

شبیه‌سازی عددی جدایش جریان در یک نازل سهموی بهینه تراست

سینا افخمی^۱، نعمت‌اله فولادی^{۲*}، محمود پسندیده‌فرد^۳

۱ و ۳- گروه هوافضا، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، sina.afkhami@gmail.com

۲- پژوهشکده سامانه‌های حمل و نقل فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران، n.fouladi@isrc.ac.ir

چکیده

جریان گازها در نازل‌های سهموی بهینه‌تراست در شرایط فرامنسپت از فیزیک پیچیده‌تری نسبت به سایر نازل‌ها برخوردار است. تخمین صحیح عملکرد این نازل‌ها تا حدود زیادی به تخمین دقیق محل جدایش جریان وابسته است. مدل‌های آشفتگی معادلات ناویر-استوکس متوسط‌گیری شده رینولدز متداول به خاطر تخمین بالادستی تولید انرژی جنبشی آشفتگی در پیش‌بینی محل جدایش جریان در این نوع نازل‌ها با خطای قابل توجهی مواجه‌اند. اخیراً حالت عمومی شده مدل آشفتگی انرژی جنبشی آشفتگی- نرخ اتلاف مخصوص که توسط منتر ارائه شده با بکارگیری پارامترهای قابل تنظیم، امکان تصحیح شبیه‌سازی عددی را بر اساس فیزیک حاکم و بکارگیری نتایج محدود تجربی فراهم کرده است. در تحقیق حاضر، به شبیه‌سازی عددی فیزیک جریان در نازل سهموی بهینه تراست با مدل آشفتگی عمومی شده انرژی جنبشی آشفتگی- نرخ اتلاف مخصوص پرداخته شده است. ابتدا خطای فاحش مدل‌های آشفتگی متداول برای شبیه‌سازی جدایش جریان در این نوع نازل در شرایط فرامنسپت نشان داده شده است. سپس، پارامترهای حاکم بر این مدل عمومی شده با بکارگیری نمونه‌ای از نتایج تجربی نازل سهموی بهینه‌تراست، اصلاح شده و قابلیت این مدل برای تخمین فیزیک جریان در این نازل در شرایط مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. بررسی‌های عددی نشان می‌دهد که مدل آشفتگی اصلاح شده برای تخمین دقیق فیزیک جریان و محل جدایش جریان از قابلیت بالایی برخوردار است، به‌طوری‌که بکارگیری مدل اصلاح شده همراه با ضرایب جدید باعث بهبود حدود ۳۰ درصدی در تخمین محل جدایش نسبت به مدل مبنای انرژی جنبشی آشفتگی- نرخ اتلاف مخصوص، شده است.

کلمات کلیدی

شبیه‌سازی عددی، نازل سهموی بهینه تراست، الگوی جدایش جریان، مدل آشفتگی GEKO

یکی از اصلی‌ترین اجزای زیرسیستم پیشران‌های مورد استفاده در ماموریت‌های فضایی، نازل می‌باشد. تبدیل انرژی گازهای احتراقی به انرژی جنبشی در طول نازل منجر به تامین نیروی پیشران لازم می‌شود. هنگامی که فشار خروجی نازل و فشار محیط بیرون نازل با هم برابر باشند، نازل دارای عملکرد بهینه است. در طول عملکرد موتور یک ماهواره بر (از زمان روشن شدن در سطح زمین تا کارکرد در ارتفاعات بالا) ممکن است عملکرد نازل از حالت طراحی خارج شده و در حالت‌های فرا انبساطی^۱ یا فروانبساطی^۲ عمل کند. در ارتفاعات پایین که فشار در خروجی نازل، پایین‌تر از فشار محیط می‌باشد، امواج تراکمی جهت افزایش فشار در قسمت واگرای نازل که عمدتاً همراه با جدایش جریان در این ناحیه می‌باشد، رخ می‌دهد. در این حالت نازل اصطلاحاً در حالت فراانبساطی کار می‌کند [۱، ۲].

در طی دهه‌های گذشته، انواع کانتورهای مختلفی در نازل موتورهای حامل‌های هوا فضایی مورد استفاده قرار گرفته است. از مهمترین آن‌ها می‌توان به کانتورهای مخروطی^۳، ایده‌آل^۴، کوتاه شده ایده‌آل^۵، کوتاه شده ایده‌آل فشرده شده^۶ و تراست بهینه^۷ اشاره کرد [۱]. کانتور نازل‌های سهموی بهینه‌تراست با هدف دستیابی به بیشینه نیروی پیشران با طول نازل کمینه در سال ۱۹۶۰ توسط راتو^۸ پیشنهاد شده است [۳]. این نازل‌ها برای حامل ماهواره‌ها که محیط عملکردی متفاوتی از سطح زمین تا ارتفاعات بالا را تجربه می‌کنند و به منظور به تعویق انداختن جدایش جریان در فاز عملکردی سطح زمین به صورت فراوان مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۴]. این نازل‌ها در شرایط پروازی مختلف از الگوی جدایش جریان متفاوتی نسبت به نازل‌های مخروطی و ایده‌آل برخوردار هستند. شناسایی فیزیک جریان داخلی این نوع نازل‌ها در شرایط فرا انبساطی موضوع پژوهش بسیاری از محققان صنعت فضایی بوده است [۵]. در سال‌های اخیر تحقیقات تجربی بسیاری در زمینه بررسی عملکرد نازل‌ها در مقیاس‌های مختلف انجام شده است [۶، ۷] اما استفاده از روش‌های تجربی، نیازمند زیرساخت پیچیده و صرف هزینه‌های بالایی است. بنابراین استفاده از شبیه‌سازی عددی به شرط داشتن دقت کافی، جایگزین مناسبی برای آزمایشات پرهزینه تجربی بوده و علاوه بر کاهش تعداد تست‌های تجربی، مطالعه فیزیک جریان در شرایط مختلف نیز راحت‌تر است.

یکی از چالش برانگیزترین مسائل در دینامیک سیالات محاسباتی، بحث تداخل امواج ضربه‌ای و لایه مرزی بوده است. در طی سالیان گذشته محققان زیادی به شبیه‌سازی عددی فیزیک جدایش جریان در داخل نازل پرداخته‌اند. چن و همکاران در سال ۱۹۹۴ با استفاده از شبیه‌سازی عددی، وجود جریان برگشتی در پلوم خروجی از نازل‌های تراست بهینه، در ناحیه پایین دست دیسک ماخ (گردابه به دام افتاده) را نشان دادند [۸] و بعد از آن با چندین تحقیق عددی و تجربی مورد تایید قرار گرفت [۹-۱۱]. یکی از چالش‌های شبیه‌سازی عددی با استفاده از مدل‌های آشفتگی متوسط‌گیری تنش‌های رینولدز^۹ پیش‌بینی صحیح محل جدایش جریان در نازل فرامبسط می‌باشد، به طوریکه در اغلب تحقیقات محل جدایش در بالادست یا پایین دست محل واقعی پیش‌بینی شده است. اوستلوند^{۱۰} و همکاران [۱۲] در سال ۱۹۹۹ برای ارزیابی چهار مدل آشفتگی دو معادله‌ای لزجت گردابه‌ای^{۱۱}، حل عددی خود را بر روی نازل والکین^{۱۲} ارائه دادند. هر چهار مدل آشفتگی مورد استفاده در این پژوهش در پیش‌بینی محل جدایش مشکل داشته و محل جدایش را در پایین دست محل واقعی خود پیش‌بینی کردند. نباچه^{۱۳} و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۰۴ به بررسی عددی تشکیل الگوی

¹Over-expanded

²Under-expanded

³Conical Contour

⁴Ideal contour (IC)

⁵Truncated Ideal contour

⁶Compressed Truncated Ideal (or perfect) Contour (CTIC or CTPC)

⁷Thrust Optimized Contour (TOC)

⁸Rao

⁹ Reynolds averaged navier-stokes (RANS)

¹⁰Oustlund

¹¹ Eddy Viscosity Turbulence Models

¹² Vulcain

¹³ Nebbache

مختلف جدایش بر روی نازل کوتاه شده ایده‌آل پرداختند. آنها در این شبیه‌سازی از مدل آشفتگی انتقال تنش‌های برشی انرژی جنبشی آشفتگی - نرخ اتلاف مخصوص استفاده کردند و نتایج آنها در نسبت فشارهای پایین، نقطه جدایش را در پایین دست محل واقعی پیش بینی کرده، ولی در نسبت فشارهای بالا، نقطه جدایش را در بالادست محل واقعی خود پیش بینی کرده است. استارک و واگنر^۱ در سال ۲۰۰۶ به بررسی نازل کوتاه شده ایده‌آل با استفاده از مدل آشفتگی اسپالارت پرداختند [۱۴]. مطابق نتایج آنها، در نسبت فشارهای زیر ۲۵، محل جدایش در پایین دست محل واقعی پیش‌بینی شده و در نسبت فشارهای بالای ۲۵، محل جدایش در بالادست محل واقعی پیش‌بینی شده است. لوندکه^۲ و همکاران در سال ۲۰۰۶ به مطالعه جریان بر روی نازل سهموی با استفاده از مدل آشفتگی اسپالارت آلماراس^۳ پرداختند [۱۵]. در نتایج آنها، نقطه جدایش برای کلیه نسبت فشارها بالادست نقطه واقعی جدایش، پیش‌بینی شده است. ورما و حدادی [۱۶] در سال ۲۰۱۵ به بررسی عددی تداخل موج ضربه‌ای و لایه مرزی در نازل فرا انبساطی پرداختند. آنها از روش ترکیبی حجم محدود و المان محدود بر روی مش بی‌سازمان برای بررسی دو نازل کوتاه شده ایده‌آل و سهموی با تزریق ثانویه، استفاده کردند. آنها برای بهبود نتایج، مدل توربولانسی $k-\omega-sst$ را با اعمال تحقق‌پذیری اصلاح کرده و از تصحیحات تراکم‌پذیری سرکار^۴ [۱۷] استفاده کردند. نتایج آنها برای نازل کوتاه شده ایده‌آل و همچنین نازل سهموی همراه با تزریق ثانویه (که دارای فیزیک داخلی متفاوتی نسبت به نازل‌های سهموی بدون تزریق ثانویه می‌باشد)، در مقایسه با نتایج تجربی از دقت قابل قبولی برخوردار بوده است. آلامپرابو^۵ و همکاران در سال ۲۰۱۶ به بررسی جدایش جریان در یک نازل مخروطی و دو نازل تراست بهینه پرداختند [۱۸]. آنها علت شکست مدل‌های آشفتگی متوسط‌گیری تنش‌های رینولدز در پیش‌بینی صحیح نقطه جدایش را تخمین پایین دست تنش برشی در داخل لایه مرزی و تخمین بالادستی نرخ گسترش جت، معرفی کردند. آنها با تغییر ضرایب بکار رفته در مدل $k-\omega-sst$ سعی کردند که تنش برشی دیواره افزایش و میزان گسترش جت کاهش یابد. اما نتایج آنها برای تمامی نسبت فشارها صادق نبوده و برای هر حالت نیاز به ضرایب کالیبراسیون متفاوت بوده است. نیاچه و همکاران در سال ۲۰۱۸ به بررسی عددی دو مدل نازل کوتاه شده ایده‌آل و سهموی به ترتیب در جریان گاز گرم و گاز سرد نیتروژن پرداختند [۱۹]. آنها برای این مدلسازی از مدل آشفتگی $k-\omega-sst$ استفاده کردند. نتایج آنها در پیش‌بینی محل جدایش مطابق سایر مدل‌های آشفتگی متوسط‌گیری تنش‌های رینولدز با خطا همراه بوده است. فولادی و همکاران در سال‌های ۲۰۱۹ و ۲۰۲۰ به بررسی عددی و تجربی فیزیک جریان در نازل سهموی در دو شرایط محیطی اتمسفری و شبیه‌ساز ارتفاع بالا پرداختند [۷، ۲۰]. در تحقیق آنها از مدل توربولانسی $k-\omega-sst$ استفاده شده است و در پژوهش آنها نیز به ضعف مدل‌های آشفتگی متوسط‌گیری تنش‌های رینولدز مرسوم در پیش‌بینی صحیح محل جدایش جریان در نازل سهموی اشاره شده است [۲۰].

