مجله علمی – پژوهشی
مهندسی عمران مدرس
دوره هفدهم، شماره ۵، سال ۱۳۹٦

بکارگیری المان محدود فازی در تحلیل دینامیکی همبسته محیط‌های متخلخل اشباع

فرهود کلاته[1]، فریده حسین نژاد[2*]

۱- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

۲- دانشجوی دکتری مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

*f.hosseinnejad@tabrizu.ac.ir

تاریخ دریافت: [۱۳۹۵/۰٤/۰٤] تاریخ پذیرش: [۱۳۹۵/۱۲/۲۳]

چکیده

تشکیلات خاکی ساختاری ناهمگن و ناهمسان دارند و از این رو پارامترهای محیط‌خاکی را نمی‌توان با عدد مشخصی بیان نمود پس نتایج حاصل از تحلیل با یک مقدار مشخص از پارامترها، نمی‌تواند نشان‌دهنده طیف جواب‌های ممکن برای محیط خاکی باشد. استفاده از تئوری فازی می‌تواند راه‌حل مناسبی برای غلبه بر این محدودیت باشد و عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای محیط خاکی می‌تواند به وسیله اعداد فازی به حساب آورده شود. در این پژوهش یک ستون خاک الاستیک کاملا اشباع به وسیله معادلات همبسته دینامیکی با پارامترهایی از نوع فازی حل و با سطح احتمال‌های مختلف، در مورد نتایج ممکن برای تغییرمکان اسکلت خاک و اضافه فشار منفذی سیال بحث می‌شود. بدین منظور ابتدا معادلات همبسته u-p به وسیله کد توسعه یافته در محیط فرترن حل شده و سپس مورد درستی‌آزمایی قرار می‌گیرد. برای درستی‌آزمایی کد توسعه داده شده تکیه‌گاه اعداد فازی ورودی طوری اتخاذ شده که محتمل‌ترین مقدار پارامترهای ورودی(m) برابر با مقادیر استفاده شده توسط مطالعات معتبر قبلی باشد. نتایج بدست آمده نشان داد که در درجه عضویت یک (سطح احتمال صددرصد، که همان حل قطعی است)، نتایج منطبق بر مطالعات قبلی است و در پنج درجه عضویت بعدی (سطح احتمال ۹۰– ۵۰ درصد) برای اعماق مختلف، بازه‌ای از جواب‌ها حاصل شد که با افزایش عمق و در نتیجه افزایش مسافت زهکشی، طول بازه‌ی حاصل برای جواب‌ها کوچکتر می‌شد. همچنین در حالت‌های با تراکم بالا که دارای مقادیر مدول الاستیسیته بیشتری بودند، نرخ تغییر جواب‌ها خیلی کمتر بود به طوری که حتی در لایه متراکم این مقدار تقریبا به صفر می‌رسید.

واژگان کلیدی: المان محدود، تابع عضویت، عدد فازی، تحلیل همبسته

۱- مقدمه

مسئله جریان در محیط‌های متخلخل تغییرشکل پذیر، برای مدتی طولانی مورد توجه پژوهشگران بوده است، مسائلی که اساس آنها اندرکنش بین اسکلت خاک و حرکت سیال حفره‌ای است.مسئله اندرکنش برای اولین بار به وسیله ترزاقی [1] تحت عنوان تئوری تحکیم یک بعدی مطرح شده و به وسیله بیوت [2] برای تحلیل سه بعدی محیط‌های خاکی الاستیک باجریان سیال حفره‌ای از نوع دارسی فرمول‌بندی شده و برای حالت دینامیکی نیز توسعه داده شده است [3].

زینکویچ نیز ساده سازی‌هایی در معادلات انجام داده و به جزئیات معادلات پرداخته است [6, 5, 4]. او فرایند حل عددی معادلات u-p را با روش عمومی الگوریتم گام زمانی کاملا ضمنی[1] برای خاک‌های اشباع و غیراشباع بررسی کرده و نهایتا معادلات را به صورت یک دستگاه معادلات ماتریسی ارائه داده است [5]. به دلیل پیچیدگی‌های حل تحلیلی، این معادلات بیشتر به صورت عددی حل می‌شوند و حل عددی معادلات با حل دستگاه معادلات ماتریسی تکمیل می‌شود. در حل عددی که یک روش تقریبی است، برای داشتن جواب-های دقیق باید پارامترهای مدل دقیقا معلوم باشند. اما به دلیل ساختار ناهمگن و ناهمسان توده خاکی و عدم قطعیت موجود در تقریب پارامترهای مربوطه، نتایج حل عددی، تنها تقریب-هایی غیرواقعی از جواب خواهند بود. همانگونه که گفته شد یکی از دلایل این امر، مقدار غیردقیق پارامترهای ورودی است. این مقادیر از طریق آزمایش‌های صورت گرفته روی نمونه‌هایی از محیط خاکی تعیین می‌شوند و بیشتر در این آزمایش‌ها، اعداد مختلفی برای هر یک از این پارامترها گزارش می‌شود که بنا به نظر کارشناس از روی مقادیر حاصل، مقدار نهایی پارامترها مشخص می‌شود و به این ترتیب خطایی از جانب قضاوت‌های مهندسی وارد محاسبات می‌شود؛ به همین دلیل، نتایج حاصل از تحلیل محیط با یک مقدار مشخص ازپارامتر ورودی مورد نظر، نمی‌تواند نشان دهنده طیف جواب‌های ممکن برای آن محیط باشد. استفاده از تئوری فازی می‌تواند راه‌حل مناسبی برای غلبه بر این محدودیت بوده و عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای محیط خاکی را می‌توان با احتساب اثر پراکندگی نتایج آزمایشگاهی، به وسیله اعداد فازی که تابع عضویت آنها از روی داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده بدست می‌آید، به حساب آورد. با استفاده از روش فازی جواب حاصل از تحلیل محیط خاکی به صورت طیفی از تمام جواب‌های ممکن خواهد بود تا امکان در نظر گرفتن بحرانی‌ترین حالت ممکن مقدور باشد.

نظریه فازی اولین بار به وسیله زاده مطرح شده [9, 8, 7] و از اوایل دهه ۸۰ وارد مسائل مهندسی شده است. در ابتدا از آن تنها برای انجام فرایند تصمیم‌گیری در مهندسی استفاده می‌شد و کاربرد اصلی آن در زمینه طراحی بوده و در تحلیل به کار برده نمی‌شد. تا اینکه در سال ۱۹۹۳برای اولین بار مسئله پی روی خاک الاستیک به کمک المان محدود فازی تحلیل شد [10] و در سال ۱۹۹۵ المان محدود فازی الاستوپلاستیک معرفی شد [11]. در بررسی حاضر دستگاه معادلات حاکم بر محیط‌های متخلخل به کمک کد المان محدود توسعه داده شده در محیط فرترن حل می‌شود. و به عنوان نمونه یک ستون خاک الاستیک کاملا اشباع به وسیله این معادلات همبسته دینامیکی با پارامترهایی از نوع فازی حل می‌شود و با سطح احتمال‌های مختلف در مورد نتایج ممکن برای تغییرمکان اسکلت خاک و اضافه فشار منفذی سیال بحث می‌شود.

۲- مجموعه های فازی

اگر M را به عنوان یک مجموعه مرجع در نظر بگیریم، مجموعهA یک زیر مجموعه فازی از M است در صورتی‌که بتوان آن را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب به صورت زیرنوشت.

$$A = \{[m, \mu_A(m)], m \in M\} \qquad (۱)$$

به طوری‌که $\mu_A(m)$، که درجه عضویت m نامیده می‌شود، دارای مقداری واقع در بازه بسته [۱ و ۰] است. این مقدار بیانگر این است که m با چه سطح احتمالی به بازه A تعلق دارد و هرچه$\mu_A(m)$ به یک نزدیکتر باشد احتمال اینکهm دراین مجموعه باشد بیشتر است و هرچه $\mu_A(m)$ به صفر نزدیکتر باشد احتمال اینکه m در در این مجموعه باشدکمتر می‌شود. باید توجه داشت اگر بازه [۱ و ۰] با یک مجموعه دو عضوی {۱ و ۰} جایگزین شود، A یک زیرمجموعه معمولی از M خواهد بود. حالت خاصی از مجموعه‌های فازی، اعداد

1- Direct implicit time stepping

فازی است. یک عدد فازی همچون A زیر مجموعه‌ای راسی از اعداد حقیقی است. راسی، بدین مفهوم که برای هر عدد حقیقی a, b, c که $a<c<b$ باشد داریم:

$$\mu_A(c) \geq \min(\mu_A(a), \mu_A(b)) \qquad (۲)$$

و بیانگر این است که تابع عضویت یک عدد فازی متشکل از دو بخش افزایشی و کاهشی است و تنها یک عضو از این مجموعه، عضوی مانند z وجود دارد که درجه عضویتش برابر یک است ($\mu_A(z) = 1$). هر عدد فازی با تکیه‌گاه‌اش مشخص می‌شود که مجموعه‌ای به صورت زیر است:

$$supp(A) = \{x, \mu_A(x) > 0\} \qquad (۳)$$

و رابطه (۲) این اطمینان را می‌دهد که تکیه‌گاه عدد فازی یک بازه است. در ضمن مقدار عضویت یک عدد حقیقی نشان‌دهنده احتمال وقوع آن عدد است و مجموعه‌های سطح (در اینجا بازه‌ها) نشان‌دهنده مجموعه‌های مختلفی از اعداد با کمینه احتمال داده شده هستند [12]. مجموعه‌های فازی $[A]^\alpha = x\epsilon X : \mu_A(x) \geq \alpha$ اصطلاحاًمجموعه‌های سطح α از A نامیده می‌شوند، یعنی A، با درجه عضویت α در بازه $[A]^\alpha$ نوسان می‌کند. در واقع درجه عضویتα، $\alpha \in [0,1]$، نشان دهنده بازه اطمینان $A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$ است، که یک تابع نزولی یکنواخت از α است $((\alpha_1 < \alpha_2) \rightarrow (A\alpha_1 \subset A\alpha_2))$ [13].

