The 1st National Conference on Transportation and Logistic
Babolsar, August 30-31, 2021
اولین کنفرانس ملی حمل و نقل و لجستیک
بابلسر – ۷ و ۸ شهریور ۱۴۰۰

یک الگوریتم فراابتکاری برای حل مساله مکان‌یابی پایانه‌ی اتوبوس‌رانی فازی

[۱]سحر راهدار، [۲]رضا قنبری، [۳]خاطره قربانی مقدم

[۱] فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد S.Rahdar92@gmail.com

[۲] عضو هیئت علمی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد rghanbari@um.ac.ir

[۳] عضو آزمایشگاه بهینه‌سازی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، khatere.moghadam67@gmail.com

چکیده

دنیای واقعی سرشار از عدم قطعیت است و نمی‌توان در بسیاری از مسایل، پارامترهایی مانند تقاضا را به صورت دقیق تعیین کرد. بنابراین، استفاده از مقادیر قطعی برای داده‌های مساله به دلیل نبود اطلاعات کافی کمی دشوار است. پس می‌توان آن‌ها را به صورت غیر قطعی مدل کرد. در این مقاله، مساله مکان‌یابی پایانه‌ی اتوبوس‌رانی، نمونه‌ای از مسایل در دنیای واقعی، را در محیط فازی در نظر می‌گیریم به گونه‌ای که تعداد مسافران متناظر با هر گره یک عدد فازی است و نوع همسایگی‌های در نظر گرفته شده متفاوت با پژوهش‌های دیگر در این زمینه است. از آن جایی که این مساله، **NP**-سخت است برای حل آن الگوریتم فراابتکاری بر مبنای جستجوی همسایگی متغیر پیشنهاد می‌کنیم. در پایان، نتایج عددی الگوریتم پیشنهادی روی نمونه‌های تصادفی ارایه می‌شود.

کلمات کلیدی: مساله‌ی مکان‌یابی پایانه‌ی اتوبوس‌رانی، بهینه‌سازی فازی، الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر.

۱- مقدمه

یک ویژگی که در اغلب تصمیمات مکان‌یابی حضور دارد، عدم قطعیت در داده‌ها است. در واقع در کاربردهای حقیقی، ارایه تقاضای مشتریان به صورت دقیق کمی دشوار است. یک راه عملی، مدل‌بندی این مسایل با استفاده از منطق فازی است. در کاربردهای حقیقی، مکان‌یابی تسهیلات پر از ابهامات زبانی است. چنین ابهاماتی می‌توانند به طور مناسب با کمک شبکه‌ها با مقادیر فازی که معرف گره‌ها، وزن یا اهمیت گره‌ها، طول مسیر و ... هستند، مدل‌بندی شوند.

موج اول مدل‌های مکان‌یابی منتشر شده قطعی بودند، و برای حالت عدم قطعیت در مسایل مکان‌یابی مانند مساله‌ی p-میانه[۱] (p-MP) و مساله‌ی مکان‌یابی بیشترین پوشش[۲] (MCLP)، گزارش چندانی ممکن است وجود نداشته باشد. در این مسایل، به عنوان مثال، تقاضای گره‌ها در p-MP [۶] و تقاضای گره‌ها و شعاع پوشش تسهیلات در MCLP [۷] غیرقطعی هستند. همچنین، مسایل مکان‌یابی تسهیلات مختلفی به وسیله‌ی روش‌های منطق فازی مورد بحث قرار گرفته‌اند [۴].

ما در این مقاله، یک مساله‌ی مکان‌یابی تسهیلات خاص به نام مساله‌ی مکان‌یابی پایانه‌ی اتوبوس‌رانی[۳] (BTLP) که به صورت ترکیب دو مساله‌ی p-میانه و MCLP نیز در نظر گرفته شده است، را در محیط فازی بررسی می‌کنیم. از جمله مطالعاتی که روی BTLP در حالت فازی صورت گرفته است می‌توان به [۲] و [۳] اشاره کرد. مشابه حالت قطعی BTLP [۸]، مساله‌ی

[۱] p-Median
[۲] Maximal Covering Location Problem
[۳] Bus Terminal Location Problem

مکان‌یابی پایانه‌ی اتوبوس‌رانی در حالت فازی نیز یک مساله‌ی NP-سخت است. لذا یک الگوریتم فراابتکاری بر مبنای جستجوی همسایگی متغیر[۴] (VNS) برای حل آن پیشنهاد می‌کنیم.
قبل از بیان مساله، ما یک خلاصه‌ای از مفاهیم مقدماتی نظریه‌ی مجموعه‌ی فازی که در این مقاله استفاده می‌شوند، ارایه می‌کنیم.

