عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر سیستم سری

اطمینان، ج.[۱]، خنجری، م.[1] و چهکندی، م.

[1] گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی و آمار، دانشگاه بیرجند

چکیده: از موضوعات جذاب مهندسی سیستم‌ها که از جنبه‌های گوناگون مورد مطالعه قرار گرفته، بهبود قابلیت اعتماد سیستم است. دو تکنیک اساسی برای بهبود قابلیت اعتماد سیستم‌ها عبارتند از روش افزونگی و روش کاهش. در روش افزونگی با تخصیص مولفه‌های افزونه به مولفه‌های اصلی سیستم، قابلیت اعتماد سیستم بهبود می‌یابد و در روش کاهش، با کاهش نرخ شکست مولفه‌های اصلی این هدف حاصل می‌شود. اخیراً ایده هم‌ارزی بهبود قابلیت اعتماد سیستم در روش‌های افزونگی و کاهش، بر اساس ضریبی که در روش کاهش، عامل کاهش نامیده می‌شود، مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این مقاله تحلیل هم‌ارزی بهبود قابلیت اعتماد سیستم سری را با تخصیص مولفه افزونه آماده‌به‌کار در حالت‌های سرد، گرم و داغ، با بهبود قابلیت اعتماد سیستم به روش کاهش بر اساس شاخص ارزیابی مانده عمر از لحظه دلخواه t مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

واژه‌های کلیدی: روش افزونگی، روش کاهش، عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر.

۱ مقدمه

در روش افزونگی، [۲] قابلیت اعتماد سیستم با تخصیص مولفه‌های افزونه به مولفه‌های اصلی سیستم بهبود می‌یابد. در حالت کلی تخصیص مولفه افزونه به دو صورت فعال [۳] و آماده‌به‌کار [۴] انجام می‌شود. در حالت افزونگی فعال، مولفه‌های اضافی به صورت موازی به مولفه‌های اصلی سیستم اضافه می‌شوند و شروع عملکرد آن‌ها همزمان با مولفه‌های اصلی است، لذا طول عمر سیستم بر اساس ماکسیمم طول عمرهای مولفه اصلی و افزونه‌اش تعیین می‌گردد. در حالت افزونگی آماده‌به‌کار، مولفه‌های افزونه در حالت آماده‌به‌کار قرار می‌گیرند بدین معنی که مولفه افزونه فقط بعد از شکست مولفه اصلی شروع به کار می‌کند. بر حسب وضعیت نرخ شکست مولفه افزونه در وضعیت آماده‌به‌کار، افزونگی آماده‌به‌کار به انواع آماده‌به‌کار داغ [5]، آماده‌به‌کار گرم [۶] و آماده‌به‌کار سرد [۷] دسته‌بندی می‌شود. اگر نرخ شکست مولفه افزونه در حالت آماده‌به‌کار

[۱] اطمینان، ج.: *etminanjalal@birjand.ac.ir*

[2] Redundancy Method
[3] Active
[4] Standby
[5] Hot Standby
[6] Warm Standby
[7] Cold Standby

با نرخ شکست آن در حالت فعال برابر باشد، افزونگی از نوع آماده‌به‌کار داغ، اگر نرخ شکست مولفه افزونه در حالت آماده‌به‌کار از نرخ شکست در حالت فعال کمتر باشد، افزونگی از نوع آماده‌به‌کار گرم و در صورتیکه نرخ شکست مولفه افزونه در حالت آماده‌به‌کار برابر صفر باشد، افزونگی از نوع آماده‌به‌کار سرد است. در افزونگی آماده‌به‌کار سرد، مادامی‌که مولفه افزونه در حالت آماده‌به‌کار قرار دارد، با احتمال یک سالم می‌ماند، در حالی که در افزونگی آماده‌به‌کار گرم و داغ، مولفه افزونه در حالت آماده‌به‌کار دارای احتمال خرابی بزرگتر از صفر است. هر چند روش‌های افزونگی فعال و آماده‌به‌کارداغ دو روش متفاوت در نحوه استفاده از مولفه افزونه هستند ولی دارای تابع قابلیت یکسان هستند و از این جهت معادل تلقی می‌شوند [۱].