شکل ۱. تعریف عدد فازی

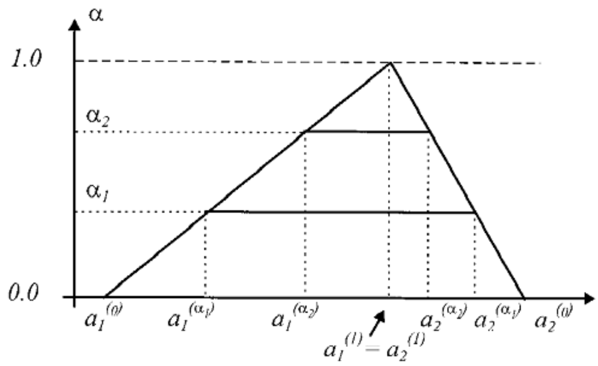

Fig. 1. Fuzzy number definition

۲-۱- تابع عضویت

همان‌گونه که گفته شد یک عدد فازی با تابع عضویتش $\mu(x)$، نشان داده می‌شود. تشکیل تابع عضویت می‌تواند به روش‌های مختلفی صورت گیرد، تابع خطی مثلثی و تابع Π اصلاح شده از جمله این روش‌ها است [11].

۲-۱-۱ -تابع عضویت خطی مثلثی

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq l' \\ \dfrac{x-l'}{m-l'}, & l' \leq x \leq m \\ \dfrac{h'-x}{h'-m}, & m \leq x \leq h' \\ 0, & x \geq h' \end{cases} \qquad (٤)$$

که

$$l' = \begin{cases} m-2(m-l), & m \geq 2(m-l) \\ 0, & m \leq 2(m-l) \end{cases} \qquad (٥)$$

و

$$h' = m + 2(h-m) \qquad (٦)$$

l، h و m به ترتیب تقریب‌های کارشناس از مقادیر کمینه، بیشینه و محتمل‌ترین مقدار متغیر است و l', h'، حدود بالا و پایین تکیه‌گاه از روی این مقادیر محاسبه می‌شود به گونه‌ای که تکیه‌گاه عدد فازی مثلثی $(l', m, h')_A$ بازه (l', h') است.

۲-۱-۲ -تابع عضویت π اصلاح شده

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq l' \\ 2(\dfrac{x-l'}{m-l'})^2, & l' \leq x \leq l \\ 1-2(\dfrac{m-x}{m-l'})^2, & l \leq x \leq m \\ 1-2(\dfrac{x-m}{h'-m})^2, & m \leq x \leq h' \\ 0, & x \geq h' \end{cases} \qquad (٧)$$

که مقادیر l، h، m و چگونگی تشکیل l'و h' به همان صورتی است که در تشکیل تابع عضویت مثلثی توضیح داده شد. نوع تابع عضویت استفاده شده، بستگی به نوع متغیر و داده‌های موجود دارد. به طور نمونه در تابع شکل مثلثی خطی، شیب تغییرات متغیر در نزدیکی میانگین، تندتر از روش π اصلاح شده است. برای انجام اعمال ریاضی دودویی یا تکی روی اعداد فازی، دو مفهوم می‌تواند به کار رود. از یک طرف عدد

فازی می‌تواند به صورت مجموعه‌ای از بازه‌ها با درجه عضویت‌های مختلف نوشته شود و به این ترتیب محاسبات اعداد فازی به محاسبات بازه‌ای تقلیل یافته و برای هر کدام از بازه‌ها انجام شود. از طرفی اصل "بسط‌زاده" را می‌توان به کار برد. اصلی که محاسبه توابع حسابی برای یک مقدار مشخص را طبق رابطه (۹) به اپراندهایی با مقادیر فازی توسعه می‌دهد [14]. به طور نمونه اگر $\tilde{a}$ و $\tilde{b}$ دو عدد فازی با توابع عضویت $\mu_{\tilde{a}}(x)$، $x\in R$ و $\mu_{\tilde{b}}(y)$، $y\in R$ باشند نتیجه عملیات دودویی

$$\tilde{c} = f(\tilde{a}, \tilde{b}) \quad (۸)$$

برای تابع دلخواه f به صورت زیرتعریف می‌شود:

$$\mu_{\tilde{c}}(z) = \sup_{z=f(x,y)} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\} \quad (۹)$$

Sup به معنی تابع اکسترمم است.

۳- معادلات حاکم

همان‌گونه که قبلا گفته شد، بیوت برای تحلیل محیط‌های متخلخل اشباع، حل همزمان دو معادله تعادل و پیوستگی جریان را مطرح نمود [2]. بدین صورت که معادلات حاکم بر محیط متخلخل اشباع خاکی که تنها دارای یک سیال حفره‌ای است، بر اساس تعادل کلی ترکیب اسکلت جامد خاک– سیال حفره‌ای، معادله تعادل سیال حفره‌ای معروف به معادله عمومی دارسی، معادله تعادل جرم سیال و مفهوم تنش موثر فرمول بندی می‌شوند [5 , 4]. برای حل عددی معادلات، از روش المان محدود استفاده می‌شود. گسسته‌سازی مکانی معادلات به روش گالرکین صورت می‌گیرد و به دلیل وجود مشتق مرتبه دوم جابه‌جایی و مشتق مرتبه اول فشار در معادلات حاکم بر محیط‌های متخلخل، به ترتیب نیاز به پیوستگی مرتبه اول و مرتبه صفر توابع شکل مربوطه است. بدین منظور در این بررسی از توابع شکل مرتبه دوم برای جابه‌جایی و مرتبه اول برای فشار استفاده می شود و در نهایت شکل گسسته شدهٔ معادلات به صورت زیرحاصل می‌شود:

$$[M]\{\ddot{\bar{u}}\} + [k_m]\{\bar{u}\} - [Q]\{\bar{p}\} = \{f^{(1)}\} \quad (۱۰)$$

$$[Q]^T\{\dot{\bar{u}}\} + [k_c]\{\bar{p}\} + [S]\{\dot{\bar{p}}\} = \{f^{(2)}\} \quad (۱۱)$$

که$[M]$ ماتریس جرم برابر $[M] = \int (N^u)^T \rho N^u \, d\Omega$

$[k_m]$ماتریس سختی $[k_m] = \int [B]^T[D][B]d\Omega$

$[Q]$ماتریس کوپل (اندرکنش) $[Q] = \int [B]^T[N^p]d\Omega$

$[k_c]$ ماتریس انتقالی $[k_c] = \int [B_p]^T[\kappa][B_p]d\Omega$

$[S]$ ماتریس تراکم‌پذیری $[S] = \int N^p(\frac{1}{k_f} + \frac{1-n}{k_s})N^p \, d\Omega$

بردارهای نیرو نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f^{(1)} = \int (N^u)^T \rho b \, d\Omega + \int_\Gamma (N^u)^T \bar{t} \, d\Gamma \quad (۱۲)$$

$$f^{(2)} = -\int (N^p)^T \nabla^T (k S_w \rho_f b) d\Omega + \int_\Gamma (N^p)^T \bar{q} \, d\Gamma \quad (۱۳)$$

به منظور تکمیل حل عددی نیاز به انتگرال‌گیری زمانی معادلات (۱۰ و ۱۱) است. در این پژوهش از روش نیومارک عمومی GN22 برای پارامتر جابه‌جایی و GN11 برای پارامتر فشار استفاده می‌شود [16, 15]. در این روش فرض می‌شود متغیرها در گام زمانی t^n معلوم‌اند و باید در گام زمانی $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ محاسبه شوند.

$$\ddot{\bar{u}}_{n+1} = \ddot{\bar{u}}_n + \Delta\ddot{\bar{u}}_n \quad (۱٤)$$

$$\dot{\bar{u}}_{n+1} = \dot{\bar{u}}_n + \ddot{\bar{u}}_n \Delta t + \beta_1 \Delta\ddot{\bar{u}}_n \Delta t \quad (۱۵)$$

$$\bar{u}_{n+1} = \bar{u}_n + \dot{\bar{u}}_n \Delta t + \frac{1}{2}\ddot{\bar{u}}_n \Delta t^2 + \frac{1}{2}\beta_2 \Delta\ddot{\bar{u}}_n \Delta t^2 \quad (۱٦)$$

$$\dot{\bar{p}}_{n+1} = \dot{\bar{p}}_n + \Delta\dot{\bar{p}}_n \quad (۱۷)$$

$$p_{n+1} = p_n + \dot{\bar{p}}_n \Delta t + \theta \Delta\dot{\bar{p}}_n \Delta t \quad (۱۸)$$

با اعمال روش افزایشی (incremental) تنها مجهولات این معادلات $\Delta\ddot{\bar{u}}_n$ و $\Delta\dot{\bar{p}}_n$ خواهند بود. پارامترهای β_1 و β_2 در محدوده ۰ تا ۱ قرار دارند و برای پایداری بی قید و شرط حل دستگاه لازم است $\beta_1 \geq 0.5$ و $\beta_2 \geq 0.5$ باشند [17]. پس از

گسسته‌سازی زمانی شکل ماتریسی معادلات کوپله غیرخطی به صورت زیر حاصل می‌شود.

