# مدل‌سازی عددی تیرهای فولادی تقویت‌شده با صفحات CFRP تحت بارگذاری خستگی

**امین هاشمی نسب1، محمّدرضا توکلی زاده2\***

**1- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد**

**2- استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد**

am.haseminasab@mail.um.ac.ir

\*نویسنده مسئول: drt@um.ac.ir

# چکیده

تحلیل یک جز سازه‌ای تحت بارگذاری خستگی به علت پیچیدگی رفتار جز تحت این نوع از بارگذاری یکی از پیچیده‌ترین مسائل در حوزه مهندسی عمران است. برای یافتن عمر خستگی هر عضو سازه‌ای عموماً از نتایج آزمایشگاهی هزینه بر استفاده می‌شود اما این داده ها بسیار پراکنده هستند و قابل‌استفاده برای تمام شرایط و مسائل نیستند؛ بنابراین یافتن یک پاسخ تحلیلی یا ارائه‌ی یک مدل شبیه‌سازی شرایط خستگی ضمن کاهش هزینه‌های آزمایشگاهی و صرفه‌جویی در زمان، می‌تواند یک راه‌حل جامع و نظام‌مند را برای تمام شرایط ارائه کند. در این پژوهش پنج نمونه تیر فولادی تقویت‌شده با صفحات CFRP تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند و سپس نتایج حاصل از تحلیل با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شدند. نتایج ارزیابی نشان‌دهنده آن بودند که مدل رایانه‌ای ارائه‌شده به‌ خوبی توانسته عمر خستگی نمونه‌ها را تخمین بزند.

**کلمات کليدي:** خستگی، تیر فولادی، وصله CFRP، مدلسازی عددی

**1. مقدمه**

بارگذاری خستگی در پل‌ها هم از لحاظ پیچیدگی در انجام تحلیل و محاسبات و هم به لحاظ حساسیت این نوع از بارگذاری در این سازه‌ها همواره یکی از چالش‌برانگیزترین مسائل در حوزه‌ی طراحی پل‌ها بوده است. پیچیدگی محاسبه‌ی مقاومت خستگی سبب می‌شود تا آیین‌نامه‌ها عموماً با استفاده از نتایج آزمایشگاهی حدود و چهارچوب‌های طراحی را مشخص کنند درحالی‌که معمولاً نتایج حاصل از مشاهدات آزمایشگاهی نیز بسیار متفاوت و پراکنده هستند و تکیه ‌بر این یافته‌ها همواره با مقداری عدم قطعیت همراه خواهد بود.

صرف‌نظر از مسئله تحلیل خستگی یک سازه، چالش بعدی این حوزه تقویت و ترمیم سازه‌ی مذکور است. اگرچه روش‌ها و مواد مختلفی برای انجام این امر در اختیار مهندسین است اما در پل‌های با تیرهای فولادی معمول‌ترین انتخاب "الیاف تقویت‌شده با پلیمر" یا به‌اختصار FRP ها هستند. FRP ها مقاومت بسیار بالایی در برابر خستگی دارند و قادر هستند تا یک میلیون چرخه‌ی بارگذاری، در محدوده‌ی تنش نصف مقاومت نهایی خود را تحمل کنند. علاوه بر این وزن کم و مقاومت مناسب در برابر خوردگی -که خود یکی از مسائل چالش‌برانگیز در طراحی و ترمیم پل‌ها است- سبب می‌شود تا طراحان و آیین‌نامه‌ها به این گروه از مصالح به‌عنوان بهترین گزینه برای ترمیم پل‌ها بنگرند.

متأسفانه عدم وجود آیین‌نامه‌های معتبر برای موارد مختلف استفاده از CFRP ها مشکلی بزرگ در فرآیند طراحی را به وجود آورده است؛ در چنین مواردی طراحان عموماً از نتایج تحقیقات انجام‌شده و یا توصیه‌ی شرکت‌های تولیدکننده این مواد بهره می‌گیرند[1]؛ بااین‌حال طراحی انجام‌شده با استفاده از منابع اطلاعاتی نامبرده شده معمولاً محافظه‌کارانه ( یا به‌طور صحیح over-design ) خواهد بود. ضمن آنکه اکثر پژوهش‌های مرتبط با رفتار تیرهای تقویت‌شده با CFRP تحت بارگذاری خستگی، مربوط به تیرهای بتنی است و شمار اندکی از این پژوهش‌ها تیرهای فولادی را مورد بررسی قرار می‌دهند.

در این پژوهش سعی شده تا با استفاده از برنامه‌های رایانه‌ای معمول و در دسترس اغلب مهندسین یک مدل رایانه‌ای مناسب برای شبیه‌سازی شرایط بارگذاری خستگی ارائه شود. در این راستا پنج نمونه تیر فولادی تقویت‌شده با CFRP که در پژوهشی آزمایشگاهی [2] تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند، انتخاب‌ شده است و پس از مدل‌سازی رایانه‌ای عمر خستگی هر یک تعیین‌شده است و سپس با استفاده از نتایج آزمایشگاهی صحت این مقادیر مورد ارزیابی قرار گرفتند.