۲-تعریف‌ها و مفاهیم مقدماتی

تعریف۱: [۵] عدد فازی مثلثی $\widetilde{M}$ با سه عدد حقیقی $a < b < c$ به صورت $\widetilde{M} = (a/b/c)$ نمایش داده می‌شود که پایه مثلث، بازه $[a, c]$ و راس آن $x = b$ است و تابع عضویت آن برابر است با:

$$\mu_{\widetilde{M}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-b}{b-a} + 1, & a \le x \le b, \\ \dfrac{x-b}{b-c} + 1, & b < x \le c, \\ 0, & o.w., \end{cases}$$

تعریف۲: یک روش مناسب برای حل مسایل بهینه‌سازی فازی، مرتب کردن اعداد فازی با استفاده از تابع رتبه‌بندی است. به کمک تابع رتبه‌بندی می‌توان یک مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی فازی را به یک مساله برنامه‌ریزی خطی قطعی تبدیل کرد. تابع رتبه‌بندی R نگاشتی از اعداد فازی به اعداد حقیقی است که به صورت $R: F(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ تعریف می‌شود، که در آن $F(\mathbb{R})$ مجموعه‌ی تمام اعداد فازی است.

تعریف۴: با استفاده از تابع رتبه‌بندی یاگر اصلاح شده توسط مهدوی امیری و ناصری تابع یاگر برای عدد فازی مثلثی $\widetilde{M} = (a/b/c)$ به صورت زیر در می‌آید:

$$R(\widetilde{M}) = b + \frac{1}{4}(c - 2b + a)$$

۲-۱- روش کر بهبود یافته:

یکی دیگر از روش‌های شناخته شده برای مقایسه‌ی اعداد فازی، روش کر[۵] است. در روش کر، ابتدا با به کارگیری اصل گسترش یا α-برش‌ها، ماکزیمم فازی برای دو عدد فازی محاسبه می‌شود، سپس با استفاده از فاصله‌ی هامینگ[۶] مقایسه بین دو عدد فازی انجام می‌شود. قنبری و همکارانش در [۹]، روش کر اصلی برای مقایسه‌ی دو عدد فازی را از دیدگاه پیچیدگی محاسباتی بهبود دادند به طوری که برای مقایسه دو عدد فازی نیازی به محاسبه‌ی ماکزیمم فازی نیست، و در یک قضیه روشی ساده‌تر و سریع‌تر برای مقایسه دو عدد فازی اثبات کردند.

[۴] Variable Neighborhood Search
[۵] Kerre
[۶] Hamming Distance

حال فرض کنید $\widetilde{M}$ و $\widetilde{N}$ دو عدد فازی مثلثی (حالت خاصی از اعدد فازی) باشند. لذا قضیه‌ی اثبات شده در [۹] کمی ساده‌تر می‌شود. به علاوه آن‌ها در [۹]، با در نظر گرفتن حالات متفاوت روی دو عدد فازی مثلثی، نتایجی مستقیم برای مقایسه‌ی دو عدد فازی مثلثی گرفتند. جزییات را می‌توانید در [۹] ببینید.