(۱۹)

$$\begin{bmatrix} [M]_{n+1}+\frac{1}{2}\beta_2\Delta t^2[k_m]_{n+1} & -\Delta t\theta[Q]_{n+1} \\ \beta_1\Delta t[Q]^T{}_{n+1} & S+\Delta t\theta[k_c]_{n+1}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\Delta\ddot{u}_n\}\\ \{\Delta\dot{p}_n\}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f^1\}_{n+1}-\{f^1\}_n+[Q]_{n+1}\{\dot{p}_n\}\Delta t-[k_m]_{n+1}(\{\ddot{u}_n\}\Delta t+\frac{1}{2}\{\ddot{u}_n\}\Delta t^2 \\ \{f^2\}_{n+1}-\{f^2\}_n-[k_c]_n\{\dot{p}_n\}\Delta t-[Q]_{n+1}\{\ddot{u}_n\}\Delta t\end{Bmatrix}$$

که Δt طول گام زمانی است. دستگاه معادلات غیرخطی (۱۹) می‌تواند با استفاده از یک روش مناسب همچون روش تکرار نیوتون حل شود. البته قابل ذکر است با فرض رفتار خطی برای خاک، در یک تکرار جواب حاصل می‌شود.

٤- فازی سازی معادلات

با استفاده از مدول الاستیسیته و ضریب پواسون فازی، ماتریس الاستیک فازی برای مسائل کرنش مسطح تشکیل می‌گردد و به این ترتیب در دستگاه معادلات ماتریسی (۱۹)، ماتریس سختی $[k_m]_{n+1}(\int[B]^T[D][B]d\Omega)$ به صورت عدد فازی بوده و درنتیجه جواب دستگاه معادلات شامل نرخ فشار و شتاب و به تبع آنها تغییرمکان‌ها و فشار نیز به صورت عددفازی خواهند بود. باید توجه داشت در سمت راست معادلات، علاوه بر ماتریس سختی، مقادیر تغییرمکان، سرعت، شتاب، نرخ فشار و فشارمنفذی گام زمانی قبل، که از روی جواب فازی دستگاه در گام زمانی قبل محاسبه شده‌اند نیز به صورت عدد فازی است.

۴-۱-ماتریس الاستیک فازی

مولفه‌های ماتریس الاستیک فازی برای محاسبه کرانه پایینی تغییرمکان در درجه عضویت α برای مسائل کرنش مسطح به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$D^{\alpha}{}_{uL} = \frac{E^{\alpha}{}_R}{(1+\vartheta_L^{\alpha})(1-2\vartheta_R^{\alpha})}\begin{bmatrix}1-\vartheta_L^{\alpha} & \vartheta_R^{\alpha} & 0\\ \vartheta_R^{\alpha} & 1-\vartheta_L^{\alpha} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2\vartheta_R^{\alpha}}{2}\end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

و برای محاسبه کرانه بالایی تغییرمکان در درجه عضویت α نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$D^{\alpha}{}_{uR} = \frac{E^{\alpha}{}_L}{(1+\vartheta_R^{\alpha})(1-2\vartheta_L^{\alpha})}\begin{bmatrix}1-\vartheta_R^{\alpha} & \vartheta_L^{\alpha} & 0\\ \vartheta_L^{\alpha} & 1-\vartheta_R^{\alpha} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2\vartheta_L^{\alpha}}{2}\end{bmatrix} \quad (۲۱)$$

لازم به گفتن است معادلات (۱۰ و ۱۱) ایجاب می‌کنند برای محاسبه کرانه پایینی تغییرمکان از کرانه بالایی ماتریس الاستیک و برای محاسبه کرانه بالایی تغییرمکان، از کرانه پایینی ماتریس الاستیک استفاده شود.

۴-۲- دستگاه معادلات فازی

در دستگاه معادلات، برای ماتریس ضرایب، تنها درایه اول ماتریس به دلیل تاثیرپذیری از ماتریس سختی، فازی خواهد بود.

$$[k_m]_{uL} = \int[B]^T{}_{uL}[D]_{uL}[B]_{uL}d\Omega \quad (۲۲)$$

$$[k_m]_{uR} = \int[B]^T{}_{uR}[D]_{uR}[B]_{uR}d\Omega \quad (۲۳)$$

و اما در مورد سمت راست معادلات، نیروهای گرهی معادل برای جابه‌جایی کمینه فازی از روی تنش‌های اولیه به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\{F^1\}_{uL} = \{\Delta f^1\}+[Q]_{n+1}\{\dot{p}_n\}_{uL}\Delta t - [k_m]_{uL}(\{\ddot{u}_n\}_{uL}\Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{u}_n\}_{uL}\Delta t^2 \quad (۲٤)$$

$$\{F^2\}_{uL} = -\{\Delta f^2\}+[k_c]_{n+1}\{\dot{p}_n\}_{uL}\Delta t + [Q]_{n+1}\{\ddot{u}_n\}_{uL}\Delta t \quad (۲۵)$$

و برای جابه‌جایی بیشینه فازی به صورت زیر است.

$$\{F^1\}_{uR} = \{\Delta f^2\}+[Q]_{n+1}\{\dot{p}_n\}_{uR}\Delta t - [k_m]_{uR}(\{\ddot{u}_n\}_{uR}\Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{u}_n\}_{uR}\Delta t^2 \quad (۲٦)$$

$$\{F^2\}_{uR} = -\{\Delta f^2\}+[k_c]_{n+1}\{\dot{p}_n\}_{uR}\Delta t + [Q]_{n+1}\{\ddot{u}_n\}_{uR}\Delta t \quad (۲۷)$$

جواب دستگاه معادلات برای هر درجه عضویت به صورت $[(\Delta\ddot{u}_n)_{ul},(\Delta\ddot{u}_n)_{uR}],[(\Delta\dot{p}_n)_{ul},(\Delta\dot{p}_n)_{uR}]$ به دست می‌آید که با استفاده از این مقادیر و روابط (۱۸-۱٤) مقادیر $[(\ddot{u}_{n+1})_{ul},(\ddot{u}_{n+1})_{uR}]$،$[(\dot{u}_{n+1})_{ul},(\dot{u}_{n+1})_{uR}]$، $[(u_{n+1})_{ul},(u_{n+1})_{uR}]$،$[(\dot{p}_{n+1})_{ul},(\dot{p}_{n+1})_{uR}]$و

$[(p_{n+1})_{ul}, (p_{n+1})_{uR}]$ محاسبه می‌شوند. زیرنویس uL و uR به‌ترتیب، نشان دهنده مقادیر مربوط به کمینه و بیشینه جابه‌جایی درجه عضویت مربوط است.