همانطور که مشاهده می‌گردد، اکثر تحقیقات انجام شده در حوزه شبیه‌سازی عددی در پیش‌بینی فیزیک جریان در نازل‌های تراست بهینه به تخمین بالادست یا پایین‌دستی نسبت به محل واقعی جدایش لایه مرزی اشاره داشته‌اند. از آنجایی که یکی از عوامل مهم در جدایش لایه مرزی مربوط به ویسکوزیته آشفتگی در داخل این ناحیه بوده و اکثر مدل‌های آشفتگی مرسوم تخمین بالادست یا پایین‌دستی نسبت به این پارامتر دارند، چنانچه بتوان این پارامتر را تا حدودی در داخل لایه مرزی کنترل کرد، می‌توان انتظار داشت که نتایج مدلسازی آشفتگی به مقادیر واقعی نزدیک‌تر گردد. اخیراً مدل آشفتگی عمومی شده $k-\omega$ توسط منتر [۲۱] ارائه شده که تغییرات اعمال شده در این مدل با هدف عمومی‌سازی یک مدل آشفتگی منعطف، جهت استفاده در طیف وسیعی از جریان‌های مختلف از جمله تداخل لایه مرزی جدا شده و موج ضربه‌ای بوده است. با توجه به این قابلیت‌های مفید، این مدل آشفتگی در بخش مدلسازی توربولانس نرم افزار انسیس فلونت (ورژن‌های ۲۰۱۹ به بعد) قرار داده شده است. نکته حائز اهمیت در استفاده از این مدل بکارگیری پارامترهای متعددی است که بر اساس فیزیک مسئله و با استفاده از نتایج تجربی محدود توسط کاربر قابل اصلاح است [۲۱].

¹Stark &Wagner

²Luedeke

³Spalart-almaras

⁴Sarkar

⁵Allamaprabhu

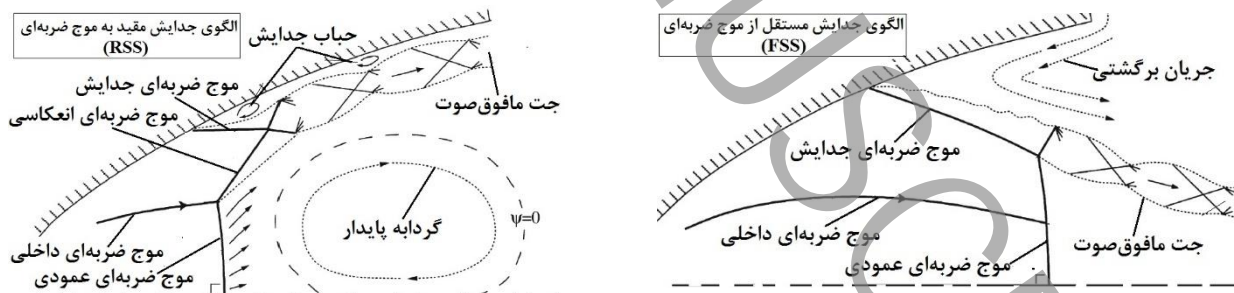
⁶Generalized K_{ω}

۲۲]. بنابراین هدف از تحقیق حاضر دستیابی به مدل آشفته‌گی مناسب جهت بررسی جدایش جریان در نازل سهموی می‌باشد. برای این منظور در این مقاله نازل سهموی که نتایج تجربی آن برای طیف گسترده‌ای از نسبت فشار موجود است [۲۳]، در نظر گرفته شده است و پارامترهای حاکم بر مدل عمومی شده $k-\omega$ با بکارگیری نمونه‌ای از نتایج تجربی بهینه‌سازی شده و قابلیت مدل اصلاح شده برای تخمین فیزیک جریان در این نازل در نسبت فشارهای مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. با توجه به این موضوع که مدل آشفته‌گی عمومی شده $k-\omega$ در سال ۲۰۱۹ توسعه داده شده است، تاکنون کاربرد این مدل در جریان‌های آشفته در داخل نازل فرامنبسط که غالباً همراه با جدایش وسیع جریان و تداخل موج ضربه‌ای و لایه مرزی است، بررسی نشده است. در این مقاله برای نخستین بار قابلیت این مدل در شبیه‌سازی فیزیک جریان و تخمین محل جدایش در نازل‌های سهموی در شرایط فرامنبسط مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

در ادامه در بخش ۲ به معرفی نازل‌های سهموی بهینه تراست پرداخته شده و مسئله مورد بحث معرفی می‌گردد. در بخش ۳ روش شبیه‌سازی عددی مورد تشریح قرار گرفته است. در بخش ۴ نتایج تحقیق ارائه شده است، به طوریکه در زیربخش ۴-۱ به بررسی دقت مدل‌های آشفته‌گی متداول متوسط‌گیری تنش‌های رینولدز در تخمین محل جدایش جریان در نازل مورد نظر پرداخته شده است. در زیر بخش ۴-۲ تاثیر پارامترهای مدل آشفته‌گی عمومی شده $k-\omega$ بر نتایج نازل فرامنبسطی بررسی شده و بر با بکارگیری نمونه‌ای از نتایج تست تجربی مقادیر بهینه این پارامترها به دست آمده است. سپس در زیر بخش ۴-۳ ارزیابی روش عددی اصلاح شده با نتایج تست تجربی در نسبت فشارهای مختلف صورت گرفته است. در بخش ۴-۴ به بررسی گذار در الگوی جدایش جریان در نازل LEA_TOC با روش عددی اصلاح شده پرداخته شده است. در نهایت در بخش ۵ نتیجه‌گیری و جمع‌بندی بیان شده است.

۲- نازل‌های سهموی بهینه تراست و انگیزه تحقیق

همان‌طور که در بخش مقدمه اشاره گردید، نازل‌های سهموی بهینه تراست از پرکاربردترین نازل‌ها در صنعت فضایی می‌باشند. کاربرد این نازل‌ها از این حیث حائز اهمیت است که به دلیل وجود جریان داخلی متفاوت، مقدار فشار جریان در دیواره و اگرایی نازل به نسبت به سایر نازل‌ها بزرگتر است. این موضوع در عملکرد نازل در ارتفاعات پایین که فشار اتمسفر محلی بالا بوده، یک مزیت محسوب می‌شود. به طوریکه این باعث به تعویق انداختن جدایش جریان در نازل می‌شود [۱]. نازل‌های سهموی به دلیل فیزیک جریان داخلی متفاوت (وجود ساختار امواج کمانه‌ای^۱) نسبت به کانتورهای ایده‌آل، در نسبت فشارهای مشخص (نسبت فشار موتور نسبت به فشار محیط)، علاوه بر الگوی جدایش مستقل از موج ضربه‌ای^۲، الگوی جدایش متفاوتی تحت عنوان جدایش مقید به موج ضربه‌ای^۳ را تجربه می‌کنند. به طوریکه در الگوی جدایش مستقل از موج ضربه‌ای جریان پس از جدا شدن از دیواره نازل به صورت جت مافوق صوت به صورت متمایل به محور مرکزی، به محیط بیرون منتقل می‌گردد، در حالیکه در الگوی جدایش مقید به موج ضربه‌ای جریان بعد از جدا شدن از دیواره نازل مجدداً به دیواره نازل برخورد می‌کند و منجر به ایجاد نوسان فشار در دیواره نازل می‌گردد. مطابق شکل ۱، شماتیکی از دو الگوی جدایش مذکور ارائه شده است.



شکل ۱ شماتیکی از الگوهای RSS و FSS

Fig1. Schematic of FSS and RSS patterns

1Cap shock

2Free Shock Separation (FSS)

3Restricted Shock Separation (RSS)

الگوی جدایش مستقل از موج ضربه‌ای برای اولین بار در سال ۱۹۷۳ توسط ناو و کافی^۱ در هنگام تست گاز سرد مقیاس کوچک موتور آزمایشگاهی مشاهده گردید [۴]. یکی از مشخصات نازل‌های سهموی بهینه تراست، وجود موج ضربه‌ای داخلی^۲ در ساختار جریان آنها می‌باشد. این موج ضربه‌ای داخلی یک موج ضربه‌ای مایل ضعیف بوده و شرط لازم برای ایجاد الگوی مقید به موج ضربه‌ای است، ولی شرط کافی نمی‌باشد [۵، ۶]. فری و هاگمن در سال ۲۰۰۰ علت وجود ساختار امواج کمانه‌ای موجود در نازل‌های سهموی را، انعکاس معکوس ماخ موج ضربه‌ای داخلی معرفی کرد [۲۴]. هاگمن مجدداً در سال ۲۰۰۲ علت گذار موج ضربه‌ای از مستقل به مقید به موج ضربه‌ای را وجود ساختار امواج کمانه‌ای معرفی کرد [۲۵]. در ساختار امواج کمانه‌ای، مومنتومی در جهت شعاعی و به سمت دیواره نازل ایجاد شده که مقدمه گذار از مستقل به مقید به موج ضربه‌ای می‌باشد [۲۴، ۲۵]. مارتلی^۳ و همکاران در سال ۲۰۱۰ به بررسی عددی پدیده گذار بین دو الگوی مستقل و مقید به موج ضربه‌ای پرداختند [۲۶]. آن‌ها به مطالعه عددی جدایش جریان آشفته گاز سرد نیتروژن در نازل سهموی بهینه تراست با استفاده از مدل اسپالارت آماراس پرداختند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی آنها در مقایسه با نتایج تجربی از نظر کیفی مناسب بوده ولی با توجه به پیش‌بینی نادرست نقطه جدایش، فشار دیواره به طور صحیح مدل‌سازی نشده است. شمس^۴ و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۲ تحلیلی در مورد چگونگی گذار از مستقل به مقید به موج ضربه‌ای و نحوه شکل‌گیری الگوی موج ضربه‌ای کمانه‌ای^۵ در نازل سهموی ارائه کردند. آنها با استفاده از حل سه بعدی ناپایا، مدل آشفته‌گی شبیه‌سازی گردابه‌های جدا شده^۶ و تصحیح تحقق‌پذیری^۷، نواحی جدا شده در نازل را با دقت بالایی پیش‌بینی کردند. در پژوهش انجام شده توسط آلاماپرابو و همکاران در سال ۲۰۱۶ صراحتاً به ضعف مدل‌های آشفته‌گی متوسط‌گیری تنش‌های رینولدز در پیش‌بینی صحیح جدایش جریان اشاره شده و حتی تلاش‌های آنها برای بهبود مدل آشفته‌گی، بسیار وابسته به شرایط عملکردی نازل می‌باشد [۱۸].