**2. پژوهش های پیشین**

در پژوهش انجام‌شده توسط توکلی زاده و سعادت منش [2] پنج نمونه تیر فولادی تقویت نشده و شش نمونه تقویت‌شده با صفحات CFRP به طول 1.3 متر در محدوده‌های مختلف تنش تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند. در بال پایینی تمام نمونه‌ها یک بریدگی به طول 12.7 mm و عرض 0.9 mm ایجاد شده است و رشد ترک و کاهش سختی نمونه‌ها موردبررسی قرار گرفته است و دو رابطه‌ی لگاریتمی برای تعیین طول عمر نمونه‌ها در دو حالت تقویت‌شده و تقویت نشده بر اساس محدوده‌ی تنش وارده در بال پایینی و تعداد چرخه‌ها ارائه‌شده است. البته این روابط تنها برای تیرهای فولادی مشابه با نمونه‌های آزمایش‌شده معتبر است. روابط ارائه‌شده با روابط مندرج در آیین‌نامه مقایسه شده و ثابت های محاسبه‌شده در هر دو مورد با یکدیگر مقایسه شده است.

در پژوهش دیگری که توسط دنگ و لی [3] انجام‌شده است هشت نمونه تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند و یک نمونه هم تحت بارگذاری استاتیک قرار گرفته است تا ظرفیت باربری تیر در حالت استاتیک مشخص شود؛ گفتنی است که تمامی نمونه‌ها با صفحات FRP به طول 400 mm در میانه‌ی خود تقویت‌شده‌اند و طول تیرها 1.2 m است. نمونه‌های قرارگرفته تحت بارگذاری خستگی در محدوده‌های مختلف تنش آزمایش‌شده‌اند و CFRP در نمونه‌ای که تحت بارگذاری با حداکثر مقدار بار 125 kN قرار گرفت بعد از طی شدن سه‌چرخه‌ی بارگذاری و باربرداری از سطح نمونه جدا شد و بنابراین آزمایش در این مرحله متوقف شد. از نتایج آزمایش مشخص شد که لبه زنی چسب FRP در محل اتصال به سطح تیر اگرچه در طول عمر نمونه‌ها تأثیر مثبت دارد اما این تأثیر چندان قابل‌توجه نیست. در این پژوهش مشخص شد که خرابی اپوکسی تحت تنش‌های کششی سریع‌تر از خرابی تحت تنش‌های برشی رخ می‌دهد. همچنین مشخص شد که طول عمر یک نمونه تحت بارگذاری خستگی بیش از آنکه به تعداد چرخه‌ها بستگی داشته باشد به محدوده‌ی تنش وارده و به‌خصوص حداکثر بار وارده بستگی دارد.

در پژوهش انجام‌شده توسط کلمبی و فاوا [4] هشت نمونه تقویت‌شده با صفحات FRP و یک نمونه تقویت نشده تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند. تمامی نمونه‌ها در میانه‌ی خود با یک بریدگی به ارتفاع 20mm که محدوده‌ی بال پایینی و جان تیر را پوشش می‌دهد خدشه‌دار شده‌اند. سه نمونه با یک صفحه‌ی FRP و پنج نمونه با دولایه‌ی FRP تقویت شدند. پس از اعمال بارگذاری میزان رشد طول ترک در نمونه‌ها ثبت شدند و سپس تمامی نمونه‌ها در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی شدند و یک مدل‌سازی عددی بر پایه‌ی روابط معمول تنش-کرنش نیز انجام شد تا نتایج حاصل از مقادیر آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی با یکدیگر مقایسه شوند. درنتیجه‌ی این مقایسه مشخص شد که روابط عددی برای تخمین نیروی موجود در صفحات FRP در برخی موارد ناکارآمد بوده و مدل‌سازی انجام‌شده توسط نرم‌افزار تا حد قابل قبولی تنش های موجود در صفحات را تخمین می‌زند.

**3. نمونه های آزمایشگاهی مورد بررسی**

در این پژوهش از مدل آزمایشگاهی مورداستفاده در پژوهش توکلی زاده و سعادت منش [2] استفاده می‌شود و از نتایج این پژوهش در تعیین عمر خستگی نمونه‌ها استفاده خواهد شد.

نیمرخ فولادی: در مدل‌سازی عددی این پژوهش از تیرهای فولادی به طول 1.3m استفاده شده است که بر روی دهانه‌ای به طول 1.22m با تکیه‌گاه‌های ساده قرار گرفته است. تیرهای فولادی از مقطع W5×10 و از جنس فولاد A36 هستند و طی فرآیند نورد گرم تولیدشده‌اند. مشخصات مکانیکی این نوع فولاد در جدول 1 گزارش‌شده است [7 ,6 ,5 ,2].

**جدول 1- مشخصات** مکانیکی **فولاد A36 در قسمت‌های بال و جان**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ****مشخصات مکانیکی بال**** | | ****مشخصات مکانیکی جان**** | |
| ****مقدار مشخصه**** | ****مشخصه مکانیکی**** | ****مقدار مشخصه**** | ****مشخصه مکانیکی**** |
| **194.4** | **E , GPa** | **199.9** | **E , GPa** |
| **336.4** | **fy , MPa** | **330.9** | **fy , MPa** |
| **413.7** | **fu , MPa** | **413.7** | **fu , MPa** |
| **88356** | ****,** J**انرژی شکست در حالت کششی و فشاری**** | **90855** | ****,** J**انرژی شکست در حالت کششی و فشاری**** |
| **79974** | ****,** Jانرژی **شکست در حالت برشی 1**** | **82787** | ****,** Jانرژی **شکست در حالت برشی 1**** |
| **79974** | ****,** Jانرژی **شکست در حالت برشی 2**** | **82787** | ****,** Jانرژی **شکست در حالت برشی 2**** |
| **35912.1** | **C1 , MPa** | **35912.1** | **C1 , MPa** |
| **6972.29** | **C2 , MPa** | **6972.29** | **C2 , MPa** |
| **4221.72** | **C3 , MPa** | **4221.72** | **C3 , MPa** |
| **650.7** | **1 , MPaγ** | **650.7** | **1 , MPaγ** |
| **53.297** | **2 , MPaγ** | **53.297** | **2 , MPaγ** |
| **5.7356** | **3 , MPaγ** | **5.7356** | **3 , MPaγ** |
| **228.02** | **Q∞ , MPa** | **228.02** | **Q∞ , MPa** |
| **0.11** | **b** | **0.11** | **b** |