۵- نمونه عددی

۵-۱- ستون خاک الاستیک

نمونه بررسی شده یک ستون خاک ماسه‌ای کاملا اشباع در معرض بارگذاری پله‌ای است. عرض ستون W=۱m و ارتفاع آن H=۳۰ m است. این ستون خاک، تحت بار پله‌ای 1 KN/m^2 است که کل بار در مدت زمان ۰/۱ ثانیه اعمال می‌شود. امکان زهکشی تنها از بالای ستون خاک وجود دارد پس در بالای ستون مقدار اضافه فشار حفره‌ای همواره صفر است (p=0). ستون خاک از دو لایه افقی تشکیل شده است که مشخصات مصالح تشکیل دهنده آن در جدول (۱) به طور خلاصه ارائه شده است. همچنین هندسه و شرایط مرزی ستون در شکل (۲) نشان داده شده است. مش به کار رفته برای تحلیل عددی شامل ۱۰ المان است، که برای مدلسازی جابه‌جایی اسکلت جامد(خاک) از المان‌های ۸ گرهی و برای فشار سیال منفذی از المان‌های ٤ گرهی استفاده می‌شود. و چون توابع شکل تغییرمکان یک مرتبه بالاتر از توابع شکل فشاردر نظر گرفته شده‌اند نوسانات فشارحذف خواهند شد. برای گسسته‌سازی زمانی معادلات، از روش عمومی نیومارک GN22 برای پارامتر جابه‌جایی و روش GN11 برای پارامتر فشار استفاده شده و گام زمانی 0.05 sec اتخاذ شده است. مش‌بندی ستون خاکی در شکل (۲) نشان داده شده است. لازم به ذکر است از این نمونه برای درستی‌آزمایی کد نگاشته شده برای تحلیل دینامیکی معادلات همبسته بیوت استفاده می‌شود. تکیه‌گاه اعداد فازی ورودی نیز طوری اتخاذ می‌شوند تا محتمل‌ترین مقدار پارامترهای ورودی (m) برابر با مقادیر پارامترهای قطعی ذکر شده در جدول (۱) باشند و پس از درستی‌آزمایی کد نگاشته شده، از این برنامه برای تحلیل فازی استفاده می‌شود. در تحلیل‌فازی نیز ستون خاک مورد استفاده دارای همان شرایط و ویژگی‌های ذکر شده است با این تفاوت که دو لایه موجود با در نظر گرفتن حالت عمومی ماسه شل و متراکم تحلیل می‌شوند و به جای یک مقدار مشخص E و υ اعداد فازی مربوطه به کار می‌روند.

شکل ۲. ستون خاک درمعرض بارگذاری پله‌ای سطحی؛هندسه،شرایط مرزی همراه بامش‌بندی المان محدود

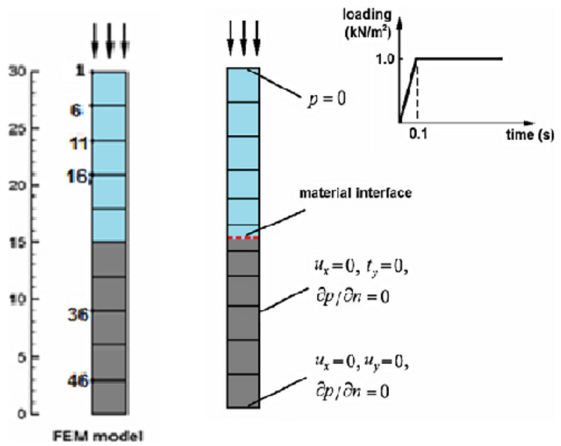

Fig. 2. Soil column subjected to a surface step loading; The geometry and boundary condition together with FEM mesh

جدول ۱. مشخصات مصالح

material properties	Region 1	Region 2
E(MPa)	30	60
ϑ	0.2	0.2
$\rho_s(kg/m^3)$	2000	2000
$\rho_f(kg/m^3)$	1000	1000
$K_f(Pa)$	2.1e9	2.1e9
$K_s(Pa)$	1.0e20	1.0e20
n	0.3	0.3
$\frac{k}{\gamma}(m^3s/kg)$	1.02e-8	1.02e-9

Table 1. Material properties

جدول ۲. ثوابت الاستیک برای خاک‌های مختلف

Poisson's ratio ϑ	E(MPa)	Soil type	
0.2-0.35	30-80	loose	gravel
	80-100	medium dense	
0.3-0.4	100-200	dense	
0.2-0.35	10-30	loose	coarse sand
0.3-0.4	30-50	medium dense	
	50-80	dense	
0.25	8-12	loose	fine sand
	12-20	medium dense	
	20-30	dense	

Table 2. Elastic constants for different soils(AASHTO,1995)[19]

۵-۲- تحلیل فازی ستون خاک الاستیک

برای تحلیل فازی ستونی متشکل از ماسه درشت دانه در نظر گرفته می‌شود که در واقع حالت عمومی مسئله ستون خاک است. تکیه‌گاه اعداد فازی مدول الاستیسیته و ضریب پواسون برای لایه‌های ماسه شل و متراکم طبق طبقه‌بندی آشتو جدول (۲) در نظر گرفته می‌شوند و در مدل المان محدود با استفاده از اعداد فازی به جای مقادیر مشخص این پارامترها، ستون خاک الاستیک به صورت فازی حل می‌شود. روش کار به این صورت است که ابتدا تعداد درجات عضویت مورد نظر انتخاب می‌شوند و در ادامه برای هرکدام از این درجات عضویت مقادیر ماتریس سختی مربوط به محاسبه کمینه و بیشینه تغییرمکان در هر درجه عضویت بدست می‌آید. سپس با استفاده از معادلات (۲۳-۲۰) و با حل دستگاه معادلات مربوطه معادله (۱۹)، حدود بالایی و پایینی متغیرها برای سطح احتمال‌های مختلف (درجات عضویت مختلف) حاصل می-شود. در بررسی حاضر به منظور سادگی و حفظ شکل توابع شکل خروجی، برای فازی‌سازی پارامترهای ضریب پواسون υ و مدول الاستیسیته E، از توابع شکل خطی مثلثی استفاده می-شود، عدد فازی مربوط به این پارامترها در شکل (۳) نشان داده شده است. توابع شکل مربوطه با استفاده از کمینه مقدار l، محتمل‌ترین مقدار m و بیشینه مقدار h، متغیرها که به صورت زیر است، بدست می‌آیند.

υ_1: l=۰/۲ , m=۰/۳ , h=۰/٤

υ_2: l=۰/۳ , m=۰/۳۵ , h=۰/٤

E_1:l=۱/۰×۱۰^{۷}(Pa),m=۳/۰×۱۰^{۷}(Pa), h=۵/۰×۱۰^{۷}(Pa) (۲۸)

E_2:l=۵/۰×۱۰^{۷}(Pa), m=٦/۰×۱۰^{۷}(Pa), h=۸/۰×۱۰^{۷}(Pa)

مقادیر کمینه و بیشینه به گونه‌ای انتخاب شده‌اندکه لایه اول مشخص کننده ماسه شل تا تراکم متوسط و لایه دوم مربوط به ماسه متراکم باشد (مطابق جدول ۲). محتمل‌ترین مقدار مدول الاستیسیته نیز منطبق بر مقادیر قطعی پارامترهای ستون خاک جدول (۱) انتخاب شده است تا امکان مقایسه روند محاسبات فازی با نتایج حل با پارامترهای قطعی فراهم شود.

زیرا در درجه عضویت یک(سطح احتمال صد در صد)، نتایج فازی منطبق بر نتایج حل قطعی است. لازم به ذکر است با توجه به اینکه در درجه عضویت یک تحلیل فازی، از υ_1=0.3 و υ_2=0.35 به جای υ_1=0.2 و υ_2=0.2 تحلیل با پارامترهای قطعی استفاده می شود نتایج دارای اختلافی جزئی هستند که قابل چشم‌پوشی کردن است.

شکل۳. تابع عضویت پارامترهای فازی برای مصالح موجود در ستون خاک

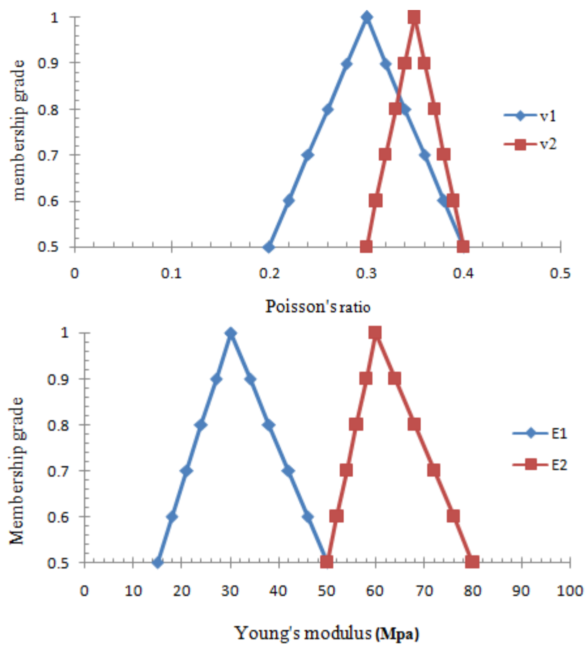

Fig. 3. Membership function of fuzzy parameters for the materials of the soil column

٦- نتایج و بحث

به منظور درستی‌آزمایی کد نگاشته شده، تاریخچه زمانی تغییرات اضافه فشار حفره‌ای محاسبه شده در ٤ نقطه از ستون خاک، یعنی گره‌های ٤٦، ٣٦، ١٦و ٦ در شکل (٤) نشان داده شده است. همچنین جابه‌جایی‌های قائم در گره‌های ١١ و ١ نیز در شکل (٥) ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج حاصل از حل مسئله با پارامترهای قطعی کاملا هماهنگ بر نتایج ارائه شده توسط خویی و همکاران [١٨] است. پس با اطمینان از درستی کد نگاشته شده برای مدل المان محدود تحلیل دینامیکی، می‌توان مدل را به صورت فازی تحلیل نمود. با استفاده از نتایج تحلیل فازی، تاریخچه زمانی متغیرها در درجه عضویت‌های مختلف در شکل (٧) نشان داده شده