قابل ذکر است که کلیات بحث ارائه شده در تحقیق حاضر در خصوص شبیه‌سازی جریان فرامنسبسط در نازل‌های نوع سهموی است که از فیزیک جریان متفاوتی نسبت به نازل‌های دیگر برخوردارند و در خصوص نازل‌های رایج مانند مخروطی، ایده‌ال و غیره این مشکلات غالباً در شبیه‌سازی عددی بروز پیدا نمی‌کند. شبیه‌سازی عددی به شرط دقت کافی، ابزاری مفید برای شناسایی مشخصه‌های جریان داخلی نازل سهموی می‌باشد. با توجه به نقش کلیدی جدایش جریان در فیزیک جریان این نازل‌ها، تخمین صحیح محل جدایش به ویژه در شرایط گذار از مستقل به مقید به موج ضربه‌ای اهمیت زیادی دارد. بنابراین یک مدل آشفته‌گی که بتواند در طیف وسیعی از نسبت‌های فشارها، تخمین صحیحی از فیزیک جریان در این نوع نازل‌ها ارائه دهد، ارزشمند است. در این بررسی با انتخاب بهینه پارامترهای مدل آشفته‌گی عمومی شده $k-\omega$ بر اساس یک نمونه از نتایج تجربی، قابلیت این مدل در تخمین محل جدایش جریان در طیف متنوعی از نسبت فشار و پدیده گذار از مستقل به مقید از موج ضربه‌ای در نازل LEA_TOC مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳- روش عددی تحلیل جریان و مدل آشفته‌گی

۳-۱- روش حل عددی

در یک نازل مافوق صوت گاز سرد با نسبت انبساط بالا، تغییرات عدد ماخ جریان زیاد است (غالباً از ۰ تا ۸). بنابراین جریان بسیار تراکم‌پذیر بوده و برای این‌گونه مسائل، روش حل چگالی- مینا نسبت به روش فشار- مینا دقت بیش‌تری دارد [۲۷-۲۹]. در این تحقیق نیز از روش حل چگالی مینا استفاده شده است. با توجه به متقارن بودن هندسه نازل و به منظور کاهش هزینه محاسباتی از معادلات به فرم متقارن محوری استفاده شده است. بنابراین معادلات حاکم بر جریان معادلات ناویر- استوکس به صورت تراکم‌پذیر، پایا و

1 Nave & Coffey

2 Internal shock

3 Martelli

4 Shams

5 Cap shock

6 Deattached eddy simulation

7 Realizability

تقارن محوری است. فرم دیفرانسیلی معادلات حاکم در مرجع [۳۰] ارائه شده است. جزییات روش عددی مورد استفاده مطابق جدول ۱ ارائه شده است. برای شبیه‌سازی عددی از نرم‌افزار آنسیس فلونت (ورژن ۱۹/۳) استفاده شده است.

جدول ۱: جزییات روش عددی مورد استفاده

Table 1. Details of the numerical method

ردیف	عنوان	توضیحات
۱	مختصات	دو بعدی متقارن محوری
۲	معادله حالت	معادله گاز ایده‌آل
۳	حلگر	چگالی-مبنا
۴	زمان	پایا
۵	مدل آشفتگی	GEKO
۶	محاسبه شارهای غیرلزج	روش Roe
۷	گسسته‌سازی گرادیان	Least squares cell based
۸	گسسته‌سازی جریان	بالادست مرتبه دوم
۹	گسسته‌سازی آشفتگی	بالادست مرتبه اول

۳-۲- مدل آشفتگی

با توجه به اینکه در این مسئله اندرکنش قوی مابین موج ضربه‌ای جریان و لایه مرزی دیواره نازل وجود دارد، جدایش جریان از دیواره‌ی آن در برخی نواحی نازل اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین مدل آشفتگی مورد استفاده می‌بایست برای تخمین محل جدایش جریان مناسب باشد. در شبیه‌سازی عددی با استفاده از مدل‌های متوسط‌گیری تنش‌های رینولدز، با وجود این که تفاوت بین این مدل‌های آشفتگی، بنیادی نبوده اما تاثیر قابل توجهی بر نتایج دارد. مخصوصاً در مسائل اندرکنش موج ضربه‌ای و لایه مرزی، تفاوت بین این مدل‌ها باعث تفاوت در پیش‌بینی محل شروع جدایش جریان می‌گردد. به طور کلی مدل‌های مختلف دارای محدودکننده‌های متفاوتی بوده که معمولاً در جریان‌های پایه تاثیرگذار نیستند، ولی می‌تواند تاثیر زیادی بر کاربردهای پیچیده داشته باشد [۲۱، ۲۲]. به عنوان مثال تفاوت بین مدل‌های $k - \varepsilon$ و $k - \omega - SST$ در کاربردهای ساده مانند جریان روی صفحه تخت ناچیز است اما در کاربردهای پیچیده مانند جریان‌های داخلی سرعت بالا به همراه جدایش جریان و موج ضربه‌ای جریان باعث ایجاد تغییر فراوان در نتایج می‌گردد [۳۱]. در برخی از مراجع به منظور کاهش دادن بار محاسباتی از مدل آشفتگی اسپالارت-آلماراس^۱ و یا $k - \varepsilon$ به همراه راهکارهای تصحیحی برای نواحی جریان رینولدز پایین استفاده شده است [۳۲-۳۴]. با این حال، این روش‌ها خطای زیادی در تخمین نواحی جدایش جریان دارند. در مدل‌های ویسکوزیته گردابی^۲، تنش رینولدز با استفاده از رابطه‌ای خطی به نرخ کرنش متوسط از طریق ویسکوزیته گردابی^۳ مرتبط می‌شود [۳۵]. این تخمین، برای جریان‌هایی که به صورت محلی در حال تعادل هستند^۴، یعنی مقیاس زمانی آشفتگی تقریباً برابر مقیاس زمانی کرنش متوسط است، مناسب می‌باشد. اما برای جریان‌های غیرتعادلی شدید^۵ مثل تداخل موج ضربه‌ای و لایه مرزی توربولانس، مقیاس زمانی کرنش بسیار کوچکتر از مقیاس زمانی آشفتگی است. بنابراین در این مواقع با استفاده از تقریب بوزینسک، مقادیر تنش‌های رینولدز بزرگتر از مقدار واقعی شده و در نتیجه منجر به افزایش انرژی جنبشی توربولانسی تولیدی می‌شود. معمولاً تشدید نوسانات ناشی از توربولانس جریان در طول موج ضربه‌ای، بستگی به قدرت موج ضربه‌ای و میزان تراکم پذیری جریان ورودی پیش از تداخل جریان و موج ضربه‌ای دارد [۱۸]. اثر تراکم پذیری بالادست، به طور قابل ملاحظه‌ای باعث کاهش تقویت توربولانس جریان می‌شود. برای برطرف کردن این مشکل، چندین محقق پیشنهادهای برای اعمال محدودیت در تولید انرژی جنبشی توربولانس در طول موج ضربه‌ای دادند. منتر [۳۶] محدودکننده تولید انرژی جنبشی توربولانس را در طول موج

1 Spalart-Allmaras
2 Eddy viscosity model
3 Turbulent viscosity (μ_t)
4 local equilibrium flows
5 highly non-equilibrium flow

ضربه‌ای ارائه داد. این کار باعث بهبود مدل آشفتگی شده اما همچنان مشکل در اعداد ماک‌های بالاتر پابرجا می‌باشد. زیرا در حالت واقعی، اعداد ماک بالاتر باعث افزایش سطح تراکم‌پذیری جریان بالادست و در نتیجه کاهش انرژی جنبشی توربولانس تولید شده، می‌گردد.

در مساله حاضر با توجه به نسبت انبساط بالای نازل و عملکرد آن در شرایط اتمسفری، تداخل بین موج ضربه‌ای جریان و لایه‌مرزی دیواره نازل رخ داده و جریان در دیواره نازل جدا می‌شود. بنابراین مدل آشفتگی مورد استفاده می‌بایست برای تخمین محل جدایش جریان مناسب باشد. در ادامه این بخش مدل عمومی شده $k - \omega$ و ضرایب تصحیح مربوط به آن معرفی می‌گردد.

منتر و همکاران در سال ۲۰۲۰ با هدف بهبود پیش‌بینی اغتشاشات جریان، مدل $k - \omega$ عمومی شده را ارائه کردند [۲۱، ۲۲]. این مدل دو معادله‌ای مبتنی بر مدل $k - \omega$ بوده اما دارای انعطاف‌پذیری بالا برای تنظیم مدل برای طیف گسترده‌ای از جریان‌ها می‌باشد. در این مدل ۶ پارامتر معرفی شده که دو پارامتر با هدف بهبود جریان‌های محدود به دیواره، دو پارامتر به منظور بهبود جریان‌های برشی، یک پارامتر مربوط به بهبود شبیه‌سازی جریان‌های گوشه و جدایش مربوط به آن و یک پارامتر نیز به منظور جمله اصلاح انحنا در جریان‌های با انحنا زیاد، می‌باشد. لازم به ذکر است که دو پارامتر آخر مختص جریان‌های سه بعدی می‌باشد. در ادامه این بخش این پارامترها به طور مختصر معرفی می‌گردد. معادلات مربوط به این مدل مطابق معادلات (۱) تا (۵) ارائه شده است.

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - c_{\mu} \rho k \omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i \omega) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) + c_{\omega 1} F_1 \frac{\omega}{k} G_k - c_{\omega 2} F_2 \rho \omega^2 + \rho F_3 CD \quad (2)$$

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\max \left(\omega, S / C_{Realize} \right)} \quad (3)$$

$$G_k = \tau_{ij} \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial(x_j)} = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial(\tilde{u}_i)}{\partial(x_j)} \quad (4)$$

$$CD = \frac{2}{\sigma_{\omega}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (5)$$

روابط ۱ و ۲ به ترتیب معادلات انتقال انرژی جنبشی آشفتگی k و نرخ اتلاف مخصوص ω می‌باشد. مقادیر \tilde{u} و به ترتیب بیانگر سرعت متوسط‌گیری شده فاور^۲ و سرعت اغتشاشی می‌باشد. جملات اول و دوم در سمت راست معادله ۱ به ترتیب بیانگر نفوذ^۳ و نرخ تولید G_k انرژی جنبشی آشفتگی می‌باشد و آخرین جمله در سمت راست معادله ۱ بیانگر اتلافات انرژی جنبشی آشفتگی می‌باشد. در معادله ۲ نیز اولین جمله سمت راست مربوط به نفوذ نرخ اتلاف مخصوص بوده و جملات دوم تا چهارم به ترتیب شامل نرخ تولید اتلافات ω و جمله نفوذ عرضی^۴ می‌باشد. این مدل با استفاده از سه تابع F_1 ، F_2 و F_3 مدل‌سازی آشفتگی را بر حسب نیاز مسئله، تنظیم می‌کند. شش پارامتر نیز برای این هدف معرفی شده است [۲۱]. مطابق اذعان مرجع [۳۷] و جست‌جوی انجام شده در این تحقیق، متاسفانه تاکنون روابط سه تابع مزبور بر حسب پارامترهایی که در ادامه معرفی می‌شود علنی نشده است.