چسب اپوکسی: برای اتصال صفحه‌ی CFRP به بال پایینی تیر فولادی از چسب دو بخشی اپوکسی ک، برای اتصال صفحات FRP به سطوح فولادی استفاده می‌شود، استفاده شده است. ضخامت اپوکسی پس از اتصال 0.5mm و طول و عرض آن به ترتیب 300mm و 76.3mm در نظر گرفته شده است. مشخصات مکانیکی اپوکسی مطابق با اطلاعات تولیدکننده و پژوهش‌های انجام‌شده در نرم‌افزار ثبت شده است[9,8]. مشخصات مکانیکی اپوکسی در جدول 2 گزارش‌شده است.

جدول 2- مشخصات مکانیکی اپوکسی

|  |  |
| --- | --- |
| ****مقدار مشخصه**** | ****مشخصه مکانیکی**** |
| **4.5** | **E , GPa** |
| **0.33** | ****υ**** |
| **31** | **fu , MPa** |
| **0.0035** | **u**ε**** |

نوارهای CFRP: مشخصات صفحه‌های CFRP مورداستفاده در این پژوهش در جدول 3 آورده شده است[10]. بدیهی است که صفحات CFRP به‌گونه‌ای نصب‌شده‌اند که در راستایی که بیشترین تنش در تیر فولادی ایجاد می‌شود بیشترین مقاومت را از خود نشان بدهند.

جدول 3- مشخصات مکانیکی نوارهای CFRP

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ****توضیحات**** | ****مشخصات** CFRP** | |
| ****اعداد**1**،**2 **و**3 **به ترتیب نشان‌دهنده‌ی جهات طولی، عرضی و ارتفاعی نمونه هستند. جهت طولی نمونه جهتی است نمونه در این راستا بیشترین طول را دارد و جهات دیگر ابعاد عمود بر این جهت هستند.**** | ****ابعاد**: 300×76.3×1.27mm** | |
| ****مقدار مشخصه**** | ****مشخصه مکانیکی**** |
| **144** | **E1 , GPa** |
| **4.2** | **E2 , GPa** |
| **0.34** | ****υ**** |
| **2.9** | **G12 , GPa** |
| **2.9** | **G13 , GPa** |
| **1.86** | **G23 , GPa** |
| **2137** | **(ft)1 , MPa** |
| **2137** | **(fc)1 , MPa** |
| **74** | **(ft)12 , MPa** |
| **74** | **(fc)12 , MPa** |
| **96** | **(fs)1 , MPa** |
| **48** | **(fs)12 , MPa** |

**4. نحوه آماده­سازی نمونه برای بارگذاری در آزمایشگاه**

چیدمان آزمایش: همچنان که ذکر شد در پژوهش پیشین انجام‌شده[2] دو نوع نمونه تیر فولادی تحت بارگذاری خستگی قرار گرفتند: نمونه‌های تقویت نشده و نمونه‌های تقویت‌شده. تیرهای فولادی با طول 1.3m بر روی دهانه‌ای به طول 1.22m با تکیه‌گاه‌های ساده قرار گرفته است و دو بار متمرکز که هر یک از میانه‌ی تیر 100mm فاصله دارند بر تیر اعمال شده است. مطابق با پژوهش این بار با فرکانسی در محدوده‌ی 5 تا 10 هرتز بر تیر اعمال می‌شود و مقادیر خیز در نقطه‌ی میانی تیر در زیر بال پایین قرائت می‌شود و برای محاسبه‌ی روند افت سختی مورداستفاده قرار می‌گیرند. مهم‌ترین نکته آن است که در بال پایینی تیر در میانه‌ی طول آن دو بریدگی به طول 12.7mm و عرض 0.9mm ایجاد شده است که تمام ضخامت بال پایینی را در طول خود برش می‌دهد.

در عمل با توجه به اینکه امکان بارگذاری متمرکز بر روی تیر فولادی وجود ندارد این بار از طریق دو صفحه بر روی بال بالایی اعمال می‌شود به‌گونه‌ای که مرکز سطح هرکدام از صفحات بارگذاری منطبق بر محل اثر بار متمرکز باشد. همچنین محل قرار گرفتن تیر بر روی تکیه‌گاه‌های ساده روی تیر در آزمایشگاه در تمام قسمت‌های مقطع عرضی (بال بالایی، جان، بال پایینی) توسط گیره طوری مقید شده‌اند که تنها امکان دوران در راستای عمود بر محور طولی خود را دارند.