یک روش دیگر برای بهبود قابلیت اعتماد سیستم، روش کاهش [1] است. در روش کاهش با بهبود کیفیت یا جایگزین کردن مولفه‌های زیر مجموعه $A \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ از مولفه‌های اصلی سیستم با مولفه‌های با کیفیت‌تر، قابلیت اعتماد سیستم را بهبود می‌دهیم، لذا در این روش به جای استفاده از مولفه‌های افزونه، نرخ شکست مولفه‌های مجموعه A از مولفه‌های سیستم، با اعمال ضرایب $\rho_i \in (0, 1)$ کاهش می‌یابد. اگر نرخ شکست مولفه‌های موجود در مجموعه A با ضریب ثابت $\rho \in (0, 1)$ کاهش یابد، به ρ عامل کاهش [2] می‌گویند. عامل کاهش ρ مورد نیاز در روش کاهش، برای معادل شدن قابلیت اعتماد سیستم بهبود یافته با بهبود به روش کاهش، بر اساس یک شاخص ارزیابی قابلیت اعتماد سیستم را عامل هم‌ارزی [3] می‌گویند. مثلاً برای شاخص‌های ارزیابی تابع بقاء [4] و میانگین زمان تا خرابی [5]، عامل هم‌ارزی متناظر را عامل هم‌ارزی قابلیت اعتماد بقاء [6] و عامل هم‌ارزی قابلیت اعتماد میانگین [7] می‌نامند. برای مطالعه بیشتر در این خصوص به [۷] مراجعه نمائید.

در اغلب مقالات با موضوع تحلیل هم‌ارزی، مقایسه روش افزونگی و روش کاهش در مرحله طراحی سیستم مورد مطالعه قرار گرفته است، در این مقاله با در نظر گرفتن لحظه t_0 از شروع به کار سیستم، که هنوز خرابی‌ای در مولفه‌های اصلی سیستم رخ نداده است، تحلیل هم‌ارزی روش‌های افزونگی و کاهش، بر اساس عامل هم‌ارزی جدیدی مبتنی بر شاخص ارزیابی تابع میانگین مانده عمر [8] بررسی می‌شود.

۲ بهبود میانگین مانده عمر سیستم سری با روش افزونگی

در این مقاله منظور از سیستم اصلی، یک سیستم سری متشکل از n مولفه اصلی با طول عمرهای دو به دو مستقل است که تحلیل بهبود قابلیت اعتماد آن را به کمک دو روش اساسی افزونگی و کاهش، مورد بررسی قرار می‌دهیم. در افزونگی آماده‌به‌کار ، مولفه افزونه تا زمانی که مولفه اصلی فعال است، در حالت غیر فعال قرار دارد و با خرابی مولفه اصلی، مولفه افزونه از وضعیت آماده‌به‌کار به وضعیت فعال تغییر وضعیت می‌دهد، به همین جهت در افزونگی آماده‌به‌کار معمولاً به یک واحد خارجی یا یک مکانیسم

[1] Reduction Method
[2] Reduction Factor
[3] Equivalence Factor
[4] Survival Function
[5] Mean Time To Failure
[6] Survival Reliability Equivalence Factor
[7] Mean Reliability Equivalence Factor
[8] Mean Residual Life Function

هوشمند آشکارساز خرابی [9] مولفه در حال فعالیت، به منظور تصمیم‌گیری برای کلیدزنی [10] بین مولفه‌ها نیازمندیم. با توجه به اینکه برای واحد آشکارساز خرابی و تغییر وضعیت بین مولفه‌ها، می‌توان احتمال خرابی متصور شد، بسته به اینکه احتمال خرابی واحد مذکور صفر یا بزرگ تر از صفر باشد، تحلیل افزونگی آماده‌به‌کار در حالت های افزونگی با کلید ایده آل(کامل) [11] و افزونگی با کلید غیر ایده آل(ناقص) [12] قابل ارائه است. در این مقاله همه مطالب در حالت افزونگی با کلید ایده آل ارائه می‌شود و لذا از اشاره مکرر به این موضوع صرف نظر می‌کنیم.