۳- مدل فازی برای مساله مکان‌یابی پایانه‌ی اتوبوس‌رانی

ما در [۱] مدل قطعی قنبری و مهدوی امیری [۸] برای BTLP را بهبود دادیم و مدل MBTLP را پیشنهاد کردیم. برای بیان فرمول‌بندی قطعی MBTLP ، براساس تعریف قنبری و مهدوی امیری [۸]، یک مجموعه‌ی گره‌ها به عنوان کاندید برای پایانه‌های اتوبوس و یک مجموعه‌ی گره‌ها به عنوان ایستگاه‌های اتوبوس (گره‌های متقاضی) در نظر بگیرید. برخلاف مدل قنبری و مهدوی امیری [۸]، ما سه نوع همسایگی برای هر گره کاندید تعریف کردیم که در صورت تاسیس به عنوان پایانه می‌تواند به گره‌های همسایگی خود سرویس‌دهی کند. همچنین ما فرض کردیم تعداد مسافران هر ایستگاه متقاضی و فاصله‌ی بین هر گره کاندید و گره متقاضی مشخص باشد. هدف، انتخاب تعداد مشخص پایانه از میان مراکز کاندید است به طوری که تابع سرویس عمومی ماکزیمم شود. در مسایل دنیای واقعی مانند BTLP، فرض قطعی برای داده‌های آن، مانند مقدار دقیق پتانسیل هر گره و فاصله، ممکن است زیاد منطقی نباشد. لذا برای ساختن مسایل واقعی‌تر، کافی است داده‌ها به صورت غیر قطعی بیان شوند. یک راه آسان برای بیان عدم قطعیت در داده‌ها، استفاده از منطق فازی است. بنابراین با این توضیحات، ما در این جا، MBTLP را با این فرض که تعداد مسافران هر گره یک عدد فازی مثلثی است، به صورت یک مدل فازی با نام FMBTLP در نظر می‌گیریم. بابایی و همکارانش [۲] نیز به حل مساله BTLP در حالت فازی پرداختند. مدل اول آن‌ها مشابه حالت قطعی BTLP است. در این مدل، تعداد مسافران هر ایستگاه به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است. همچنین آن‌ها با در نظر گرفتن فرض اضافی همسایگی فازی، مدل دوم را ارایه کردند. در ادامه، بابایی و همکارانش [۳] مدل دوم بیان شده در [۲] را گسترش دادند. به این صورت که علاوه بر تعداد مسافران هر ایستگاه و همسایگی هر پایانه، هزینه‌ی احداث هر پایانه را هم به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفتند. در پژوهش‌های بیان شده روی BTLP فازی، با استفاده از تابع رتبه‌بندی، مساله به حالت قطعی تبدیل شده سپس به حل مدل قطعی پرداختند. ولی ما در این جا با کمک روش کر بهبود یافته مساله را در محیط فازی حل می‌کنیم. در ادامه، پارامترهای مورد نیاز برای FMBTLP را توضیح می‌دهیم.

$I = \{1,2, \dots, m\}$: مجموعه مراکز سرویس‌دهنده.
$J = \{1,2, \dots, n\}$: مجموعه گره‌های تقاضا.
c_{ij}: فاصله‌ی گره $i \in I$ و $j \in J$.
p : تعداد پایانه‌های مورد نیاز.
$\tilde{d}_j$: تعداد مسافران (پتانسیل) ایستگاه j .
J_i^+: مجموعه گرهها در J که میتوانند از گره $i \in I$ سرویس دریافت کنند.

۳-۱-ملاحظه: ما J_i^+ را به صورت یه مجموعه فازی با تابع زیر در نظر می‌گیریم:

$$\mu_{J_i^+}=\mu_{ij}=\begin{cases}1, & c_{ij}\le r_1\\ K, & r_1<c_{ij}\le r_2\\ g(c_{ij}), & c_{ij}>r_1\end{cases}$$

به طوریکه r_1 ، r_2 و K مقادیر ثابت و ورودی‌های الگوریتم هستند و همچنین $g(x):[r_2,\infty)\to[0,1]$ یک تابع کاهشی است.

۴- الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر برای حل FMBTLP:

در سال ۱۹۹۷ هنسن و ملادنویچ[۷]، به منظور دوری از بهینه محلی، یک الگوریتم فرابتکاری ساده و کارا که از طریق روند تغییر سیستماتیک همسایگی‌ها در الگوریتم جستجوی محلی حاصل می‌شود، معرفی کردند. آن‌ها این تقریب را جستجوی همسایگی متغیر (VNS) نامیدند. بسیاری از مسایل بهینه‌سازی پیوسته و گسسته به طور موفق با استفاده از VNS و گسترش‌های آن تقریب زده شده است [۱۰]. اخیرا VNS برای حل BTLP فازی نیز استفاده شده است [۳]. این جا، ما الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر پایه[۸] (BVNS) را برای حل FMBTLP پیشنهاد می‌کنیم.

الگوریتم ۱ الگوریتم BVNS برای حل FMBTLP

۱: (ورودی) پارامترهای ورودی Max_{VNS}، Max_{LS} و l_{max} را به عنوان شرط توقف در BVNS، شرط توقف در LS و ماکزیمم تعداد همسایگی انتخاب کن (ببینید زیر بخش ۴-۲). جواب اولیه S را بساز (ببینید زیر بخش ۴-۱). قرار بده $iter \leftarrow 1$.