است. همانگونه که مشاهده می‌شود تغییرمکان و تغییر فشار دو گره ٤٦ و ٣٦ (واقع در جنس دوم مصالح یعنی متراکم‌ترین لایه) برای درجه عضویت‌های مختلف، در زمان‌های اولیه تغییر محسوسی نداشته است. علت این امر را می‌توان از یک سو مقدار نفوذپذیری پایین این ناحیه و زیاد بودن مسافت زهکشی و از طرفی حجم محدود حفره‌ها دانست که در نتیجه آن اندرکنش موجود در معادلات همبسته بسیار ضعیف بوده و در نتیجه، تغییر پارامترهای محیط خاکی تاثیر چندانی بر اضافه فشار منفذی نداشته و مقدار تغییرمکان را نیز کمتر تحت‌تاثیر قرار داده‌اند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با گذشت زمان و تقویت اندرکنش موجود بین سیال و بخش جامد، تغییرات اضافه فشار سیال منفذی بیشتر شده و بازه تغییرات تغییرمکان نیز وسیع‌تر شده است. عدد فازی فشارمنفذی و تغییرمکان در این گره‌ها پس از گذشت ١٠٠ و٢٠٠ ثانیه از شروع بارگذاری در شکل‌های(١١ و ١٢) نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود کمترین تغییرات ایجاد شده در متغیرها مربوط به گره ٤٦ واقع در بیشترین مسافت زهکشی است. در بقیه گره‌ها، واقع در جنس اول مصالح که دارای تراکم کمتری بوده و حجم حفره‌ها بیشتری دارد، با کاهش مسافت زهکشی، اندرکنش موجود در معادلات همبسته بیشتر شده و در نتیجه، تغییر پارامترهای محیط خاکی، اضافه فشار منفذی را بیشتر تحت تاثیر قرار داده است و در نتیجه بازه تغییر جواب‌ها وسیع‌تر شده است. به طور نمونه در شکل (٦) مشاهده می-شود گره شماره ٦ که دارای مسافت زهکشی بیشتری نسبت به گره شماره ١ است میزان تاثیرپذیری‌اش از تغییر پارامترهای خاکی کمتر بوده است. همانگونه که در شکل‌های (٦ و ٧) مشاهده می‌شود بازه جواب، هم برای فشار منفذی و هم برای تغییر مکان‌ها، با کاهش سطح احتمال وقوع پدیده (کاهش درجه عضویت) وسیع‌تر می‌شود و در سطح برش $\alpha = 0.5$ (احتمال وقوع ٥٠ درصد) به بیشینه مقدار بازشدگی می‌رسد. در شکل‌های (٨-١٤)، نتایج تحلیل به صورت اعداد فازی اضافه فشار منفذی و تغییرمکان قائم در سه حالت: الف) ϑ فازی ب) E فازی ج) ϑ و E فازی بعد از گذشت ٢٠٠ و١٠٠ ثانیه از شروع بارگذاری در گره‌های مختلف نشان داده شده است.

شکل ٤. تاریخچه اضافه فشار منفذی حاصل از تحلیل در درجه عضویت یک و نتایج خویی و همکاران [١٨] در گره‌های مختلف

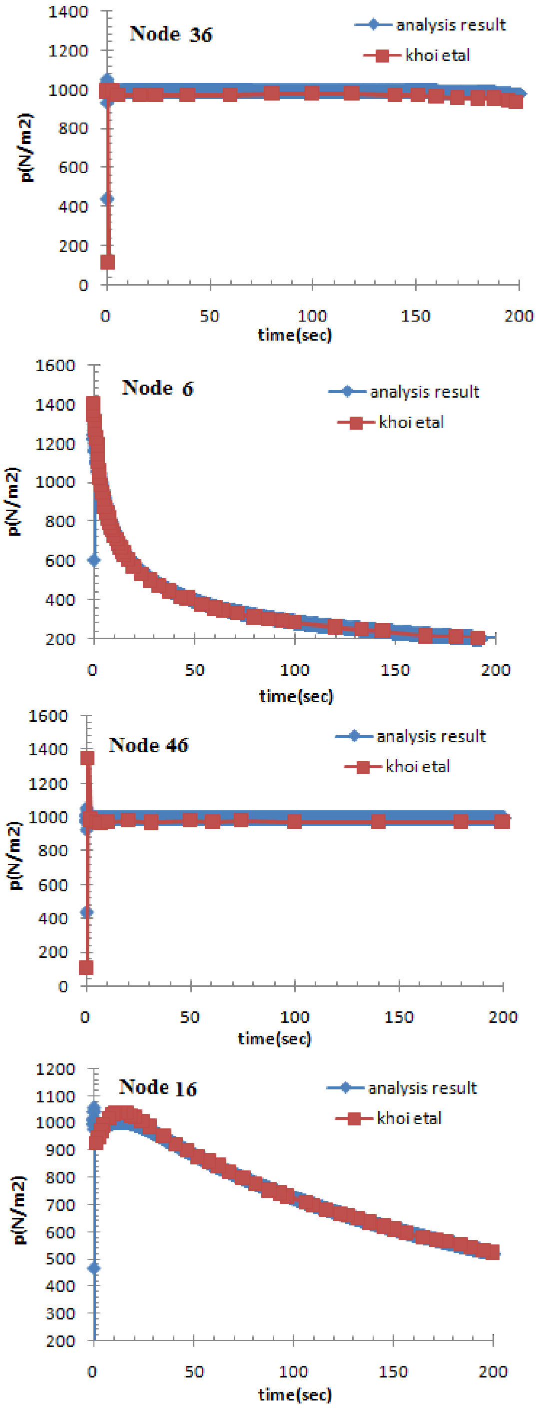

Fig. 4. The pressure history of analysis at membership grade of one and the results of Khoi et al [18] for different nodes

مطابق با اصل حاکم بر محیط‌های متخلخل، هرچه ماسه متراکم‌تر(مدول الاستیسیته‌اش بیشتر) باشد حجم حفرها کمتر

بوده و در نتیجه نرخ تغییرات اضافه فشار منفذی و شتاب و در نتیجه تغییر مکان‌ها در آن کمتر می‌شود و در ماسه خیلی متراکم (مدول الاستیسیته خیلی زیاد) که حجم حفرها در آن خیلی ناچیز است، میزان افزایش اضافه فشار منفذی ناشی از کاهش حجم حفرها و افزایش مقدار تغییر مکان‌ها کمتر می-شود و نتایج حاصل از تحلیل نیز موید این مطلب‌اند. همان‌گونه که در شکل (۱۳ و ۱٤) دیده می‌شود در گره‌های ۳٦ و٤٦، حدود بالایی متغیرها تقریبا هماهنگ بر محتمل‌ترین مقدار آنها $(\alpha = 1)$ است و با افزایش E از مقدار مشخص Mp ۶۰، تغییر محسوسی در مقادیر اضافه فشار و تغییرمکان‌ها مشاهده نمی‌شود.

شکل ۵. تاریخچه تغییرمکان قائم حاصل از تحلیل در درجه عضویت یک و نتایج خویی و همکاران [۱۸] درگره‌های مختلف

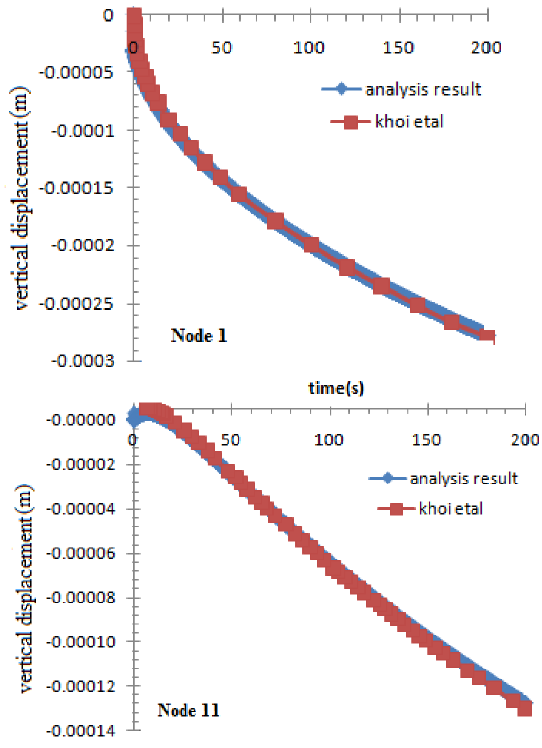

Fig. 5. The displacement history of analysis at membership grade of one and the results of Khoi et al [18] for different nodes

همان‌گونه که قبلا گفته شد برای کنترل محاسبات فازی، در تکیه‌گاه پارامترها محتمل‌ترین مقدار برابر مقدار قطعی ذکر شده در مقالات بود و در نتیجه نتایج در سطح برش اول، $\alpha = 1$ (درجه عضویت یک) منطبق بر جواب‌های حل قطعی

بدست آمدند. در نهایت لازم به گفتن است طبق آنچه درشکل‌های (۱۰ – ۱٤) مشاهده می‌شود با افزایش تعداد پارامترهای فازی بازه جواب حاصل وسیع‌تر می‌شود پس تا حد امکان باید از تعداد پارامترهای فازی کمتری استفاده نمود تا بازه جواب وسیع و سردرگم کننده نباشد.