نمودار بارگذاری خستگی نمونه‌ها یک نمودار سینوسی نیم چرخه است و نسبت تنش وارده در نقطه‌ی اوج نمودار به تنش وارده در نقطه کمینه نمودار (R) برابر 0.1 است و در گزارش این پژوهش محدوده تنش اعمالی بیان شده است.

در جدول 4 محدوده‌های تنش و تعداد چرخه‌های بارگذاری برای نمونه‌های تقویت نشده و تقویت‌شده گزارش‌شده است. در جدول 4 همچنین اولین چرخه‌ای که ترک‌خوردگی بال پایینی آغاز شده است نیز ذکر شده است. تنش‌های گزارش‌شده در جدول 4 مقدار تنش ایجادشده بر روی بال پایینی تیر، در نقطه‌ی میانه‌ی طول تیر و در راستای طولی آن است. برای محاسبه‌ی باری که بتواند چنین تنشی را در نقطه‌ی مذکور ایجاد کند، از رابطه‌ی تجربی که در پژوهش موردبحث ذکر شده است [2]استفاده می‌شود:

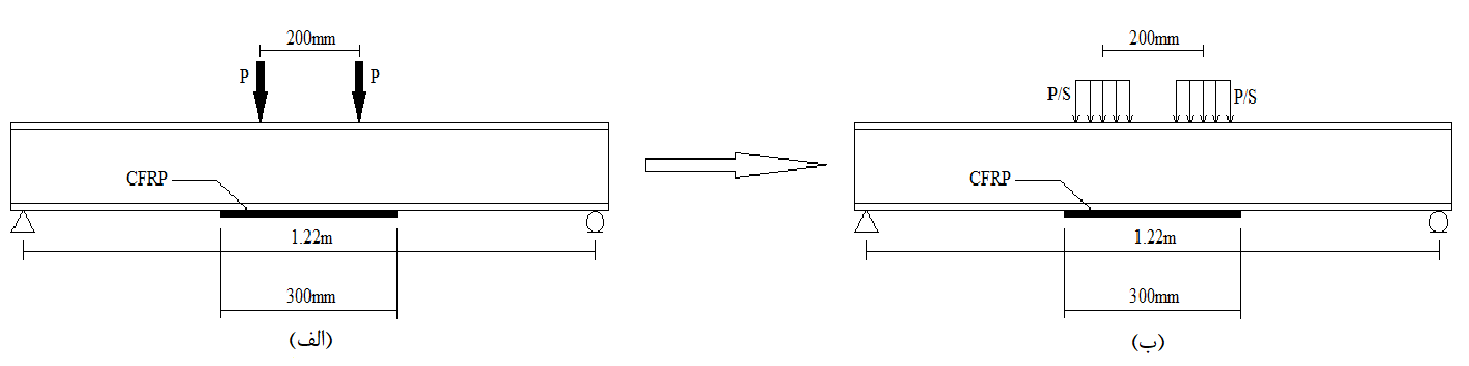
|  |  |
| --- | --- |
| (1) |  |

در رابطه‌ی 1 تنش برحسب Pa و بار وارده برحسب N می‌بایست در رابطه اعمال شوند. پس از محاسبه‌ی بار وارده، همچنان که ذکر شد با توجه به این‌که این بار به‌صورت متمرکز بر تیر وارد نمی‌شود و به‌صورت گسترده در نقاط متناظر بار متمرکز بر تیر اعمال خواهد شد، مقدار P بر مساحت سطح بارگذاری گسترده تقسیم می‌ شود تا مقدار بار گسترده مشخص شود. سطح زیرین بارهای متمرکز در این پژوهش60mm نظر گرفته شده است.

جدول 4- محدوده‌ی تنش‌های وارد بر تیرهای تقویت‌شده و تعداد چرخه‌های بارگذاری برای هر تیر تا بروز ترک‌خوردگی و شکست نمونه[2]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ****تعداد چرخه**** | | ****,** MPa**محدوده‌ی تنش**** |
| ****شکست**** | ****آغاز ترک‌خوردگی**** |
| **241,965** | **92,687** | **241** |
| **105,345** | **35,966** | **276** |
| **75,910** | **21,655** | **310** |
| **54,300** | **16,786** | **345** |
| **35,356** | **7,146** | **379** |

تیرهای فولادی تحت تنش‌های گزارش‌شده قرار می‌گیرند و زمانی که خیز در میانه‌ی تیر به 5mm برسد و یا رشد قابل‌توجهی در خیز میانه تیر مشاهده شود، آزمایش متوقف می‌شود.