۲: (حلقه اصلی الگوریتم) تا زمانی که $iter \le Max_{VNS}$ انجام بده:

۲-۱: $l \leftarrow 1$.

۲-۲: تا زمانی که $l \le l_{max}$ انجام بده:

۲-۲-۱: (لرزاندن). جفت (s,t) که $s\in S$ و $t\in I\backslash S$ به طور تصادفی انتخاب کن. قرار بده، $S'=S\cup\{t\}\backslash\{s\}$.

۲-۲-۲: (جستجوی محلی). الگوریتم جستجوی محلی (زیر بخش ۴-۳ را ببینید) با شروع از نقطه S' بکار ببر و هنگامی که Max_{LS} جواب بدون بهبود حاصل شد، توقف کن. بهینه محلی به دست آمده را S'' نام گذاری کن.

[۷] Hansen and Mladenovic´
[۸] Basic Variable Neighborhood Search

۲-۲-۳: (جا به جا شدن یا نشدن). اگر S'' بهتر از S است، قرار بده $S \leftarrow S''$ و $l \leftarrow 1$، در غیر این صورت قرار بده $l \leftarrow l + 1$.

۲-۳: قرار بده $iter \leftarrow iter + 1$.

۳: S را به عنوان بهترین جواب برگردان.

۵- نتایج عددی:

در این بخش، نتایج عددی الگوریتم BVNS پیشنهادی برای حل FMBTLP (الگوریتم۱)، را روی مجموعه داده‌های تصادفی ارایه کردیم. برای آزمایش الگوریتم‌های پیشنهادی، با الگو گرفتن از کار قنبری و مهدوی امیری در [۸]، نمونه‌های تصادفی ساختیم و نتایج حاصل نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی عملکرد بسیار خوبی دارد.

۶- نتیجه‌گیری:

ما در این مقاله مساله مکان‌یابی پایانه‌های اتوبوس‌رانی را در محیط فازی بررسی کردیم و یک الگوریتم فراابتکاری بر مبنای جستجوی همسایگی متغیر برای حل آن پیشنهاد دادیم.

مراجع

[۱] راهدار، سحر، یک الگوریتم فراابتکاری برای حل مساله مکان‌یابی فازی پایانه اتوبوس‌رانی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، ۲۶-۲۱، ۱۳۹۵.

[2] **S. Babaie-Kafaki, R. Ghanbari, and N. Mahdavi-Amiri** (2012) An efficient and practically robust hybrid metaheuristic algorithm for solving fuzzy bus terminal location problems, Asia-Pacific Journal Operational Research 29, 1-25.

[3] S. Babaie-Kafaki, R. Ghanbari, and N. Mahdavi-Amiri (2016) Hybridizations of genetic algorithms and neighborhood search metaheuristics for fuzzy bus terminal location problems, Applied Soft Computing 46, 220–229.

[4] U. Bhattacharya, J. R. Rao, and R. N Tiwari (1993) Bi-criteria multi facility location problem in fuzzy environment, Fuzzy Sets and Systems 56, 145-153.

[5] J. J. Buckely, and L. J. Jowers (2007) Monte Carlo Method in Fuzzy optimization, Springer.

[6] M. J. Canos, C. Ivorra, and V. Liern (1999) An exact algorithm for the fuzzy p-median problem, European Journal of Operational Research 116, 80-86.

[7] S. Davari, M. H. Fazel Zarandi, and I. Burhan Turksen (2013) A greedy variable neighborhood search heuristic for the maximal covering location problem with fuzzy coverage radii, Knowledge-Based Systems 4, 68-76.

[8] R. Ghanbari, and N., Mahdavi-Amiri (2011) Solving bus terminal location problems using evolutionary algorithms, Applied Soft Computing 11, 991-999.

[9] R. Ghanbari, Kh. Ghorbani-Moghadam and N. Mahdavi-Amiri (2019) A variable neighborhood search algorithm for solving fuzzy number linear programming problems using modified Kerres method, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 27, 1286-1294.

[10] P. Hansen, N. Mladenovic´, and J. A. Moreno Pérez (2010). Variable neighborhood search: methods and applications, Annals of Operations Research 175, 367-407