شکل ٦. تاریخچه اضافه فشار منفذی با سطح احتمال‌های مختلف درمدل المان محدود فازی ستون خاک

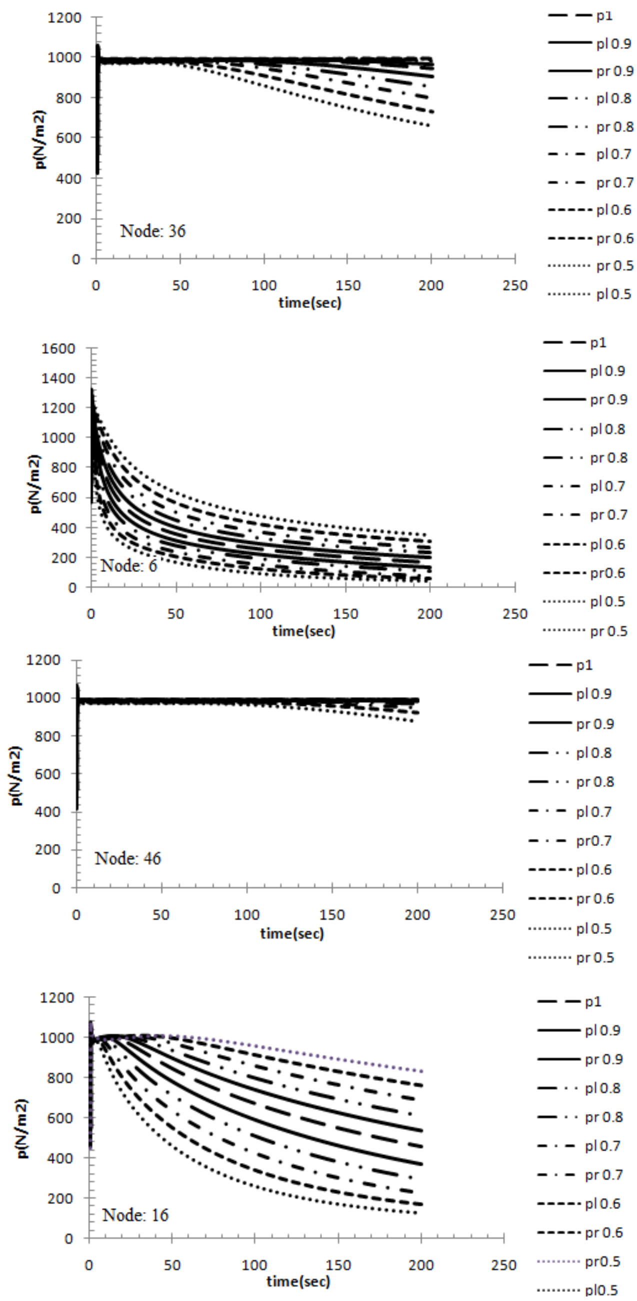

Fig. 6. Soil column; the pressure history of fuzzy FEM at different membership grades

شکل ۷. تاریخچه تغییر مکان قائم با سطح احتمال‌های مختلف درمدل المان محدود فازی ستون خاک

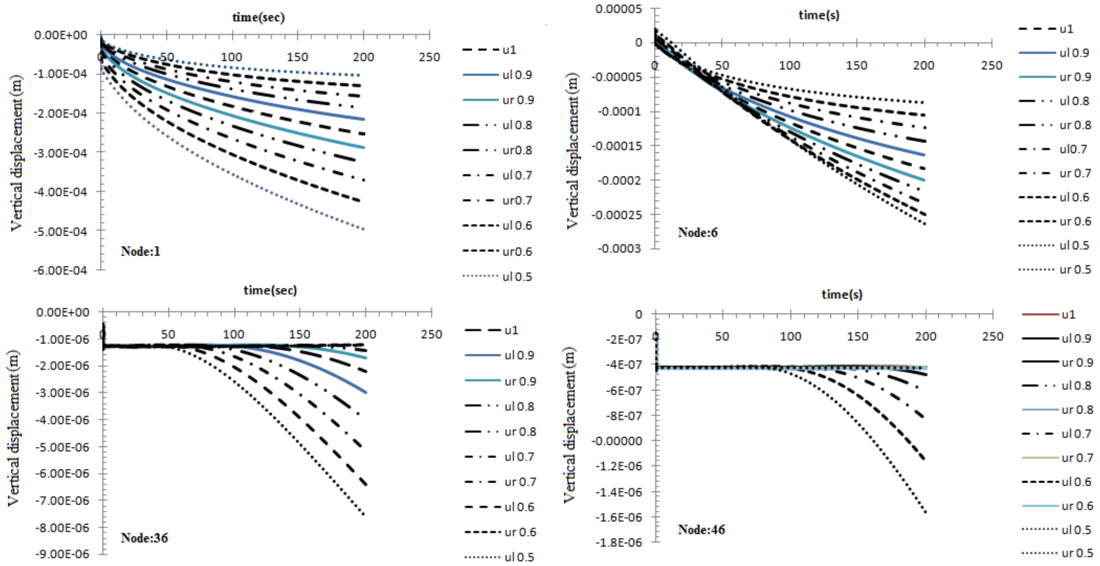

Fig. 7. Soil column; the vertical displacement history of fuzzy FEM at different membership grades

شکل ۸. عدد فازی جابه‌جایی قائم گره۱ در سه حالت: الف) E,v فازی، ب) Eفازی و پ) vفازی، در زمان ۱۰۰ و ۲۰۰ ثانیه پس از بارگذاری

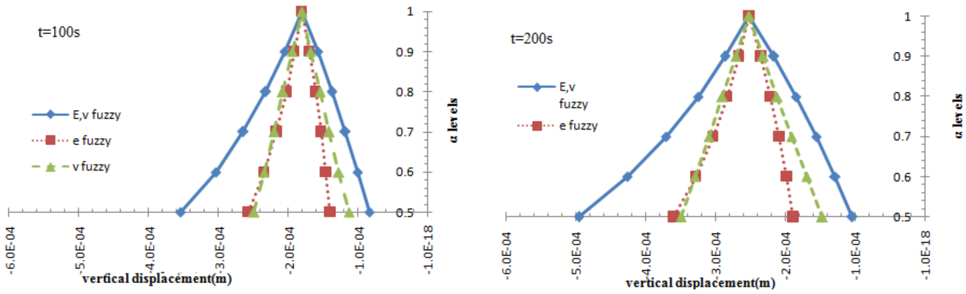

Fig. 8. Fuzzy number of vertical displacement for node No. 1 in three modes: a) E, v fuzzy, b) E fuzzy and c) v fuzzy; 100 and 200 seconds after loading

شکل ۹. عدد فازی جابه‌جایی قائم واضافه فشارحفره‌ای‌گره٦ در سه حالت: الف)E,v فازی، ب)Eفازی و پ)vفازی؛۱۰۰و۲۰۰ ثانیه پس از بارگذاری

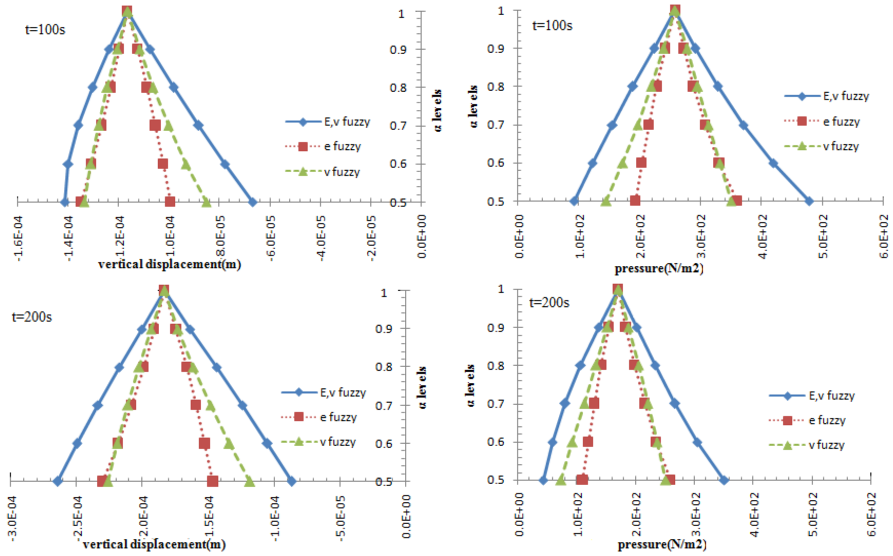

Fig. 9. Fuzzy number of vertical displacement and excess pore pressure for node No. 6 in three modes: a) E, v fuzzy, b) E fuzzy and c) v fuzzy; 100 and 200 seconds after loading