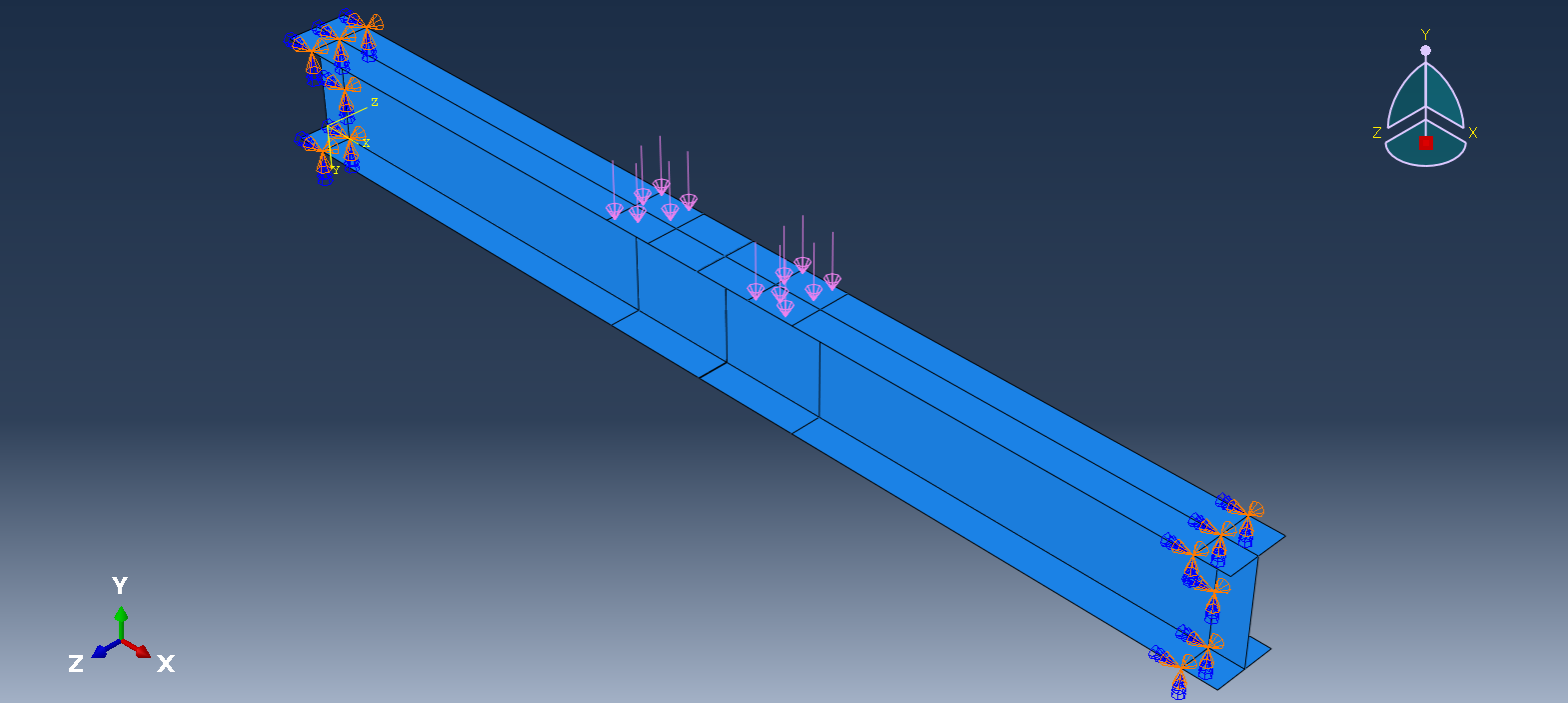


شکل 1- نمایش شماتیک تیرهای فولادی تحت بارگذاری خستگی (P مقدار بار وارده و S سطح زیرین بار وارده در بارگذاری آزمایشگاهی است): (الف) تیر تقویت‌شده با بارگذاری نظری (ب) تیر تقویت‌شده با بارگذاری عملی در آزمایشگاه

**5. شبیه سازی عددی نمونه ها**

مطابق با اطلاعات ارائه‌شده در بخش 3 نمونه‌ها در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی می‌شوند. برای مدل‌سازی لایه‌ی اپوکسی به‌جای شبیه‌سازی این قسمت با یک عضو صفحه‌ای از یک جز سه‌بعدی استفاده شده است؛ این عمل سبب می‌شود تا با در نظر گرفتن امکان ترک‌خوردگی در راستای ضخامت لایه‌ی اپوکسی، گسیختگی نمونه‌ها بر اثر جدایش صفحه‌ی CFRP از سطح فولاد – که یکی از انواع معمول گسیختگی در بارگذاری خستگی است – نیز در نظر گرفته شود. همچنین با توجه به اینکه در سطح تماس میان لایه‌ی اپوکسی و صفحه‌ی CFRP هیچ لغزشی به وجود نخواهد آمد[11] CFRP به صورت یک پوسته‌ی تقویتی بر سطح زیرین لایه‌ی اپوکسی متصل شده است. این عمل ضمن آنکه سبب تسریع محاسبات در نرم‌افزار می‌شود، شرایط اتصال CFRP به اپوکسی را بهتر شبیه‌سازی می‌کند.

برای آنکه شرایط بارگذاری سینوسی در نرم‌افزار بهتر مشخص شود ضمن مشخص کردن الگوی بارگذاری سینوسی برای بارگذاری در نرم‌افزار گام‌های زمانی تحلیل نیز برابر با گام‌های زمانی نمودار بارگذاری انتخاب شدند. در این پژوهش گام‌های زمانی تحلیل برابر با 0.0125s انتخاب شدند به این معنا که ضرایب بار در نمودار سینوسی هر 0.0125s پس از شروع هر چرخه محاسبه و در نرم‌افزار وارد می‌شوند و نرم‌افزار مقدار بار وارده در هر 0.0125s را به نمونه اعمال می‌کند و سپس مقادیر تغییر شکل‌ها را در این گام‌های زمانی محاسبه می‌کند.