نخستین پارامتر با عنوان C_{sep} تاثیر مستقیم در ویسکوزیته آشفتگی داشته به طوری که افزایش این پارامتر باعث کاهش ویسکوزیته آشفتگی در تمامی نواحی جریان می‌شود. دومین پارامتر با عنوان C_{mv} مربوط به ناحیه داخلی لایه مرزی بوده و بر روی ناحیه جریان برشی آزاد اثری ندارد. افزایش این پارامتر باعث افزایش تنش برشی و انتقال حرارت دیواره در نواحی غیرتعادلی می‌گردد. سومین

¹specific dissipation rate

²Favre

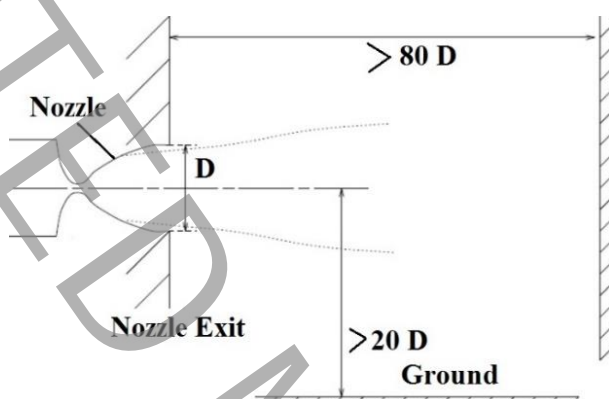
³Diffusion

⁴Cross Diffusion

پارامتر با عنوان C_{mix} مربوط به نواحی جریان برشی آزاد بوده و افزایش آن باعث افزایش ویسکوزیته آشفتگی و متعاقباً موجب افزایش نرخ گسترش جریان برشی آزاد میگردد. مقدار بهینه این پارامتر بر حسب C_{sep} در مرجع [۲۲] ارائه شده است. آخرین پارامتر کاربردی در مسائل دو بعدی و متقارن محوری، با عنوان C_{jet} مربوط به جریانهای حاوی جت می‌باشد. این پارامتر این امکان را می‌دهد که در لحظه‌ای که نرخ گسترش لایه اختلاط ثابت است، نرخ گسترش جت قابل تنظیم باشد. اطلاعات بیشتر در خصوص پارامترهای این مدل در مراجع [۲۱، ۲۲] موجود می‌باشد. علاوه بر محدودکننده تولید انرژی جنبشی [۳۶] و تصحیح تراکم پذیری سرکار [۳۸] که در مدل مبنا نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند، تصحیح تحقق‌پذیری نیز در مدل آشفتگی عمومی شده $k-\omega$ ارائه شده است [۲۱].

۳-۳- دامنه محاسباتی، شرایط مرزی و شبکه محاسباتی

مطابق شکل ۲ بستر تست تجربی مرجع [۲۳] نمایش داده شده است. همچنین پارامترهای هندسی نازل LEA_TOC در جدول ۲ ارائه شده است.



شکل ۲: بستر تست تجربی مرجع [۲۳]

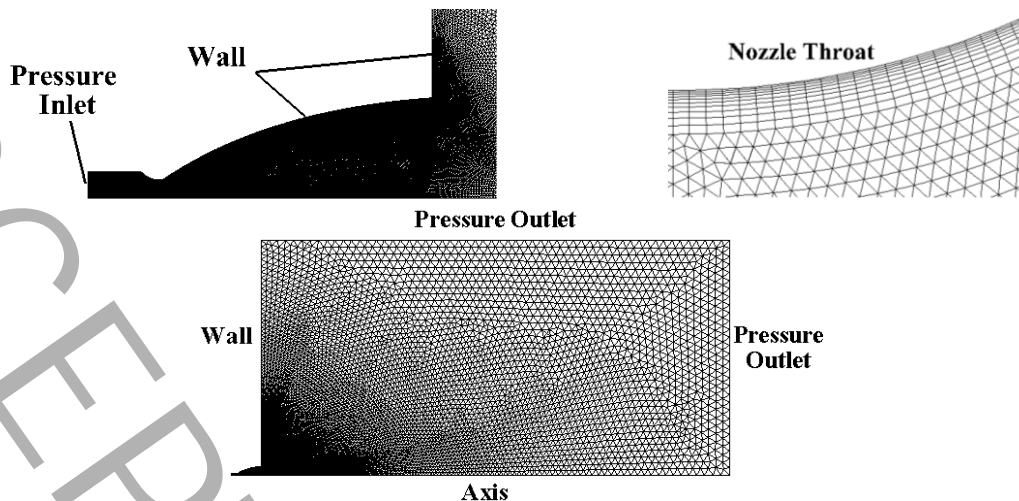
Fig2. Experimental test bed [23]

جدول ۲ مقادیر پارامترهای هندسی نازل [۲۳]

Table 2. Nozzle geometric parameter values

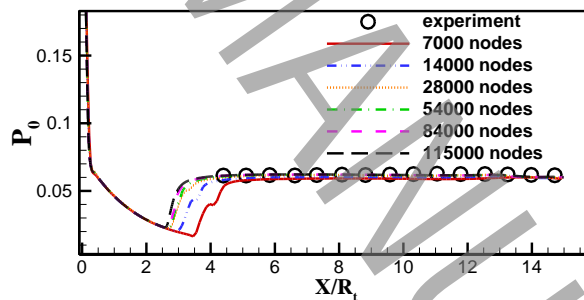
پارامتر	مقدار	واحد	توضیحات
نسبت انبساط نازل	۳۰/۳۲	-	نسبت انبساط نازل
زاویه انبساط اولیه	۳۴	درجه	نیم زاویه انبساط اولیه نازل
زاویه خروجی نازل	۴	درجه	نیم زاویه خروجی نازل
شعاع گلوگاه	۱۳/۶۲	میلی‌متر	شعاع گلوگاه نازل
طول نازل	۲۰۴/۳	میلی‌متر	طول واگرای نازل

مطابق شکل ۳ دامنه محاسباتی، شرایط مرزی و شبکه محاسباتی قابل مشاهده است. دامنه حل شامل محفظه هوای پرفشار (بالادست نازل همگرا واگرا)، نازل همگرا واگرا از نوع سهموی بهینه تراست و محیط بیرون می‌باشد. شبکه مورد استفاده در این پژوهش از نوع بی‌سازمان مثلثی می‌باشد. شرط مرزی فشار ورودی در بالادست محفظه هوای پرفشار در نظر گرفته شده است. با توجه به بستر تست تجربی مرجع [۲۳]، علاوه بر نازل و محفظه هوای فشرده، صفحه متصل به لبه خروجی نازل نیز از نوع دیواره در نظر گرفته شده است. شرط مرزی فشار خروجی در پایین‌دست دامنه محاسباتی با توجه به شرایط آزمایش مرجع مزبور برابر 1 bar در نظر گرفته شده است. مطابق شکل ۳، نمایی از فضای محاسباتی، شبکه‌بندی و شرایط مرزی ارائه شده است.

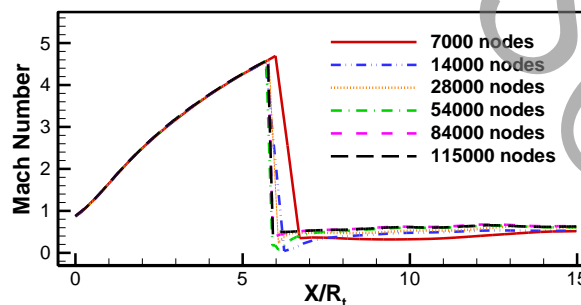


شکل ۳: ناحیه محاسباتی، شبکه بندی و شرایط مرزی
Fig3. Computational domain, grid and boundary conditions

برای اطمینان از استقلال حل عددی از تعداد گره‌های شبکه‌های محاسباتی، شبکه‌های محاسباتی با اندازه‌های ۷۰۰۰، ۱۴۰۰۰، ۲۸۰۰۰، ۵۴۰۰۰، ۸۴۰۰۰ و ۱۱۵۰۰۰ گره ایجاد شده است. مطابق با شکل‌های ۴ تا ۶ برای نشان دادن استقلال از شبکه‌ی محاسباتی، توزیع فشار دیواره، عدد ماخ در محور تقارن نازل و تنش برشی بی‌بعد دیواره مورد بررسی قرار گرفته است. مطابق با این شکل‌ها، اختلاف در عدد ماخ جریان در محور مرکزی، فشار بر روی دیواره‌ی نازل و تنش برشی بی‌بعد بر روی آن، در تعداد گره بالاتر از ۵۴۰۰۰، ناچیز است. بنابراین شبکه‌ی محاسباتی که دارای تعداد گره بالاتر از ۵۴۰۰۰ باشد، می‌تواند تحلیل مناسبی برای حل مسئله ارائه کند. از این رو برای حل مسئله، شبکه‌ی محاسباتی با تعداد گره ۸۴۰۰۰ در نظر گرفته شده است لازم به ذکر است که در شبکه مذکور از شبکه لایه مرزی با فاصله نخستین گره از دیواره برابر ۰/۱ mm بوده و مقدار پارامتر y^+ در ناحیه گلویی کمتر از ۷ و در ناحیه واگرای نازل کمتر از ۱ می‌باشد که برای مدل آشفتگی عمومی شده $k-\omega$ مقدار مناسبی می‌باشد.

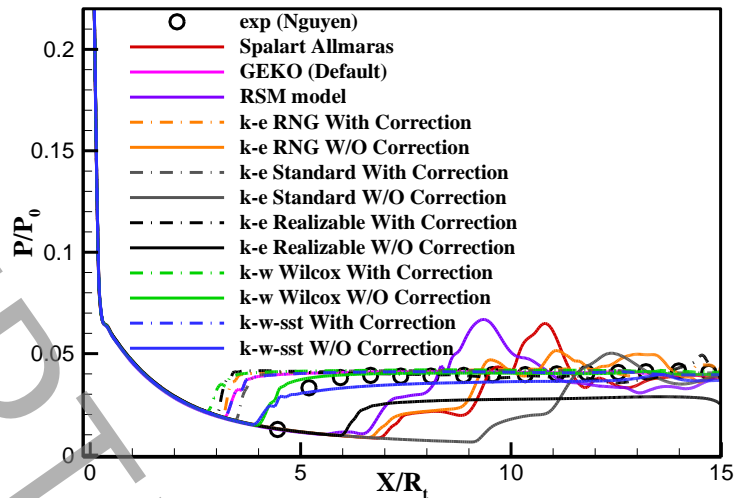


شکل ۴: توزیع فشار دیواره در نسبت فشار ۱۵/۵ در ۶ شبکه متفاوت
Fig4. Nozzle wall pressure distribution for the six mesh grids



شکل ۵: عدد ماخ محور تقارن نازل در نسبت فشار ۱۵/۵ در ۶ شبکه متفاوت
Fig5. Flow Mach number at centerline of nozzle for the six mesh grids

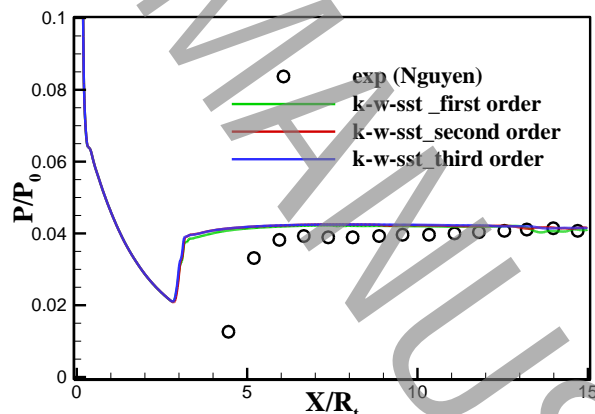
بنابراین در ادامه تحقیق به منظور تصحیح نتایج از تغییر مقادیر پارامترهای مدل آشفتگی عمومی شده $k-\omega$ استفاده می‌شود. نسبت به درستی کار انجام‌شده، اطمینان کافی حاصل نماید.