فرض کنید طول عمر سیستم اصلی، متغیر تصادفی پیوسته T با تابع توزیع F باشد و تابع چگالی، تابع قابلیت اعتماد و تابع نرخ شکست آن را به ترتیب با f، $R = 1 - \bar{F}$ و h نشان دهیم. با فرض اینکه سیستم در لحظه $t = 0$ شروع به کار نموده و در زمان $t_0 > 0$ هنوز فعال است، عمر مانده سیستم تحت شرط $T > t_0$ به صورت $T_{t_0} = T - t_0 | T > t_0$ است و میانگین و تابع قابلیت اعتماد T_{t_0} را به ترتیب با $m(t_0)$ و $R(t|t_0)$ نشان می‌دهیم، در این صورت روابط زیر بین میانگین و تابع قابلیت اعتماد T_{t_0} با تابع قابلیت سیستم اصلی برقرار است:

$$
\begin{aligned}
R(t|t_0) &= \frac{R(t+t_0)}{R(t_0)} \\
m(t_0) &= E(T_{t_0}) = \int_0^{\infty} R(t|t_0)\,\mathrm{d}\,t = \int_{t_0}^{\infty} \frac{R(t)}{R(t_0)}\,\mathrm{d}\,t \\
\frac{1}{m(t_0)} &= \frac{R(t_0)}{\int_{t_0}^{\infty} R(t)\,\mathrm{d}\,t}
\end{aligned}
$$

به طور متناظر طول عمر مولفه اصلی i اُم را متغیر تصادفی پیوسته T_i با تابع توزیع F_i، تابع چگالی f_i، تابع قابلیت اعتماد R_i و تابع نرخ شکست h_i در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم مولفه افزونه به مولفه i اُم از توزیع G_i باشد. فرض کنید X_i،Y_i و Z_i به ترتیب متغیر طول عمر مولفه i اُم با تخصیص یک مولفه افزونه آماده‌به‌کار سرد،گرم و داغ با تابع توزیع G_i در لحظه t_0 از شروع به کار سیستم، با توابع قابلیت اعتماد $R_{X_i}(t)$،$R_{Y_i}(t)$ و $R_{Z_i}(t)$ باشد، در این صورت :

$$
R_{X_i}(t) = \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ R_i(t) + \int_{t_0}^{t} f_{T_i|T_i>t_0}(x)\bar{G}_i(t-x)\,\mathrm{d}\,x & t > t_0 \end{cases} \qquad (۱)
$$

زیرا پیشامد اینکه طول عمر مولفه i اُم با تخصیص یک مولفه افزونه آماده‌به‌کار سرد در لحظه t_0، بیشتر از زمان t باشد، قابل افراز به دو پیشامد زیر است:

الف) مولفه اصلی i اُم تا لحظه t خراب نشود.

[9] Sensing and Switching Mechanism
[10] Switching
[11] Redundancy With Perfect Sensing and Switching Mechanism
[12] Redundancy With Imperfect Sensing and Switching Mechanism

ب) مولفه اصلی i اُم در لحظه x $(t_0 \leq x < t)$، خراب شود و مولفه افزونه آماده‌به‌کار سرد برای یک بازه زمانی بزرگتر از $t - x$ سالم کار کند [۲].

در حالت افزونگی آماده‌به‌کار گرم، خرابی مولفه اصلی و مولفه افزونه در هر لحظه از زمان محتمل است و مولفه افزونه آماده‌به‌کار گرم در حالت آماده‌به‌کار نسبت به حالتی که در وضعیت فعال قرار می گیرد، دارای نرخ خرابی کوچکتری است. از آنجاکه اغلب، تابع نرخ شکست مولفه افزونه در حالت آماده‌به‌کار با نرخ شکست آن در حالت فعال وابسته است، تحلیل چنین سیستم هایی معمولاً پیچیده است. به همین جهت در این مقاله فرض می‌کنیم نرخ شکست مولفه افزونه در حالت فعال مستقل از نرخ شکست در حالت آماده‌به‌کار باشد همچنانکه اگر توزیع مولفه افزونه از توزیع نمایی باشد، همواره این چنین خواهد بود. اگر توزیع مولفه افزونه آماده‌به‌کار گرم برای مولفه اصلی i اُم دارای تابع توزیع های $\bar{G}_i$ و $\bar{G}_{id}$، به ترتیب در حالت های فعال و آماده‌به‌کار باشد، با فرض استقلال توزیع‌های $\bar{G}_i(t-x)$ از $\bar{G}_{id}(x)$، $R_{Y_i}(t)$ دارای ضابطه زیر است:

$$R_{Y_i}(t) = \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ R_i(t) + \int_{t_0}^{t} f_{T_i|T_i>t_0}(x)\bar{G}_{id}(x-t_0)\bar{G}_i(t-x)\,\mathrm{d}\,x & t > t_0 \end{cases} \tag{۲}$$

زیرا پیشامد اینکه طول عمر مولفه i اُم با تخصیص یک مولفه افزونه آماده‌به‌کار گرم در لحظه t_0، بیشتر از زمان t باشد، قابل افراز به دو پیشامد زیر است:

الف) مولفه اصلی i اُم تا لحظه t خراب نشود.

ب) مولفه اصلی i اُم در لحظه x $(t_0 \leq x < t)$، خراب شود، مولفه افزونه آماده‌به‌کار گرم در حالت آماده‌به‌کار برای یک بازه زمانی بزرگتر از $x - t_0$ سالم مانده باشد و مولفه افزونه آماده‌به‌کار گرم در وضعیت فعال برای یک بازه زمانی بزرگتر از $t - x$ سالم کار کند [۲].

از آنجاکه در حالت افزونگی آماده‌به‌کار داغ، نرخ شکست مولفه افزونه در حالت آماده‌به‌کار برابر نرخ شکست مولفه افزونه در حالت فعال است، $R_{Z_i}(t)$ دارای ضابطه زیر است:

$$R_{Z_i}(t) = \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ 1 - F_{T_i|T_i>t_0}(t)G_i(t-t_0) & t > t_0 \end{cases} \tag{۳}$$

فرض کنید در لحظه t_0 که همه مولفه‌های اصلی سیستم سالم هستند به زیر مجموعه $C \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ از مولفه‌های اصلی سیستم، یک مولفه آماده‌به‌کار سرد با توزیع G_i تخصیص یابد، در این صورت تابع قابلیت اعتماد سیستم بهبود یافته به روش افزونگی آماده‌به‌کار سرد برای زیر مجموعه $C \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ از مولفه‌های اصلی سیستم را با نماد $R^C(t)$ نشان می‌دهیم، به طور مشابه $R^W(t)$ و $R^H(t)$ را به ترتیب برای تابع قابلیت اعتماد سیستم بهبود یافته به روش افزونگی آماده‌به‌کار گرم و داغ برای زیر مجموعه‌های متناظر W و H به‌کار می بریم. در این صورت تابع قابلیت اعتماد سیستم‌های بهبود یافته برای مجموعه‌های

افزونگی C، W و H به صورت زیر است :

$$R^C(t) = \prod_{i\in C} R_{X_i}(t) \prod_{i\notin C} R_i(t) \tag{۴}$$

$$R^W(t) = \prod_{i\in W} R_{Y_i}(t) \prod_{i\notin W} R_i(t) \tag{۵}$$

$$R^H(t) = \prod_{i\in H} R_{Z_i}(t) \prod_{i\notin H} R_i(t) \tag{۶}$$

لذا برای $m^D(t_0)$، میانگین مانده عمر سیستم پس از تخصیص مولفه‌های افزونه مجموعه $D = C, W, H$، در لحظه t_0، روابط زیر برقرار است:

$$m^D(t_0) = \int_{t_0}^{\infty} \frac{R^D(t)}{R^D(t_0)} \,\mathrm{d}\,t\,,\ D = C, W, H \tag{۷}$$

$$\frac{1}{m^D(t_0)} = \frac{R^D(t_0)}{\int_{t_0}^{\infty} R^D(t)\,\mathrm{d}\,t}\,,\ D = C, W, H \tag{۸}$$