شکل ۱۰. عدد فازی جابه‌جایی قائم واضافه‌فشارحفره‌ای گره۱۱ در سه حالت: الف)E,v فازی، ب)E فازی و پ)v فازی در زمان‌های ۱۰۰ و ۲۰۰ ثانیه پس از بارگذاری

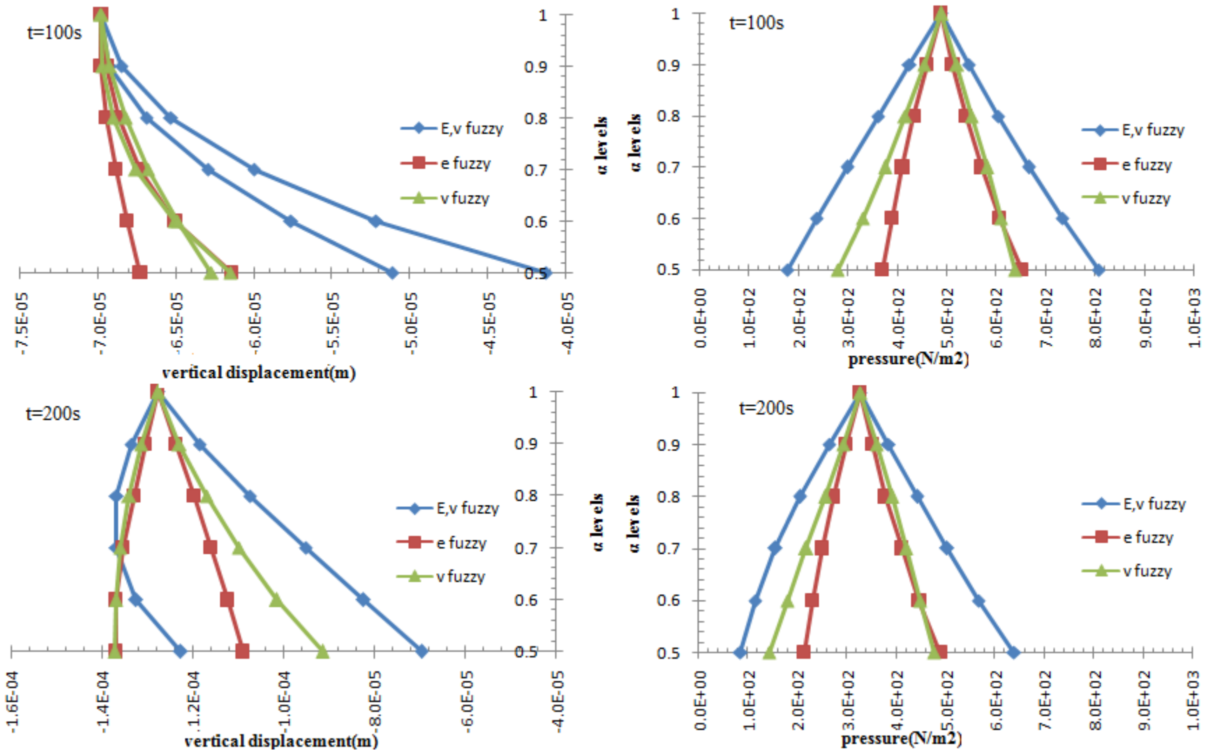

Fig. 10. Fuzzy number of vertical displacement and excess pore pressure for node No. 11 in three modes: a) E, v fuzzy, b) E fuzzy and c) v fuzzy; 100 and 200 seconds after loading

شکل ۱۱. عدد فازی جابه‌جایی قائم و اضافه فشار حفره‌ای گره۳٦ در سه حالت: الف) E,vفازی،ب) Eفازی وپ) vفازی درزمان‌های ۱۰۰ و۲۰۰ ثانیه پس از بارگذاری

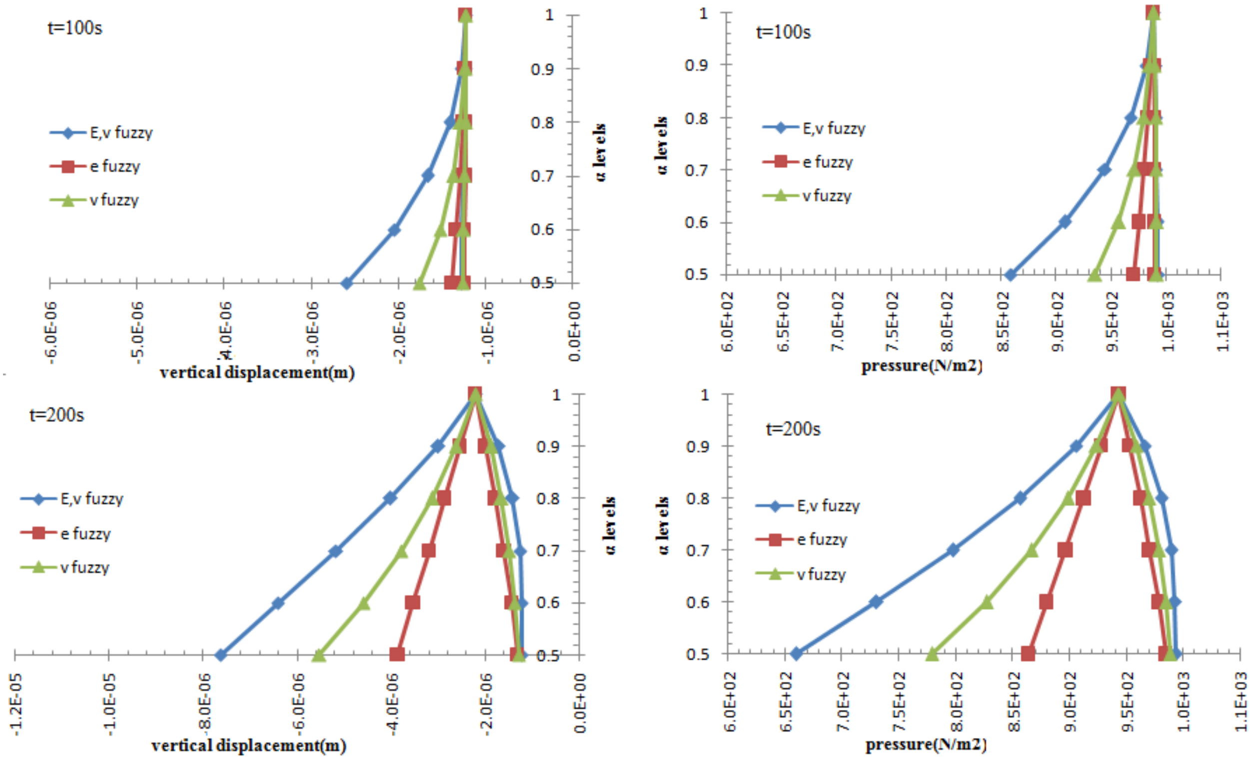

Fig. 11. Fuzzy number of vertical displacement and excess pore pressure for node No. 36 in three modes: a) E, v fuzzy, b) E fuzzy and c) v fuzzy; 100 and 200 seconds after loading

شکل ۱۲. عدد فازی جابه‌جایی قائم واضافه فشارحفره‌ای گره۴۶ در سه حالت: الف)E,vفازی، ب)Eفازی و پ)vفازی؛ ۱۰۰ و ۲۰۰ ثانیه پس از بارگذاری