شکل ۷: مقایسه نتایج مدل‌های مرسوم آشفتگی با نتایج تجربی مرجع [۲۳] و نسبت فشار ۲۲/۸

Fig7. Comparison of the results of conventional turbulence models with experimental results (NPR=22) [23]

به منظور بررسی اثر مرتبه گسسته سازی معادلات آشفتگی، مدل پایه $k-\omega-sst$ در نظر گرفته شده و با مرتبه‌های گسسته‌سازی ۱ تا ۳، شبیه‌سازی عددی در نسبت فشار ۲۲/۸ انجام شده است. در شکل ۸ نمودار فشار دیواره در نسبت فشار ۲۲/۸ برای هر سه حالت فوق نمایش داده شده است. همانطور که در شکل‌های مزبور ملاحظه می‌گردد، هر سه مرتبه گسسته‌سازی منجر به نتایج تقریباً یکسانی در توزیع فشار دیواره شده است و می‌توان نتیجه گرفت که افزایش دقت گسسته‌سازی در معادلات آشفتگی منجر به پیش‌بینی صحیح محل جدایش نشده است.



شکل ۸: توزیع فشار دیواره در نسبت فشار ۲۲/۸ در سه دقت گسسته‌سازی مرتبه اول تا سوم

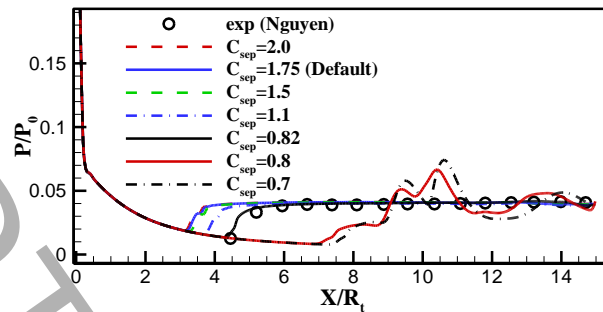
Fig8. Wall pressure distribution at NPR=22.8, in three discretization accuracy

۲-۴- بررسی تاثیر پارامترهای عمومی شده $k-\omega$

۲-۴-۱ پارامتر جدایش C_{sep}

به منظور بررسی اثر پارامتر جدایش بر نتایج، تغییرات این پارامتر بر مسئله حاضر، اعمال می‌گردد. از آنجایی که در مساله مورد نظر این پژوهش، استفاده از مدل‌های آشفتگی مرسوم همراه با تصحیحات، منجر به پیش‌بینی جدایش در بالادست محل واقعی شده است، اینطور استنباط می‌شود که تغییرات در لایه مرزی می‌بایست به نحوی باشد که باعث افزایش ویسکوزیته آشفتگی در این منطقه گردد، به طوریکه با افزایش ویسکوزیته آشفتگی در منطقه لایه مرزی، مومنتوم لایه مرزی افزایش یافته و متعاقباً محل جدایش به پایین دست جریان منتقل می‌گردد. دستیابی به این مهم در مدل عمومی شده $k-\omega$ با کاهش پارامتر جدایش امکان‌پذیر است.

مطابق شکل ۹، تاثیر پارامتر جدایش این مدل در شبیه‌سازی با نسبت فشار ۲۲/۸ ارائه شده است. که همانطور که مورد انتظار بود با کاهش پارامتر جدایش، محل جدایش به پایین دست جریان منتقل شده است. همچنین مشاهده می‌شود که با کاهش پارامتر جدایش کمتر از ۰/۸، منحنی فشار در پایین دست نازل نوسانی شده است که مبین شکل‌گیری الگوی نادرست جدایش مقید به موج ضربه‌ای در نازل است. در پژوهش مرجع [۳۹] نیز به منظور اصلاح نتایج مربوط به مدل از افزایش ویسکوزیته آشفته‌گی استفاده شده و محل جدایش به پایین دست منتقل شده است. مطابق شکل ۹ مقدار بهینه پارامتر جدایش برابر ۰/۸۲ به دست می‌آید.

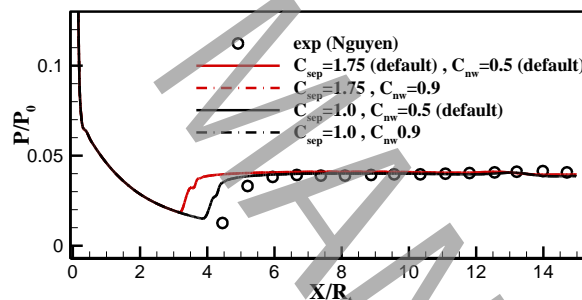


شکل ۹: بررسی اثر پارامتر جدایش در نسبت فشار ۲۲/۸

Fig9. Effect of separation parameter on NPR= 22.8

۲-۲-۴ پارامتر نزدیک دیواره C_{nw}

به منظور بررسی اثر این پارامتر بر ساختار جریان درون نازل، مطابق شکل ۱۰، تغییر این پارامتر در مقادیر مختلف پارامتر جدایش بررسی شده است. به طوریکه در دو پارامتر جدایش متفاوت، تغییر در پارامتر نزدیک دیواره اعمال شده است. همانطور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود، توزیع فشار دیواره در هیچ‌کدام از حالت‌ها نسبت به پارامتر C_{nw} حساسیت نداشته و تاثیری در نتایج ندارد.



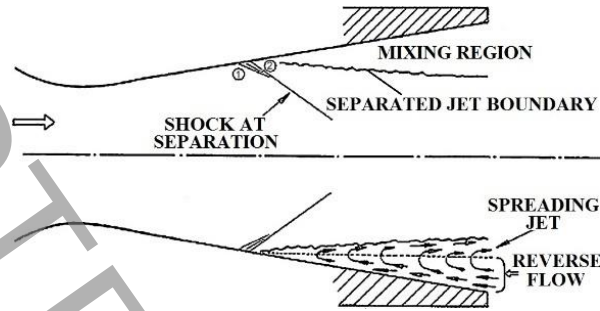
شکل ۱۰: بررسی اثر پارامتر C_{nw} در پارامتر جدایش برابر ۱ و ۱/۷۵ در نسبت فشار ۲۲/۸

Fig10. Effect of near wall parameter on NPR= 22.8

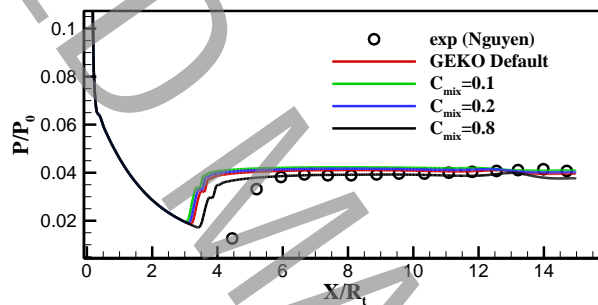
۳-۲-۴ پارامتر اختلاط C_{mix}

در یک نازل در شرایط فرامبسط که جریان جدا شده به صورت لایه برشی مافوق صوت متمایل به محور نازل می‌باشد، نرخ اختلاط در لایه برشی تعیین‌کننده میزان گسترش لایه برشی می‌باشد. مطابق شکل ۱۱ شماتیکی از گسترش لایه برشی در منطقه جدا شده جریان نمایش داده شده است. در شکل ۱۲ اثر پارامتر اختلاط بر توزیع فشار دیواره بررسی شده است. همان‌طور که در بخش ۳-۲ اشاره شد، این پارامتر مربوط به خارج لایه مرزی بوده (جریان لایه برشی) و اثری در داخل لایه مرزی ندارد. مشاهده می‌شود که با افزایش پارامتر اختلاط محل جدایش اندکی به پایین‌دست منتقل شده و همچنین سطح فشار دیواره در منطقه جدا شده اندکی کاهش می‌یابد. این پدیده را می‌توان اینگونه توجیه کرد که با افزایش پارامتر اختلاط نرخ گسترش لایه برشی مافوق صوت افزایش یافته و در نتیجه سطح مقطع جریان برگشتی از اتمسفر به داخل نازل کوچکتر شده است. این کاهش سطح مقطع باعث افزایش سرعت و در نتیجه کاهش فشار در منطقه جدایش شده و در نتیجه سطح فشار کاهش یافته و محل جدایش به پایین‌دست جریان منتقل می‌گردد. برای درک بهتر این موضوع در شکل ۱۳ کانتور اندازه سرعت در دو حالت پارامتر اختلاط برابر ۰/۱ و ۰/۸ نمایش داده شده است. ملاحظه می‌شود که در حالت پارامتر اختلاط برابر ۰/۸، مقدار گسترش لایه برشی از حالت پارامتر اختلاط برابر ۰/۱ بیشتر بوده و همچنین به وضوح مشاهده می‌گردد که سرعت برگشت جریان در ناحیه جدا شده در حالت پارامتر اختلاط برابر ۰/۸ بیشتر از

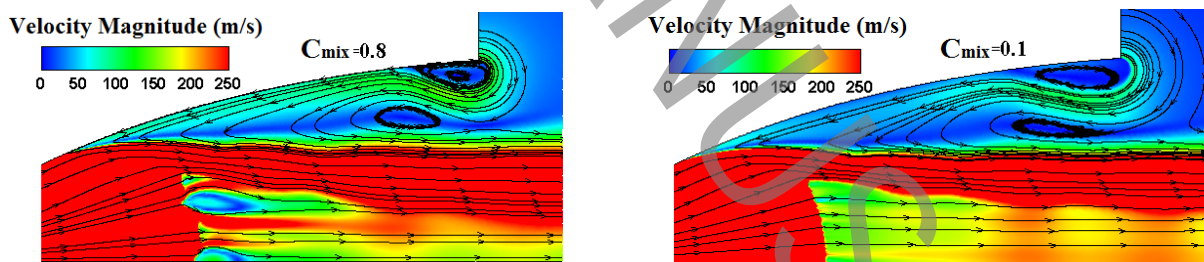
حالت پارامتر اختلاط برابر ۰/۱ می‌باشد. در پژوهش مرجع [۱۸] نیز نتیجه مشابهی مبنی بر افزایش نرخ گسترش لایه برشی مافوق صوت و انتقال محل جدایش به پایین دست ارائه شده است. با دقت در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ مشاهده می‌گردد که اگرچه افزایش پارامتر اختلاط منجر به انتقال اندک محل جدایش به پایین دست می‌گردد، اما افزایش بیش از حد این پارامتر منجر به افزایش ویسکوزیته آشفتگی در نواحی جریان برشی شده و باعث بوجود آمدن نواحی غیرفیزیکی در جریان می‌گردد. همانطور که در شکل ۱۳ (کانتور اندازه سرعت) مشاهده می‌گردد که در ناحیه دیسک ماخ جریان به صورت نامتعارفی شکل گرفته که بیانگر غیرفیزیکی شدن شبیه‌سازی عددی می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که دستیابی به فیزیک صحیح نازل‌های سهموی از طریق افزایش پارامتر اختلاط میسر نمی‌باشد.