۳ بهبود میانگین مانده عمر سیستم سری با روش کاهش

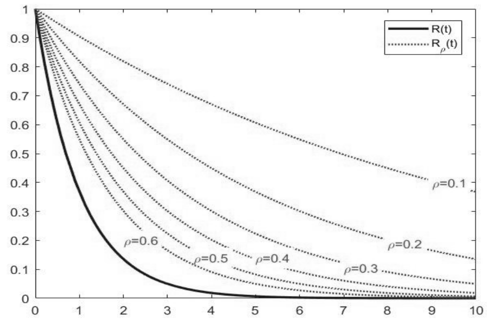
در روش کاهش، با بهبود کیفیت یا جایگزین کردن مولفه‌های زیر مجموعه $A \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ از مولفه‌های اصلی سیستم با مولفه‌های با کیفیت‌تر، قابلیت اعتماد سیستم را بهبود می‌دهیم، لذا در این روش به جای استفاده از مولفه‌های افزونه، نرخ شکست مولفه‌های مجموعه A از مولفه‌های سیستم، با اعمال ضرایب $\rho_i \in (0, 1)$ کاهش می‌یابد. اگر نرخ شکست مولفه‌های موجود در مجموعه A با ضریب ثابت $\rho \in (0, 1)$ کاهش یابد، به ρ عامل کاهش [1] می‌گویند. مثلاً در سیستم تک مولفه‌ای از توزیع نمایی با پارامتر λ تابع بقاء سیستم اصلی به فرم $\bar{F}(t) = P(T > t) = e^{-\lambda t}$ و تابع بقاء سیستم بهبود یافته به روش کاهش نرخ شکست بر حسب ضریب کاهش ρ به صورت $\bar{F}_\rho(t) = P(T_\rho > t) = e^{-\rho\lambda t}$ است.

فرض کنید T'_{i,t_0}، متغیر طول عمر مولفه i باشد که استراتژی بهبود قابلیت مولفه به روش کاهش نرخ شکست از $h_i(t)$ به $\rho h_i(t)$ با ضریب کاهش $\rho \in (0, 1)$ در لحظه t_0، برای آن اتخاذ شده است، در این صورت :

$$R'_{i,t_0}(t) = \begin{cases} R_i(t) & t \le t_0 \\ \frac{[R_i(t)]^\rho}{[R_i(t_0)]^{\rho-1}} & t > t_0 \end{cases} \tag{۹}$$

زیرا :

[1] Reduction Factor



شکل ۱: مقایسه تابع بقاء سیستم تک مولفه‌ای از توزیع نمایی با پارامتر $\lambda = 1$ با تابع بقاء روش کاهش

$$h'_i(t) = \begin{cases} h_i(t) & t \leq t_0 \\ \rho h_i(t) & t > t_0 \end{cases} \tag{۱۰}$$

بنابراین :

$$\begin{aligned} R'_{i,t_0}(t) &= exp\{-\int_0^t h'_i(x)\,\mathrm{d}\,x\} \\ &= \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ exp\{-\int_0^t h'_i(x)\,\mathrm{d}\,x\}\,\mathrm{d}\,x & t > t_0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ exp\{-\int_0^{t_0} h_i(x)\,\mathrm{d}\,x - \int_{t_0}^t \rho h_i(t)\,\mathrm{d}\,x\}\,\mathrm{d}\,x & t > t_0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ R_i(t_0) exp\{-\int_{t_0}^t \rho h_i(t)\,\mathrm{d}\,x\}\,\mathrm{d}\,x & t > t_0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ R_i(t_0) exp\{-\int_0^t \rho h_i(t)\,\mathrm{d}\,x + \int_0^{t_0} \rho h_i(t)\,\mathrm{d}\,x\}\,\mathrm{d}\,x & t > t_0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} R_i(t) & t \leq t_0 \\ \frac{[R_i(t)]^\rho}{[R_i(t_0)]^{\rho-1}} & t > t_0 \end{cases} \end{aligned} \tag{۱۱}$$

لذا اگر $R'_{t_0}(t)$ نماد تابع قابلیت اعتماد سیستم بهبود یافته به روش کاهش روی زیر مجموعه کاهش

$A \subseteq \{1,2,\ldots,n\}$ در لحظه t_0 باشد، ضابطه آن به فرم زیر است:

$$R'_{t_0}(t) = \begin{cases} R(t) & t \le t_0 \\ \prod_{i\notin A} R_i(t) \prod_{i\in A} \frac{[R_i(t)]^\rho}{[R_i(t_0)]^{\rho-1}} & t > t_0 \end{cases} \quad (۱۲)$$