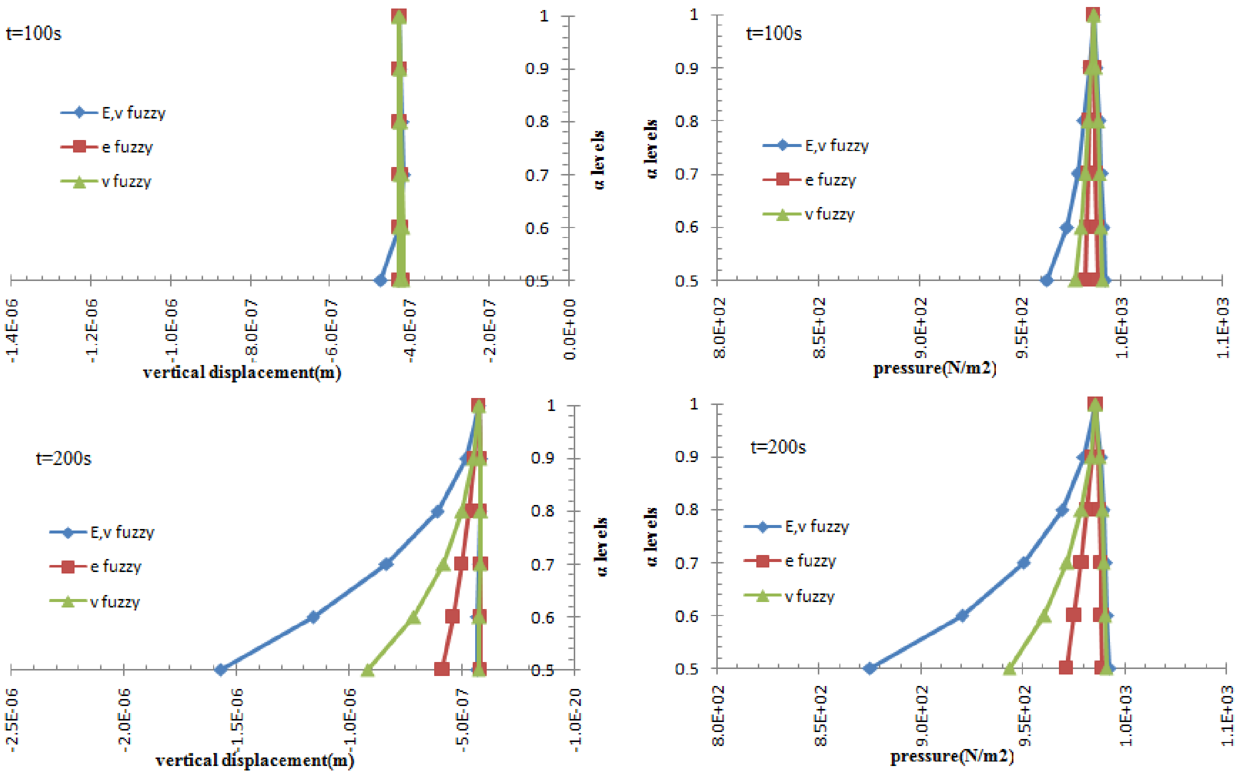

Fig. 12. Fuzzy vertical displacement and excess pore pressure of node No. 46 in three modes: a) E, v fuzzy, b) E fuzzy and c) v fuzzy; 100 and 200 seconds after loading

۷- نتیجه گیری

نتایج حاصل از این پژوهش را می‌توان به موارد زیر خلاصه نمود:

۱-در صورت پایین بودن ضریب نفوذپذیری و زیاد بودن مسافت زهکشی، اندرکنش موجود در معادلات همبسته بسیار ضعیف بوده و در نتیجه، تغییر پارامترهای محیط خاکی تاثیر چندانی بر اضافه فشار منفذی ندارد.

۲-با کاهش مسافت زهکشی، اندرکنش موجود در معادلات همبسته بیشتر بوده و در نتیجه، تغییر پارامترهای محیط خاکی، اضافه فشار منفذی را بیشتر تحت تاثیر قرار می‌دهند.

۳-با افزایش درجه تراکم ماسه، حجم حفرات آن کمتر بوده و در نتیجه نرخ تغییرات اضافه فشارمنفذی و تغییرمکان در آن کمتر است. و بعد از تراکم مشخصی($E=6.0e7pa$)که حجم حفرها دارای حداقل مقدار ممکن است، افزایش فشار منفذی و تغییرمکان ناشی از کاهش حجم حفرات تقریبا متوقف می-شود.

٤-با افزایش تعداد پارامترهای فازی بازه جواب حاصل وسیع-تر می‌شود.

۸- مراجع

References

[1] Terzaghi K. 1943 Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.
[2] Biot, MA. 1941 General theory of three-dimensional consolidation. J Appl Phys, 64, 12-155.
[3] Biot, MA. 1956 Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. J AcoustSoc Am, 28, 168–91.
[4] Zienkiewicz OC., Shiomi T. 1984 Dynamic behavior of saturated porous media; the generalized Biot formulation and it's numerical solution. Int J NumerAnalyt Meth Geomech, 8, 71–96.
[5] Zienkiewicz OC., Chan AHC., Pastor M., Paul DK., Shiomi T. 1990 Static and dynamic behavior of soils; a rational approach to quantitative solution. I. Fully saturated problems. Proc R Soc Lond, 285–309.
[6] Zienkiewicz OC., Chan AHC., Pastor M., Schrefler BA., Shiomi T. 1999 Computational geomechanics with special reference to earthquake engine. New York, Wiley.
[7]Zadeh L.A. 1965 Fuzzy sets. Inform. and Control, 8, 294l.
[8] Zadeh L.A. 1978 Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems, 1, 3-28.

[9] Zadeh L.A. 1988 Fuzzy logic. IEEE Comput., 83-93.

[10] Valliappan S., Pham T.D. 1993 Fuzzy Finite Element Analysis of a Foundation on an Elastic Soil Medium. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 17, 771 -789.

[11] Valliappan S., Pham T.D. 1995 Elasto-Plastic Finite Element Analysis with Fuzzy Parameters. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 38, 531-548.

[12] Birdossy A., Bronsterts A., Merz B. 1995 l-, 2- and 3-dimensional modeling of water movement in the unsaturated soil matrix using a fuzzy approach. Advcmces in Water Resources, 18(4), 237-251.

[13] Muhanna Rafi L., Mullen Robert L. 1999 Formulation of Fuzzy Finite-Element Methods for Solid Mechanics Problems. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 14,107–117.

[14] Hanss Michael,Willner Kai. 2000 A Fuzzy Arithmetical Approach to the Solution of Finite Element Problems with Uncertain Parameters. Mechanics Research Communications, 27(3), 257-272.

[15] Khoei A.R., Azami S.M., Haeri S.M. 2004 Implementation of plasticity based models in dynamic analysis of earth and rockfill dams; A comparison of Pastor–Zienkiewicz and cap models. Comput. Geotech., 31, 385–410.

[16] Huang M, Zienkiewicz OC. 1998 New unconditionally stable staggered solution procedures for coupled soil-pore fluid dynamic problems. Int J Numer Meth Eng; 43,1029–1052.

[17] Zienkiewicz OC, Taylor RL. 1991 The finite element method. vol. 2,London: McGraw-Hill.

[18] Khoei A.R., Haghighat E. 2011 Extended finite element modeling of deformable porous media with arbitrary interfaces. Applied Mathematical Modelling, 35, 5426–5441.

[19] Arman A., samtani N., Castelli R., Munfakh G. 1997 Geotechnical and Foundation Engineering Module1-Subsurface Investigations. Federal Highway Administration Report No. FHWA-HI-97-021.

Fuzzy Finite Element Analysis of Dynamic Coupled Saturated Porous Media

Farhoud Kalateh[1], Farideh Hosseinejad[2*]

1. Assistant Professor , Civil Engineering Department, University of Tabriz, Tabriz, Iran
2. Ph.D. Student, Civil Engineering Department, University of Tabriz, Tabriz, Iran

f.hosseinnejad@tabrizu.ac.ir

Abstract:

In the present study, a fuzzy finite element model is developed to apply uncertainty of soil parameters on dynamic behavior of coupled saturated porous media. The interaction problem in the analysis of elastic soil matrix with Darcy pore fluid flow which is formulated by Biot is one of the complicated problems, which can be solved numerically. Finite Element Method is one of the numerical methods to approximate the dynamic solution of these problems and for convenient approximation to the solution, model parameters need to be precisely known. On the other hand due to inhomogeneous and anisotropic structure of soil matrix, it is not possible to define the soil parameters with the crisp numbers. Consequently, results obtained only by one specific crisp value for an uncertain parameter cannot be representative for the whole spectrum of the possible results. To solve this limitation, application of fuzzy arithmetic proves to be a practical approach. For this purpose, uncertainties in the soil parameters are taken in to account by the fuzzy numbers, and shape function of input fuzzy numbers are derived from experimental data. In this study the coupled equations governing saturated porous media which are known as u-p equations, are solved by fuzzification of input parameters. For this purpose input parameters, the Poisson's ratio and modulus of elasticity, are treated as fuzzy numbers. To fuzzify a parameter, a certain number is considered for degree of membership, and by using fuzzy rules for each degree of membership a range of parameters are obtained which has lower and upper bound, and the calculations are carried out for this upper and lower bounds. As a numerical example, the problem of elastic soil column, consisted of two layers of loose and compacted sand, is analyzed. to solve this problem, a finite element Fortran code has been developed and verified. For verification of the developed Fortran code, the support of input fuzzy numbers was adopted in a way that the most likely amount of input parameters (m) is equal to the crisp input numbers used by previous studies. The results indicated solution at $\alpha = 1$(probability of one hundred percent, which is the definite solution) is in good agreement with the results of previous works. For other degrees of membership, the problem was solved with two constitutive D matrix for each α level to compute lower and upper bounds of output for that level. In the end, displacement and excess pore water pressure of sandy soil column which are produced under rapid loading are reported as fuzzy numbers. It can be seen that if Poisson's ratio and modulus of elasticity increase or decrease what will happen to displacement and excess pore water pressure. The results showed that coupling, change of input parameters of soil skeleton influence pore water pressure too. And as time increases, this effect can be better seen. Also, increase in drainage distance causes a decrease in the interaction between soil skeleton and pore water and this effect decreases by depth. Obtained results show that the number of fuzzy parameters (uncertain parameters) in equations increase the range of answers.

Key words: finite element method, membership function, fuzzy number, coupled analysis