شکل ۱۱: شماتیکی از رشد جت و لایه برشی در جریان داخل نازل [۴۱]
Fig11. Schematic of jet growth and shear layer in the nozzle flow

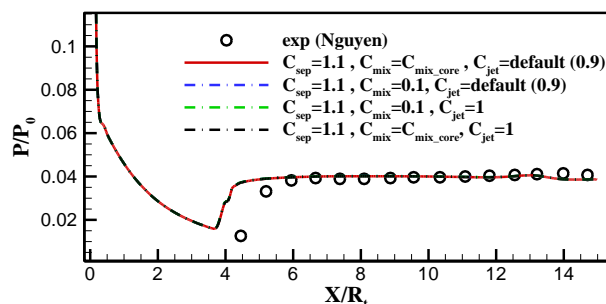


شکل ۱۲: بررسی اثر پارامتر C_{mix} در نسبت فشار ۲۲/۸
Fig12. Effect of C_{mix} parameter on $NPR=22.8$



شکل ۱۳: کانتور اندازه سرعت در دو حالت پارامتر اختلاط برابر ۰/۱ و پارامتر اختلاط برابر ۰/۸
Fig13. Contour of velocity magnitude in two modes of mixing parameter equal to 0.1 and 0.8

۴-۲-۴ پارامتر گسترش جت C_{jet} همانطور که در بخش قبلی اشاره گردید این پارامتر در جریان‌های مربوط به جت تاثیر گذار است. افزایش این مطابق شکل ۱۴ مشاهده می‌گردد که با تغییر پارامتر جت تغییر محسوسی در ساختار جریان ایجاد نمی‌شود.



شکل ۱۴: بررسی اثر پارامتر C_{jet} در مقدار پارامتر جدایش برابر ۱/۱ و نسبت فشار ۲۲/۸

Fig14. Effect of C_{jet} parameter on NPR= 22.8

۳-۴ بررسی قابلیت مدل آشفتگی عمومی شده $k - \omega$ تصحیح شده

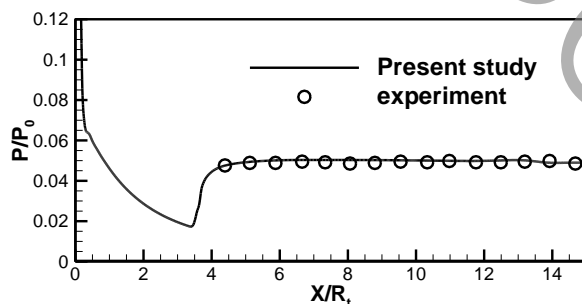
بخش قبلی مقادیر مناسب پارامترهای مدل عمومی شده $k - \omega$ برای شبیه سازی نازل مورد نظر با نتایج یک تست تجربی در نسبت فشار ۲۲/۸ به دست آمده است. با توجه به مطالب مطرح شده در مورد تاثیر ضرایب مدل عمومی شده $k - \omega$ و اجرای همراه با سعی و خطای ضرایب مختلف در بخش قبلی، ضرایب مناسب برای این مساله مطابق جدول ۳ می باشد:

جدول ۳ مقادیر پارامترهای مدل آشفتگی $GEKO$ در تحقیق حاضر

Table3. The values of the $GEKO$ turbulence model parameters in the present study

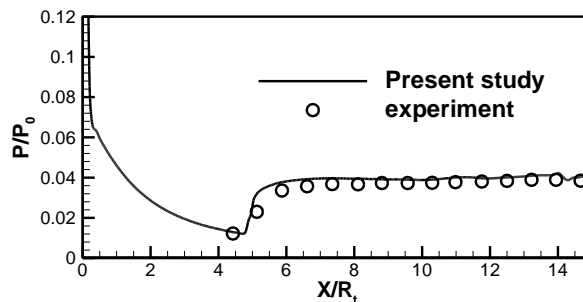
پارامتر	مقدار
C_{sep}	۰.۸۲
C_{nw}	۰.۵
C_{mix}	-۰.۱۴۸۵
C_{jet}	۰.۹

در این بخش هدف بررسی میزان صحت مدل عمومی شده $k - \omega$ با مقادیر پارامتر مشخص شده در جدول ۲ برای شبیه سازی عددی با نسبت فشارهای مختلف از نتایج تست تجربی مرجع [۲۳] است. مقایسه توزیع فشار دیواره نازل در ۴ نسبت فشار متفاوت ۱۸/۹، ۲۳/۹، ۲۵ و ۳۸ انجام شده است. در انتخاب نسبت های فشار سعی شده است که فیزیک های مختلف جدایش جریان مستقل از موج ضربه ای و مقید به موج ضربه ای در این بررسی وجود داشته باشد. نتایج تحلیل های عددی در شکل های ۱۵ تا ۱۸ با نتایج تجربی مقایسه شده است. ملاحظه می گردد که شبیه سازی عددی به خوبی توزیع فشار در دیواره نازل سهموی بهینه تراست را مشخص کرده است. مطابق منحنی های فشار بدست آمده از شبیه سازی عددی کاملاً مشخص است که نسبت های فشار ۱۸/۹ و ۲۳/۹ متعلق به جدایش جریان مستقل از موج ضربه ای بوده و همچنین در نسبت های فشار ۲۵ و ۳۸، جدایش جریان مقید به موج ضربه ای حاکم است که باعث نوسانات شدید در پروفیل فشار در قسمت انتهایی نازل شده است. قابل ذکر است که برخلاف تلاش های قبلی در مرجع [۱۸] برای شبیه سازی جریان در نازل تراست بهینه نوع سهموی، ضرایب مدل برای هر نسبت فشار می بایست تغییر می کرد، در این پژوهش ضرایب اتخاذ شده مدل عمومی شده $k - \omega$ برای پیش بینی فیزیک جریان در تمامی نسبت فشارها و در هر دو الگوی جدایش مستقل از موج ضربه ای و مقید به موج ضربه ای یکسان بوده است.



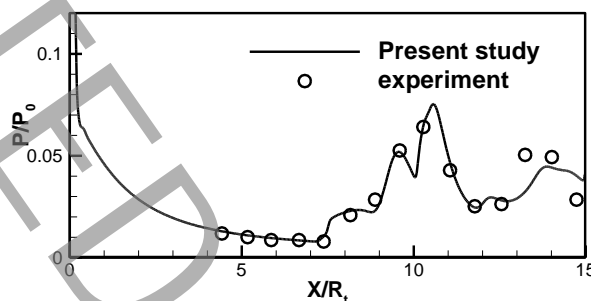
شکل ۱۵: مقایسه توزیع فشار دیواره تحقیق حاضر و نتایج تجربی مرجع [۲۳] در نسبت فشار ۱۸/۹

Fig15. Comparison of wall pressure distribution of the present study and experimental results [23] in NPR=18.9



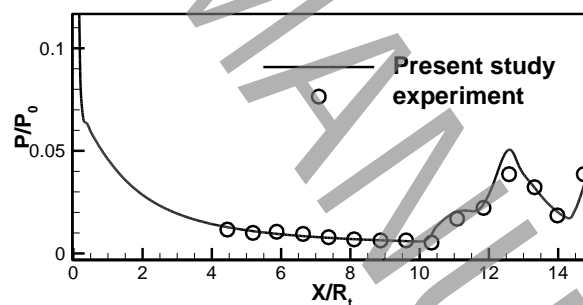
شکل ۱۶: مقایسه توزیع فشار دیواره دوباره تحقیق حاضر و نتایج تجربی مرجع [۲۳] در نسبت فشار ۲۳/۹

Fig16. Comparison of wall pressure distribution of the present study and experimental results [23] in NPR=23.9



شکل ۱۷: مقایسه توزیع فشار دیواره دوباره تحقیق حاضر و نتایج تجربی مرجع [۲۳] در نسبت فشار ۲۵

Fig17. Comparison of wall pressure distribution of the present study and experimental results [23] in NPR=25



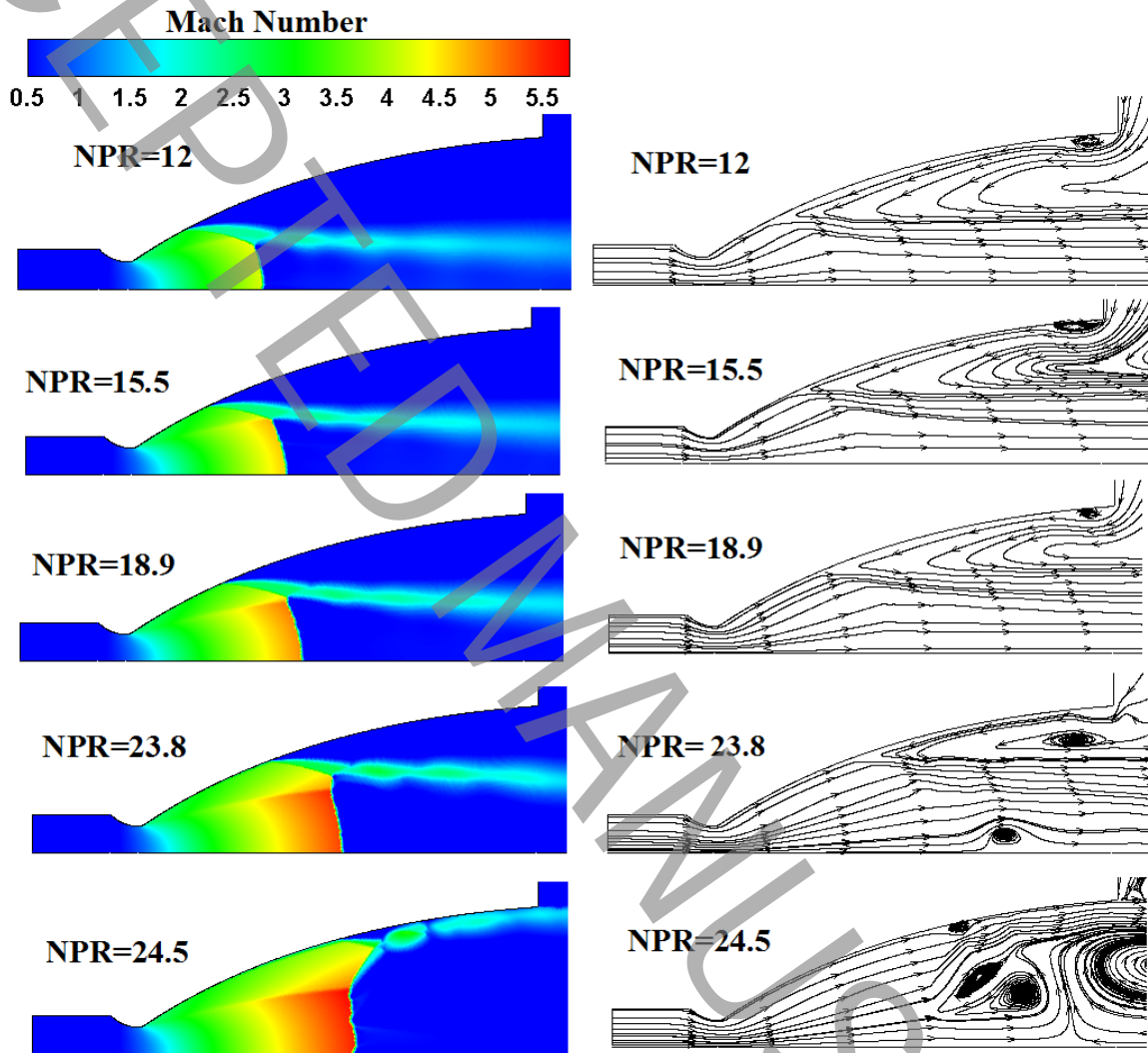
شکل ۱۸: مقایسه توزیع فشار دیواره دوباره تحقیق حاضر و نتایج تجربی مرجع [۲۳] در نسبت فشار ۳۸