شکل 2- تیر فولادی تقویت‌شده با صفحه‌ی CFRP با تکیه‌گاه‌ ساده و تحت بارگذاری خستگی چهار نقطه‌ای

**6. بررسی نتایج و خروجی ها**

پس از راه‌اندازی مدل عددی و به دست آوردن خروجی‌ها میزان تطابق نتایج مدل ارائه‌شده با نتایج آزمایشگاهی بررسی می‌شود. در این راستا نمودار تنش – عمر خستگی برای نمونه‌های آزمایشگاهی و نمونه‌های عددی در برابر یکدیگر رسم می‌شود و نتایج به ‌دست ‌آمده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

شکل 3- نمودار تنش – عمر خستگی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و تحلیل عددی

مطابق با شکل 3 مدل عددی با دقت بسیار بالایی می‌تواند عمر خستگی نمونه‌های آزمایشگاهی را برآورد کند. در جدول 5 مقادیر عمر خستگی محاسبه‌شده توسط مدل عددی و پژوهش آزمایشگاهی آورده شده است و میزان خطای مدل عددی برای هر محدوده‌ی تنش محاسبه‌شده است. مطابق با روش معمول در تحقیقات مشابه[12] میزان خطای مدل عددی با رابطه‌ی 2 محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (2) |  |

در رابطه‌ی 2 PE درصد خطا، NE تعداد چرخه‌های عمر خستگی بر اساس نتایج آزمایشگاهی و NP تعداد چرخه‌های عمر خستگی بر اساس مدل عددی است. دلیل استفاده از لگاریتم تعداد چرخه‌ها به‌جای استفاده‌ی مستقیم از تعداد چرخه‌ها آن است که با توجه به پراکندگی نتایج آزمایشگاهی در تحلیل‌های خستگی اختلاف میان نتایج آزمایش‌های گوناگون بسیار زیاد است و مقادیر این اختلاف در محدوده‌ی چند ده هزار چرخه نوسان می‌کند، برای کم کردن اثر این اختلاف چشمگیر از مقیاس لگاریتمی استفاده می‌شود.

جدول 5- عمر خستگی بر اساس نتایج آزمایشگاهی و مدل عددی و درصد خطای مدل عددی برای هر محدوده‌ی تنش

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PE** | ****تعداد چرخه عمر خستگی بر اساس نتایج مدل عددی**** | ****تعداد چرخه عمر خستگی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی**** | **, MPa**محدوده تنش**** |
| **0.1642** | **246942** | **241965** | **241** |
| **2.1938** | **135769** | **105345** | **276** |
| **2.0332** | **60405** | **75910** | **310** |
| **1.2614** | **47323** | **54300** | **345** |
| **0.7791** | **38362** | **35356** | **379** |

مطابق با اطلاعات به‌دست‌آمده از مدل عددی می‌توان رابطه‌ی تنش-عمر خستگی را با رابطه­ی 3 بیان کرد:

|  |  |
| --- | --- |
| (3) |  |

رابطه 3 با ضریب برازش R2 = 0.9596 با استفاده از داده‌های موجود در جدول 5 برای تخمین عمر خستگی یک نمونه تیر فولادی تقویت‌شده با شرایط مشخص ارائه‌شده است. روابطی که در مقاله مرجع [2] و آیین‌نامه AASHTO برای تعیین عمر خستگی این نمونه تیر فولادی تقویت‌شده در تنش‌های مختلف ارائه‌شده است به ترتیب در روابط 4 و 5 آورده شده است:

|  |  |
| --- | --- |
| (4) |  |
| (5) |  |

گفتنی است که ضریب برازش برای رابطه‌ی 4 برابر R2 = 0.9775 است که با استفاده از اطلاعات گزارش‌شده در جدول 5 این رابطه استخراج شده است. لازم به ذکر است در روابط 3، 4 و 5 مقدار تنش باید برحسب MPa وارد شود. در شکل 4 سه رابطه‌ی 3، 4 و 5 ترسیم شده‌اند و می‌توان میزان نزدیکی و یا اختلاف این سه رابطه را به خوبی در این شکل مشاهده کرد.

شکل 4-نمودار روابط برازش شده از نتایج آزمایشگاهی و مدل عددی در برابر رابطه‌ی ارائه‌شده توسط AASHTO برای تیر فولادی تقویت‌شده با صفحات CFRP

طبق شکل 4 روابط برازش شده بر مبنای نتایج مدل عددی و پژوهش آزمایشگاهی با یکدیگر تطابق خوبی دارند، اگرچه هر دو رابطه با میزانی اختلاف از رابطه‌ی AASHTO رسم شده‌اند. این اختلاف میان نتایج مدل عددی (یا پژوهش آزمایشگاهی) و رابطه‌ی آیین‌نامه‌ای با انجام آزمایش‌های متعدد در محدوده‌ی تنش‌های مختلف قابل رفع است. با توجه به اینکه نتایج مدل عددی تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته‌اند می‌توان از مدل عددی برای انجام آزمایش‌های بیشتر استفاده کرد که این موضوع می‌تواند در پژوهش‌های آینده مورد بررسی قرار گیرد. برای بررسی بهتر میزان تطابق میان روابط پژوهشی و عددی، عمر خستگی برای تنش‌های معیار مطرح‌شده در مقاله مرجع[2] با استفاده از روابط 3 و 4 محاسبه می‌شود و میزان خطای به‌دست‌آمده برای عمر خستگی با استفاده از رابطه‌ی 3 محاسبه می‌شود.