بنابراین اگر $T_{t_0}^A$ و $m^A(t_0)$ را به ترتیب نماد متغیر مانده عمر از لحظه t_0 و میانگین مانده عمر سیستم بهبود یافته با استراتژی کاهش نرخ شکست مولفه‌های متعلق به زیر مجموعه A از مجموعه مولفه‌های اصلی سیستم از $h_i(t)$ به $\rho h_i(t)$ با ضریب کاهش $\rho \in (0,1)$، در لحظه t_0 در نظر گیریم، در این صورت :

$$m^A(t_0) = \int_{t_0}^{\infty} \frac{R'_{t_0}(t)}{R'_{t_0}(t_0)}\,\mathrm{d}\,t \quad (۱۳)$$

۴ عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر

در رابطه ۷ میانگین مانده عمر سیستم بهبود یافته با استراتژی بهبود قابلیت اعتماد با تخصیص یک مولفه افزونه آماده‌به‌کار سرد، گرم و داغ برای زیر مجموعه ای از مولفه‌های اصلی سیستم در لحظه t_0 و در رابطه ۱۳ میانگین مانده عمر سیستم بهبود یافته با استراتژی بهبود قابلیت اعتماد با کاهش نرخ شکست مولفه‌های متعلق به زیر مجموعه A از مجموعه مولفه‌های اصلی سیستم از $h_i(t)$ به $\rho h_i(t)$ با ضریب کاهش $\rho \in (0,1)$، در لحظه t_0 ارائه گردید. در این بخش علاقه مندیم، سیستم های بهبود یافته به روش افزونگی در بخش ۴ را با سیستم بهبود یافته در بخش ۳ در شاخص میانگین مانده عمر معادل کنیم، ما به عامل کاهش ρ که امکان هم‌ارزی سیستم های بهبود یافته در روش افزونگی و کاهش فراهم می کند، عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر [1] می گوئیم.

تعریف ۱.۴. عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر : عامل کاهش ρ مورد نیاز در روش کاهش، برای معادل شدن شاخص میانگین مانده عمر سیستم بهبود یافته به روش افزونگی با میانگین مانده عمر سیستم بهبود یافته به روش کاهش را عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر می گوئیم.

لازم به توضیح است که بر اساس سایر شاخص‌های مقایسه ای نظیر تابع بقاء، میانگین زمان تا خرابی عامل های هم‌ارزی مختلفی پیش از این پیشنهاد شده است، برای مطالعه بیشتر دراین خصوص می‌توانید به منابع [۳] ، [۶] ، [۵] ، [۴] ، [۶] ، [۷] و [۸] مراجعه کنید.

مثال ۲.۴. فرض کنید طول عمر مولفه‌های اصلی سیستم نمایی با پارامتر λ_i است، و مجموعه کاهش در استراتژی بهبود قابلیت اعتماد سیستم بهبود یافته به روش کاهش در لحظه t_0، مجموعه تک مولفه ای $A = \{i_0\}$ باشد. در این صورت:

[1] Mean Residual Life Equivalence Factor

$$\begin{aligned} R'_{t_0}(t) &= \begin{cases} \prod_{i=1}^{n} R_i(t) & t \le t_0 \\ \prod_{i\neq i_0} R_i(t) \times R'_{i,t_0}(t) & t > t_0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} \prod_{i=1}^{n} R_i(t) & t \le t_0 \\ \prod_{i\neq i_0}^{n} R_i(t) \times \frac{\left[R_{i_0}(t)\right]^{\rho}}{\left[R_{i_0}(t_0)\right]^{\rho-1}} & t > t_0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} R(t) & t \le t_0 \\ R(t) \times \left(\frac{R_{i_0}(t)}{R_{i_0}(t_0)}\right)^{\rho-1} & t > t_0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m^A(t_0) &= \int_{t_0}^{\infty} \frac{R'_{t_0}(t)}{R'_{t_0}(t_0)}\,\mathrm{d}\,t \\ &= \int_{t_0}^{\infty} \frac{R(t) \times \left(\frac{R_{i_0}(t)}{R_{i_0}(t_0)}\right)^{\rho-1}}{R(t_0)}\,\mathrm{d}\,t \\ &= \frac{1}{R(t_0) \times (R_{i_0}(t_0))^{\rho-1}} \int_{t_0}^{\infty} R(t) \times (R_{i_0}(t))^{\rho-1}\,\mathrm{d}\,t \\ &= \frac{1}{e^{-t_0\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} \times \left(e^{-t_0\lambda_{i_0}}\right)^{\rho-1}} \int_{t_0}^{\infty} e^{-t\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} \times \left(e^{-t\lambda_{i_0}}\right)^{\rho-1}\,\mathrm{d}\,t \end{aligned}$$