Fig18. Comparison of wall pressure distribution of the present study and experimental results [23] in NPR=38

۴-۴ بررسی پدیده گذار از مستقل از موج ضربه‌ای به مقید به موج ضربه‌ای با مدل عمومی شده $k - \omega$ اصلاح شده

همانطور که در بخش قبلی مشاهده گردید، تغییرنسبت فشار، باعث ایجاد تغییرات اساسی در فیزیک جریان نازل‌های سهموی بهینه تراست می‌گردد. بنابراین در این بخش به منظور مشاهده پدیده‌های فیزیکی در حین افزایش نسبت فشار، فشار محفظه نازل به صورت تدریجی افزایش داده شده است. در شکل ۱۹ روند تغییرات جریان با افزایش تدریجی فشار محفظه نازل با کانتورهای عدد ماخ و خطوط جریان نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که الگوی جدایش مستقل از موج ضربه‌ای تا نسبت فشار ۲۳/۸ نیز در نازل حاکم می‌باشد. همچنین ملاحظه می‌گردد که با افزایش نسبت فشار، به دلیل افزایش مومنتوم جریان و لایه مرزی، موقعیت دیسک ماخ و نقطه جدایش به پایین دست نازل منتقل می‌گردد اما فاصله نسبی بین این دو تقریباً ثابت است. نکته حائز اهمیت دیگر که از کانتورهای ماخ برداشت می‌شود محل برخورد موج ضربه‌ای داخلی به دو موج ضربه‌ای جدایش و دیسک ماخ می‌باشد. ملاحظه

می‌شود که در نسبت فشار ۱۲ موج ضربه‌ای داخلی به موج ضربه‌ای جدایش برخورد کرده و اثر محسوسی بر ساختار امواج داخل نازل ندارد به طوری‌که ساختار انعکاس ماخ در داخل نازل برقرار است. اما با افزایش نسبت فشار و انتقال ساختار امواج به پایین‌دست، محل برخورد موج ضربه‌ای داخلی به سمت دیسک ماخ حرکت می‌کند و به طوری‌که در شکل ۱۸ مشاهده می‌گردد که در نسبت فشار ۲۳/۸ دو نقطه سه‌گانه در ساختار امواج وجود دارد. اولی در اثر برخورد موج ضربه‌ای داخلی، دیسک ماخ و دیسک ماخ حلقوی^۱ می‌باشد و نقطه سه‌گانه دوم در اثر برخورد موج ضربه‌ای جدایش، دیسک ماخ حلقوی و موج ضربه‌ای منعکس شده می‌باشد. این امر نقطه عطفی در تغییر شکل ساختار امواج به حالت امواج کمانه‌ای^۲ می‌باشد. با کمی افزایش فشار بیشتر تا نسبت فشار ۲۴/۵، به طور کلی ساختار جریان دچار تغییر شده و الگوی جدایش مقید به موج ضربه‌ای در نازل حاکم شده است.



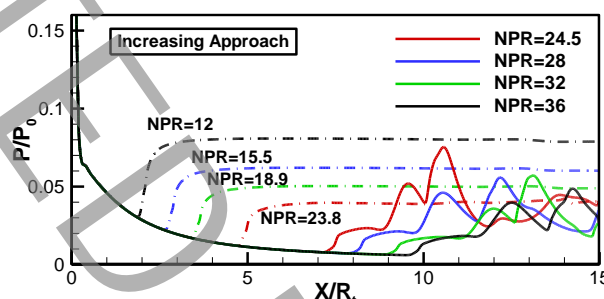
شکل ۱۹: کانتور عدد ماخ و خطوط جریان
Fig19. Mach number contour and streamlines

در شکل ۲۰ توزیع فشار در فرایند افزایش تدریجی فشار ارائه شده است. در روند افزایش تدریجی فشار، ملاحظه می‌گردد که تا نسبت فشارهای کمتر از ۲۴ الگوی مستقل از موج ضربه‌ای در نازل حاکم می‌باشد و پس از آن با افزایش بیشتر نسبت فشار، نقطه جدایش جهشی به پایین‌دست داشته و الگوی جدایش مقید به موج ضربه‌ای در نازل حاکم می‌گردد. نکته‌ای که در نمودار شکل ۲۰ مطرح بوده

¹Annular mach disk

²Cap Shock

و حائز اهمیت است، انتقال ناگهانی نقطه جدایش در حین افزایش فشار تدریجی و گذار از مستقل از موج ضربه‌ای به مقید به موج ضربه‌ای می‌باشد. ملاحظه می‌شود که با افزایش نسبت فشار از $23/8$ تا $24/5$ و گذار از الگوی مستقل از موج ضربه‌ای به مقید به موج ضربه‌ای نقطه جدایش به صورت ناگهانی به منطقه‌ای در پایین دست منتقل می‌گردد. این جهش سریع نقطه جدایش به پایین دست را این گونه می‌توان توجیه کرد که در حالت مستقل از موج ضربه‌ای باز یافت فشار به نزدیکی اتمسفر از طریق موج ضربه‌ای جدایش می‌باشد و فشار فلت نزدیک فشار اتمسفر می‌باشد. در حالت مقید به موج ضربه‌ای، فشار درون حباب جدایش کمتر از فشار اتمسفر بوده و این نشان دهنده این است که اختلاف فشار در طول موج ضربه‌ای جدایش در حالت مقید به موج ضربه‌ای بسیار کمتر از مستقل از موج ضربه‌ای می‌باشد. بنابراین موج ضربه‌ای با قدرت کمتر به منظور تنظیم کردن جریان نیازمند آن است که به پایین دست منتقل گردد. و این علت انتقال ناگهانی نقطه جدایش در گذار از مستقل از موج ضربه‌ای به مقید به موج ضربه‌ای می‌باشد. نتایج این بخش با نتایج تست تجربی مرجع [۲۳] مبنی بر نسبت فشار گذار در الگوی جدایش مستقل از موج ضربه‌ای به مقید به موج ضربه‌ای همخوانی دارد. بنابراین ملاحظه می‌گردد که استفاده از مدل آشفتگی عمومی شده $k - \omega$ به همراه پارامترهای اصلاح شده علاوه بر پیش‌بینی صحیح محل جدایش در طیف وسیعی از نسبت‌های فشار، فیزیک جریان داخلی نازل LEA_TOC در گذار از الگوهای جدایش را نیز به درستی پیش‌بینی کرده است.



شکل ۲۰: توزیع فشار دیواره در فرایند افزایش تدریجی فشار محفظه نازل

Fig20. Wall pressure distribution in the process of gradually increasing the nozzle chamber pressure

لازم به ذکر است که مقادیر مورد استفاده در این پژوهش تنها برای نازل LEA_TOC تحت شبیه‌سازی عددی قرار گرفته و ممکن است برای سایر نازل‌های نوع تراست بهینه نیاز به مقادیر جدیدی برای پارامترهای کنترلی جهت کالیبراسیون مدل آشفتگی عمومی شده $k - \omega$ باشد. همانطور که در مرجع [۲۲] نیز اشاره شده این مدل آشفتگی با داشتن نتایج تجربی و تنظیم ضرایب مناسب، راهی مناسب همراه با هزینه محاسباتی پایین برای شناسایی فیزیک جریان‌های مختلف می‌باشد. ذکر این نکته حائز اهمیت است که در کاربردهای صنعتی مانند پروژه‌های متعدد پژوهشکده سامانه‌های حمل و نقل فضایی، یک نوع نازل در شرایط مختلف پروازی (فشارهای محیط اتمسفری یا خلاء نسبی) مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این شرایط دستیابی به فیزیک جریان صحیح در بازه بزرگی از نسبت فشارها بسیار ارزشمند بوده و باعث جلوگیری از تست‌های تجربی پرهزینه می‌گردد.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق به بررسی عددی جدایش جریان در نازل سهموی بهینه تراست LEA_TOC پرداخته شد. ابتدا مدل‌های آشفتگی معادلات ناویر-استوکس متوسط‌گیری مورد ارزیابی قرار گرفته و ضعف آنها در تخمین صحیح محل جدایش جریان در این نوع نازل در شرایط فرامنسبسط نشان داده شد. از آنجایی که ویسکوزیته آشفتگی درون لایه مرزی نقشی اساسی در جدایش جریان ایفا می‌کند، فلسفه مورد استفاده در این پژوهش کنترل این پارامتر بر مبنای نتایج تجربی محدود جهت بهبود شبیه‌سازی عددی می‌باشد، بنابراین در ادامه به منظور دستیابی به نتایج دقیق‌تر، از مدل آشفتگی عمومی شده $k - \omega$ با تصحیح پارامترهای آن استفاده شد. با بررسی پارامترهای مدل آشفتگی عمومی شده $k - \omega$ مشخص شده که دو پارامتر جدایش و اختلاط تاثیر قابل توجهی در جدایش لایه مرزی جریان دارند. به طوریکه با کاهش پارامتر جدایش و افزایش پارامتر اختلاط، ویسکوزیته توربولانسی در شبیه‌سازی عددی افزایش یافته و موجب ایجاد تاخیر در جدایش لایه مرزی می‌گردد. با توجه به مضرات افزایش ویسکوزیته توربولانسی در ناحیه جریان برشی،

در این تحقیق از مقدار پیشنهاد شده توسط منتر^۱ که بر حسب پارامتر جدایش بهینه شده است، استفاده شد. همچنین مشاهده شد که پارامترهای گسترش جت و نزدیک دیوار در مسئله نازل فرانتبساطی بی‌تاثیر بوده و مقادیر پیش‌فرض برای دستیابی به نتایج صحیح، مناسب می‌باشد. نشان داده شد که با بکارگیری پارامتر جدایش برابر ۰/۸۲، نتایج عددی مطابقت خوبی با داده‌های تجربی داشته است. با اصلاح مدل توبولانسی فیزیک جریان در نازل مفروض در نسبت فشارهای مختلف مورد بررسی قرار گرفته و قابلیت بالای این روش در تخمین فیزیک جدایش جریان مورد تایید قرار گرفت. استفاده از این مدل اصلاح شده همراه با ضرایب جدید باعث برطرف کردن خطای حدود ۳۰ درصدی مدل مبنا $k-\omega-SST$ در تخمین محل جدایش شده است. برخلاف تحقیقات گذشته که دستیابی به تخمین صحیح محل جدایش و فیزیک جریان به پارامتر نسبت فشار نازل وابسته بود، در این پژوهش با یکبار تصحیح مدل آشفتگی، نتایج در بازه وسیعی از پارامتر نسبت فشار نازل معتبر بوده، به طوریکه حتی نسبت فشار گذار از الگوی جدایش از مستقل از موج ضربه‌ای به مقید به موج ضربه‌ای به درستی پیش‌بینی شده است. گذشته از همه این موارد، در این تحقیق اثبات می‌شود که مدل عمومی شده $k-\omega$ برای این قبیل مسائل، نسبت به مدل پایه $k-\omega-SST$ از دقت و قابلیت بالایی برخوردار است. در ادامه دو الگوی جدایش جریان مستقل و مقید به موج ضربه‌ای با مدل توربولانسی مزبور مورد تشریح قرار گرفت. بررسی‌های عددی نشان داد که گذار از مستقل از موج ضربه‌ای به مقید به موج ضربه‌ای در فرایند افزایش تدریجی فشار در نسبت فشار حدود ۲۴ رخ می‌دهد که انطباق خوبی با نتایج تجربی داشته است.

