. *Dissipative dynamical systems*. European Journal of Control, 13(2):134–151, 2007.

[2] J. Bao and P. L. Lee. *Process control: the passive systems approach*. Springer Science & Business Media, 2007.

[3] D. Theilliol, H. Noura, D. Sauter, and F. Hamelin. *Sensor fault diagnosis based on energy balance evaluation: Application to a metal processing*. ISA transactions, 45(4):603–610, 2006.

[4] C. Fantuzzi and C. Secchi. *Energetic approach to parametric fault detection and isolation*. structure, 9:10, 2004.

[5] H. Yang, V. Cocquempot, and B. Jiang. "Fault tolerance analysis for switched systems via global passivity". *Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on*, 55(12), pp. 1279–1283, 2008.

[6] W. Chen, S. Ding, A. Khan, and M. Abid. *Energy*