لذا اگر تعریف کنیم

$$\lambda'_i = \begin{cases} \rho\lambda_{i_0} & i = i_0 \\ \lambda_i & i \neq i_0 \end{cases} \tag{۱۴}$$

آنگاه:

$$m^A(t_0) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\lambda'_i} \tag{۱۵}$$

لذا عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر آماده‌به‌کار (سرد،گرم و داغ) مولفه i_0 از حل معادله

$$m^A(t_0) = m^D(t_0)\,,\ D = C, W, H \tag{۱۶}$$

به فرم

$$\rho_{i_0} = \frac{\frac{1}{m^D(t_0)} - \sum_{i\neq i_0}\lambda_i}{\lambda_{i_0}}\,,\ D = C, W, H \tag{۱۷}$$

بدست می آید.

۵ بحث و نتیجه گیری

روش افزونگی متداول‌ترین روش برای بهبود قابلیت اعتماد سیستم‌ها است و حالت‌ها و انواع گوناگونی از آن در مقالات متعدد مطرح شده است. در این مقاله یک زیر مجموعه دلخواه از مولفه‌های اصلی سیستم سری که در لحظه $t = 0$ شروع به کار نموده‌اند و در لحظه $t_0 > 0$ فعال هستند، در نظر گرفتیم و استراتژی تخصیص یک مولفه افزونه آماده‌به‌کار در سه حالت سرد، گرم و داغ در لحظه t_0 از شروع به کار سیستم را مطرح و فرم کلی تابع قابلیت سیستم‌های بهبود یافته حاصل را بدست آوردیم. در ادامه در شرایطی مشابه تابع قابلیت اعتماد سیستم سری بهبود یافته در استراتژی کاهش نرخ شکست زیر مجموعه‌ای دلخواه از مولفه‌های سیستم در لحظه t_0 از شروع به کار سیستم را بدست آوردیم و نهایتاً پیشنهاد، عامل هم‌ارزی میانگین مانده عمر به منظور مقایسه روش‌های بهبود قابلیت اعتماد مطرح شده در این مقاله ارائه گردید.

مراجع

[1] Bayramoglu Kavlak, K. (2017), *Reliability and mean residual life functions of coherent systems in an active redundancy* , Naval Research Logistics (NRL), 64(1), 19-28.

[2] Kuo, W. and Zuo, M. J. (2003), *Optimal reliability modeling: principles and applications* , John Wiley and Sons.

[3] Råde, L. (1989), *Reliability equivalence, studies in statistical quality control and reliability* , Mathematical Statistics, Chalmers University of Technology.

[4] Råde, L. (1990), *Reliability systems of 3-state components* , Avdelningen för matematisk statistik, Chalmers tekniska högskola.

[5] Råde, L. (1991), *Performance measures for reliability systems with a cold standby with a random switch* , Avdelningen för matematisk statistik, Chalmers tekniska högskola.

[6] Råde, L. (1993), *Reliability survival equivalence*, Microelectronics Reliability, 33(6):881–894.

[7] Sarhan, A. M. (2002), *Reliability equivalence with a basic series/parallel system* , Applied Mathematics and Computation, 132(1):115–133.

[8] Sarhan, A. M., Tadj, L., Al-khedhairi, A., and Mustafa, A. (2008), *Equivalence factors of a parallel-series system* , APPS. Applied Sciences, 10:219–230.