۶- علائم

علائم انگلیسی

P	فشار استاتیکی (bar)
P_0	فشار کل (bar)
X	موقعیت طولی
R	موقعیت شعاعی
NPR	نسبت فشار کل به فشار محیط اتمسفر
FSS	الگوی جدایش مستقل از موج ضربه‌ای
RSS	الگوی جدایش مقید به موج ضربه‌ای
C_{sep}	پارامتر جدایش
C_{mix}	پارامتر اختلاط
$C_{mix-core}$	پارامتر اختلاط بهینه
C_{jet}	پارامتر گسترش جت
C_{nw}	پارامتر نزدیک دیواره
C_{real}	پارامتر تحقق پذیری
TP	نقطه سه‌گانه
QP	نقطه چهارگانه
k	انرژی جنبشی آشفتگی
ω	نرخ اتلاف مخصوص

۷- مراجع

¹ $C_{mix-core}$

- [1] J. Ostlund, B. Muhammad-Klingmann, Supersonic flow separation with application to rocket engine nozzles, *Appl. Mech. Rev.*, 58(3) (2005) 143-177.
- [2] G.P. Sutton, O. Biblarz, *Rocket propulsion elements*, John Wiley & Sons, 2016.
- [3] G. Rao, Approximation of optimum thrust nozzle contours, *ARS J.*, 30 (1960) 561.
- [4] L. Nave, G. Coffey, Sea level side loads in high-area-ratio rocket engines, in: 9th propulsion conference, 1973, pp. 1284.
- [5] A. Shams, S. Girard, P. Comte, Numerical simulation of shock-induced separated flows in overexpanded rocket nozzles, *Progress in Flight Physics*, 3 (2012) 169-190.
- [6] E. Martelli, L. Saccoccio, P. Ciottoli, C. Tinney, W. Baars, M. Bernardini, Flow dynamics and wall-pressure signatures in a high-Reynolds-number overexpanded nozzle with free shock separation, *Journal of Fluid Mechanics*, 895 (2020).
- [7] N. Fouladi, M. Farahani, A. Mirbabaei, Performance evaluation of a second throat exhaust diffuser with a thrust optimized parabolic nozzle, *Aerospace science and technology*, 94 (2019) 105406.
- [8] C.-L. Chen, S. Chakravarthy, C. Hung, Numerical investigation of separated nozzle flows, *AIAA journal*, 32(9) (1994) 1836-1843.
- [9] S. Deck, A.T. Nguyen, Unsteady side loads in a thrust-optimized contour nozzle at hysteresis regime, *AIAA journal*, 42(9) (2004) 1878-1888.
- [10] A. Shams, P. Comte, S. Girard, G. Lehnasch, M. Shahab, 3D unsteady numerical investigation of an overexpanded thrust optimized contour nozzle, in: 6th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, 2009, pp. 90.
- [11] P. Reijasse, F. Bouvier, P. Serval, Experimental and numerical investigation of the cap-shock structure in over expanded thrust-optimized nozzles, (2002).
- [12] J. Ostlund, M. Jaran, Assessment of turbulence models in overexpanded rocket nozzle flow simulations, in: 35th Joint Propulsion Conference and Exhibit, 1999, pp. 2583.
- [13] C. Pilinski, A. Nebbache, Flow separation in a truncated ideal contour nozzle, *Journal of Turbulence*, 5(1) (2004) 014.
- [14] R. Stark, B. Wagner, Experimental flow investigation of a truncated ideal contour nozzle, in: 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2006, pp. 5208.
- [15] H. Luedeke, Axisymmetric investigation of the VAC S6 short nozzle with forced external fluctuation, in: Proceedings of the ATAC-FSCD workshop, Noordwijk, The Netherlands, 2007.
- [16] A. Hadjadj, Y. Perrot, S. Verma, Numerical study of shock/boundary layer interaction in supersonic overexpanded nozzles, *Aerospace science and technology*, 42 (2015) 158-168.
- [17] S. Sarkar, Modeling the pressure-dilatation correlation, Institute for computer applications in science and engineering, 1991.
- [18] A. Yaravintelimath, B. Raghunandan, J.A. Morínigo, Numerical prediction of nozzle flow separation: Issue of turbulence modeling, *Aerospace Science and Technology*, 50 (2016) 31-43.
- [19] A. Nebbache, Separated nozzle flow, *Comptes Rendus Mécanique*, 346(9) (2018) 844-854.
- [20] N. Fouladi, M. Farahani, Numerical investigation of second throat exhaust diffuser performance with thrust optimized parabolic nozzles, *Aerospace Science and Technology*, 105 (2020) 106020.
- [21] F.R. Menter, A. Matyushenko, R. Lechner, Development of a generalized k- ω two-equation turbulence model, in: Symposium der Deutsche Gesellschaft für Luft-und Raumfahrt, Springer, 2018, pp. 101-109.
- [22] F. Menter, R. Lechner, A. Matyushenko, Best practice: generalized k- ω two-equation turbulence model in ANSYS CFD (GEKO), Technical Report, ANSYS, (2019) 27.
- [23] A.T. Nguyen, H. Deniau, S. Girard, T. Alziary de Roquefort, Unsteadiness of flow separation and end-effects regime in a thrust-optimized contour rocket nozzle, *Flow, Turbulence and Combustion*, 71(1) (2003) 161-181.

- [24] M. Frey, G. Hagemann, Restricted shock separation in rocket nozzles, *Journal of Propulsion and Power*, 16(3) (2000) 478-484.
- [25] G. Hagemann, M. Frey, W. Koschel, Appearance of restricted shock separation in rocket nozzles, *Journal of Propulsion and Power*, 18(3) (2002) 577-584.
- [26] E. Martelli, F. Nasuti, M. Onofri, Numerical calculation of FSS/RSS transition in highly overexpanded rocket nozzle flows, *Shock Waves*, 20(2) (2010) 139-146.
- [27] N. Fouladi, A. Mohamadi, H. Rezaei, Numerical investigation of pre-evacuation influences of second throat exhaust diffuser, *Fluid Mechanics and Aerodynamics*, 5(2) (2017) 55-69.
- [28] E. Mohammadi, N. Fouladi, A. Madadi, Design and Analysis of Gas Ejector in High Altitude Test Facility, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 52(11) (2019) 3015-3032.
- [29] N. Fouladi, M. Hataminasab, S. Afkhami, Numerical Analysis of Cross Section Time Variation Effects of the Supersonic Exhaust Diffuser, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 53(3) (2021) 7-7.
- [30] D.C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*, DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [31] N. Fouladi, A. Mohamadi, H. Rezaei, Numerical design and analysis of supersonic exhaust diffuser in altitude test simulator, *Modares Mechanical Engineering*, 16(8) (2016) 159-168.
- [32] H.-W. Yeom, S. Yoon, H.-G. Sung, Flow dynamics at the minimum starting condition of a supersonic diffuser to simulate a rocket's high altitude performance on the ground, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 23(1) (2009) 254-261.
- [33] S. Sankaran, T.N. Satyanarayana, K. Annamalai, K. Visvanathan, V. Babu, T. Sundararajan, CFD analysis for simulated altitude testing of rocket motors, *Canadian Aeronautics and Space Journal*, 48(2) (2002) 153-162.
- [34] R. Manikanda Kumaran, T. Sundararajan, D. Raja Manohar, Simulations of high altitude tests for large area ratio rocket motors, *AIAA journal*, 51(2) (2013) 433-443.
- [35] D.C. Wilcox, Formulation of the kw turbulence model revisited, *AIAA journal*, 46(11) (2008) 2823-2838.
- [36] F. Menter, Zonal two equation kw turbulence models for aerodynamic flows, in: *23rd fluid dynamics, plasmadynamics, and lasers conference*, 1993, pp. 2906.
- [37] Y.-K. Jung, K. Chang, J.H. Bae, Uncertainty Quantification of GEKO Model Coefficients on Compressible Flows, *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021 (2021).
- [38] S. Sarkar, L. Balakrishnan, Application of a Reynolds stress turbulence model to the compressible shear layer, in: *21st Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference*, 1990, pp. 1465.
- [39] C. Allamaprabhu, B. Raghunandan, J. Morinigo, Improved prediction of flow separation in thrust optimized parabolic nozzles with FLUENT, in: *47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, 2011, pp. 5689.
- [40] Vulcan 2+ NE, TN, CFD Simulations," Prog. Nr. SV-NT 114 0000E2026, VOLVO Internal Report, 2000, Issue Date 2000-09-26
- [41] M. Herbert, R. Herd, Boundary-layer separation in supersonic propelling nozzles, (1964).

Numerical simulation of flow separation in a thrust optimized parabolic nozzle

Sina Afkhami^a, Nematollah Fouladi^{b*}, Mahmood PasandidehFard^c

^{a,c}Department of Aerospace Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

^bSpace Transportation Research Institute, Iranian Space Research Center, Tehran, Iran

ABSTRACT

Complex flow separation in thrust optimized parabolic (TOP) nozzles in over-expanded condition is one of challenging issue of many numerical investigations. The correct estimation of a TOP nozzle performance extremely depends upon the accurate estimation of the onset of flow separation. Literature review indicates that conventional RANS turbulence models have a significant error in predicting the onset of flow separation in these types of nozzles due to the overestimating of turbulent kinetic energy production. Recently proposed GEKO (generalized model of $k-\omega$) has made it possible to rectify numerical simulations based on governing physics and using limited experimental results. In the present study, the flow physics in the LEA_TOC nozzle has been investigated with the numerical simulation approach. At the first, the significant error of conventional RANS turbulence models is shown to simulate flow separation in this type of problem. Then, the GEKO parameters are modified based on limited experimental result of LEA_TOC nozzle, and the ability of this model has been evaluated to estimate the flow physics under different pressure ratios. Numerical investigations show that GEKO has a high capability for accurate estimating the onset of flow separation at wide range of nozzle pressure ratios. Applying the corrected GEKO has resulted in an improvement of about 30% in estimation of the onset of separation in over-expanded LEA_TOC nozzle compared to the $k-\omega$ -sst model.

KEYWORDS

Numerical simulation, Thrust optimized parabolic nozzle, flow separation pattern, GEKO turbulence model