جدول 6- عمر خستگی محاسبه‌شده با استفاده از روابط 3، 4، 5 و میزان خطای رابطه‌ی 3 با روابط 4 و 5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **PE** | | ****عمر خستگی**** | | | ****,** MPa**محدوده‌ی تنش وارده**** |
| ****خطای مدل عددی نسبت به رابطه‌ی** AASHTO** | ****خطای مدل عددی نسبت به رابطه‌ی آزمایشگاهی**** | ****رابطه‌ی** AASHTO** | ****رابطه‌ی آزمایشگاهی**** | ****رابطه‌ی مدل عددی**** |
| **4.609528** | **0.645353** | **137954** | **219875** | **238041** | **241** |
| **4.231064** | **0.277875** | **80630** | **125870** | **130045** | **276** |
| **3.876877** | **0.065981** | **50896** | **78052** | **77474** | **310** |
| **3.523228** | **0.409383** | **33319** | **50267** | **48088** | **345** |
| **3.18768** | **0.735017** | **22963** | **34148** | **31626** | **379** |

همان‌طور که در جدول 6 مشخص است و پیش‌تر نیز به آن اشاره شد رابطه‌ی حاصل از شبیه‌سازی عددی تطابق بسیار خوبی با رابطه‌ی پژوهشی دارد و میزان خطای این رابطه نسبت به مقادیر آیین‌نامه‌ای نیز در حد مجاز و قابل چشم‌پوشی است.

شکل 5- نمودار درصد خطا میان مدل عددی و پژوهش آزمایشگاهی در برابر چرخه‌های بارگذاری (R نشان‌دهنده‌ی تقویت‌شده بودن تیرهای فولادی و عدد مقابل R محدوده‌ی تنش وارد بر تیر است)

پژوهش‌های پیشین[13] مقدار خطای مجاز در تحلیل خستگی و تدوین روابط این حوزه را 15.65 درصد بیان می‌کنند و این مقدار خطا را خطای مجاز در تعیین عمر خستگی می‌دانند نه خطای مجاز در محاسبه‌ی سختی عضو سازه‌ای و آن‌چنان که بیان شد مدل عددی می‌تواند عمر خستگی را با خطای کمتر از یک درصد نسبت به رابطه‌ی پژوهشی محاسبه کند. با این ‌حال همچنان که در شکل 5 مشخص است مدل عددی در محل بروز اولین ترک‌ها مقادیر سختی را با خطای در محدوده‌ی 14 تا 18.5 درصد محاسبه می‌کند و علت این میزان از خطا نیز در نحوه‌ی محاسبه‌ی افت سختی نمونه‌ها است.

در نمونه‌های آزمایشگاهی افت سختی ناگهان اتفاق خواهد افتاد و مقادیر سختی نسبی عضو سازه‌ای در طی چند هزار چرخه به‌ شدت افت می‌کنند حال آنکه مدل عددی فرآیند افت سختی نمونه‌ها را فرآیندی تدریجی شبیه‌سازی می‌کند و به این علت زمانی که سختی نسبی در نمونه‌های آزمایشگاهی به کندی در حال کاهش است سختی در مدل آزمایشگاهی با روندی ثابت کاهش پیدا می‌کنند و زمانی که سختی به صورت ناگهانی در نمونه‌های آزمایشگاهی افت می‌کند تفاوت میان مقادیر سختی در مدل عددی و نمونه‌ی آزمایشگاهی به شکل ناگهانی کم می‌شود و در محل بروز شکست مقادیر تحلیل عددی و نتایج آزمایشگاهی به‌شدت به هم نزدیک می‌شوند.

با توجه به اینکه افت سختی نمونه‌های آزمایشگاهی تا محدوده‌ی 0.95 سختی نسبی اولیه روندی تدریجی با نرخی ثابت دارد و پس از گذشتن از این مرز افت ناگهانی در نمونه بروز خواهد کرد، می‌توان گفت که عمده‌ی خطای مدل عددی تا پیش از رسیدن سختی نمونه به 0.95 سختی اولیه خود بروز می‌کند و برای مقادیر کمتر از 0.95 مدل عددی با خطای قابل قبولی سختی عضو سازه‌ای را می‌تواند محاسبه کند. همچنین با توجه به اینکه معیار شکست نمونه‌ها در این پژوهش رسیدن به سختی 0.8 تا 0.9 سختی اولیه است همچنان می‌توان گفت که مدل عددی در تحلیل خستگی نمونه‌ها کارایی مناسبی دارد.

**7. نتیجه­گیری**

- مدل عددی ارائه‌شده در این مقاله می‌تواند عمر خستگی نمونه‌های آزمایشگاهی را با دقتی در محدوده‌ی 0.16-2.19 درصد محاسبه کند و رابطه‌ی تنش-عمر خستگی برازش شده با استفاده از نتایج مدل عددی می‌تواند عمر خستگی نمونه‌ها را با خطای حدود 0.06-0.74 درصد نسبت به رابطه‌ی پژوهشی تخمین بزند.

- روابط آزمایشگاهی و عددی اگرچه تطابق خوبی با یکدیگر دارند اما با روابط ارائه‌شده در آیین‌نامه‌ها اختلاف نسبی بیشتری دارند. این اختلاف اگرچه چندان محسوس نیست اما برای رفع آن می‌توان با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی، به انجام مدل های متعدد و متنوع پرداخت تا بتوان روابطی را تدوین کرد که تطابق بیشتری با آیین‌نامه‌ها داشته باشد.

- افت سختی در نمونه‌های آزمایشگاهی نخست با یک فرآیند تدریجی و بسیار کند اتفاق می‌افتد و سپس به شکلی ناگهانی افت شدید سختی نمونه‌ها به وقوع می‌پیوندد؛ در مقابل این روند دو مرحله‌ای مدل عددی افت سختی نمونه‌ها را فرآیندی تدریجی و با سرعتی تقریباً ثابت نشان می‌دهد. این موضوع اگرچه در تعیین عمر خستگی یک نمونه مؤثر نیست اما باید در محاسبات مدل‌های عددی به‌عنوان روش کار این نوع شبیه‌سازی‌ها به آن توجه کرد.

- در محاسبات سختی تیرهای فولادی تقویت‌شده با صفحات CFRP مشخص شد که مقادیر سختی محاسبه‌شده به وسیله‌ی مدل عددی تا رسیدن سختی نمونه به 0.95 سختی اولیه‌ی خود با مقادیر نسبتاً بالایی خطا همراه است. پیشنهاد می‌شود که در صورت استفاده از مدل عددی جهت محاسبه‌ی تغییرات سختی، به این نکته توجه کرد که مقادیر سختی تا حد 0.95 سختی اولیه آن با خطای حدود 14-18.5 درصد محاسبه می‌شود و پس از آن مقادیر خطا به‌شدت کاهش می‌یابد و در محدوده‌ی 0.8-0.9 سختی اولیه نمونه‌ها مقادیر محاسبه‌شده قابل اطمینان خواهند بود.

- در نمونه‌های بارگذاری شده تحت تنش 310MPa و 345MPa مقدار خطا در محاسبه‌ی سختی نسبت به سایر نمونه‌ها بیشتر است همچنین مطابق با تخمین مدل عددی این دو نمونه عمر خستگی کمتری نسبت به مقدار گزارش‌شده در نتایج آزمایشگاهی دارند. این موضوع نشان‌دهنده‌ی آن است که مدل عددی در محدوده‌ی برخی از مقادیر تنش رفتار متفاوتی نسبت به سایر مقادیر بارگذاری دارد. پیشنهاد می‌شود که این مسئله در پژوهش‌های آینده با تکیه بر نتایج آزمایشگاهی متعدد بررسی شود.

**12. مراجع و منابع**

1. Awad, Z. K.; Aravinthan, T.; Zhuge, Y. and Gonzalez, F. (2012),“ A review of optimization techniques used in the design of fibre composite structures for civil engineering applications,” Materials and Design, 33, pp 534–544.

2. Tavakkolizadeh, M. and Saadatmanesh, H. (2003),“Fatigue strength of steel girders strengthened with carbon fiber reinforced polymer patch,” Journal of Structural Engineering, **129** (2), pp 186-196.

3. Deng, J. and Lee, M. M. K. (2005),“Fatigue performance of metallic beam strengthened with a bonded CFRP plate,” Composite Structures, **78** (2), pp 222-231.

4. Colombi, P. and Fava, G. (2015),“ Experimental study on the fatigue behavior of cracked steel beams repaired with CFRP plates,” Engineering Fracture Mechanics, **145,** pp 128-142.

5. Anderson, T. L. (1994)*,“Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications”,* 2nd Edition, CRC Press, Washington DC.

6. Hartloper, A. R.; De Castro e Sousa, A. and Lignos, D. G. (2021),“ Constitutive modeling of structural steels: nonlinear isotropic/kinematic hardening material model and its calibration,” Journal of Structural Engineering, **147** (4), 04021031.

7. Gorash, Y. and MacKenzie, D. (2017),“ On cyclic yield strength in definition of limits for characterization of fatigue and creep behavior,” Open Engineering, **7** (1), pp 126-140.

8. Hernandeza, D. A.; Alberto Soufen, C. and Ornaghi Orlandi, M. (2017),“ Carbon fiber reinforced polymer and epoxy adhesive tensile test failure analysis using scanning electron microscopy,” [Materials Research](https://www.researchgate.net/journal/Materials-Research-1980-5373), **20** (4), pp 951-961.

9. Ferreira Rodrigues, M.; Correia, J. A. F. O.; Pedrosa, B.; De Jesus, A. M. P. (2017),“ Static and fatigue behaviour of Sikadur®-30 and Sikadur®-52 structural resins/adhesives,” International Conference on Structural Integrity, Funchal, Madeira, Portugal.

10. Kachlakev, D. I.; Miller, T. H.; Potisuk, T.; Yim, S. C. and Chansawat, K. (2001)*,“ Finite element modeling of reinforced concrete structures strengthened with frp laminates,”* Oregon Department of Transportation, 200 Hawthorne SE, Suite B-240, Salem and Federal Highway Administration, 400 Seventh Street SW, Washington DC.

11. Wang, Y. C.; Lee, M. G. and Chen, B. C. (2007),“ Experimental study of FRP-strengthened RC bridge girders subjected to fatigue loading,” [Composite Structures](https://www.sciencedirect.com/science/journal/02638223), **81** (4), pp 491-498.

12. Karolczuka, A.; Papuga, J. and Palin-Luc, T. (2020),“ Progress in fatigue life calculation by implementing life-dependent material parameters in multiaxial fatigue criteria,” International Journal of Fatigue, **134**, 105509.

13. Yang, Y.; Feng, W.; Xu, S.; Li, Y. and Zhang, R. (2021),“ Fatigue life analysis for 6061-T6 aluminum alloy based on surface roughness,” Plos One, **16** (6), [0252772](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0252772).